MATURA PODSTAWOWA POPRAWKOWA SIERPIEŃ 2022

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\frac{8^{-40}}{2^{10}}$ jest równa

A. 4^{-4} **B.** 4^{-50} **C.** 2^{-47} **D.** 2^{-130}

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\log_2 32 - \log_2 8$ jest równa

A. 2 **B.** 14 **C.** 16 **D.** 24

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $\left(5 - 2\sqrt{3}\right)^2$ jest równa

A. $25 + 4\sqrt{3}$ **B.** $25 - 4\sqrt{3}$ **C.** $37 + 20\sqrt{3}$ **D.** $37 - 20\sqrt{3}$

Zadanie 4. (0–1)

Cenę x (w złotych) pewnego towaru obniżono najpierw o 30%, a następnie obniżono o 20% w odniesieniu do ceny obowiązującej w danym momencie. Po obydwu tych obniżkach cena towaru jest równa

A. $0{,}36 \cdot x$ złotych. **B.** $0{,}44 \cdot x$ złotych.

C. $0{,}50 \cdot x$ złotych. **D.** $0{,}56 \cdot x$ złotych.

Zadanie 5. (0–1)

Jednym z rozwiązań równania $5(x+1) - x^2(x+1) = 0$ jest liczba

A. 1 **B.** (-1) **C.** 5 **D.** (-5)

Zadanie 6. (0–1)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $\frac{8x-3}{4} > 6x$ jest przedział

A. $\left(-\infty, -\frac{3}{4}\right)$ **B.** $\left(-\frac{3}{4}, +\infty\right)$ **C.** $\left(-\infty, -\frac{3}{16}\right)$ **D.** $\left(-\frac{3}{16}, +\infty\right)$

Zadanie 7. (0–1)

Suma wszystkich rozwiązań równania $(2x-1)(2x-2)(x+2) = 0$ jest równa

A. $\left(-\frac{7}{2}\right)$ **B.** $\left(-\frac{1}{2}\right)$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** 1

Zadanie 8. (0–1)

Punkt $A = (1, 2)$ należy do wykresu funkcji f, określonej wzorem $f(x) = (m^2 - 3)x^3 - m^2 + m + 1$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wtedy

A. $m = -4$ **B.** $m = -2$ **C.** $m = 0$ **D.** $m = 4$

Zadanie 9. (0–1)

Funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = (2m - 5)x + 22$ jest rosnąca dla

A. $m > \frac{2}{5}$ **B.** $m > 2{,}5$ **C.** $m > 0$ **D.** $m > 2$

Zadanie 10. (0–1)

Funkcja kwadratowa f określona wzorem $f(x) = x^2 + bx + c$ osiąga dla $x = 2$ wartość najmniejszą równą 4. Wtedy

