MATURA PODSTAWOWA POPRAWKOWA SIERPIEŃ 2023 (STARA WERSJA)

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\log_{25} 1 - \frac{1}{2}\log_{25} 5$ jest równa

A. $\left(-\frac{1}{4}\right)$ **B.** $\left(-\frac{1}{2}\right)$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{2}$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $3\sqrt{45} - \sqrt{20}$ jest równa

A. $(7 \cdot 5)^{\frac{1}{2}}$ **B.** $5^{\frac{1}{2}}$ **C.** 7 **D.** $7 \cdot 5^{\frac{1}{2}}$

Zadanie 3. (0–1)

W ramach wyprzedaży sezonowej płaszcz o początkowej wartości 240 zł przeceniono na 200 zł. Zatem cenę tego płaszcza obniżono o

A. $16\frac{2}{3}\ \%$ jego początkowej wartości.

B. $20\ \%$ jego początkowej wartości.

C. $40\ \%$ jego początkowej wartości.

D. $83\frac{1}{3}\ \%$ jego początkowej wartości.

Zadanie 4. (0–1)

Wartość wyrażenia $\frac{3^{-1}}{\left(-\frac{1}{9}\right)^{-2}} \cdot 81$ jest równa

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\left(-\frac{1}{3}\right)$ **C.** 3 **D.** (-3)

Zadanie 5. (0–1)

Wartość wyrażenia $\left(2-\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{3}-2\right)^2$ jest równa

A. $(-2\sqrt{3})$ **B.** 0 **C.** 6 **D.** $8\sqrt{3}$

Zadanie 6. (0–1)

W układzie współrzędnych (x, y), punkt $(-8, 6)$ jest punktem przecięcia prostych o równaniach

A. $2x + 3y = 2$ i $-x + y = -14$.

B. $3x + 2y = -12$ i $2x + y = 10$.

C. $x + y = -2$ i $x - 2y = 4$.

D. $x - y = -14$ i $-2x + y = 22$.

Zadanie 7. (0–1)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$-3(x-1) \le \frac{5-3x}{3}$$

jest przedział

A. $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right\rangle$ **B.** $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right\rangle$ **C.** $\left\langle\frac{2}{3}, \infty\right)$ **D.** $\left\langle -\frac{2}{3}, \infty\right)$

Zadanie 8. (0–1)

Równanie $(x^2 - 3x)(x^2 + 1) = 0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

A. jedno rozwiązanie.

B. dwa rozwiązania.

C. trzy rozwiązania.

D. cztery rozwiązania.

Zadanie 9. (0–1)

Funkcja f jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x) = \frac{x-k}{x^2+1}$, gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Ta funkcja spełnia warunek $f(1) = 2$.

Wartość współczynnika k we wzorze tej funkcji jest równa

A. (-3) **B.** 3 **C.** (-4) **D.** 4

Zadanie 10. (0–1)

Miejscem zerowym funkcji liniowej f jest liczba 1. Wykres tej funkcji przechodzi przez punkt $(-1, 4)$. Wzór funkcji f ma postać

A. $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$

B. $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$

C. $f(x) = -2x + 2$

D. $f(x) = -3x + 1$

Zadanie 11. (0–1)

