MATURA PODSTAWOWA MAJ 2022

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\left(2\sqrt{8}-3\sqrt{2}\right)^2$ jest równa

A. 2 **B.** 1 **C.** 26 **D.** 14

Zadanie 2. (0–1)

Dodatnie liczby x i y spełniają warunek $2x = 3y$. Wynika stąd, że wartość wyrażenia $\frac{x^2+y^2}{x\cdot y}$ jest równa

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{13}{6}$ **C.** $\frac{6}{13}$ **D.** $\frac{3}{2}$

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $4\log_4 2 + 2\log_4 8$ jest równa

A. $6\log_4 10$ **B.** 16 **C.** 5 **D.** $6\log_4 16$

Zadanie 4. (0–1)

Cena działki po kolejnych dwóch obniżkach, za każdym razem o 10% w odniesieniu do ceny obowiązującej w danym momencie, jest równa $78\,732$ zł. Cena tej działki przed obiema obniżkami była, w zaokrągleniu do 1 zł, równa

A. $98\,732$ zł **B.** $97\,200$ zł **C.** $95\,266$ zł **D.** $94\,478$ zł

Zadanie 5. (0–1)

Liczba $3^{2+\frac{1}{4}}$ jest równa

A. $3^2\cdot\sqrt[4]{3}$ **B.** $\sqrt[4]{3^3}$ **C.** $3^2+\sqrt[4]{3}$ **D.** $3^2+\sqrt{3^4}$

Zadanie 6. (0–1)

Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases}11x-11y=1\\22x+22y=-1\end{cases}$ jest para liczb: $x=x_0$, $y=y_0$. Wtedy

A. $x_0>0$ i $y_0>0$ **B.** $x_0>0$ i $y_0<0$

C. $x_0<0$ i $y_0>0$ **D.** $x_0<0$ i $y_0<0$

Zadanie 7. (0–1)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $\frac{2}{5}-\frac{x}{3}>\frac{x}{5}$ jest przedział

A. $(-\infty,0)$ **B.** $(0,+\infty)$ **C.** $\left(-\infty,\frac{3}{4}\right)$ **D.** $\left(\frac{3}{4},+\infty\right)$

Zadanie 8. (0–1)

Iloczyn wszystkich rozwiązań równania $2x(x^2-9)(x+1)=0$ jest równy

A. (-3) **B.** 3 **C.** 0 **D.** 9

Zadanie 9. (0–1)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f.

