# MATURA PODSTAWOWA POPRAWKOWA SIERPIEŃ 2021

**Zadanie 1. (0–1)**

Liczba $9^{-10} \cdot 3^{19}$ jest równa

**A.** $27^9$ **B.** $9^{-2}$ **C.** $3^{10}$ **D.** $3^{-1}$

**Zadanie 2. (0–1)**

Liczba $\log_6 9 + 2\log_6 2$ jest równa

**A.** $\log_6 \frac{9}{4}$ **B.** $1$ **C.** $2$ **D.** $\log_6 \frac{81}{2}$

**Zadanie 3. (0–1)**

Liczba $x$ stanowi $80\%$ liczby dodatniej $y$. Wynika stąd, że liczba $y$ to

**A.** $125\%$ liczby $x$.

**B.** $120\%$ liczby $x$.

**C.** $25\%$ liczby $x$.

**D.** $20\%$ liczby $x$.

**Zadanie 4. (0–1)**

Dla każdej liczby rzeczywistej $x$ i każdej liczby rzeczywistej $y$ wyrażenie $(3x + 8y)^2$ jest równe

**A.** $9x^2 + 48xy + 64y^2$

**B.** $9x^2 + 64y^2$

**C.** $3x^2 + 48xy + 8y^2$

**D.** $3x^2 + 8y^2$

**Zadanie 5. (0–1)**

Liczba $(-2)$ jest rozwiązaniem równania

**A.** $x^2 + 4 = 0$

**B.** $\frac{x+2}{2} = 1$

**C.** $\frac{x}{x+2} = 0$

**D.** $x^2(x + 2) + 2(x + 2) = 0$

**Zadanie 6. (0–1)**

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $5 - \frac{2-6x}{4} \geq 2x + 1$ jest przedział

**A.** $(-\infty, 1\rangle$ **B.** $\langle 1, +\infty)$ **C.** $(-\infty, 7\rangle$ **D.** $\langle 7, +\infty)$

**Zadanie 7. (0–1)**

Funkcja liniowa $f$ jest określona wzorem $f(x) = -2x + 4$. Wykres funkcji $f$ przesunięto wzdłuż osi $Ox$ o $2$ jednostki w lewo (tzn. przeciwnie do zwrotu osi), w wyniku czego otrzymano wykres funkcji $g$. Funkcja $g$ jest określona wzorem

**A.** $g(x) = -2x + 2$

**B.** $g(x) = -2x$

**C.** $g(x) = -2x + 6$

**D.** $g(x) = -2x + 8$

**Zadanie 8. (0–1)**

Funkcja $f$ jest określona wzorem $f(x) = ax + 4$ dla każdej liczby rzeczywistej $x$. Miejscem zerowym tej funkcji jest liczba $(-1)$. Wtedy