A. $b = -4,\ c = 8$ **B.** $b = 4,\ c = -8$

C. $b = -4,\ c = -8$ **D.** $b = 4,\ c = 8$

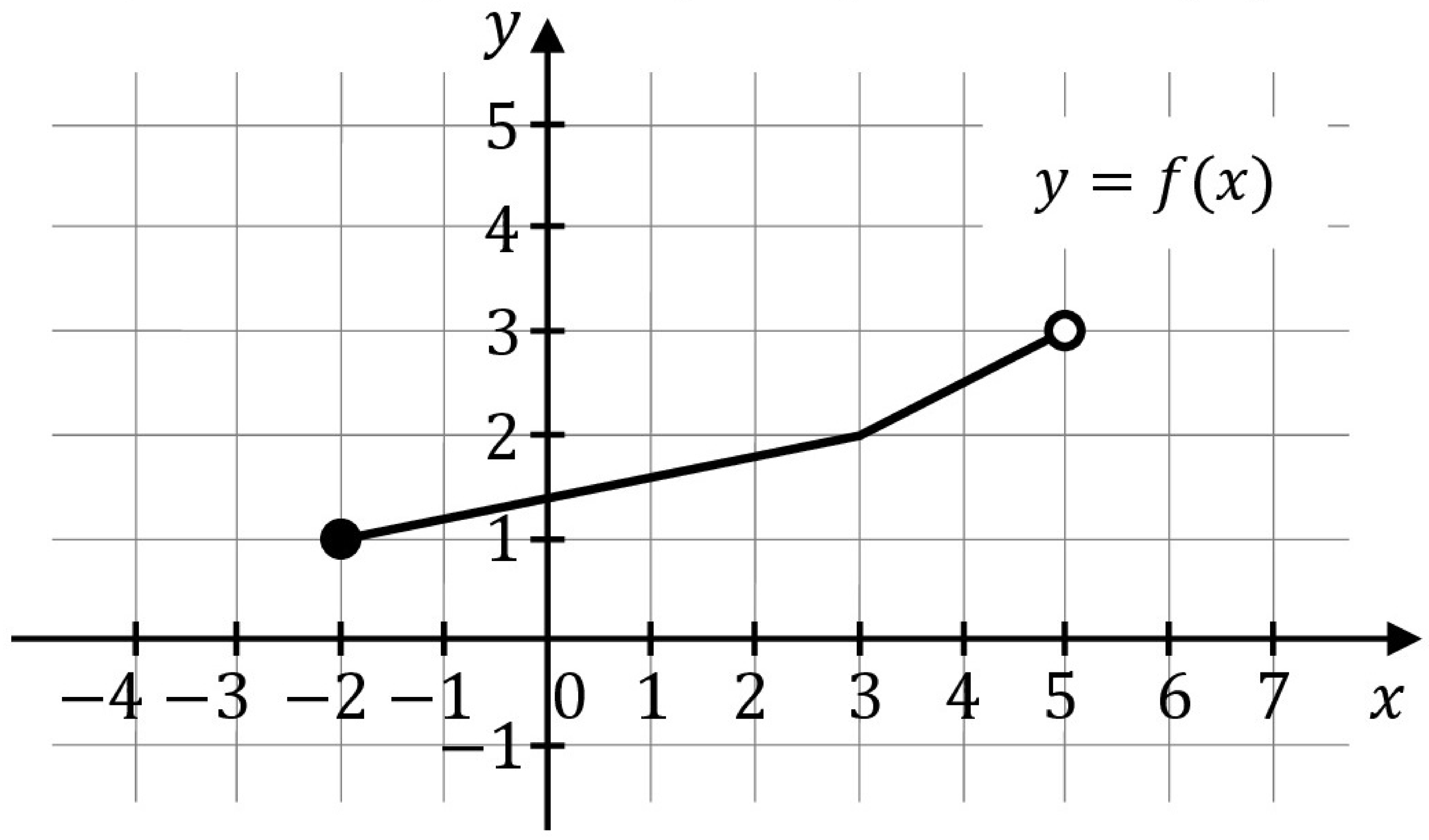
Zadanie 11. (0–1)

Dana jest funkcja kwadratowa f określona wzorem $f(x) = -2(x-2)(x+1)$. Funkcja f jest rosnąca w zbiorze

A. $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right\rangle$ **B.** $(-1, 2)$ **C.** $\left(0, \frac{5}{2}\right)$ **D.** $\left\langle\frac{5}{2}, +\infty\right)$

Zadanie 12. (0–1)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f określonej na zbiorze $\langle -2, 5)$.
Funkcja g jest określona za pomocą funkcji f następująco: $g(x) = f(x-1)$. Wykres funkcji g można otrzymać poprzez odpowiednie przesunięcie wykresu funkcji f. Dziedziną funkcji g jest zbiór



A. $\langle 0, 2)$

B. $\langle -1, 6)$

C. $\langle -3, 4)$

D. $\langle 1, 3)$

Zadanie 13. (0–1)

Dane są ciągi $a_n = 3n$ oraz $b_n = 4n - 2$, określone dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.
Liczba 10

A. jest wyrazem ciągu (a_n) i jest wyrazem ciągu (b_n).

B. jest wyrazem ciągu (a_n) i <u>nie jest</u> wyrazem ciągu (b_n).

C. <u>nie jest</u> wyrazem ciągu (a_n) i jest wyrazem ciągu (b_n).

D. <u>nie jest</u> wyrazem ciągu (a_n) i <u>nie jest</u> wyrazem ciągu (b_n).

Zadanie 14. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Drugi wyraz tego ciągu oraz iloraz ciągu (a_n) są równe 2. Suma pięciu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa

A. 1 **B.** 11 **C.** 21 **D.** 31

Zadanie 15. (0–1)

W ciągu dwóch godzin trzy jednakowe maszyny produkują razem 1200 guzików. Ile guzików wyprodukuje pięć takich maszyn w ciągu jednej godziny? Przyjmij, że maszyny pracują z taką samą, stałą wydajnością.