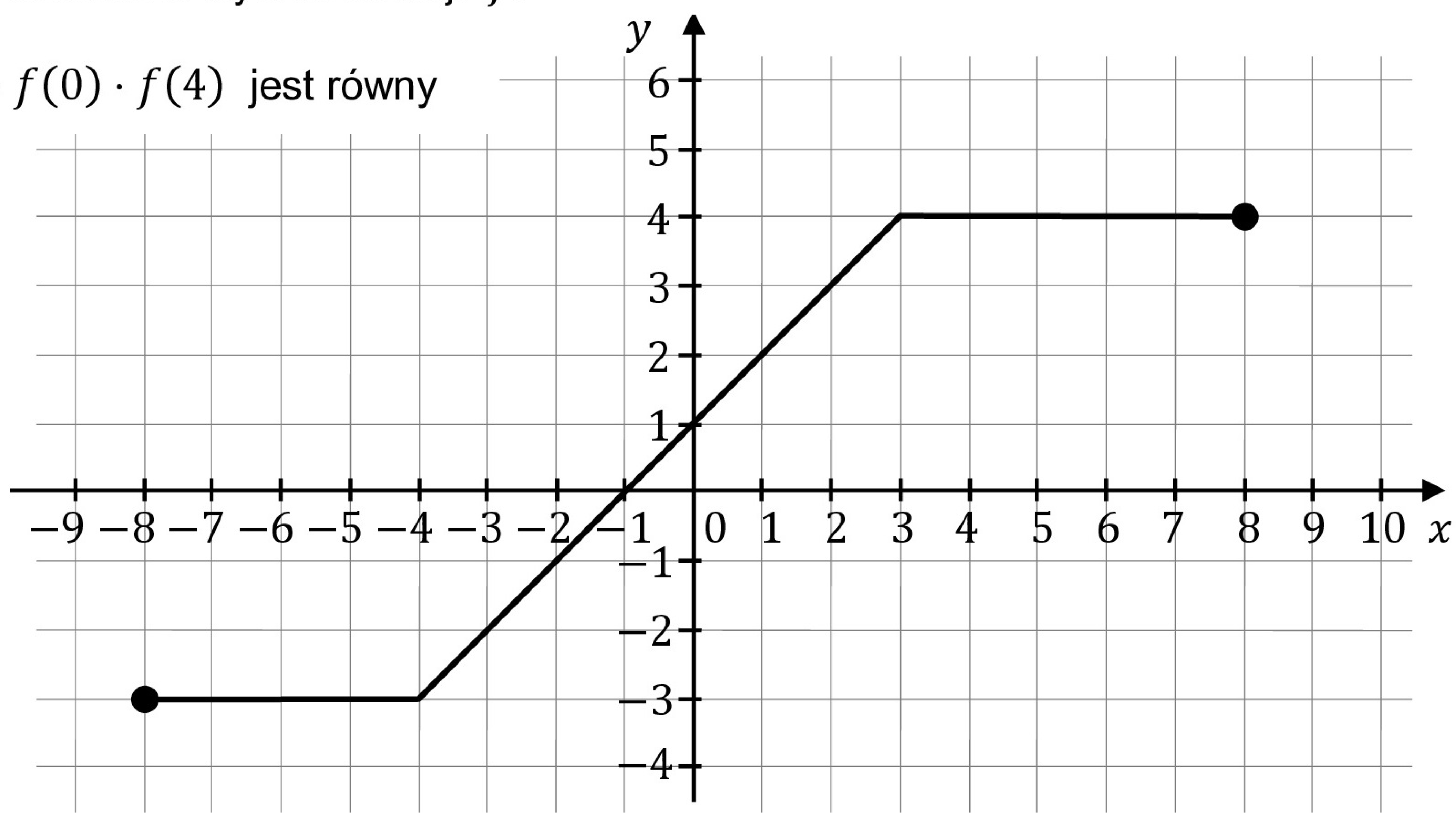
Iloczyn $f(-3)\cdot f(0)\cdot f(4)$ jest równy

