

MATURA PODSTAWOWA CZERWIEC 2023 (STARA WERSJA)

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $6^{30} : 4^{15}$ jest równa

- A. $(1,5)^{15}$ B. $(1,5)^2$ C. 3^{30} D. 3^0

Zadanie 2. (0–1)

Dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej x iloczyn $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x}$ jest równy

- A. x B. $\sqrt[10]{x}$ C. $\sqrt[18]{x}$ D. x^2

Zadanie 3. (0–1)

Klient wpłacił do banku 30 000 zł na lokatę dwuletnią. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości 7% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie.

Po dwóch latach oszczędzania łączna wartość doliczonych odsetek na tej lokacie (bez uwzględniania podatków) jest równa

- A. 2100 zł B. 2247 zł C. 4200 zł D. 4347 zł

Zadanie 4. (0–1)

Liczba $\log_2 \frac{1}{8} + \log_2 4$ jest równa

- A. (-1) B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 5

Zadanie 5. (0–1)

Liczba $(1 + \sqrt{5})^2 - (1 - \sqrt{5})^2$ jest równa

- A. 0 B. (-10) C. $4\sqrt{5}$ D. $2 + 2\sqrt{5}$

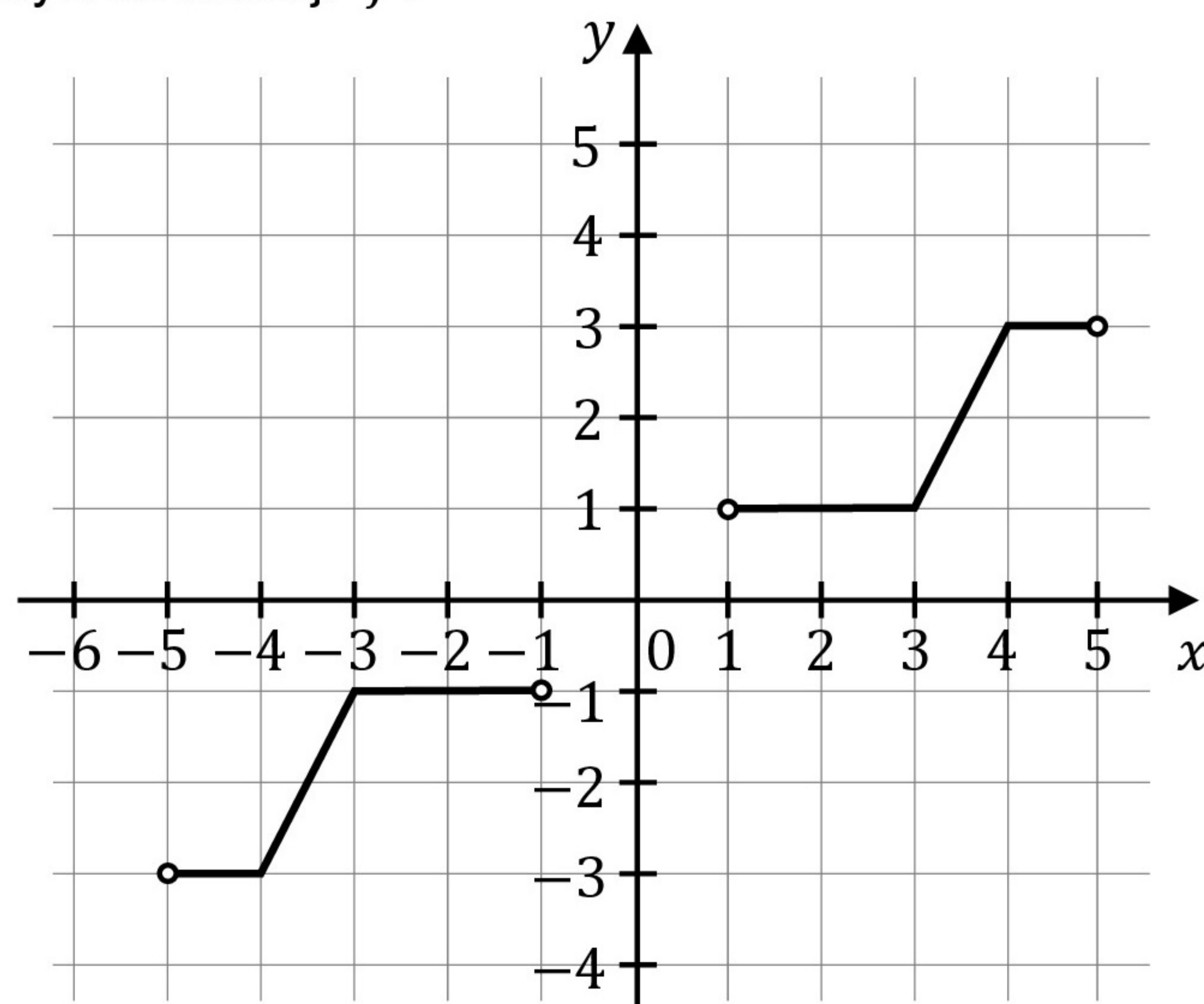
Zadanie 6. (0–1)

Do zbioru rozwiązań nierówności $(x - 3)(x - 2)(x + 20) < 0$ należy liczba

- A. (-20) B. (-23) C. 20 D. 23

Informacja do zadań 7.–8.

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f .



Zadanie 7. (0–1)

Dziedziną funkcji f jest zbiór

- A. $(-3, -1) \cup (1, 3)$ B. $(-3, 3)$
C. $(-5, -1) \cup (1, 5)$ D. $(-5, 5)$

Zadanie 8. (0–1)

Zbiorem wartości funkcji f jest zbiór

- A. $(-3, -1) \cup (1, 3)$ B. $\langle -3, -1 \rangle \cup \langle 1, 3 \rangle$
C. $(-5, -1) \cup (1, 5)$ D. $\langle -5, -1 \rangle \cup \langle 1, 5 \rangle$

Zadanie 9. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x - 2}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 2$.