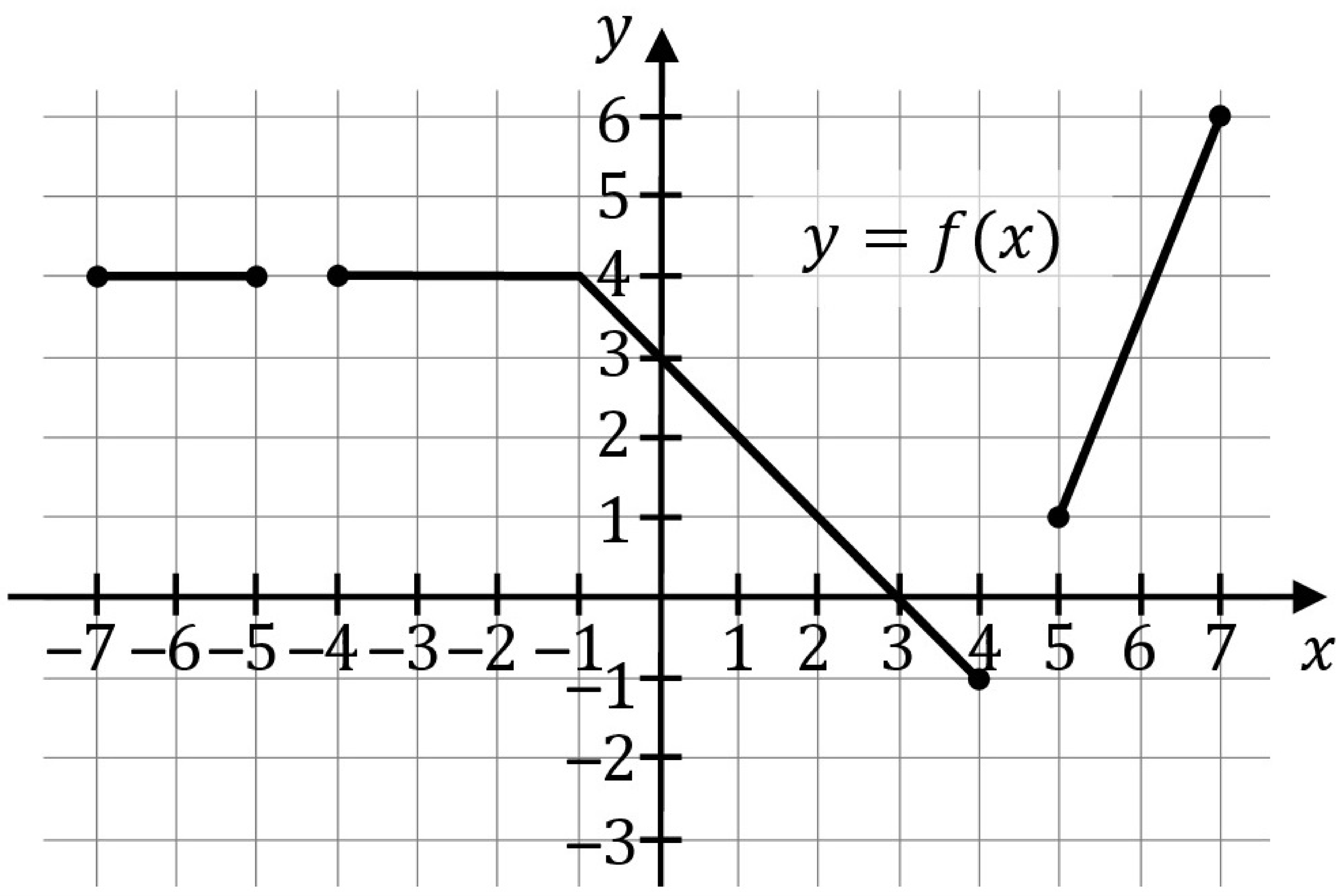
Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = (x-13)^2 - 256$. Jednym z miejsc zerowych tej funkcji jest liczba (-3).

Drugim miejscem zerowym funkcji f jest liczba

A. (-29) **B.** (-23) **C.** 23 **D.** 29

Informacja do zadań 12.–13.

W układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).



Zadanie 12. (0–1)

Funkcja f jest rosnąca w przedziale

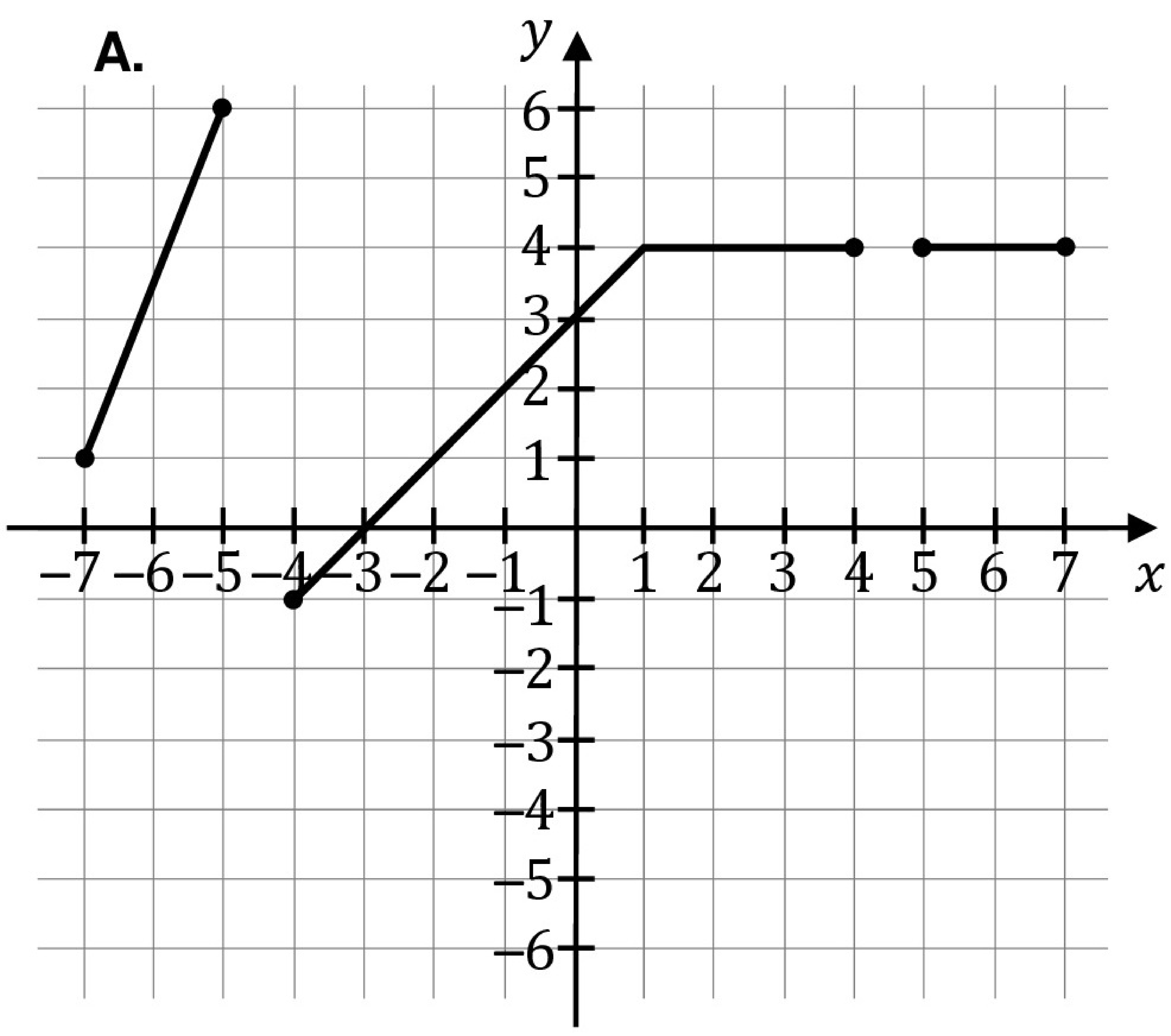
A. $\langle -5, 4\rangle$ **B.** $\langle 5, 7\rangle$ **C.** $\langle 1, 5\rangle$ **D.** $\langle -1, 5\rangle$