A. (-12)

B. (-8)

C. 0

D. 16

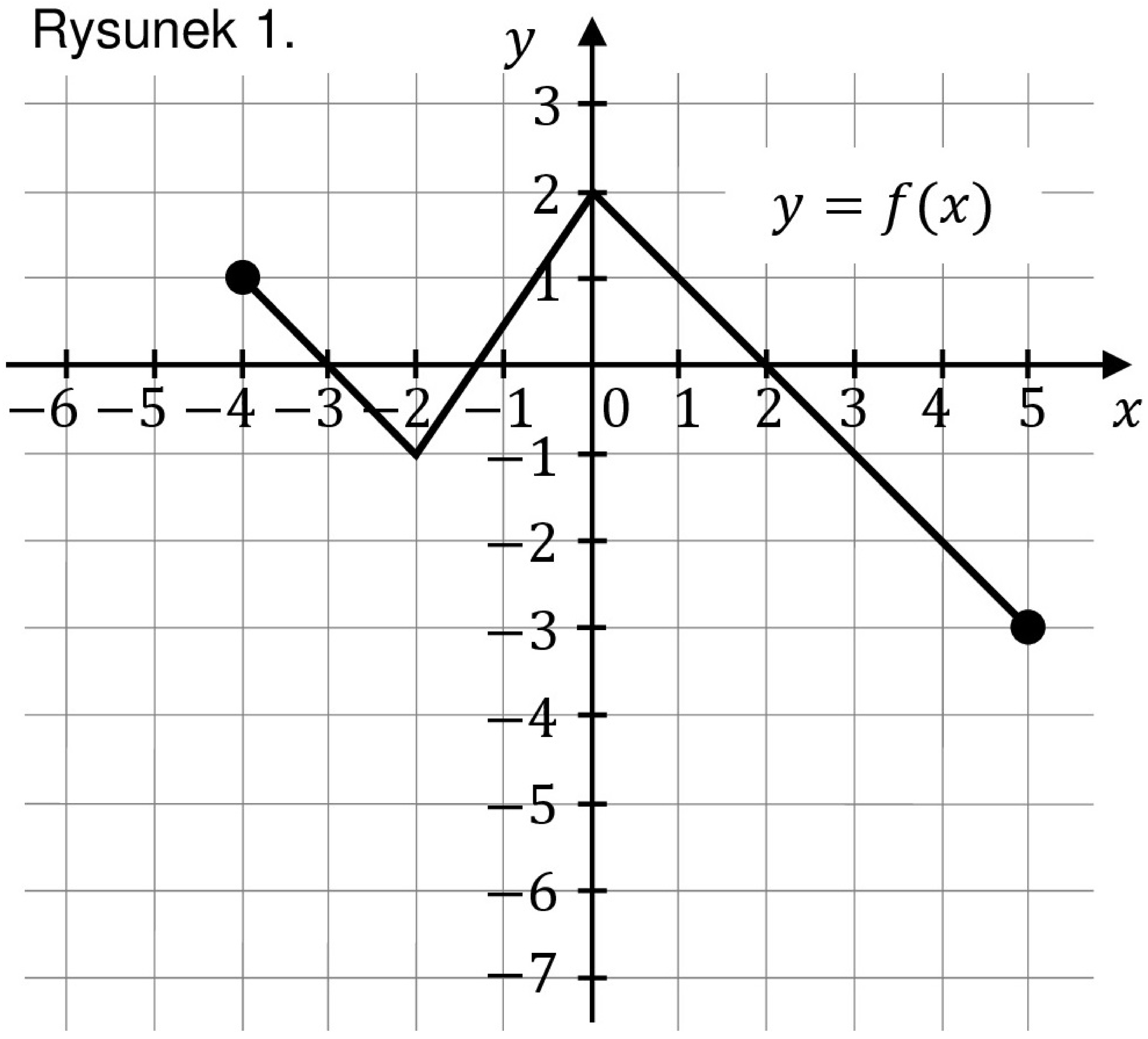


Zadanie 10. (0–1)

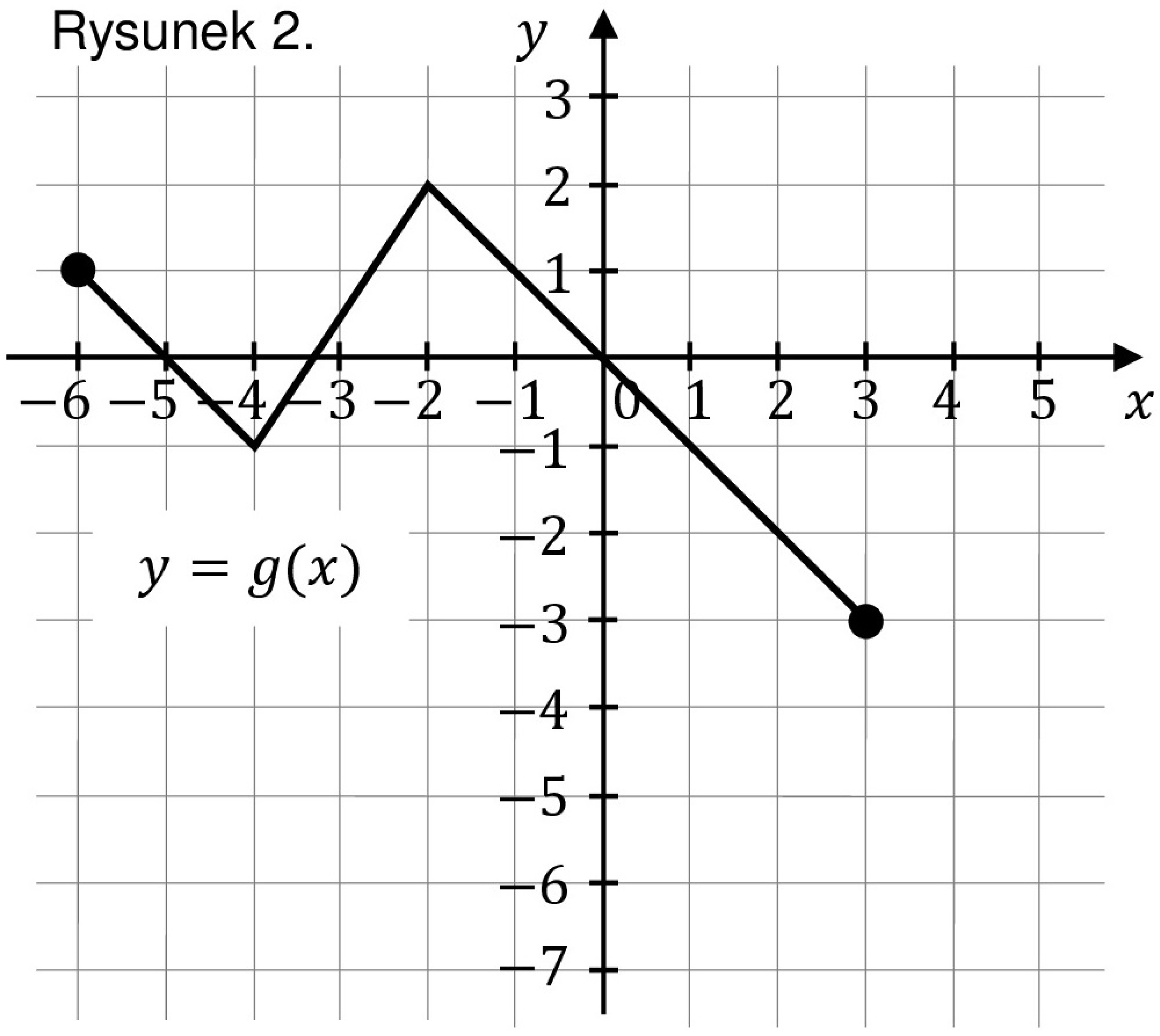
Na rysunku 1. przedstawiono wykres funkcji f określonej na zbiorze $\langle -4, 5\rangle$.