**A.** $a = -4$ **B.** $a = 1$ **C.** $a = 4$ **D.** $a = 5$

**Zadanie 9. (0–1)**

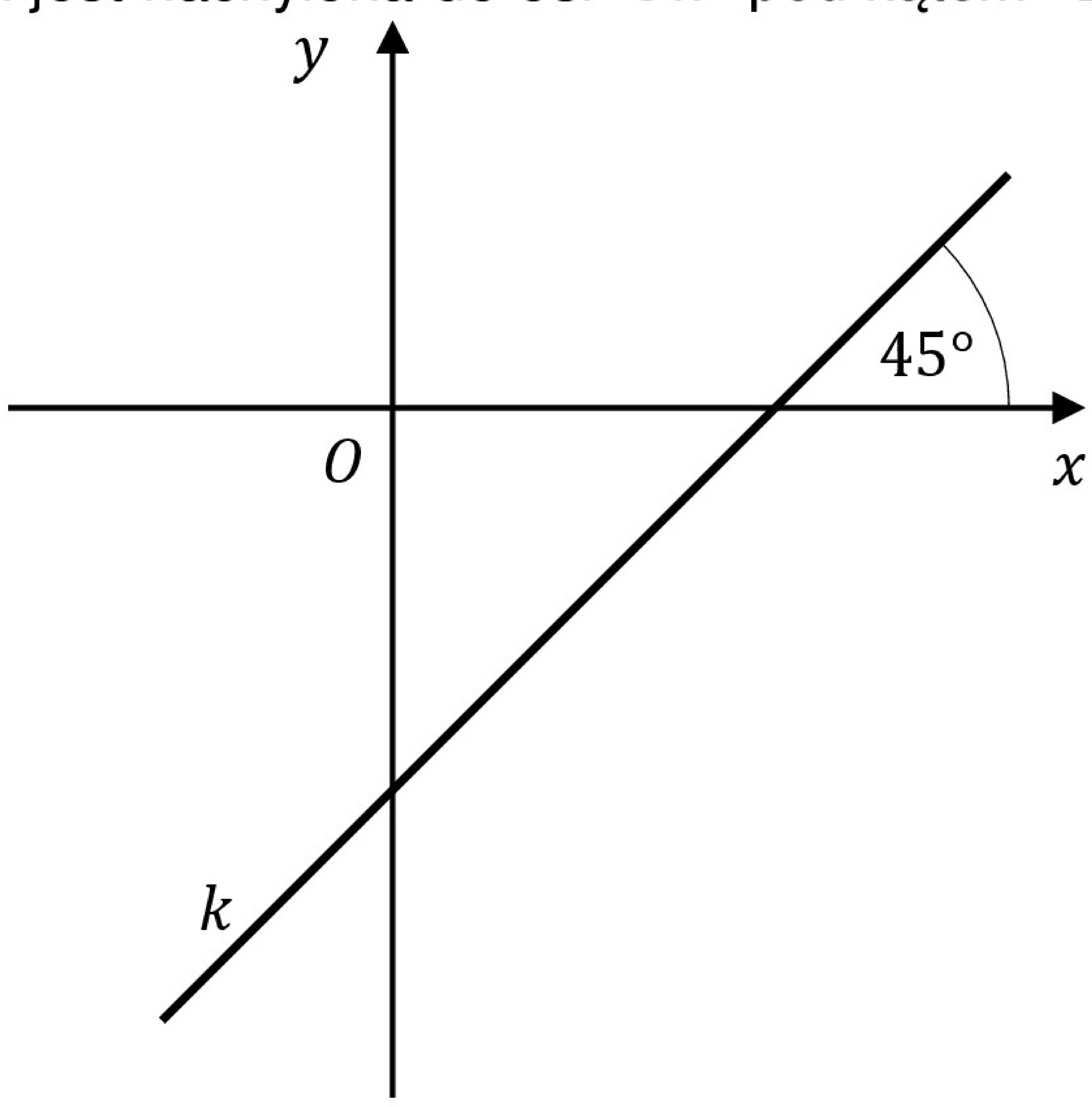
Prosta $k$ przechodzi przez punkt $A = (2, -3)$ i jest nachylona do osi $Ox$ pod kątem $45°$ (zobacz rysunek). Prosta $k$ ma równanie

**A.** $y = x - 5$

**B.** $y = -x - 1$

**C.** $y = -x + 5$

**D.** $y = x + 5$



**Zadanie 10. (0–1)**

Funkcja kwadratowa $f$ jest określona wzorem $f(x) = -2(x+3)(x-5)$. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji $f$, ma współrzędną $x$ równą