A. 800 **B.** 900 **C.** 1000 **D.** 1500

Zadanie 16. (0–1)

Przyprostokątna AC trójkąta prostokątnego ABC ma długość 6, a przeciwprostokątna AB ma długość $3\sqrt{5}$. Wtedy tangens kąta ostrego CAB tego trójkąta jest równy

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** 2

Zadanie 17. (0–1)

<u>Nie istnieje</u> kąt ostry α taki, że

A. $\sin\alpha = \frac{1}{3}$ i $\cos\alpha = \frac{2}{3}$

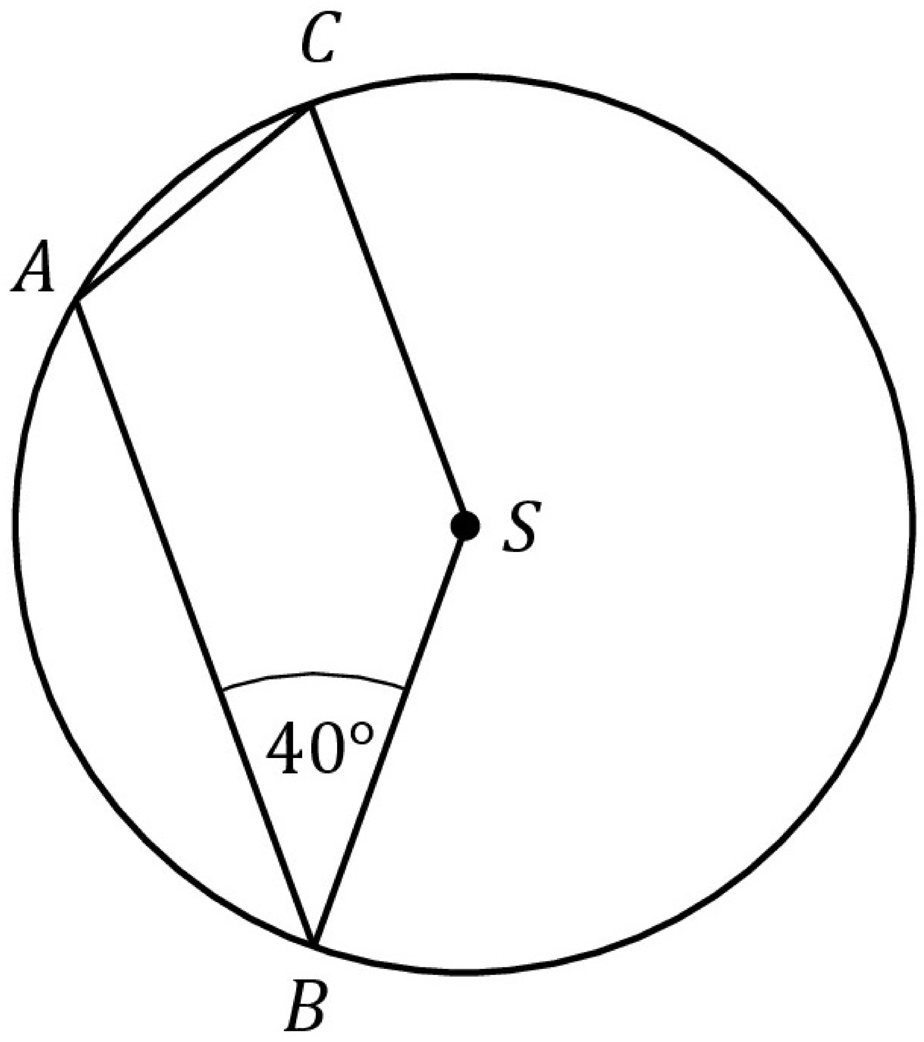
B. $\sin\alpha = \frac{5}{13}$ i $\cos\alpha = \frac{12}{13}$

C. $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ i $\cos\alpha = \frac{4}{5}$

D. $\sin\alpha = \frac{9}{15}$ i $\cos\alpha = \frac{12}{15}$

Zadanie 18. (0–1)

Wierzchołki A, B, C czworokąta $ABSC$ leżą na okręgu o środku S. Kąt ABS ma miarę $40°$ (zobacz rysunek), a przekątna BC jest dwusieczną tego kąta.