Funkcję g określono za pomocą funkcji f. Wykres funkcji g przedstawiono na rysunku 2.

Rysunek 1.



Rysunek 2.



Wynika stąd, że

A. $g(x) = f(x) - 2$ **B.** $g(x) = f(x-2)$ **C.** $g(x) = f(x) + 2$ **D.** $g(x) = f(x+2)$

Zadanie 11. (0–1)

Miejscem zerowym funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x) = -\frac{1}{3}(x+3) + 5$ jest liczba

A. (-3) **B.** $\frac{9}{2}$ **C.** 5 **D.** 12

Zadanie 12. (0–1)

Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = 3x^2 + bx + c$ jest parabola o wierzchołku w punkcie $W = (-3, 2)$. Wzór tej funkcji w postaci kanonicznej to

A. $f(x) = 3(x-3)^2 + 2$ **B.** $f(x) = 3(x+3)^2 + 2$

C. $f(x) = (x-3)^2 + 2$ **D.** $f(x) = (x+3)^2 + 2$

Zadanie 13. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{2n^2 - 30n}{n}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wtedy a_7 jest równy

A. (-196) **B.** (-32) **C.** (-26) **D.** (-16)

Zadanie 14. (0–1)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, $a_5 = -31$ oraz $a_{10} = -66$. Różnica tego ciągu jest równa

A. (-7) **B.** $(-19{,}4)$ **C.** 7 **D.** $19{,}4$

Zadanie 15. (0–1)

Wszystkie wyrazy nieskończonego ciągu geometrycznego (a_n), określonego dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, są <u>dodatnie</u> i $9a_5 = 4a_3$. Wtedy iloraz tego ciągu jest równy

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{2}{9}$ **D.** $\frac{9}{2}$