**A.** $(-3)$ **B.** $(-1)$ **C.** $1$ **D.** $5$

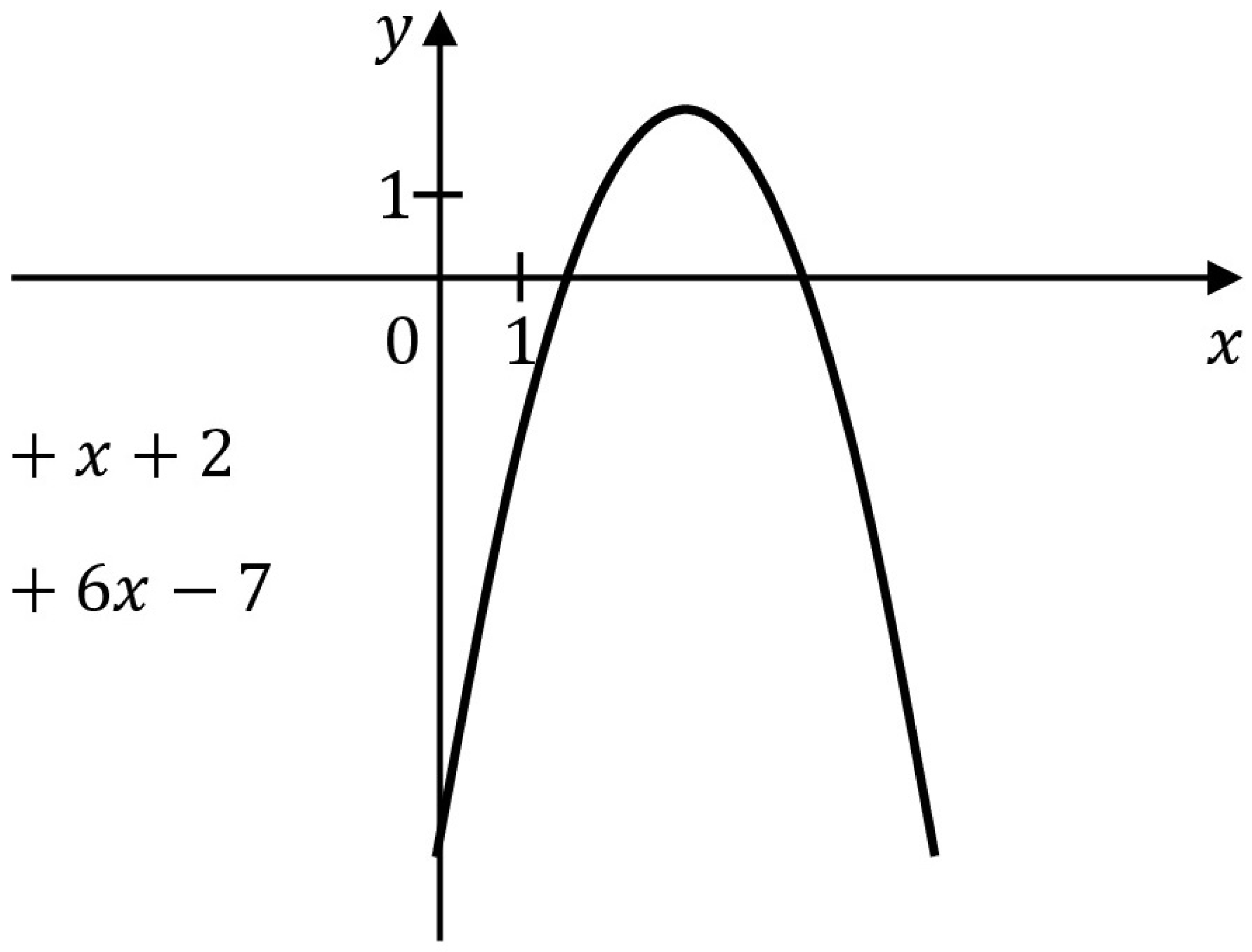
**Zadanie 11. (0–1)**

Funkcja $f$ jest określona wzorem $f(x) = -x^2 + 4$ dla każdej liczby rzeczywistej $x$. Zbiorem wartości funkcji $f$ jest przedział

**A.** $(-\infty, -2\rangle$ **B.** $\langle 2, +\infty)$ **C.** $\langle -4, +\infty)$ **D.** $(-\infty, 4\rangle$

**Zadanie 12. (0–1)**

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej $f$.
Jeden spośród podanych poniżej wzorów jest wzorem tej funkcji.




Wskaż wzór funkcji $f$.

**A.** $f(x) = x^2 - 6x + 11$ **B.** $f(x) = -x^2 + x + 2$

**C.** $f(x) = x^2 - 6x - 7$ **D.** $f(x) = -x^2 + 6x - 7$

**Zadanie 13. (0–1)**

Ciąg arytmetyczny $(a_n)$ jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Różnica tego ciągu jest równa $2$. Wtedy

**A.** $a_{24} - a_6 = 18$ **B.** $a_{24} - a_6 = 20$ **C.** $a_{24} - a_6 = 36$ **D.** $a_{24} - a_6 = 38$

**Zadanie 14. (0–1)**

Suma wszystkich liczb całkowitych dodatnich parzystych i jednocześnie mniejszych od $1001$ jest równa

**A.** $\frac{2+998}{2} \cdot 499$ **B.** $\frac{2+1000}{2} \cdot 500$ **C.** $\frac{2+1001}{2} \cdot 500$ **D.** $\frac{1+1001}{2} \cdot 1001$