Wartość funkcji f dla argumentu 4 jest równa

- A. 6 B. 2 C. 10 D. 8

Zadanie 10. (0–1)

Prosta o równaniu $y = ax + b$ przechodzi przez punkty $A = (-3, -1)$ oraz $B = (4, 3)$. Współczynnik a w równaniu tej prostej jest równy

- A. (-4) B. $(-\frac{1}{2})$ C. 2 D. $\frac{4}{7}$

Zadanie 11. (0–1)

Wykresy funkcji liniowych

$$f(x) = (2m + 3)x + 5 \quad \text{oraz} \quad g(x) = -x$$

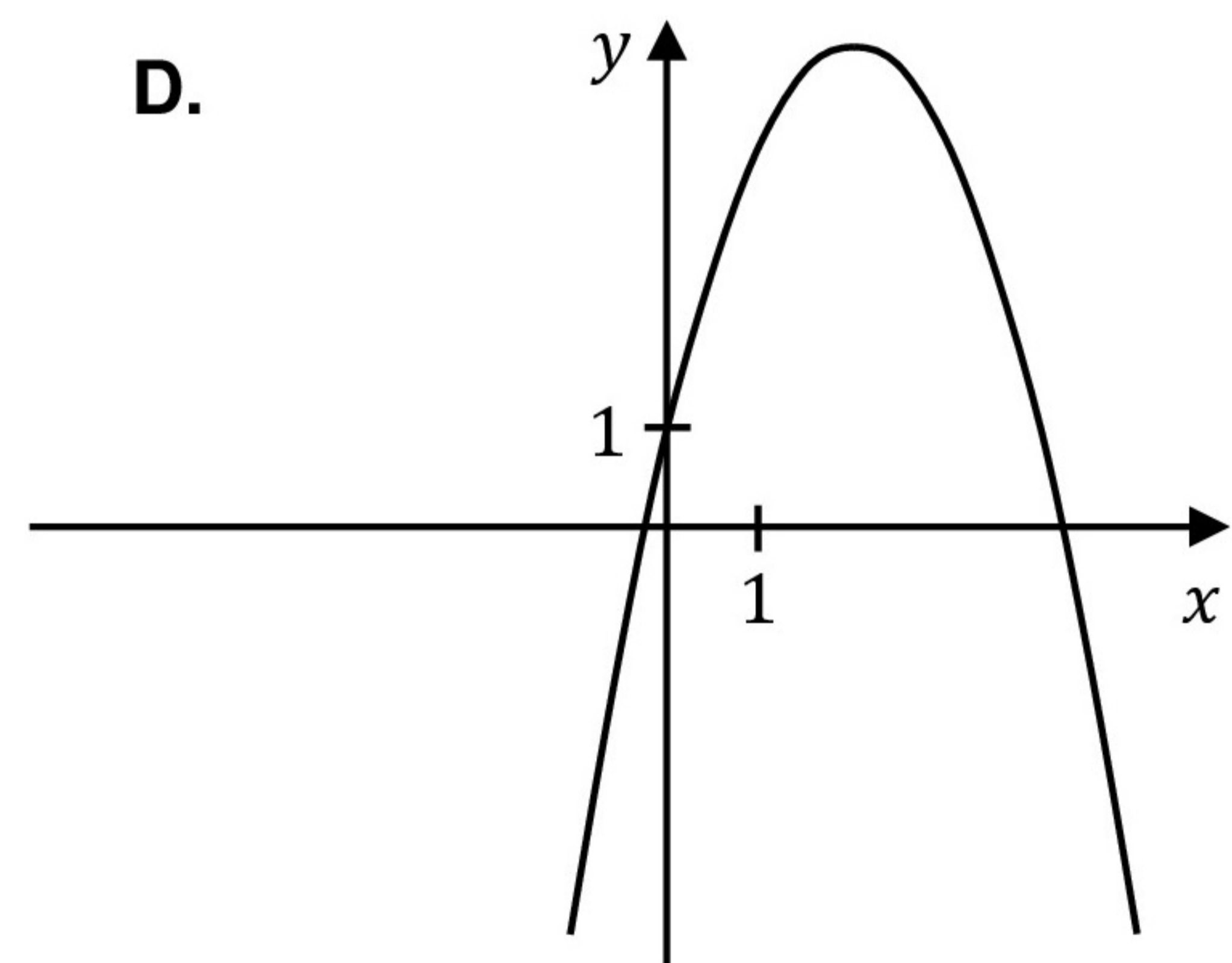
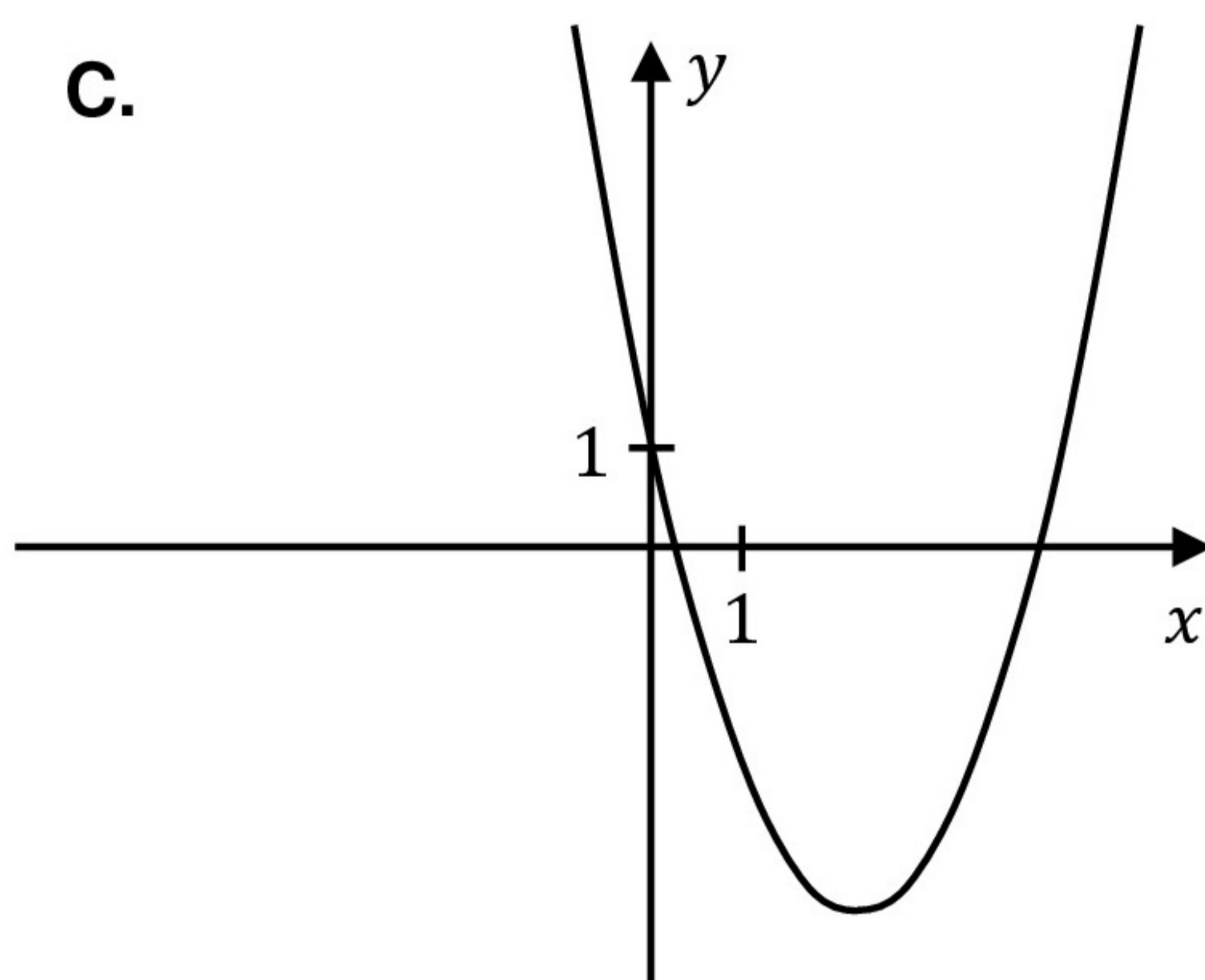
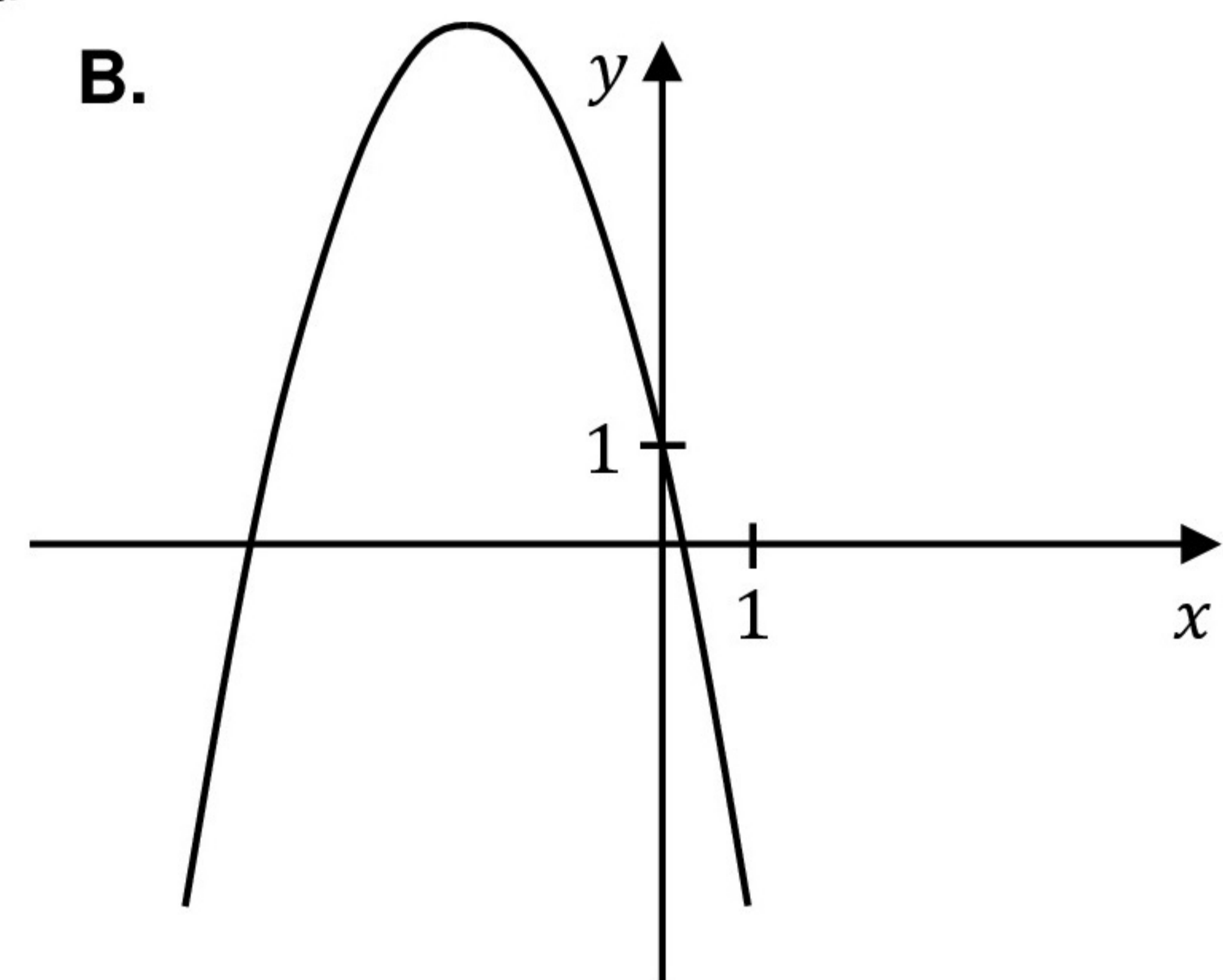
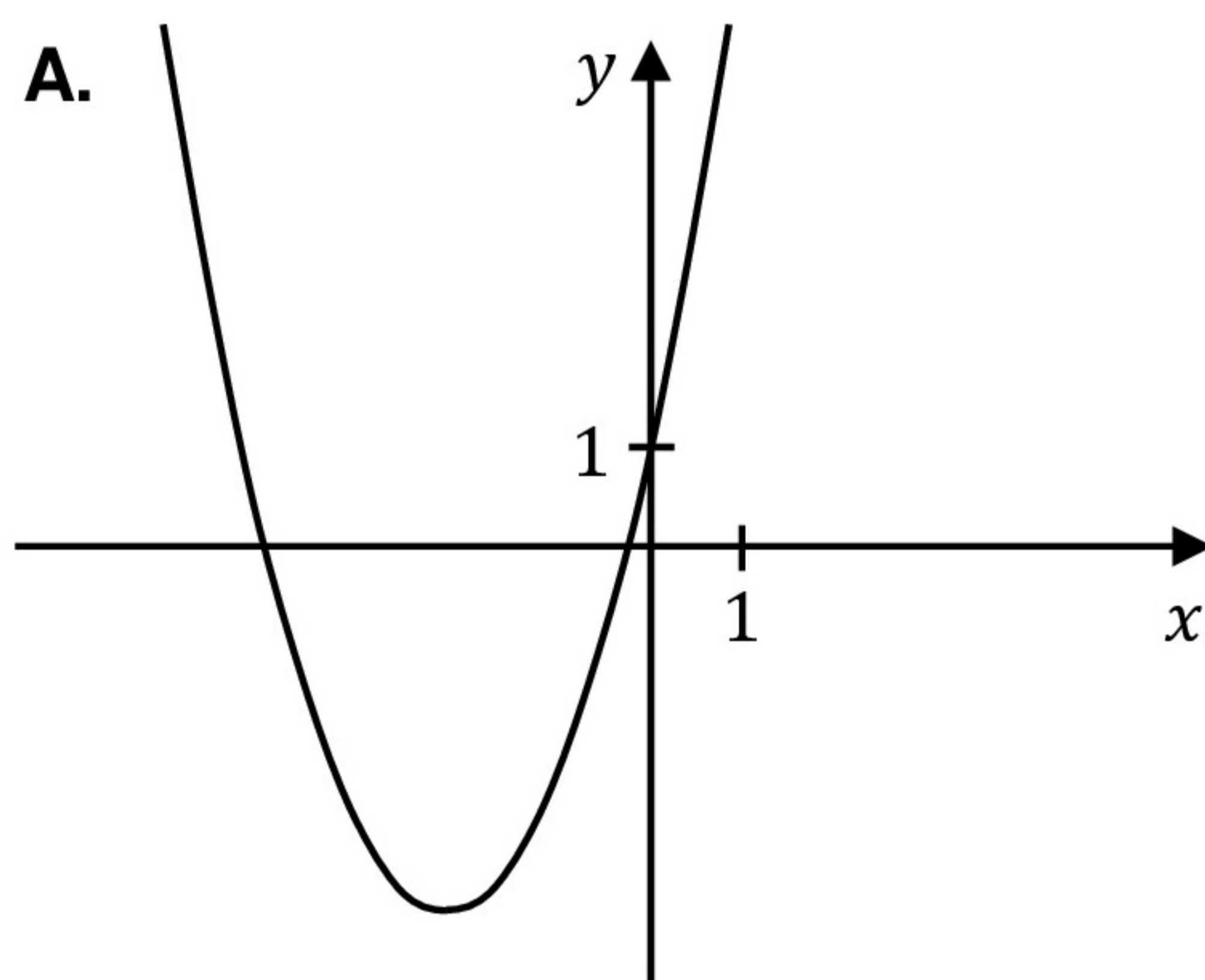
nie mają punktów wspólnych dla