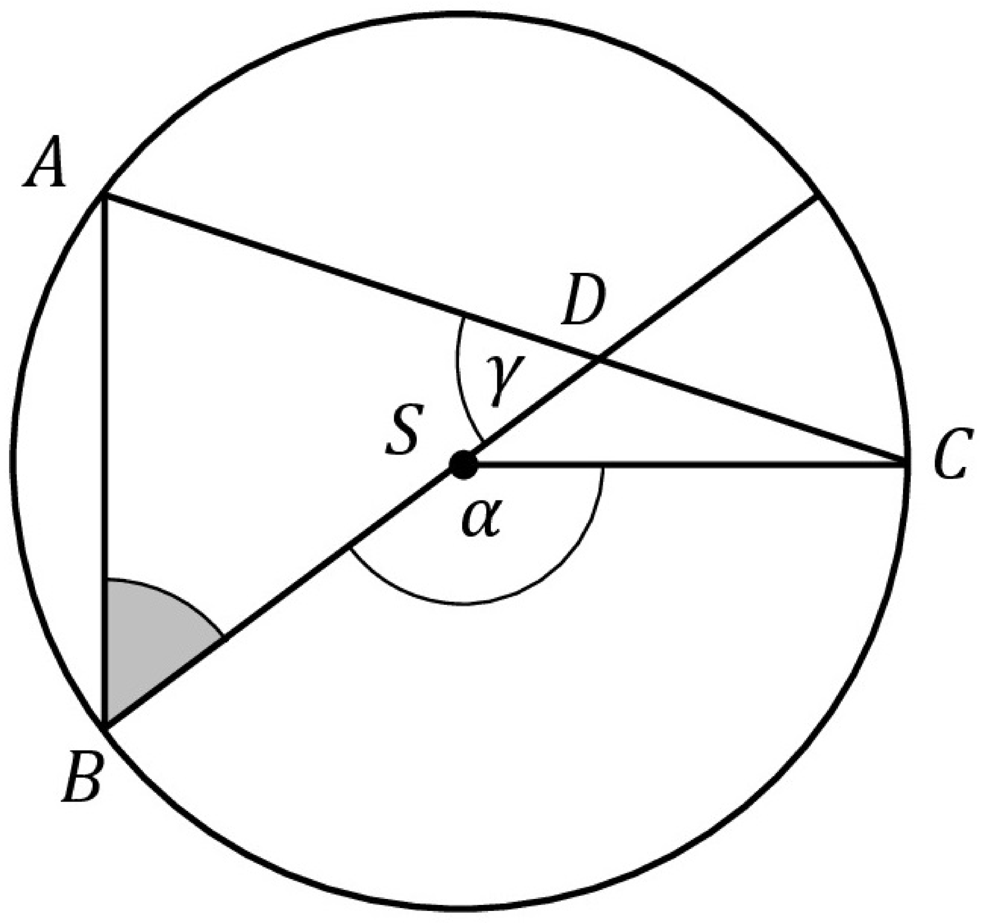
Zadanie 16. (0–1)

Liczba $\cos 12° \cdot \sin 78° + \sin 12° \cdot \cos 78°$ jest równa

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** 1

Zadanie 17. (0–1)

Punkty A, B, C leżą na okręgu o środku S. Punkt D jest punktem przecięcia cięciwy AC i średnicy okręgu poprowadzonej z punktu B. Miara kąta BSC jest równa α, a miara kąta ADB jest równa γ (zobacz rysunek).