Zadanie 13. (0–1)

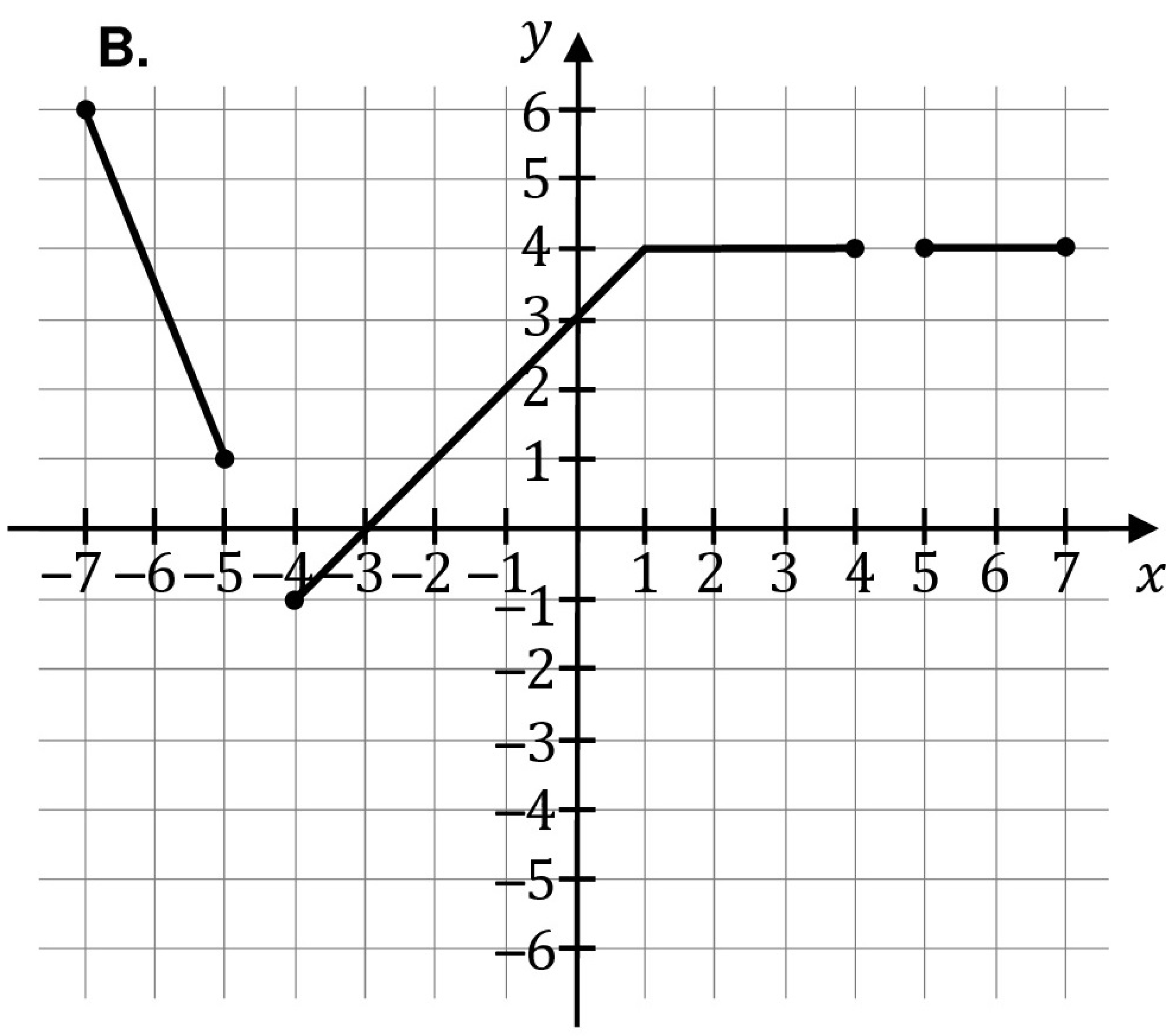
Funkcja g jest określona za pomocą funkcji f następująco: $g(x) = f(-x)$ dla każdego $x \in \langle -7, -5\rangle \cup \langle -4, 4\rangle \cup \langle 5, 7\rangle$. Na jednym z rysunków A–D przedstawiono, w układzie współrzędnych (x, y), wykres funkcji $y = g(x)$.