- A. $m = -2$ B. $m = -1$ C. $m = 1$ D. $m = 2$

Zadanie 12. (0–1)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = ax^2 + bx + 1$, gdzie a oraz b są pewnymi liczbami rzeczywistymi, takimi, że $a < 0$ i $b > 0$. Na jednym z rysunków A–D przedstawiono fragment wykresu tej funkcji.

Fragment wykresu funkcji f przedstawiono na rysunku

**Zadanie 13. (0–1)**

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{n-2}{3}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Liczba wyrazów tego ciągu mniejszych od 10 jest równa

- A. 28 B. 31 C. 32 D. 27

Zadanie 14. (0–1)

Ciąg (a_n) , określony wzorem $a_n = -2^n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, jest

- A. ciągiem arytmetycznym o różnicy 2.
 B. ciągiem arytmetycznym o różnicy (-2) .
 C. ciągiem geometrycznym o ilorazie 2.
 D. ciągiem geometrycznym o ilorazie (-2) .

Zadanie 15. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $(1, 4, a + 5)$ jest arytmetyczny.

Liczba a jest równa

- A. 0 B. 7 C. 2 D. 11

Zadanie 16. (0–1)

Ciąg geometryczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. W tym ciągu $a_1 = 3,75$ oraz $a_2 = -7,5$.

