MATURA PODSTAWOWA MAJ 2023 (STARA WERSJA)

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\log_9 27 + \log_9 3$ jest równa

A. 81 **B.** 9 **C.** 4 **D.** 2

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\sqrt[3]{-\frac{27}{16}} \cdot \sqrt[3]{2}$ jest równa

A. $\left(-\frac{3}{2}\right)$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\left(-\frac{2}{3}\right)$

Zadanie 3. (0–1)

Cenę aparatu fotograficznego obniżono o 15%, a następnie – o 20% w odniesieniu do ceny obowiązującej w danym momencie. Po tych dwóch obniżkach aparat kosztuje 340 zł. Przed obiema obniżkami cena tego aparatu była równa

A. 500 zł **B.** 425 zł **C.** 400 zł **D.** 375 zł

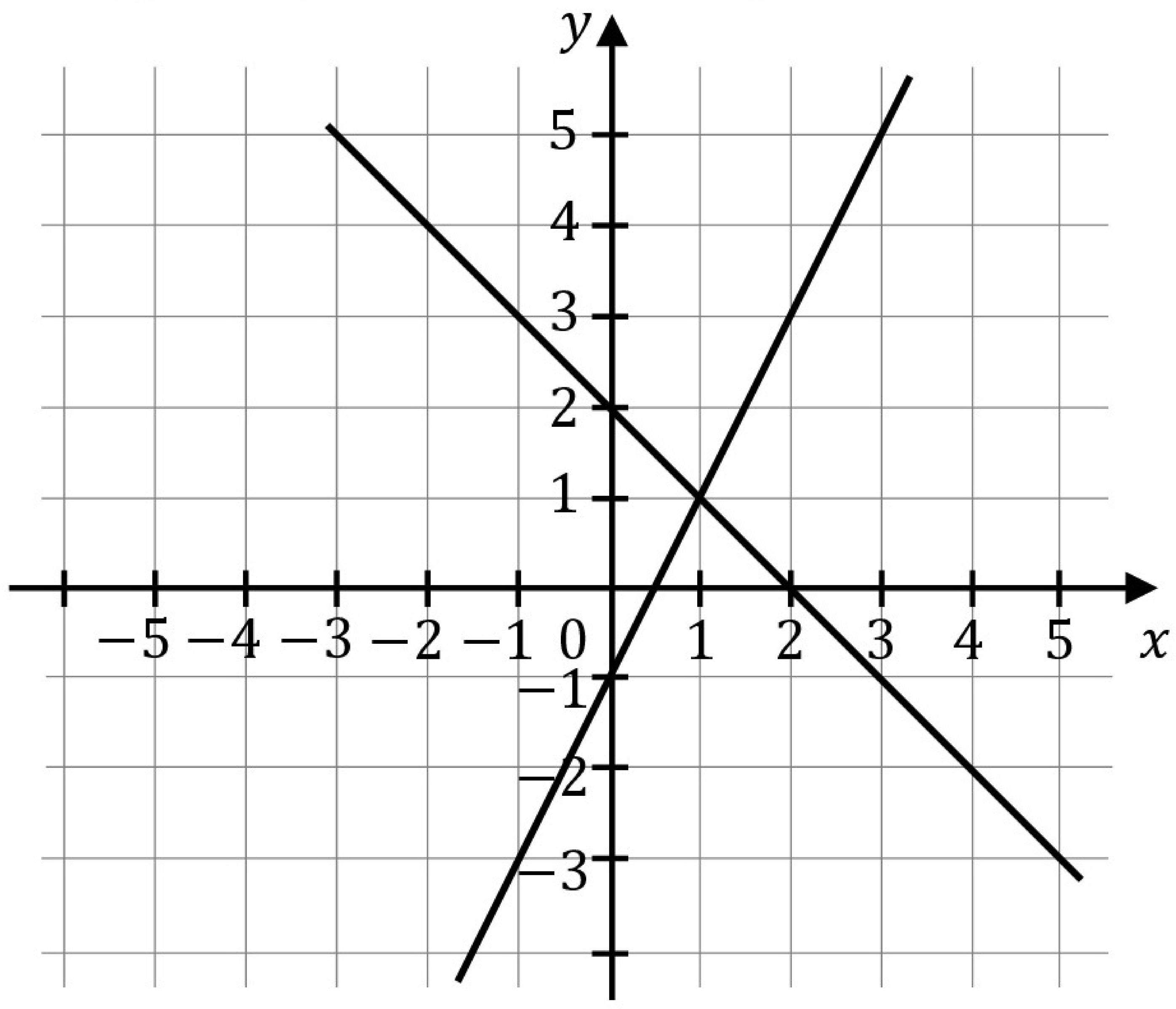
Zadanie 4. (0–1)

Dla każdej liczby rzeczywistej a wyrażenie $(2a-3)^2 - (2a+3)^2$ jest równe

A. $-24a$ **B.** 0 **C.** 18 **D.** $16a^2 - 24a$

Zadanie 5. (0–1)

Na rysunku przedstawiono interpretację geometryczną jednego z niżej zapisanych układów równań.