Wykres funkcji $y = g(x)$ przedstawiono na rysunku

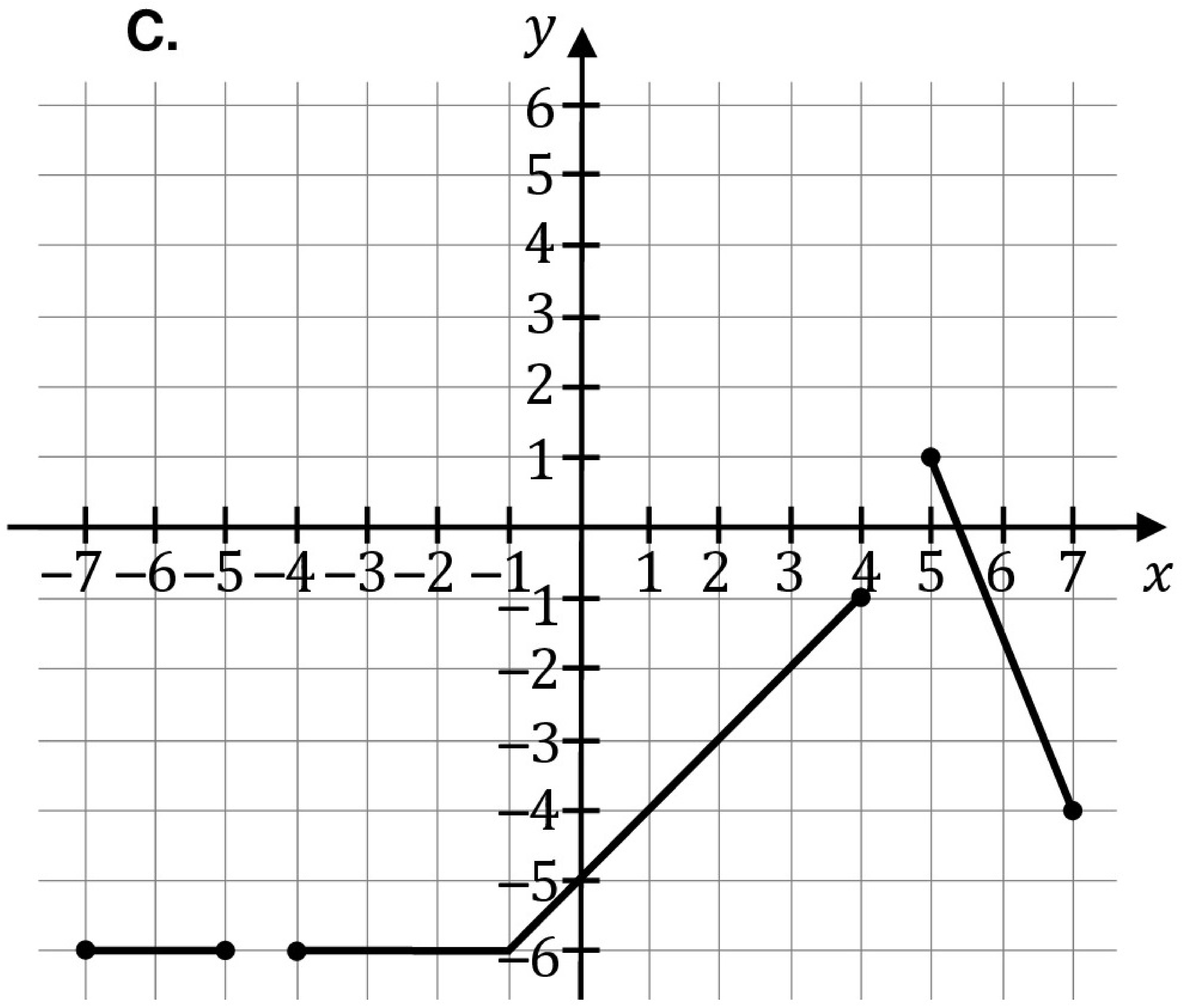
A.