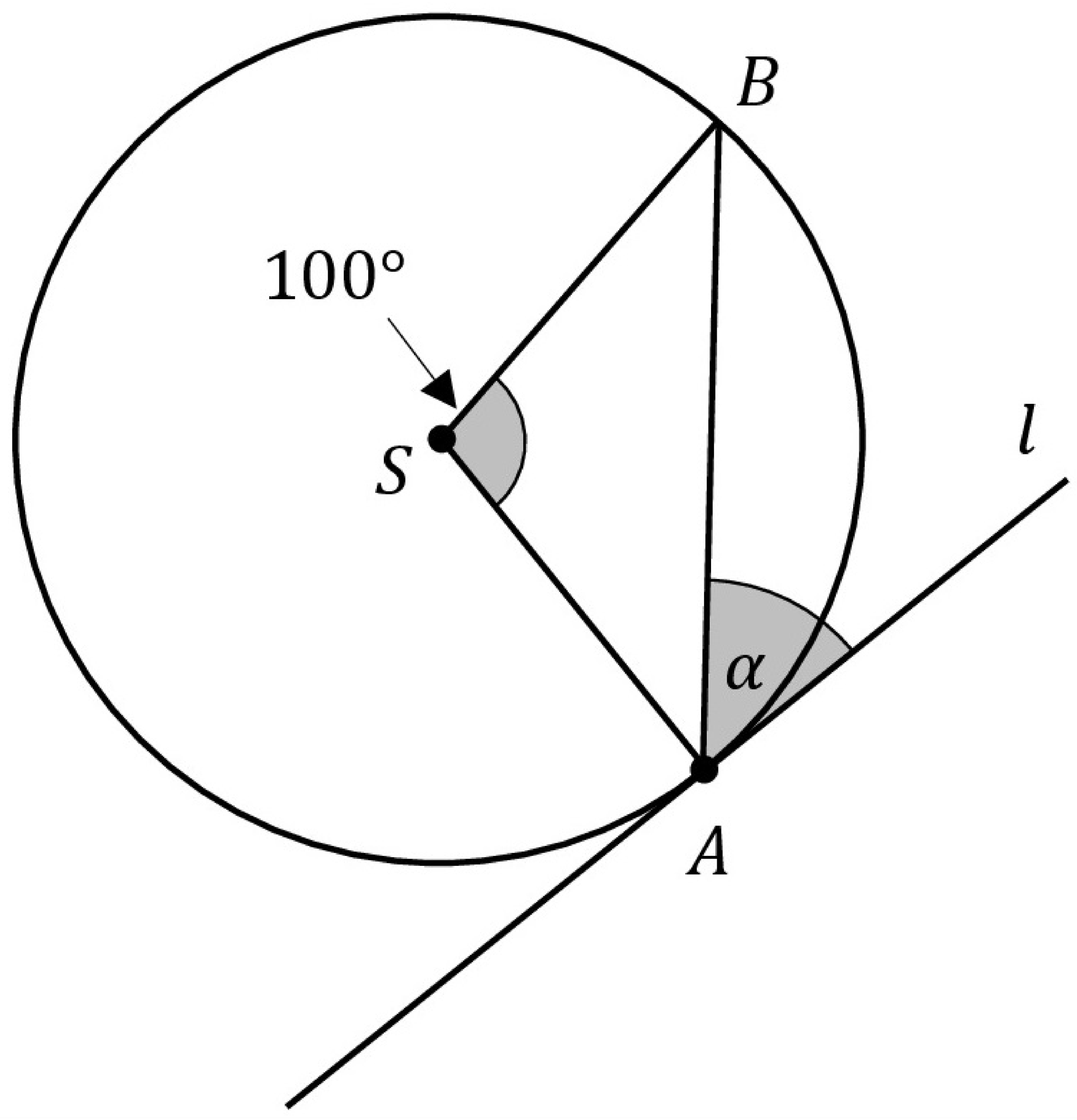
Miara kąta ASC jest równa

A. $30°$ **B.** $40°$

C. $50°$ **D.** $60°$

Zadanie 19. (0–1)

Punkty A oraz B leżą na okręgu o środku S. Kąt środkowy ASB ma miarę $100°$. Prosta l jest styczna do tego okręgu w punkcie A i tworzy z cięciwą AB okręgu kąt o mierze α (zobacz rysunek).