Wskaż ten układ równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku.

A. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = -2x + 1 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = -2x - 1 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$

Zadanie 6. (0–1)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$-2(x+3) \leq \frac{2-x}{3}$$

jest przedział

A. $(-\infty, -4\rangle$ **B.** $(-\infty, 4\rangle$ **C.** $\langle -4, \infty)$ **D.** $\langle 4, \infty)$

Zadanie 7. (0–1)

Jednym z rozwiązań równania $\sqrt{3}(x^2 - 2)(x+3) = 0$ jest liczba

A. 3 **B.** 2 **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $\sqrt{2}$

Zadanie 8. (0–1)

Równanie $\frac{(x+1)(x-1)^2}{(x-1)(x+1)^2} = 0$ w zbiorze liczb rzeczywistych

A. nie ma rozwiązania.

B. ma dokładnie jedno rozwiązanie: -1.

C. ma dokładnie jedno rozwiązanie: 1.

D. ma dokładnie dwa rozwiązania: -1 oraz 1.

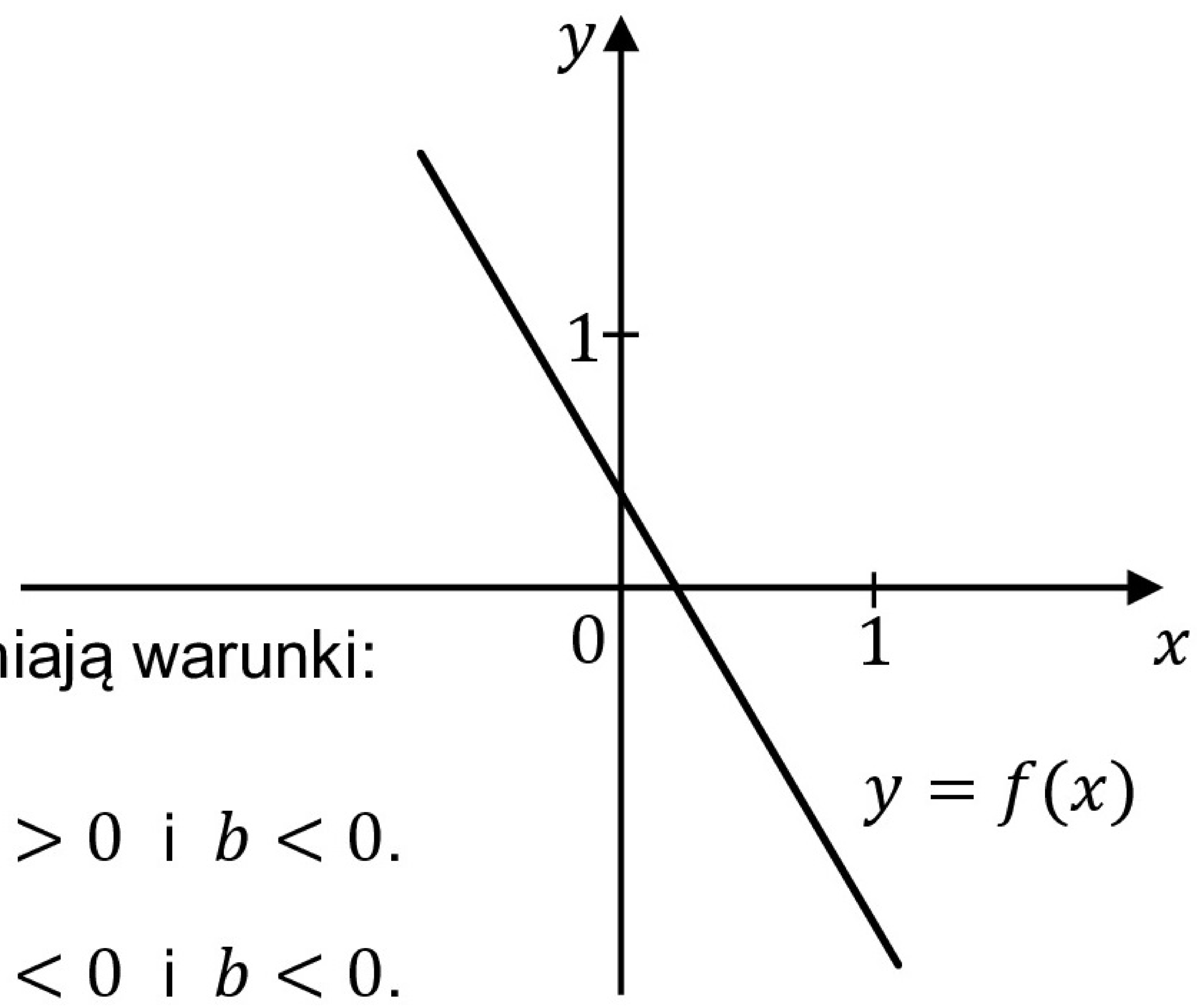
Zadanie 9. (0–1)

Miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x) = (2p-1)x + p$ jest liczba (-4). Wtedy

A. $p = \frac{4}{9}$ **B.** $p = \frac{4}{7}$ **C.** $p = -4$ **D.** $p = -\frac{4}{7}$

Zadanie 10. (0–1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = ax + b$, gdzie a i b są pewnymi liczbami rzeczywistymi. Na rysunku obok przedstawiono fragment wykresu funkcji f w układzie współrzędnych (x, y).