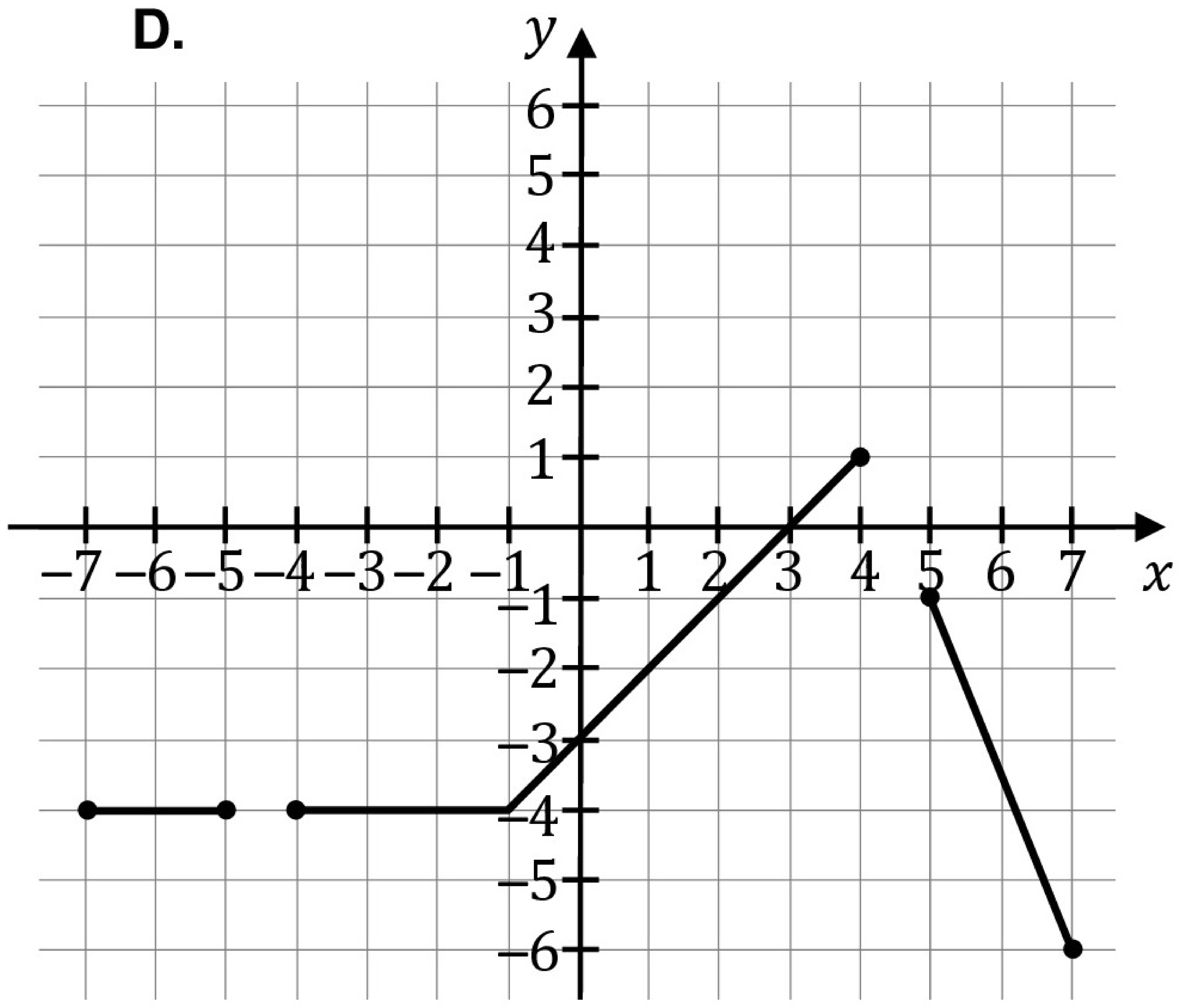
B.



C.



D.



Zadanie 14. (0–1)

Funkcja kwadratowa f, określona wzorem $f(x) = -(x-1)(x-5)$, przyjmuje wartość

A. najmniejszą równą 3.

B. najmniejszą równą 4.

C. największą równą 3.

D. największą równą 4.

Zadanie 15. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-1)^n \cdot \frac{n+1}{2}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy

A. 2 **B.** (-2) **C.** 3 **D.** (-1)

Zadanie 16. (0–1)

Czterowyrazowy ciąg $(-2,\ 1,\ x,\ y)$ jest geometryczny. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa

A. $\left(-\frac{5}{4}\right)$ **B.** (-4) **C.** $\left(-\frac{1}{4}\right)$ **D.** $\left(-\frac{15}{4}\right)$

Zadanie 17. (0–1)

Koło ma promień równy 3. Obwód wycinka tego koła o kącie środkowym 30° jest równy

A. $\frac{3}{4}\pi$ **B.** $\frac{1}{2}\pi$ **C.** $\frac{3}{4}\pi + 6$ **D.** $\frac{1}{2}\pi + 6$

Zadanie 18. (0–1)