Suma trzech początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa

- A. 11,25 B. $(-18,75)$ C. 15 D. (-15)

Zadanie 17. (0–1)

Dla każdego kąta ostrego α wyrażenie $\cos \alpha - \cos \alpha \cdot \sin^2 \alpha$ jest równe

- A. $\cos^3 \alpha$ B. $\sin^2 \alpha$ C. $1 - \sin^2 \alpha$ D. $\cos \alpha$

Zadanie 18. (0–1)

Cosinus kąta ostrego α jest równy $\frac{2}{3}$. Wtedy $\operatorname{tg} \alpha$ jest równy

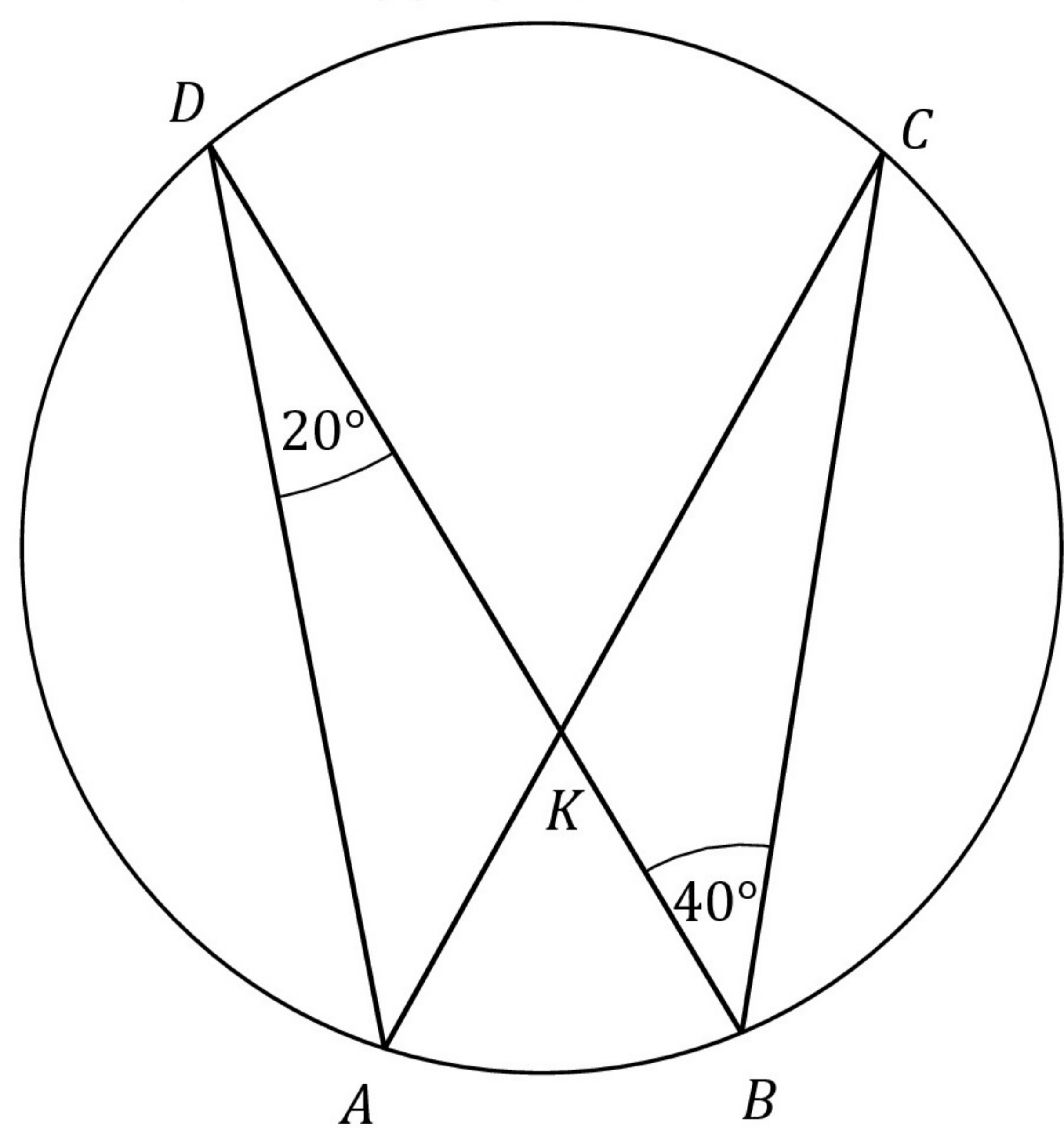
- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$

Zadanie 19. (0–1)

Na łukach AB i CD okręgu są oparte kąty wpisane ADB i DBC , takie że $|\sphericalangle ADB| = 20^\circ$ i $|\sphericalangle DBC| = 40^\circ$ (zobacz rysunek). Cięciwy AC i BD przecinają się w punkcie K .