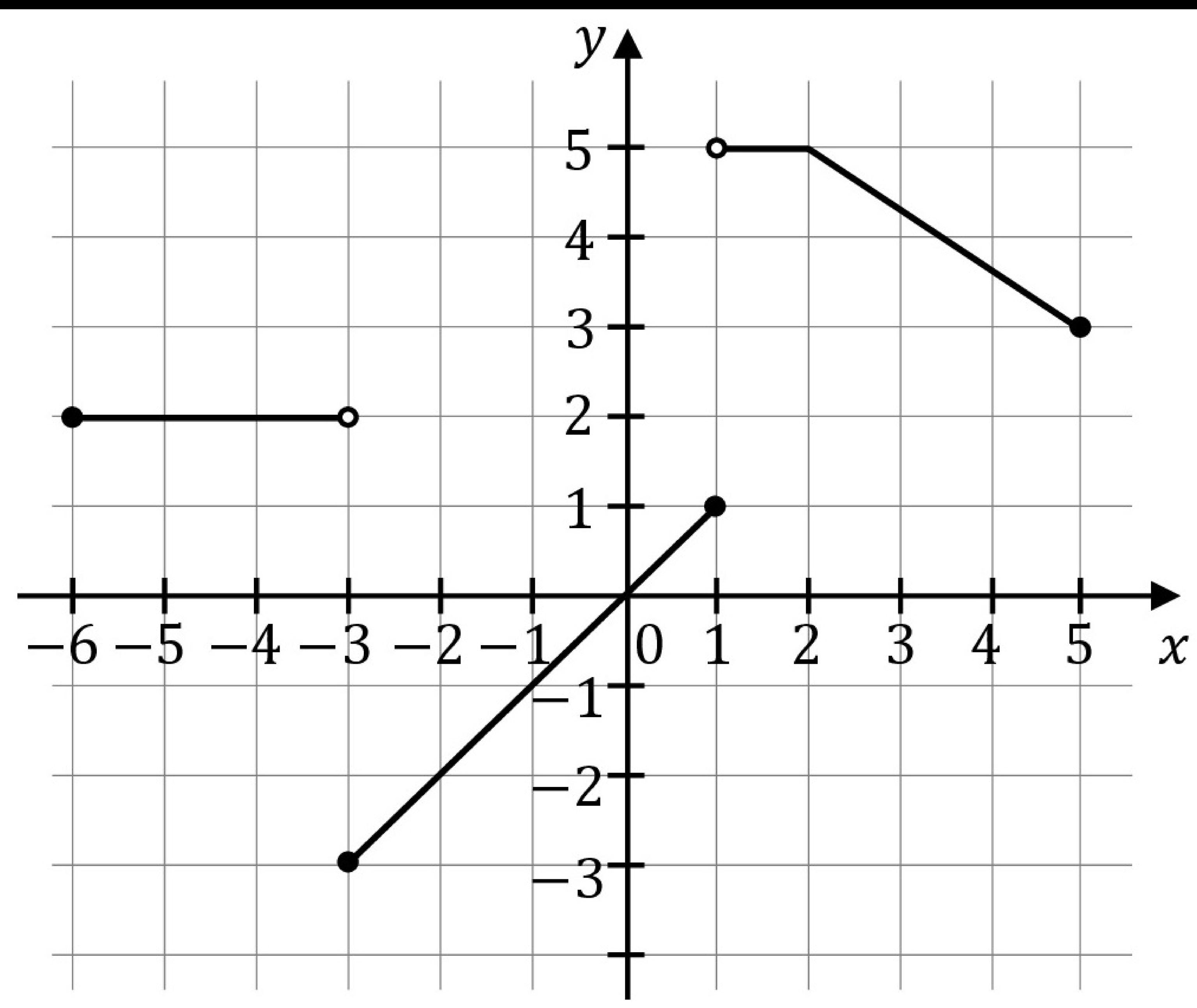
Liczba a oraz liczba b we wzorze funkcji f spełniają warunki:

A. $a > 0$ i $b > 0$. **B.** $a > 0$ i $b < 0$.

C. $a < 0$ i $b > 0$. **D.** $a < 0$ i $b < 0$.

Informacja do zadań 11.–13.

W układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).