Kąt α jest ostry i $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{7}$. Sinus kąta α jest równy

A. $\frac{24}{49}$ **B.** $\frac{5}{7}$ **C.** $\frac{25}{49}$ **D.** $\frac{\sqrt{6}}{7}$

Zadanie 19. (0–1)

W okręgu O kąt środkowy β oraz kąt wpisany α są oparte na tym samym łuku. Kąt β ma miarę o 40° większą od kąta α. Miara kąta β jest równa

A. 40° **B.** 80° **C.** 100° **D.** 120°

Zadanie 20. (0–1)

Pole trójkąta równobocznego o wysokości 3 jest równe

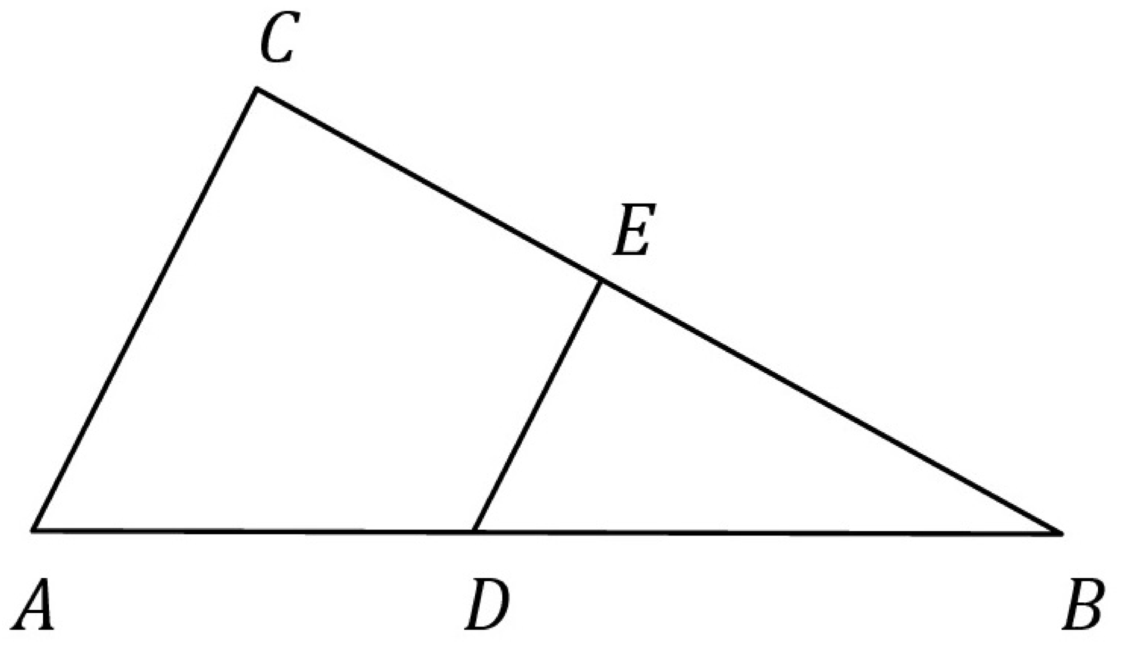
A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ **C.** $3\sqrt{3}$ **D.** $6\sqrt{3}$

Zadanie 21. (0–1)

Każdy z kątów wewnętrznych dziesięciokąta foremnego ma miarę

A. 120° **B.** 135° **C.** 144° **D.** 150°

Zadanie 22. (0–1)
Obwód trójkąta prostokątnego ABC jest równy L. Na boku CB tego trójkąta obrano punkt E, a na boku AB obrano punkt D tak, że $DE \parallel AC$ oraz $|AD| : |DB| = 3 : 4$ (zobacz rysunek).



Obwód trójkąta BED jest równy

A. $\frac{3}{4}L$ **B.** $\frac{3}{7}L$

C. $\frac{4}{7}L$ **D.** $\frac{1}{4}L$

Zadanie 23. (0–1)
W układzie współrzędnych (x, y) dane są prosta k o równaniu $y = \frac{3}{4}x - \frac{7}{4}$ oraz punkt $P = (12, -1)$.
Prosta przechodząca przez punkt P i równoległa do prostej k ma równanie

A. $y = -\frac{3}{4}x + 8$ **B.** $y = \frac{3}{4}x - 10$

C. $y = \frac{4}{3}x - 17$ **D.** $y = -\frac{4}{3}x + 15$

Zadanie 24. (0–1)
W układzie współrzędnych (x, y) punkt $A = (-1, -4)$ jest wierzchołkiem równoległoboku $ABCD$. Punkt $S = (2, 2)$ jest środkiem symetrii tego równoległoboku. Długość przekątnej AC równoległoboku $ABCD$ jest równa

A. $\sqrt{5}$ **B.** $2\sqrt{5}$ **C.** $3\sqrt{5}$ **D.** $6\sqrt{5}$

Informacja do zadań 25.–26.
Każda krawędź graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość równą 6.