Miara kąta DKC jest równa

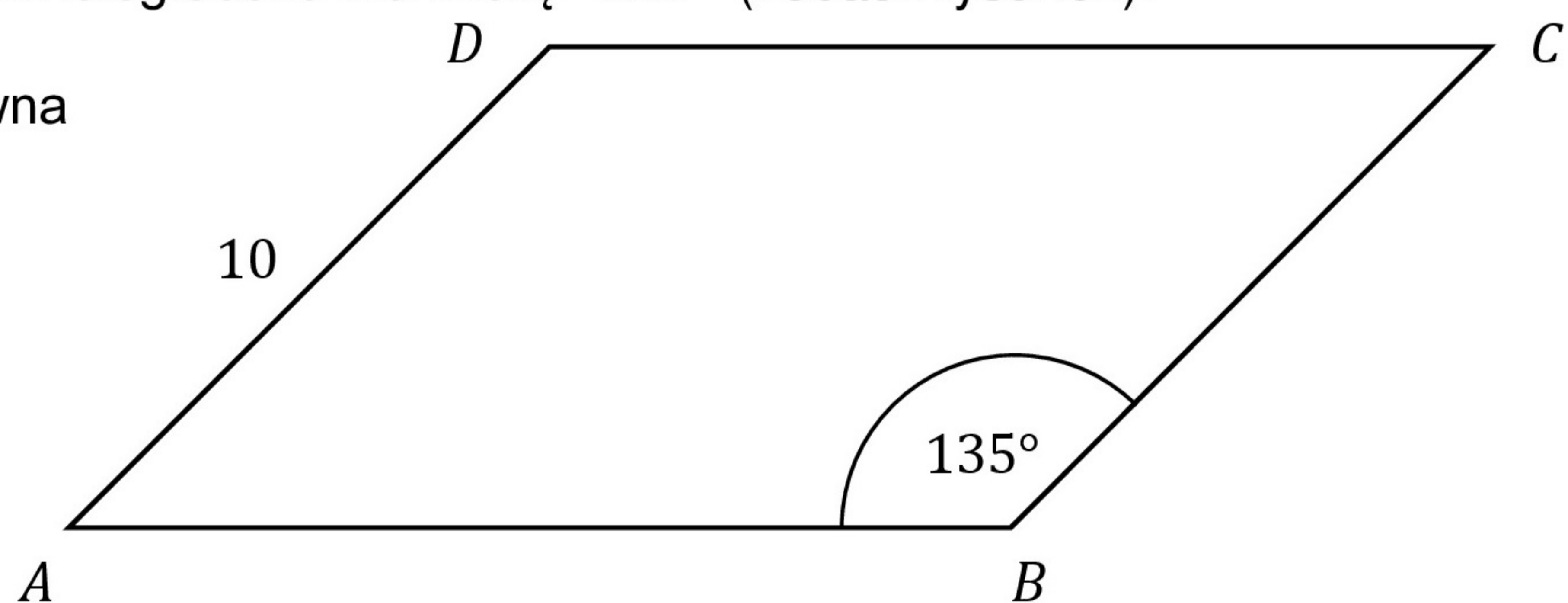
- A. 80° B. 60°
C. 50° D. 40°

**Zadanie 20. (0–1)**

Pole równoległoboku $ABCD$ jest równe $40\sqrt{6}$. Bok AD tego równoległoboku ma długość 10, a kąt ABC równoległoboku ma miarę 135° (zobacz rysunek).

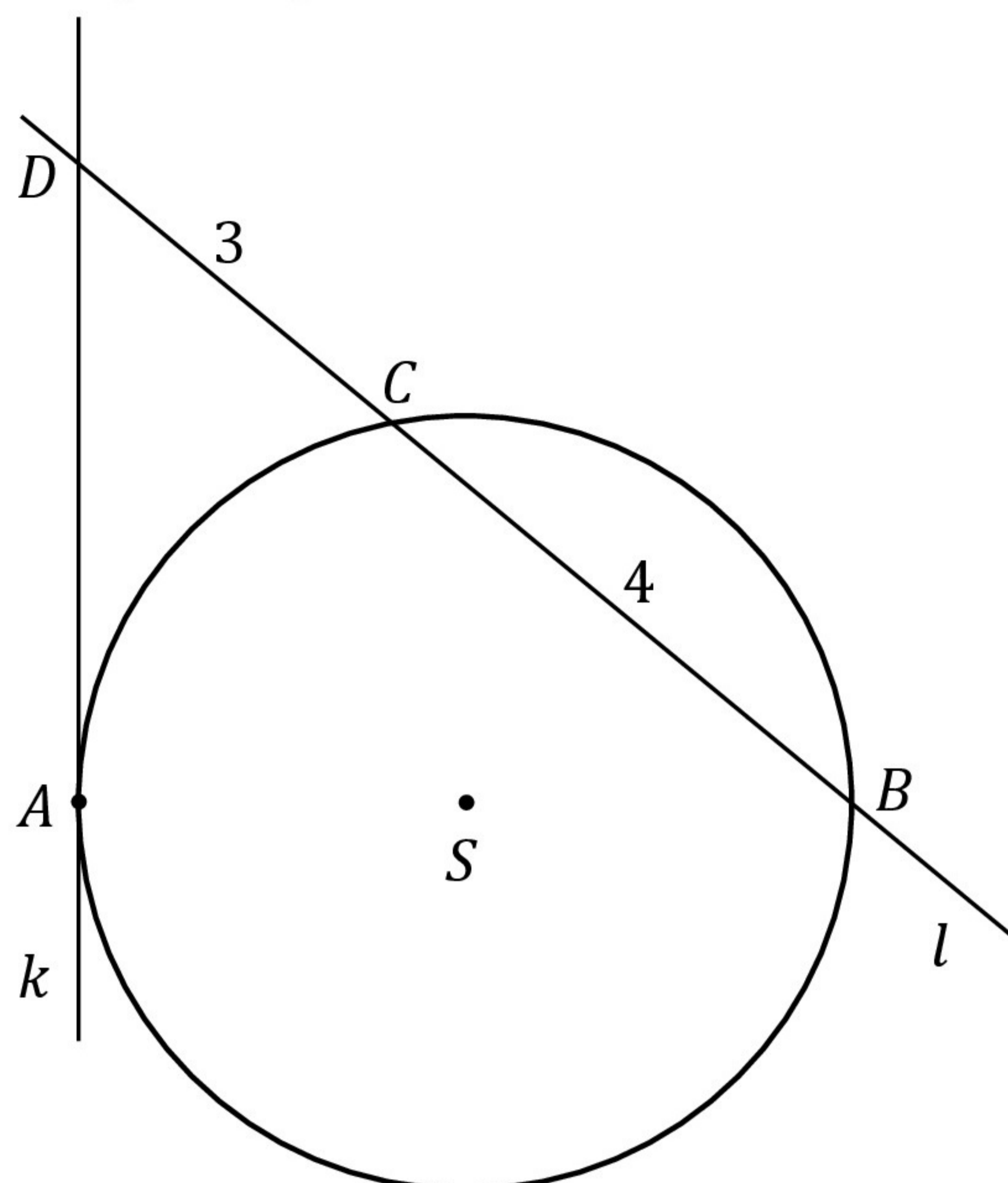
Długość boku AB jest równa

- A. $8\sqrt{3}$ B. $8\sqrt{2}$
C. $16\sqrt{2}$ D. $16\sqrt{3}$



Zadanie 21. (0–1)

Odcinek AB jest średnicą okręgu o środku S . Prosta k jest styczna do tego okręgu w punkcie A . Prosta l przecina ten okrąg w punktach B i C . Proste k i l przecinają się w punkcie D , przy czym $|BC| = 4$ i $|CD| = 3$ (zobacz rysunek).



Odległość punktu A od prostej l jest równa

- A. $\frac{7}{2}$ B. 5
C. $\sqrt{12}$ D. $\sqrt{3} + 2$

Zadanie 22. (0–1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = -x + 1$. Funkcja g jest liniowa. W prostokątnym układzie współrzędnych wykres funkcji g przechodzi przez punkt $P = (0, -1)$ i jest prostopadły do wykresu funkcji f .