**Zadanie 15. (0–1)**

Trójwyrazowy ciąg $(2, x, 18)$ jest rosnącym ciągiem geometrycznym. Wtedy

**A.** $x = 16$ **B.** $x = 10$ **C.** $x = 6$ **D.** $x = 9$

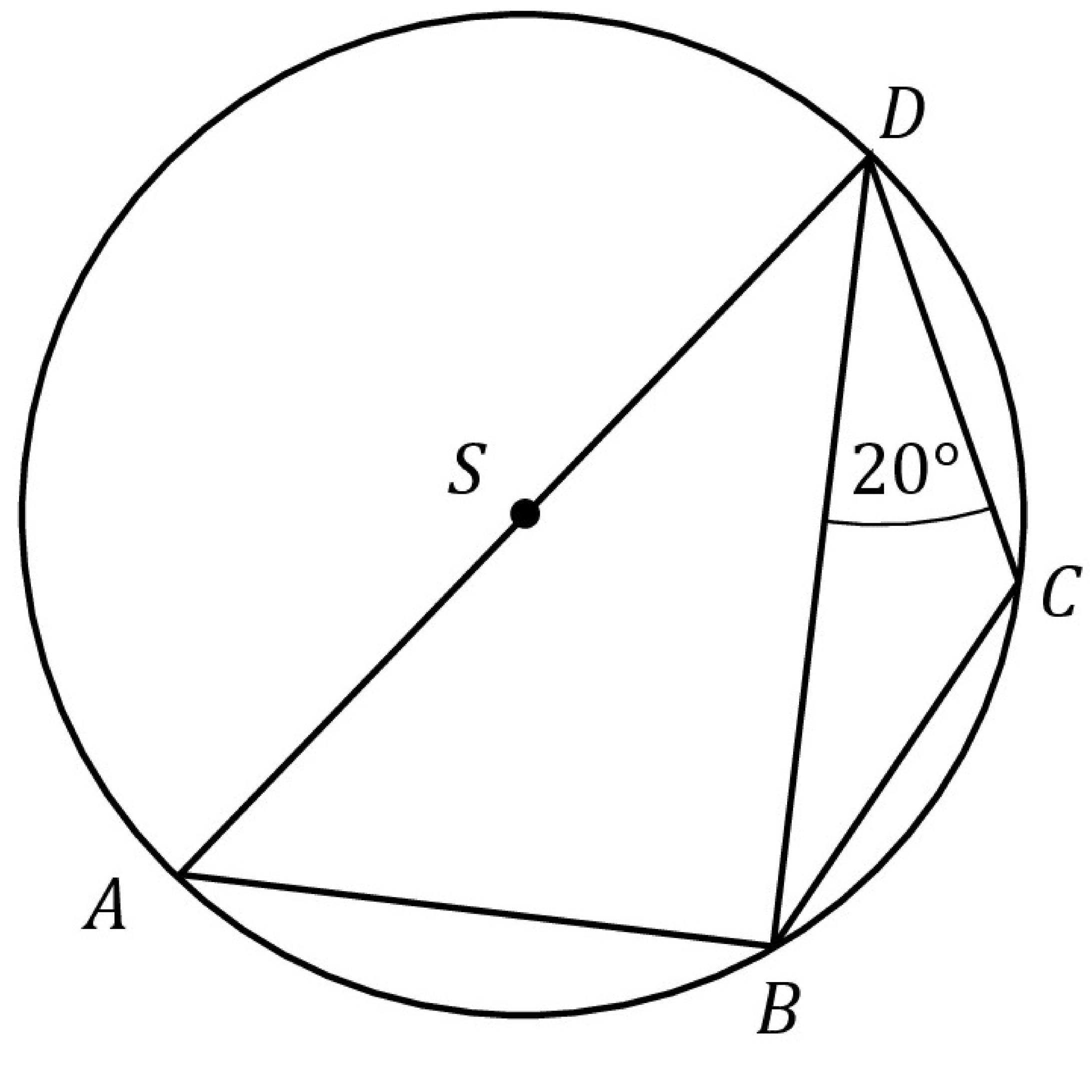
**Zadanie 16. (0–1)**

Kąt $\alpha$ jest ostry i $\sin\alpha = \frac{7}{25}$. Wynika stąd, że

**A.** $\cos\alpha = \frac{576}{625}$ **B.** $\cos\alpha = \frac{24}{25}$ **C.** $\cos\alpha = -\sqrt{\frac{24}{25}}$ **D.** $\cos\alpha = \frac{18}{25}$

**Zadanie 17. (0–1)**

Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg o środku $S$. Bok $AD$ jest średnicą tego okręgu, a miara kąta $BDC$ jest równa $20^\circ$ (zobacz rysunek).