Zadanie 11. (0–1)

Dziedziną funkcji f jest zbiór

A. $\langle -6, 5 \rangle$ **B.** $(-6, 5)$ **C.** $(-3, 5\rangle$ **D.** $\langle -3, 5 \rangle$

Zadanie 12. (0–1)

Funkcja f jest malejąca w zbiorze

A. $\langle -6, -3)$ **B.** $\langle -3, 1 \rangle$ **C.** $(1, 2\rangle$ **D.** $\langle 2, 5 \rangle$

Zadanie 13. (0–1)

Największa wartość funkcji f w przedziale $\langle -4, 1 \rangle$ jest równa

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 5

Zadanie 14. (0–1)

Jednym z miejsc zerowych funkcji kwadratowej f jest liczba (-5). Pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli, będącej wykresem funkcji f, jest równa 3.

Drugim miejscem zerowym funkcji f jest liczba

A. 11 **B.** 1 **C.** (-1) **D.** (-13)

Zadanie 15. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2^n \cdot (n + 1)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Wyraz a_4 jest równy

A. 64 **B.** 40 **C.** 48 **D.** 80

Zadanie 16. (0–1)

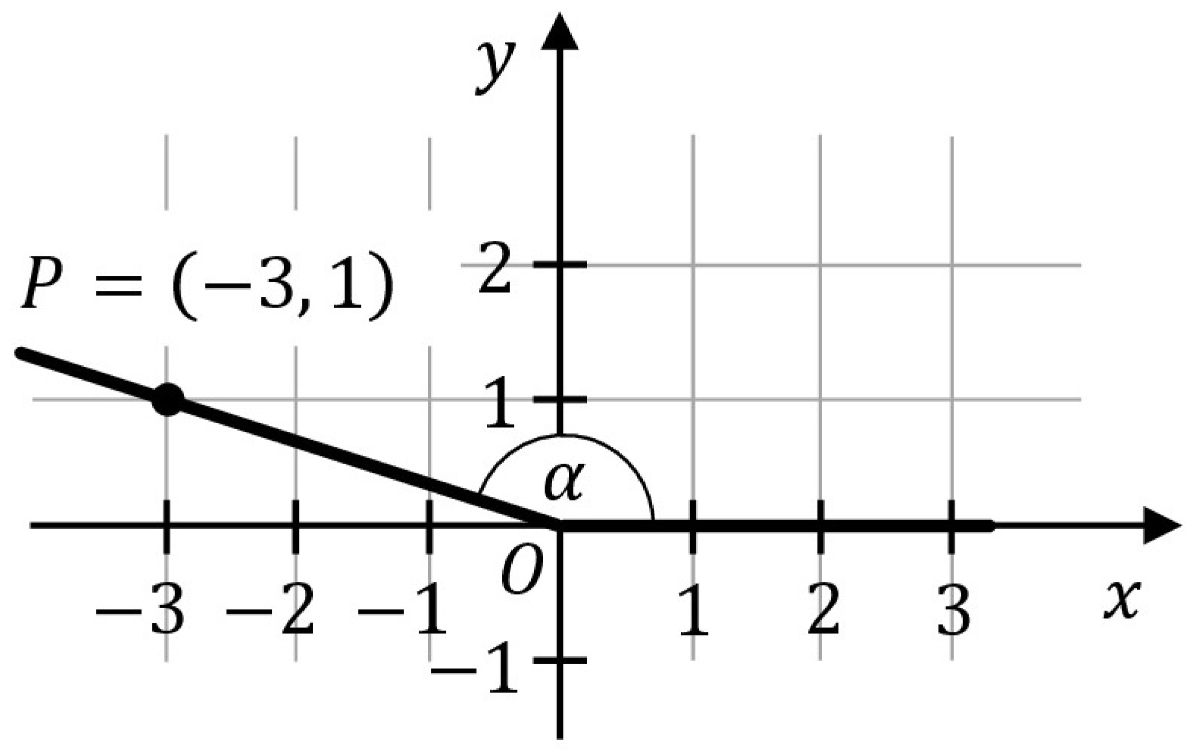
Trzywyrazowy ciąg $(27,\ 9,\ a - 1)$ jest geometryczny.

Liczba a jest równa

A. 3 **B.** 0 **C.** 4 **D.** 2

Zadanie 17. (0–1)

W układzie współrzędnych zaznaczono kąt α o wierzchołku w punkcie $O = (0, 0)$. Jedno z ramion tego kąta pokrywa się z dodatnią półosią Ox, a drugie przechodzi przez punkt $P = (-3, 1)$ (zobacz rysunek).



Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{1}{\sqrt{10}}$ **B.** $\left(-\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$ **C.** $\left(-\frac{3}{1}\right)$ **D.** $\left(-\frac{1}{3}\right)$

Zadanie 18. (0–1)

Dla każdego kąta ostrego α wyrażenie $\sin^4\alpha + \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha$ jest równe

A. $\sin^2\alpha$

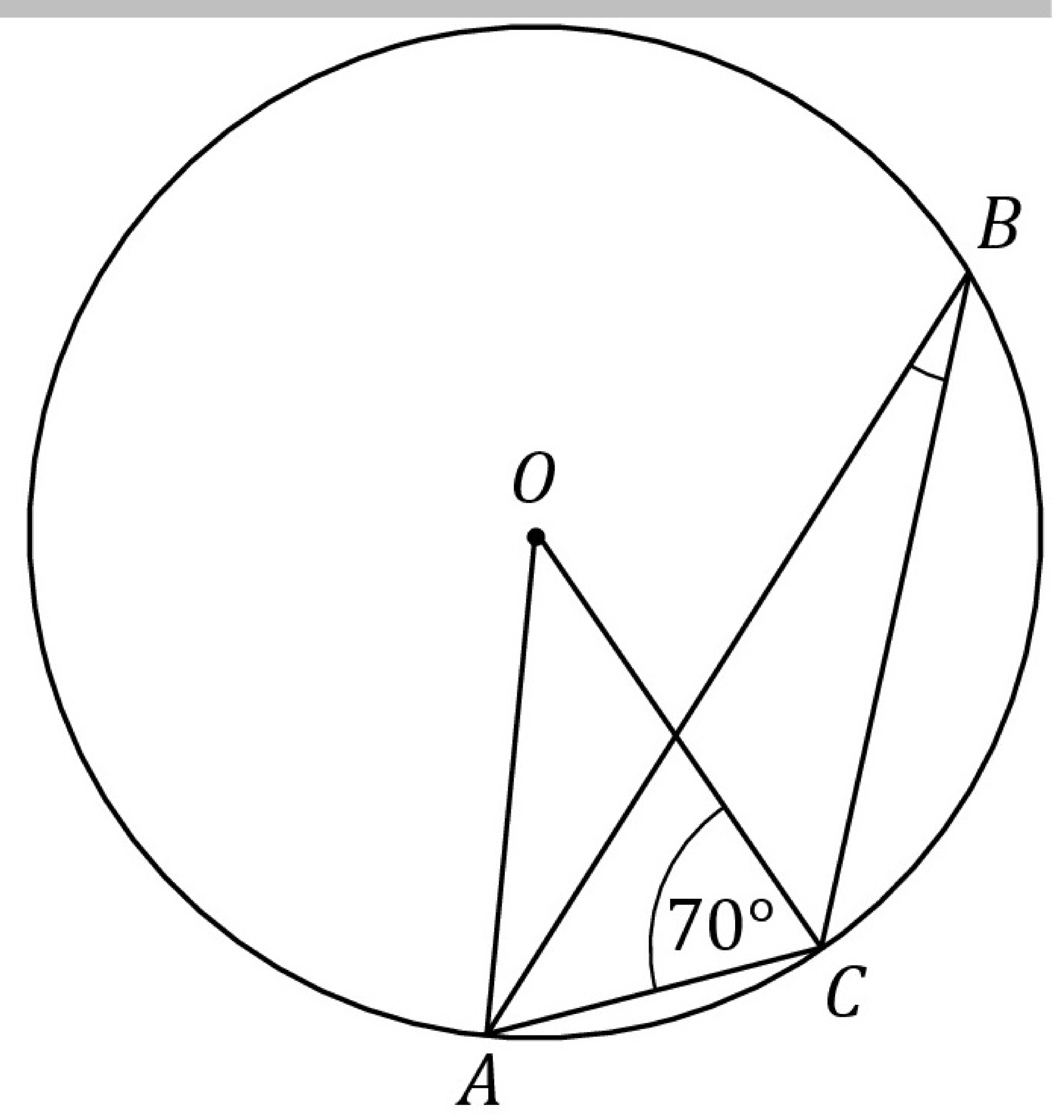
B. $\sin^6\alpha \cdot \cos^2\alpha$

C. $\sin^4\alpha + 1$

D. $\sin^2\alpha \cdot (\sin\alpha + \cos\alpha) \cdot (\sin\alpha - \cos\alpha)$

Zadanie 19. (0–1)

Punkty A, B, C leżą na okręgu o środku w punkcie O. Kąt ACO ma miarę $70°$ (zobacz rysunek).