Wzorem funkcji g jest

- A. $g(x) = x + 1$ B. $g(x) = -x - 1$
C. $g(x) = -x + 1$ D. $g(x) = x - 1$

Zadanie 23. (0–1)

Dane są punkty $A = (1, 7)$ oraz $P = (3, 1)$. Punkt P dzieli odcinek AB tak, że $|AP| : |PB| = 1 : 3$.

Punkt B ma współrzędne

- A. $(9, -5)$ B. $(9, -17)$ C. $(7, -11)$ D. $(5, -5)$

Zadanie 24. (0–1)

Punkty $A = (-1, 5)$ oraz $C = (3, -3)$ są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Pole kwadratu $ABCD$ jest równe

- A. $8\sqrt{10}$ B. $16\sqrt{5}$ C. 40 D. 80

Zadanie 25. (0–1)

Punkt $S' = (3, 7)$ jest obrazem punktu $S = (3a - 1, b + 7)$ w symetrii osiowej względem osi Ox układu współrzędnych, gdy

- A. $a = \frac{4}{3}$ oraz $b = 0$. C. $a = -\frac{2}{3}$ oraz $b = -14$.
B. $a = \frac{4}{3}$ oraz $b = -14$. D. $a = -\frac{2}{3}$ oraz $b = 0$.

Zadanie 26. (0–1)

Objętość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego o wysokości 8 jest równa $2\sqrt{3}$. Długość krawędzi podstawy tego ostrosłupa jest równa

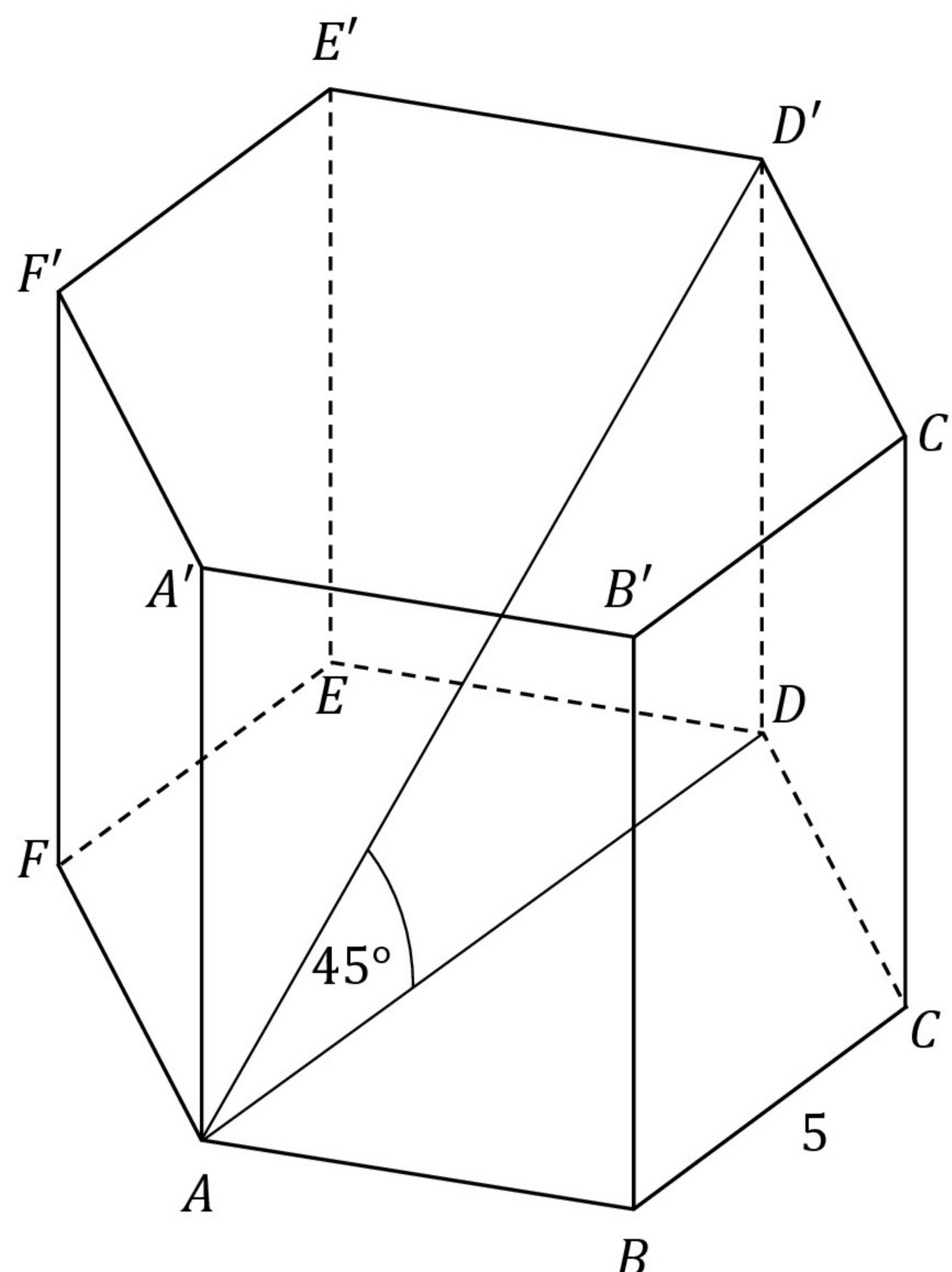
- A. 3 B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{3}$

Zadanie 27. (0–1)

Dany jest graniastosłup prawidłowy sześciokątny $ABCDEF A' B' C' D' E' F'$, w którym krawędź podstawy ma długość 5. Przekątna AD' tego graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 45° (zobacz rysunek).