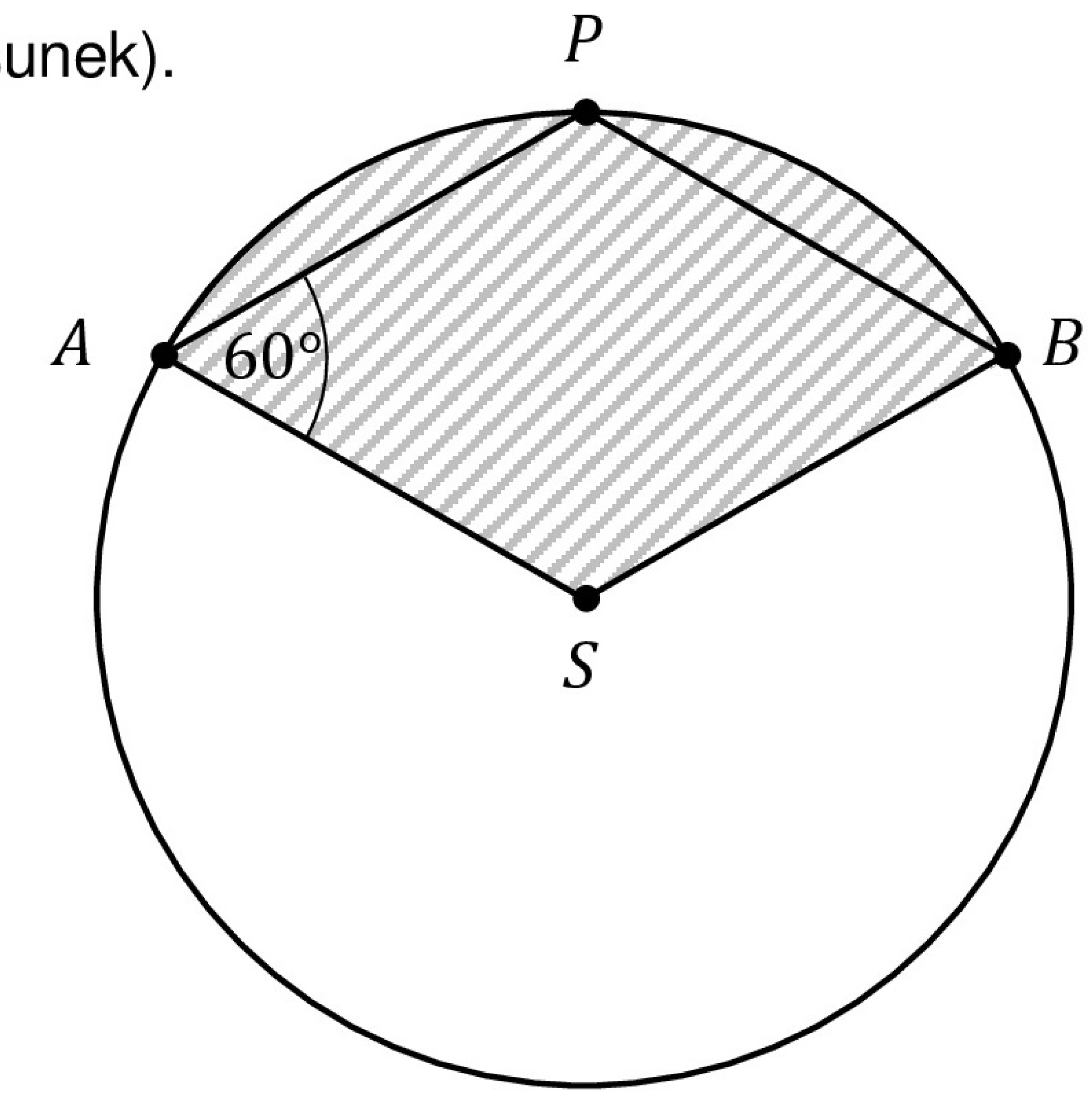
Wtedy kąt ABD ma miarę

A. $\frac{\alpha}{2} + \gamma - 180^\circ$ **B.** $180^\circ - \frac{\alpha}{2} - \gamma$

C. $180^\circ - \alpha - \gamma$ **D.** $\alpha + \gamma - 180^\circ$

Zadanie 18. (0–1)

Punkty A, B, P leżą na okręgu o środku S i promieniu 6. Czworokąt $ASBP$ jest rombem, w którym kąt ostry PAS ma miarę 60° (zobacz rysunek).



Pole zakreskowanej na rysunku figury jest równe

A. 6π **B.** 9π

C. 10π **D.** 12π

Zadanie 19. (0–1)

Wysokość trójkąta równobocznego jest równa $6\sqrt{3}$. Pole tego trójkąta jest równe

A. $3\sqrt{3}$ **B.** $4\sqrt{3}$ **C.** $27\sqrt{3}$ **D.** $36\sqrt{3}$

Zadanie 20. (0–1)

Boki równoległoboku mają długości 6 i 10, a kąt rozwarty między tymi bokami ma miarę 120°. Pole tego równoległoboku jest równe

A. $30\sqrt{3}$ **B.** 30 **C.** $60\sqrt{3}$ **D.** 60

Zadanie 21. (0–1)

Punkty $A = (-2, 6)$ oraz $B = (3, b)$ leżą na prostej, która przechodzi przez początek układu współrzędnych. Wtedy b jest równe

A. 9 **B.** (-9) **C.** (-4) **D.** 4

Zadanie 22. (0–1)