Wtedy

A. $\alpha = 40°$ **B.** $\alpha = 45°$

C. $\alpha = 50°$ **D.** $\alpha = 60°$

Zadanie 20. (0–1)

Pole prostokąta jest równe 16, a przekątne tego prostokąta przecinają się pod kątem ostrym α, takim, że $\sin\alpha = 0{,}2$. Długość przekątnej tego prostokąta jest równa

A. $4\sqrt{5}$ **B.** $4\sqrt{10}$ **C.** 80 **D.** 160

Zadanie 21. (0–1)

Proste o równaniach $y = \frac{2}{3}x - 3$ oraz $y = (2m-1)x + 1$ są prostopadłe, gdy

A. $m = -\frac{5}{4}$ **B.** $m = -\frac{1}{4}$ **C.** $m = \frac{5}{6}$ **D.** $m = \frac{5}{4}$

Zadanie 22. (0–1)

Punkty $A = (1, -3)$ oraz $C = (-2, 4)$ są końcami przekątnej AC rombu $ABCD$. Środek przekątnej BD tego rombu ma współrzędne

A. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ **B.** $\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ **C.** $(-1, 2)$ **D.** $(-1, 1)$

Zadanie 23. (0–1)

Punkty $A = (-6, 5), B = (5, 7), C = (10, -3)$ są wierzchołkami równoległoboku $ABCD$. Długość przekątnej BD tego równoległoboku jest równa

A. $3\sqrt{5}$ **B.** $4\sqrt{5}$ **C.** $6\sqrt{5}$ **D.** $8\sqrt{5}$

Zadanie 24. (0–1)

Obrazem prostej o równaniu $y = 2x + 5$ w symetrii osiowej względem osi Ox jest prosta o równaniu

A. $y = 2x - 5$ **B.** $y = -2x - 5$

C. $y = -2x + 5$ **D.** $y = 2x + 5$

Zadanie 25. (0–1)

W graniastosłupie prawidłowym stosunek liczby wszystkich krawędzi do liczby wszystkich ścian jest równy $7:3$. Podstawą tego graniastosłupa jest

A. trójkąt. **B.** pięciokąt. **C.** siedmiokąt. **D.** ośmiokąt.

Zadanie 26. (0–1)

Średnia arytmetyczna zestawu liczb a, b, c, d jest równa 20. Wtedy średnia arytmetyczna zestawu liczb $a-10, b+30, c, d$ jest równa

A. 10 **B.** 20 **C.** 25 **D.** 30

Zadanie 27. (0–1)

Wszystkich trzycyfrowych liczb naturalnych większych od 300 o wszystkich cyfrach parzystych jest

A. $6\cdot 10\cdot 10$ **B.** $3\cdot 10\cdot 10$ **C.** $6\cdot 5\cdot 5$ **D.** $3\cdot 5\cdot 5$

Zadanie 28. (0–1)

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego do sześciu. Niech p oznacza prawdopodobieństwo otrzymania w drugim rzucie liczby oczek podzielnej przez 3. Wtedy

A. $p=\frac{1}{18}$ **B.** $p=\frac{1}{6}$ **C.** $p=\frac{1}{3}$ **D.** $p=\frac{2}{3}$

Zadanie 29. (0–2)

Rozwiąż nierówność $$3x^2-8x>3$$

Zadanie 30. (0–2)

Trójwyrazowy ciąg $(x, y-4, y)$ jest arytmetyczny. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 6. Oblicz wszystkie wyrazy tego ciągu.