Zadanie 25. (0–1)
Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe

A. $216 + 18\sqrt{3}$ **B.** $216 + 54\sqrt{3}$

C. $216 + 216\sqrt{3}$ **D.** $216 + 108\sqrt{3}$

Zadanie 26. (0–1)
Cosinus kąta nachylenia dłuższej przekątnej tego graniastosłupa do płaszczyzny podstawy graniastosłupa jest równy

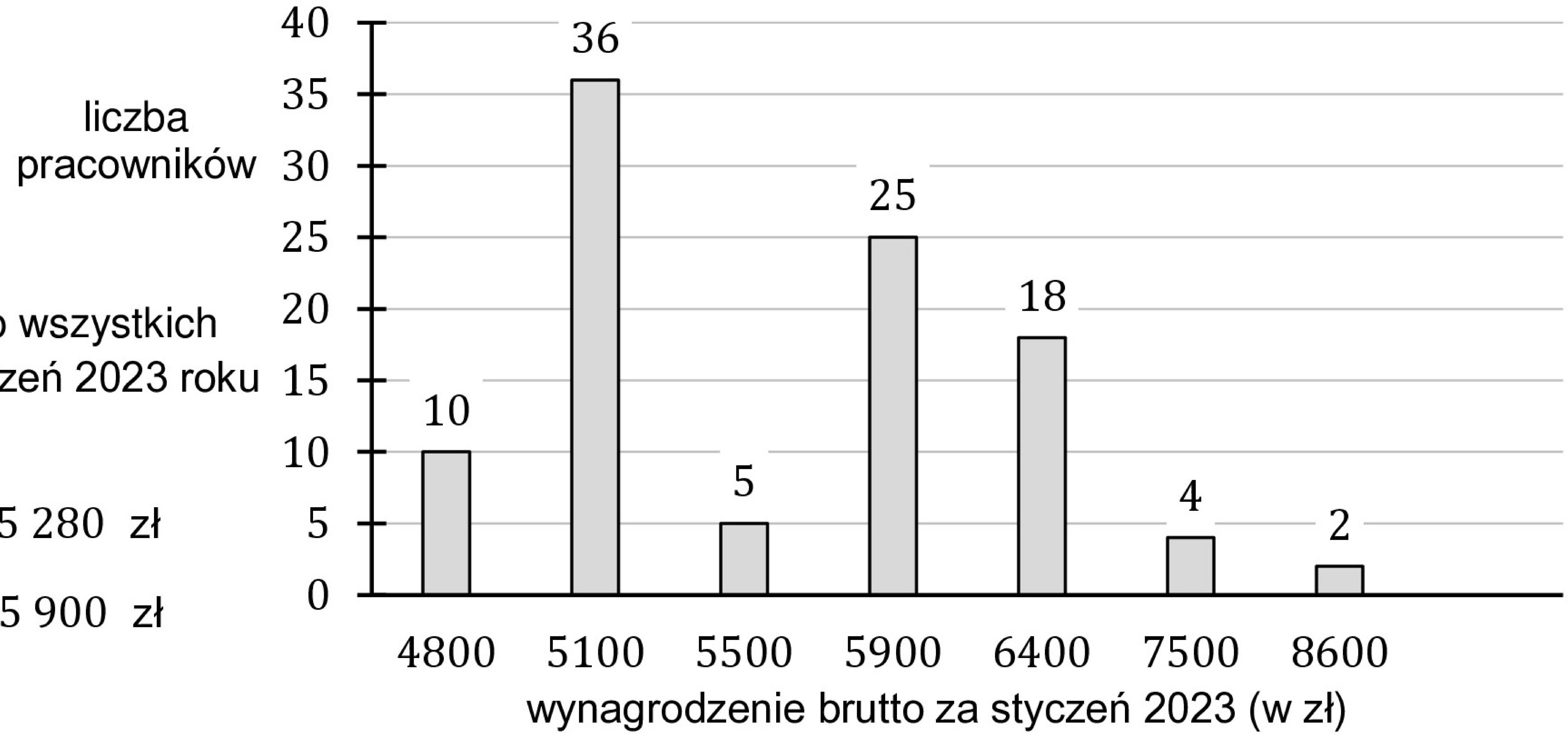
A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$ **C.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Zadanie 27. (0–1)
W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym stosunek pola powierzchni bocznej do pola podstawy jest równy 12. Wynika stąd, że w tym ostrosłupie stosunek wysokości ściany bocznej do krawędzi podstawy jest równy

A. 24 **B.** 3 **C.** 6 **D.** 4

Zadanie 28. (0–1)

Na diagramie przedstawiono rozkład wynagrodzenia brutto wszystkich stu pracowników pewnej firmy za styczeń 2023 roku.