Dane są cztery proste k, l, m, n o równaniach:

$k\colon\ y = -x + 1$ $l\colon\ y = \frac{2}{3}x + 1$

$m\colon\ y = -\frac{3}{2}x + 4$ $n\colon\ y = -\frac{2}{3}x - 1$

Wśród tych prostych prostopadłe są

A. proste k oraz l. **B.** proste k oraz n.

C. proste l oraz m. **D.** proste m oraz n.

Zadanie 23. (0–1)

Punkty $K = (4, -10)$ i $L = (b, 2)$ są końcami odcinka KL. Pierwsza współrzędna środka odcinka KL jest równa (-12). Wynika stąd, że

A. $b = -28$ **B.** $b = -14$

C. $b = -24$ **D.** $b = -10$

Zadanie 24. (0–1)

Punkty $A = (-4, 4)$ i $B = (4, 0)$ są sąsiednimi wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Przekątna tego kwadratu ma długość

A. $4\sqrt{10}$ **B.** $4\sqrt{2}$ **C.** $4\sqrt{5}$ **D.** $4\sqrt{7}$

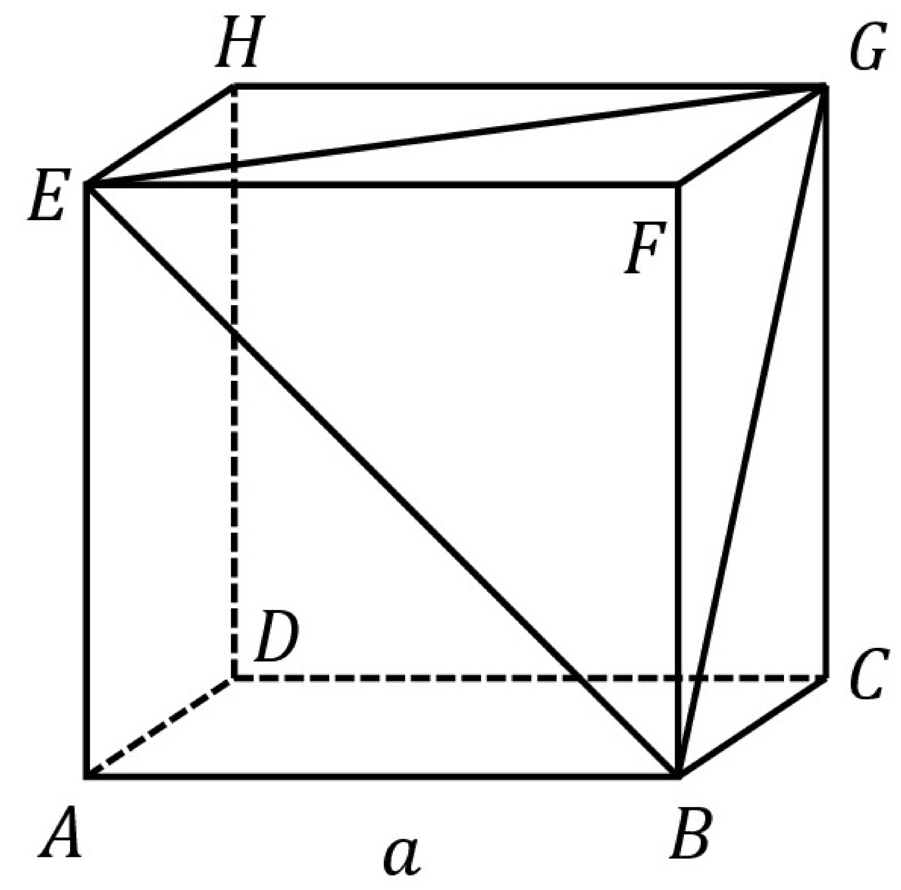
Zadanie 25. (0–1)

Podstawą graniastosłupa prostego jest romb o przekątnych długości 7 cm i 10 cm. Wysokość tego graniastosłupa jest krótsza od dłuższej przekątnej rombu o 2 cm. Wtedy objętość graniastosłupa jest równa

A. 560 cm^3 **B.** 280 cm^3 **C.** $\frac{280}{3}$ cm^3 **D.** $\frac{560}{3}$ cm^3

Zadanie 26. (0–1)

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości a. Punkty E, F, G, B są wierzchołkami ostrosłupa $EFGB$ (zobacz rysunek).