Miara kąta ostrego ABC jest równa

A. $10°$ **B.** $20°$

C. $35°$ **D.** $40°$

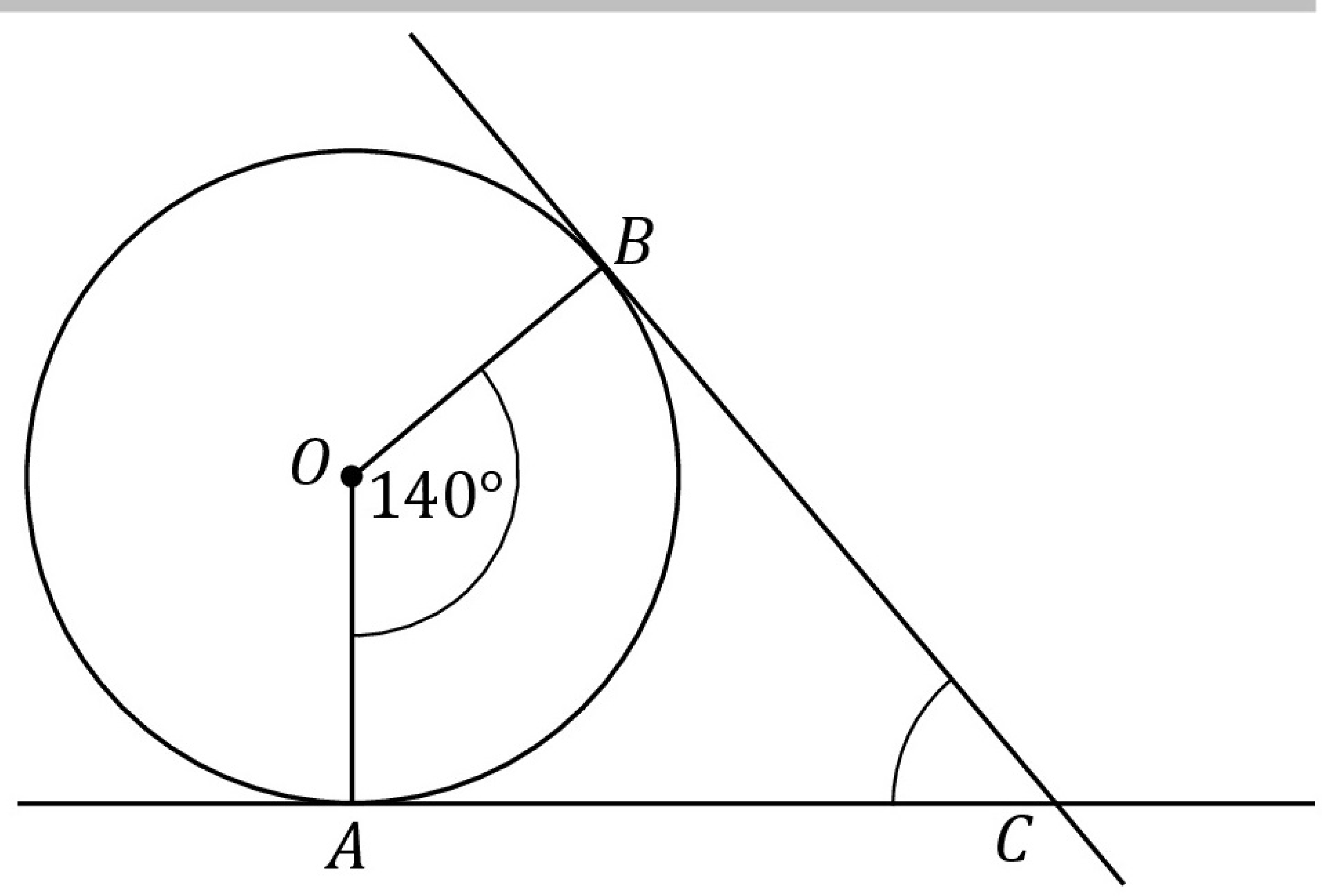
Zadanie 20. (0–1)

W rombie o boku długości $6\sqrt{2}$ kąt rozwarty ma miarę $150°$.
Iloczyn długości przekątnych tego rombu jest równy

A. 24 **B.** 72 **C.** 36 **D.** $36\sqrt{2}$

Zadanie 21. (0–1)

Przez punkty A i B, leżące na okręgu o środku O, poprowadzono proste styczne do tego okręgu, przecinające się w punkcie C (zobacz rysunek).