Zadanie 31. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej a różnej od 0 i każdej liczby rzeczywistej b różnej od 0 spełniona jest nierówność $$2a^2-4ab+5b^2>0$$

Zadanie 32. (0–2)

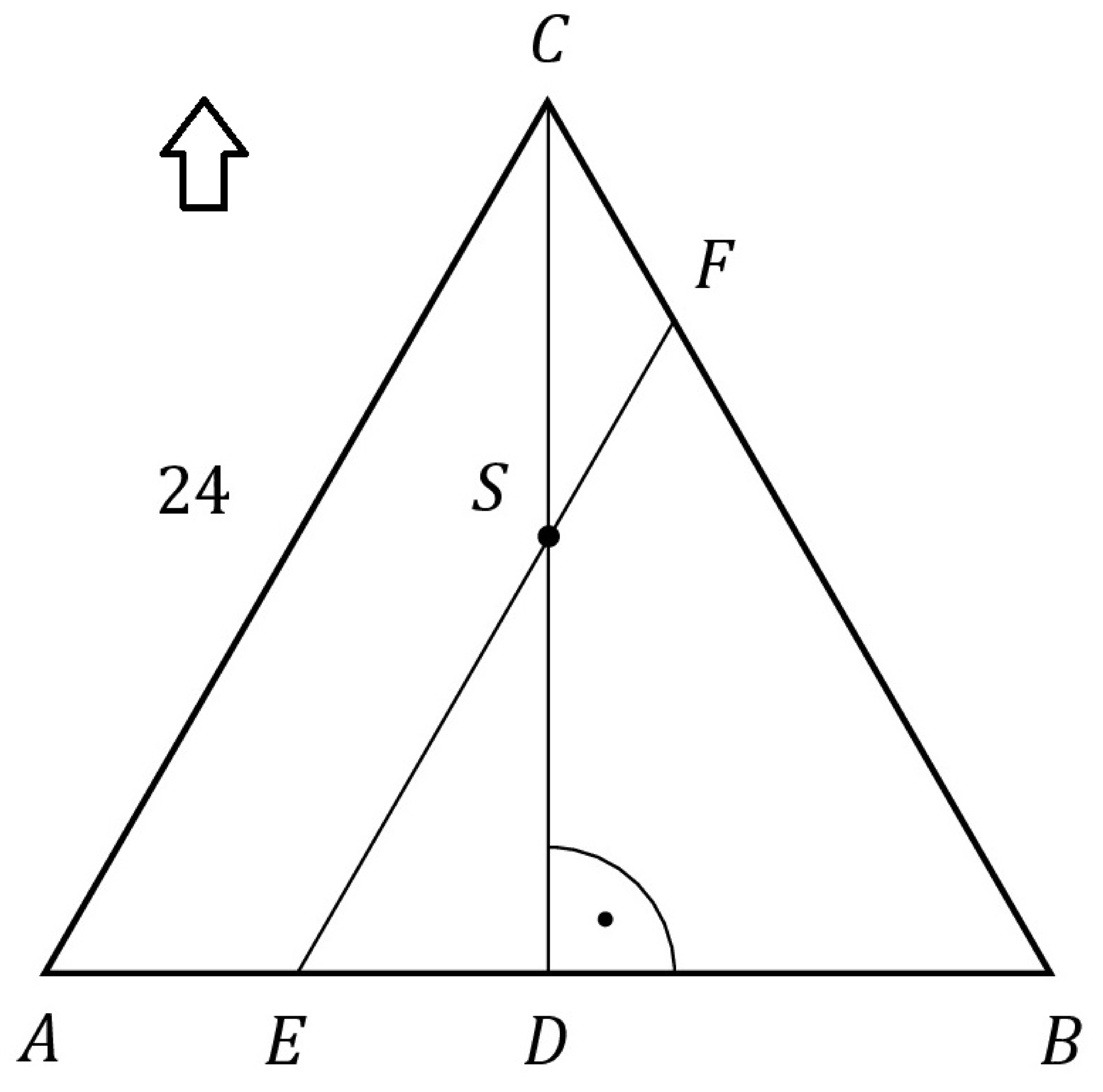
Rozwiąż równanie $$\frac{4}{x+2}=x-1$$

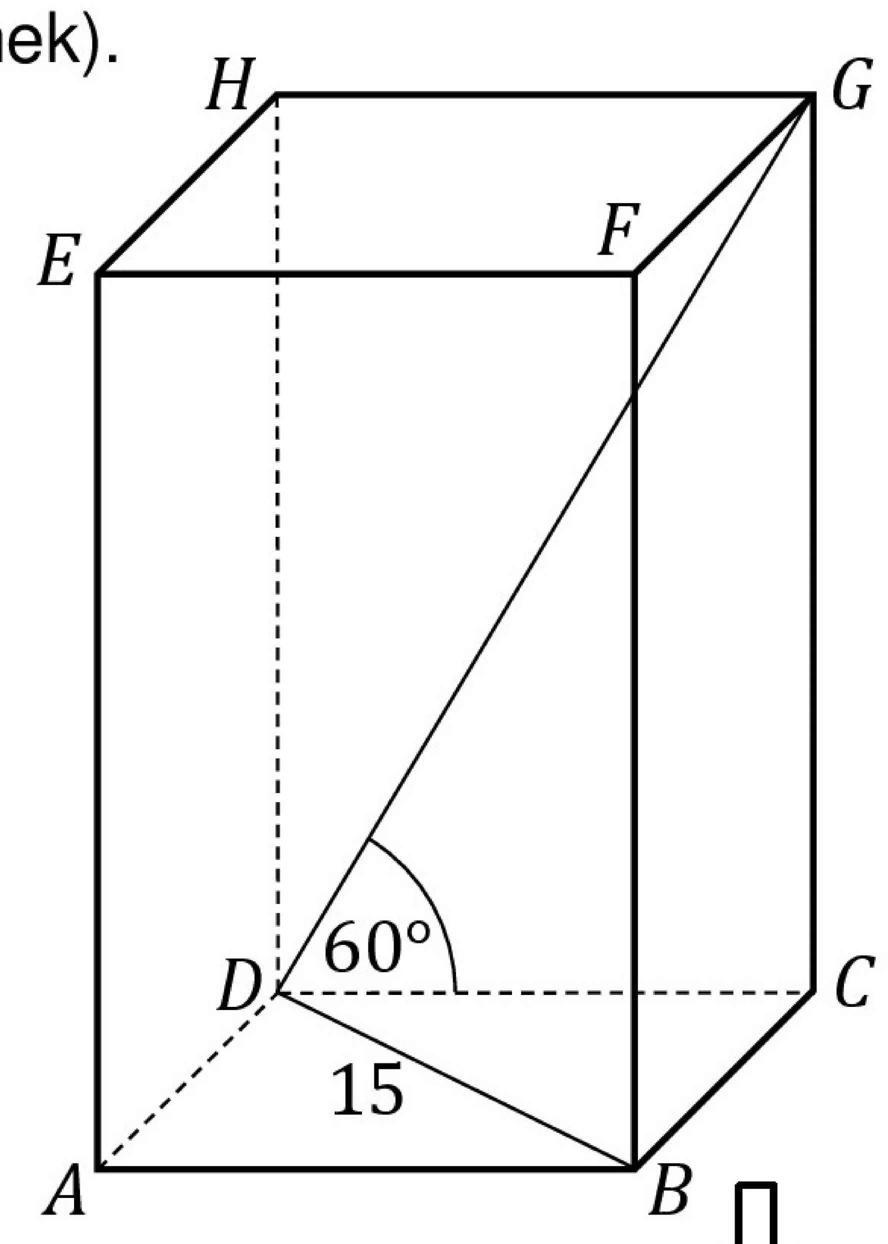
Zadanie 34. (0–2)

Ze zbioru pięciu liczb $\{-5,-4,1,2,3\}$ losujemy kolejno ze zwracaniem dwa razy po jednej liczbie. Zdarzenie A polega na wylosowaniu dwóch liczb, których iloczyn jest ujemny.
Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A.

Zadanie 33. (0–2)

Dany jest trójkąt równoboczny ABC o boku długości 24. Punkt E leży na boku AB, a punkt F – na boku BC tego trójkąta. Odcinek EF jest równoległy do boku AC i przechodzi przez środek S wysokości CD trójkąta ABC (zobacz rysunek).
Oblicz długość odcinka EF.





Zadanie 35. (0–5)

Dany jest graniastosłup prosty $ABCDEFGH$, którego podstawą jest prostokąt $ABCD$. W tym graniastosłupie $|BD|=15$, a ponadto $|CD|=3+|BC|$ oraz $|\sphericalangle CDG|=60^\circ$ (zobacz rysunek).
Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej tego graniastosłupa.