Średnia wynagrodzenia brutto wszystkich pracowników tej firmy za styczeń 2023 roku jest równa

A. 5 690 zł **B.** 5 280 zł

C. 6 257 zł **D.** 5 900 zł

Zadanie 29. (0–1)

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym cyfry się <u>nie powtarzają</u>, jest

A. $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ **B.** $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$

C. $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$ **D.** $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

Zadanie 30. (0–2)

Rozwiąż nierówność $$5 - x^2 > 3x + 1$$

Zadanie 31. (0–2)

Ciąg $(3x^2 + 5x, x^2, 20 - x^2)$ jest arytmetyczny. Oblicz x.

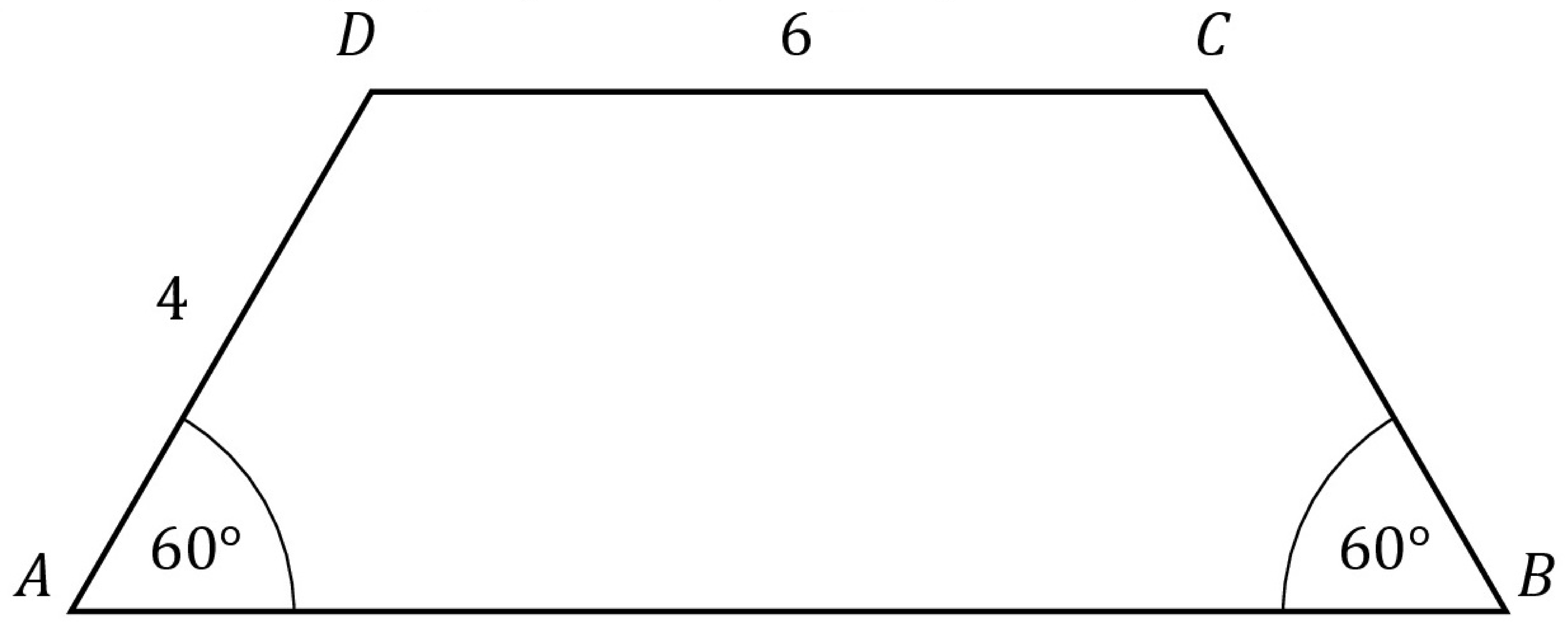
Zadanie 32. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej dodatniej x i dla każdej liczby rzeczywistej dodatniej y takiej, że $x > 2y$, prawdziwa jest nierówność

$$x^2 + 3xy - 10y^2 > 0$$

Zadanie 33. (0–2)

Dany jest trapez równoramienny $ABCD$, w którym podstawa CD ma długość 6, ramię AD ma długość 4, a kąty BAD oraz ABC mają miarę 60° (zobacz rysunek).



Oblicz pole tego trapezu.

Zadanie 34. (0–2)

Rozwiąż równanie $$\frac{2x-3}{3x-2} = \frac{1}{2x}$$

Zadanie 35. (0–2)

Ze zbioru pięciu liczb $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ losujemy bez zwracania kolejno dwa razy po jednej liczbie.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że obie wylosowane liczby są nieparzyste.

Zadanie 36. (0–5)

Punkty $A = \left(\frac{22}{5}, -\frac{21}{5}\right)$, $B = (6, 7)$ oraz $C = (-9, 2)$ są wierzchołkami trójkąta ABC.

Symetralna boku AB tego trójkąta przecina bok BC w punkcie D.

Oblicz współrzędne punktu D.