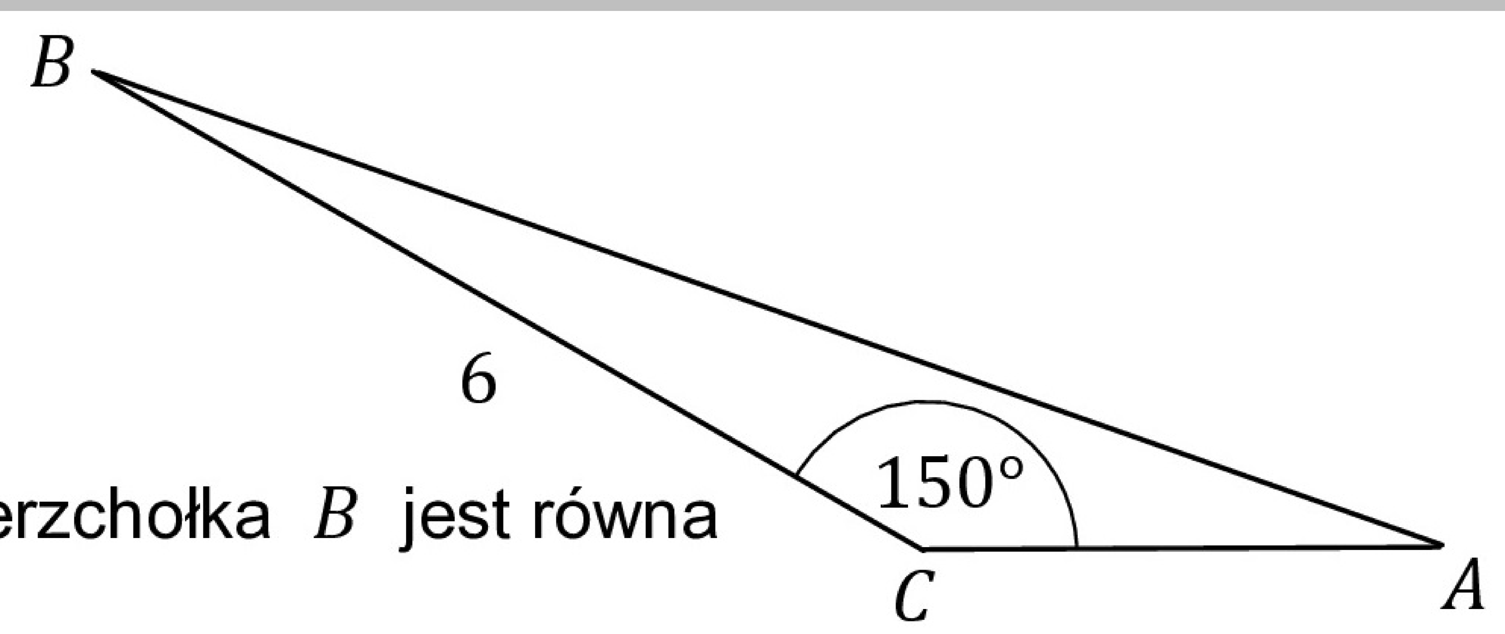
Miara kąta ACB jest równa

A. $20°$ **B.** $35°$

C. $40°$ **D.** $70°$

Zadanie 22. (0–1)

Dany jest trójkąt ABC, w którym $|BC| = 6$. Miara kąta ACB jest równa $150°$ (zobacz rysunek).



Wysokość trójkąta ABC opuszczona z wierzchołka B jest równa

A. 3 **B.** 4 **C.** $3\sqrt{3}$ **D.** $4\sqrt{3}$

Zadanie 23. (0–1)

Dana jest prosta k o równaniu $y = -\frac{1}{3}x + 2$.

Prosta o równaniu $y = ax + b$ jest równoległa do prostej k i przechodzi przez punkt $P = (3, 5)$, gdy

A. $a = 3$ i $b = 4$.
B. $a = -\frac{1}{3}$ i $b = 4$.
C. $a = 3$ i $b = -4$.
D. $a = -\frac{1}{3}$ i $b = 6$.

Zadanie 24. (0–1)

Dane są punkty $K = (-3, -7)$ oraz $S = (5, 3)$. Punkt S jest środkiem odcinka KL. Wtedy punkt L ma współrzędne

A. $(13, 10)$
B. $(13, 13)$
C. $(1, -2)$
D. $(7, -1)$

Zadanie 25. (0–1)

Dana jest prosta o równaniu $y = 2x - 3$. Obrazem tej prostej w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych jest prosta o równaniu

A. $y = 2x + 3$
B. $y = -2x - 3$
C. $y = -2x + 3$
D. $y = 2x - 3$

Zadanie 26. (0–1)

Dany jest graniastosłup prawidłowy czworokątny, w którym krawędź podstawy ma długość 15. Przekątna graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim, że $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Długość przekątnej tego graniastosłupa jest równa

A. $15\sqrt{2}$
B. 45
C. $5\sqrt{2}$
D. 10

Zadanie 27. (0–1)

Średnia arytmetyczna liczb x, y, z jest równa 4.

Średnia arytmetyczna czterech liczb: $1 + x$, $2 + y$, $3 + z$, 14, jest równa

A. 6
B. 9
C. 8
D. 13

Zadanie 28. (0–1)

Wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym występują tylko cyfry $0, 5, 7$ (np. $57\,075$, $55\,555$), jest

A. 5^3
B. $2 \cdot 4^3$
C. $2 \cdot 3^4$
D. 3^5

Zadanie 29. (0–1)

W pewnym ostrosłupie prawidłowym stosunek liczby W wszystkich wierzchołków do liczby K wszystkich krawędzi jest równy $\frac{W}{K} = \frac{3}{5}$.

Podstawą tego ostrosłupa jest

A. kwadrat.
B. pięciokąt foremny.
C. sześciokąt foremny.
D. siedmiokąt foremny.

Zadanie 30. (0–2)

Rozwiąż nierówność

$$x(x - 2) > 2x^2 - 3$$

Zadanie 31. (0–2)

Pan Stanisław spłacił pożyczkę w wysokości 8910 zł w osiemnastu ratach. Każda kolejna rata była mniejsza od poprzedniej o 30 zł.

Oblicz kwotę pierwszej raty.

Zadanie 32. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 1$ i dla każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność

$$x^2 + y^2 + 5 > 2x + 4y$$

Zadanie 33. (0–2)

Trójkąty prostokątne T_1 i T_2 są podobne. Przyprostokątne trójkąta T_1 mają długości 5 i 12. Przeciwprostokątna trójkąta T_2 ma długość 26.