Pole ściany bocznej tego graniastosłupa jest równe

- A. 12,5 B. 25
C. 50 D. 100

**Zadanie 28. (0–1)**

Średnia arytmetyczna zestawu pewnych stu liczb całkowitych dodatnich jest równa s . Każdą z liczb tego zestawu zwiększamy o 4, w wyniku czego otrzymujemy nowy zestaw stu liczb. Średnia arytmetyczna nowego zestawu stu liczb jest równa

- A. $s + 4$ B. $s + \frac{4}{100}$ C. $\frac{s + 4}{100}$ D. $4s$

Zadanie 29. (0–1)

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych o sumie cyfr równej 3 jest

- A. 8 B. 4 C. 5 D. 6

Zadanie 30. (0–2)

Rozwiąż nierówność

$$x(2x - 1) < 2x$$

Zadanie 31. (0–2)

Rozwiąż równanie

$$(2x^2 + 3x)(x^2 - 7) = 0$$

Zadanie 32. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej a i dla każdej liczby rzeczywistej b takiej, że $b \neq a$, prawdziwa jest nierówność

$$a^2 + 3b^2 + 4 > 2a + 6b$$

Zadanie 33. (0–2)

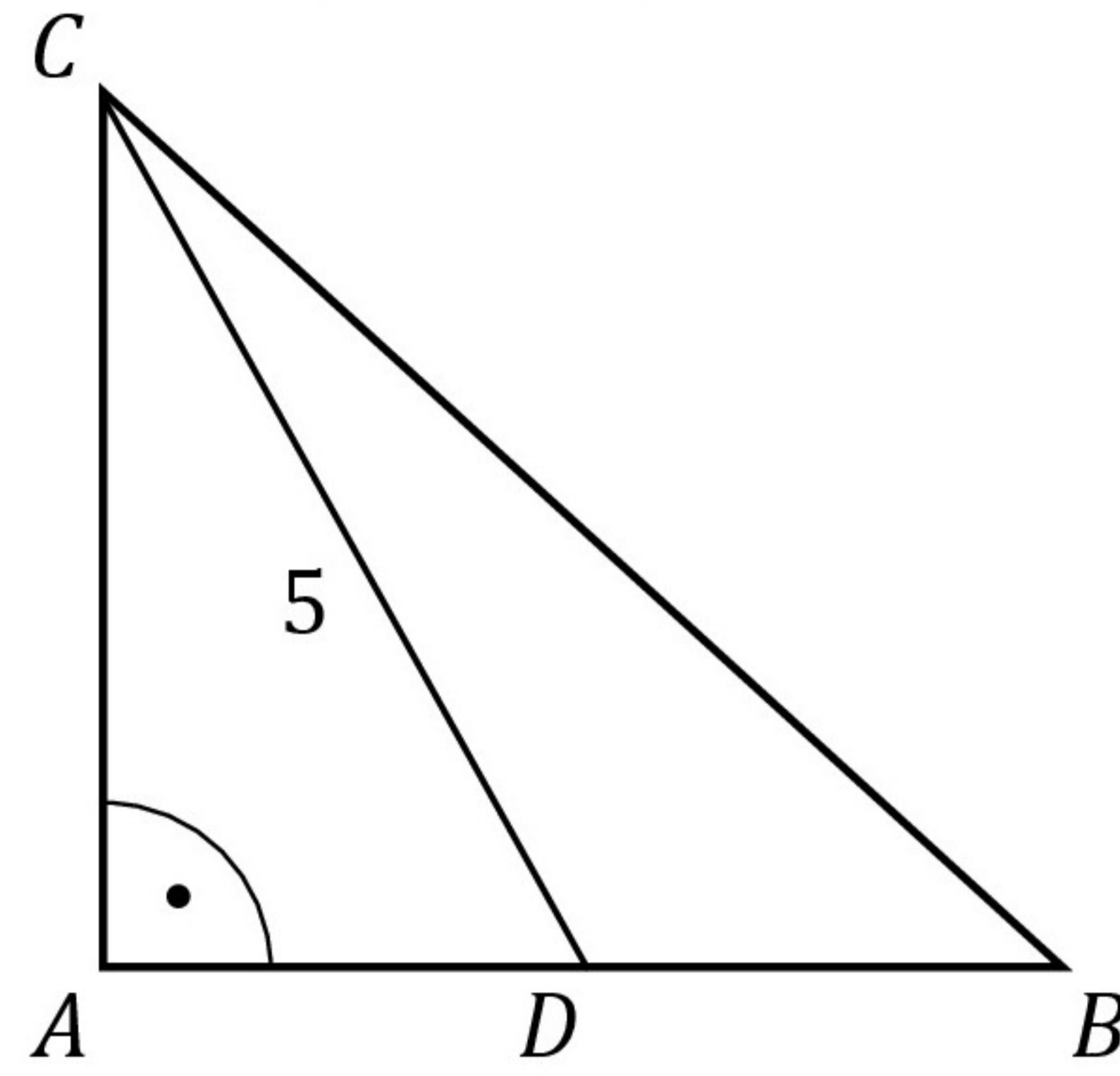
Wykresem funkcji kwadratowej f jest parabola o wierzchołku w punkcie $A = (0, 3)$. Punkt $B = (2, 0)$ leży na wykresie funkcji f .

Wyznacz wzór funkcji f .

Zadanie 34. (0–2)

W trójkącie prostokątnym równoramiennym ABC o przeciwprostokątnej BC punkt D jest środkiem ramienia AB . Odcinek CD ma długość 5 (zobacz rysunek).

Oblicz obwód trójkąta ABC .

**Zadanie 35. (0–2)**

Ze zbioru ośmiu kolejnych liczb naturalnych – od 1 do 8 – losujemy kolejno bez zwracania dwa razy po jednej liczbie.

Niech A oznacza zdarzenie polegające na tym, że suma wylosowanych liczb jest dzielnikiem liczby 8.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A .

Zadanie 36. (0–5)

W trapezie równoramiennym $ABCD$ podstawa CD ma długość 5. Punkt $F = (3, 11)$ jest środkiem odcinka CD . Prosta o równaniu $y = -\frac{4}{3}x + 15$ jest osią symetrii tego trapezu

oraz $B = \left(\frac{23}{2}, 8\right)$.

Oblicz współrzędne wierzchołka A oraz pole tego trapezu.