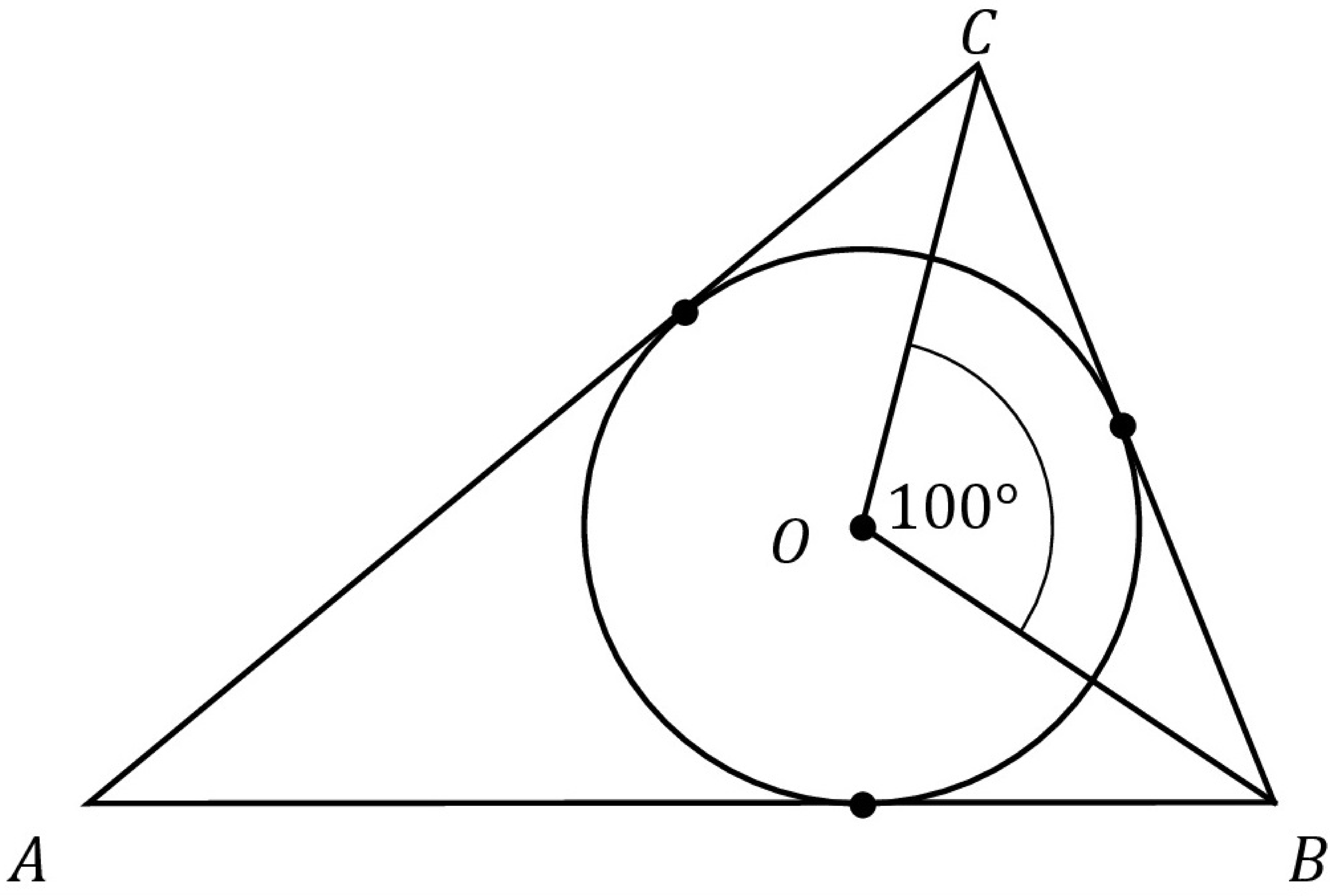

Wtedy miara kąta $BSC$ jest równa

**A.** $10^\circ$ **B.** $20^\circ$

**C.** $30^\circ$ **D.** $40^\circ$

**Zadanie 18. (0–1)**

Okrąg o środku w punkcie $O$ jest wpisany w trójkąt $ABC$. Wiadomo, że $|AB| = |AC|$ i $|\measuredangle BOC| = 100°$ (zobacz rysunek).