Pole powierzchni całkowitej ostrosłupa $EFGB$ jest równe

A. a^2 **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot a^2$

C. $\frac{3}{2}a^2$ **D.** $\frac{3+\sqrt{3}}{2} \cdot a^2$

Zadanie 27. (0–1)

Wszystkich różnych liczb naturalnych czterocyfrowych nieparzystych podzielnych przez 5 jest

A. $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 2$ **B.** $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 1$ **C.** $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2$ **D.** $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 1$

Zadanie 28. (0–1)

Średnia arytmetyczna zestawu sześciu liczb: $2x, 4, 6, 8, 11, 13$, jest równa 5. Wynika stąd, że

A. $x = -1$ **B.** $x = 7$ **C.** $x = -6$ **D.** $x = 6$

Zadanie 29. (0–2)

Rozwiąż nierówność:

$$3x^2 - 2x - 9 \geq 7$$

Zadanie 30. (0–2)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, $a_1 = -1$ i $a_4 = 8$. Oblicz sumę stu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu.

Zadanie 31. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej a i każdej liczby rzeczywistej b takich, że $b \neq a$, spełniona jest nierówność

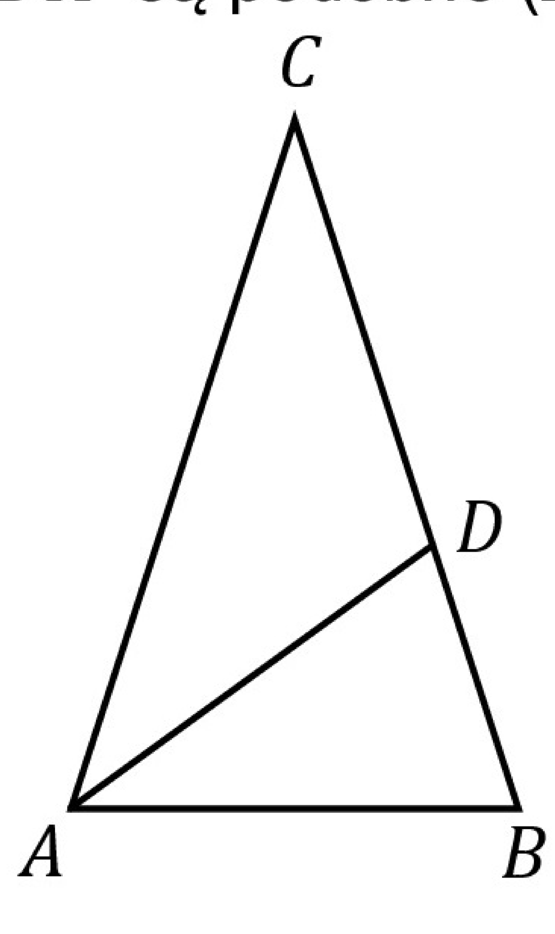
$$\frac{a^2 + b^2}{2} > \left(\frac{a + b}{2}\right)^2$$

Zadanie 32. (0–2)

Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg} \alpha = 2$. Oblicz wartość wyrażenia $\sin^2 \alpha$.

Zadanie 33. (0–2)

Dany jest trójkąt równoramienny ABC, w którym $|AC| = |BC|$. Dwusieczna kąta BAC przecina bok BC w takim punkcie D, że trójkąty ABC i BDA są podobne (zobacz rysunek). Oblicz miarę kąta BAC.



Zadanie 34. (0–2)

Ze zbioru dziewięcioelementowego $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ losujemy kolejno ze zwracaniem dwa razy po jednej liczbie. Zdarzenie A polega na wylosowaniu dwóch liczb ze zbioru M, których iloczyn jest równy 24. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A.

Zadanie 35. (0–5)

Wykres funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$ ma z prostą o równaniu $y = 6$ dokładnie jeden punkt wspólny. Punkty $A = (-5, 0)$ i $B = (3, 0)$ należą do wykresu funkcji f. Oblicz wartości współczynników a, b oraz c.