Oblicz pole trójkąta T_2.

Zadanie 34. (0–2)

W kwadracie $ABCD$ punkty $A = (-8, -2)$ oraz $C = (0, 4)$ są końcami przekątnej.

Wyznacz równanie prostej zawierającej przekątną BD tego kwadratu.

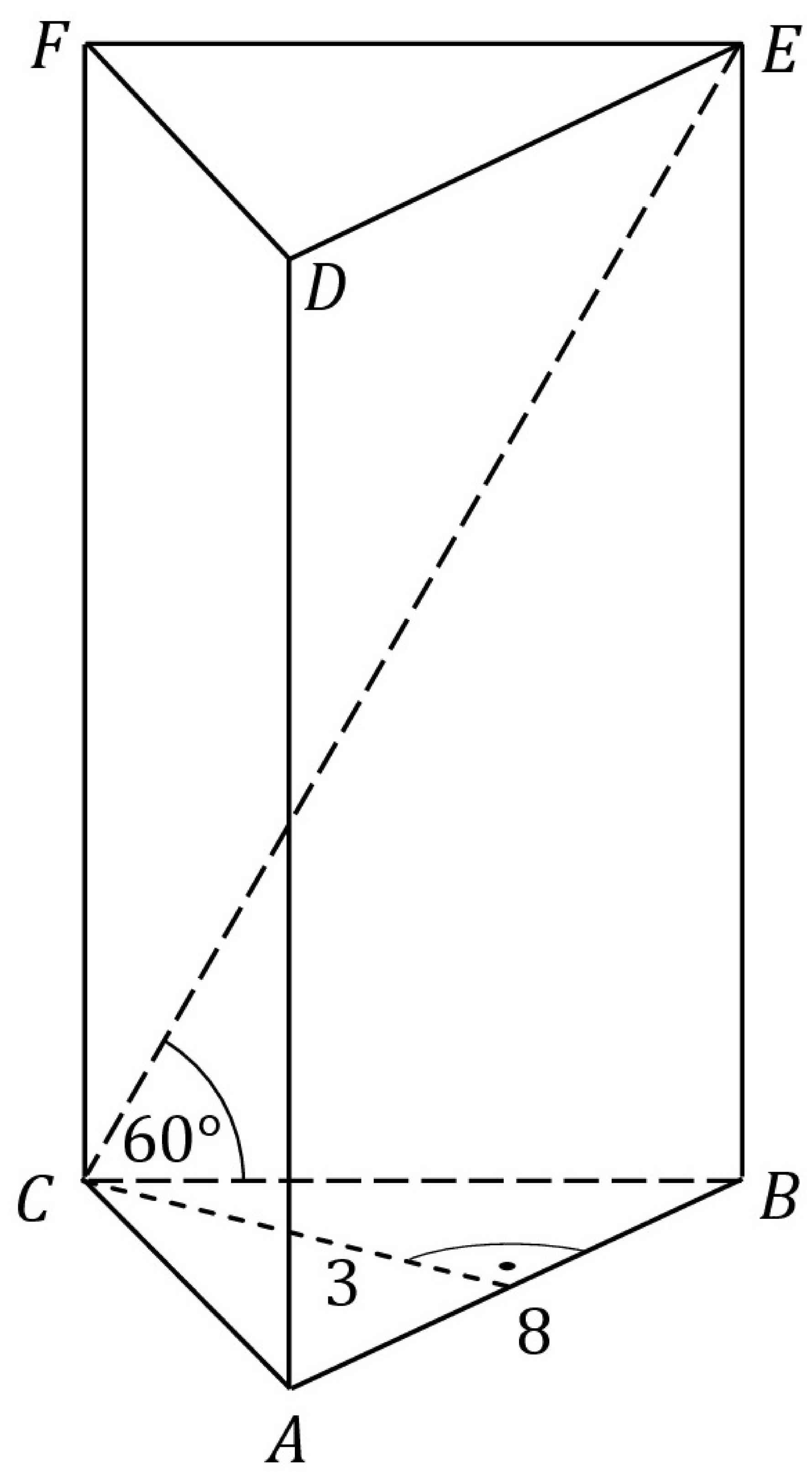
Zadanie 35. (0–2)

Ze zbioru ośmiu liczb $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ losujemy ze zwracaniem kolejno dwa razy po jednej liczbie.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że iloczyn wylosowanych liczb jest podzielny przez 15.

Zadanie 36. (0–5)

Podstawą graniastosłupa prostego $ABCDEF$ jest trójkąt równoramienny ABC, w którym $|AC| = |BC|$, $|AB| = 8$. Wysokość trójkąta ABC, poprowadzona z wierzchołka C, ma długość 3. Przekątna CE ściany bocznej tworzy z krawędzią CB podstawy ABC kąt $60°$ (zobacz rysunek).



Oblicz pole powierzchni całkowitej oraz objętość tego graniastosłupa.