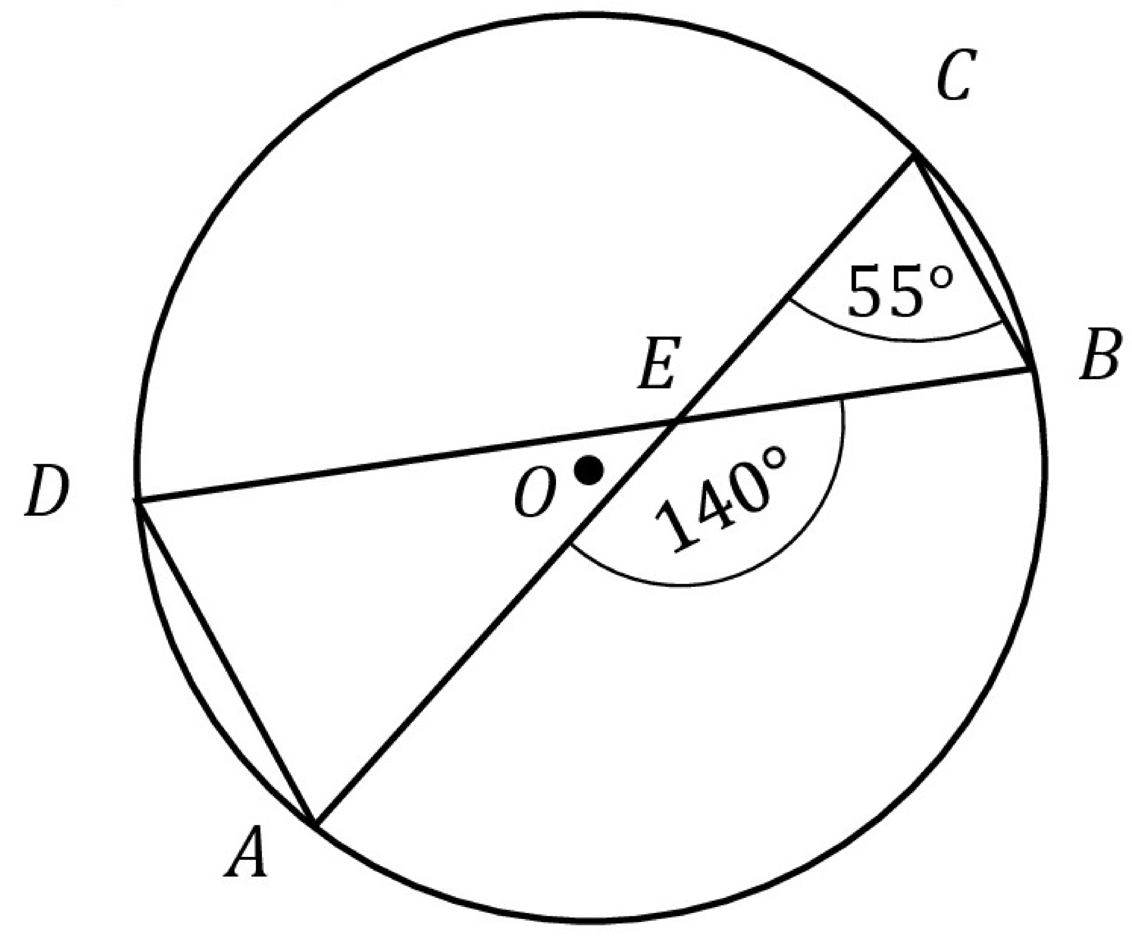

Miara kąta $BAC$ jest równa

**A.** $20°$ **B.** $30°$

**C.** $40°$ **D.** $50°$

**Zadanie 19. (0–1)**

Punkty $A, B, C$ i $D$ leżą na okręgu o środku w punkcie $O$. Cięciwy $DB$ i $AC$ przecinają się w punkcie $E$, $|\measuredangle ACB| = 55°$ oraz $|\measuredangle AEB| = 140°$ (zobacz rysunek).



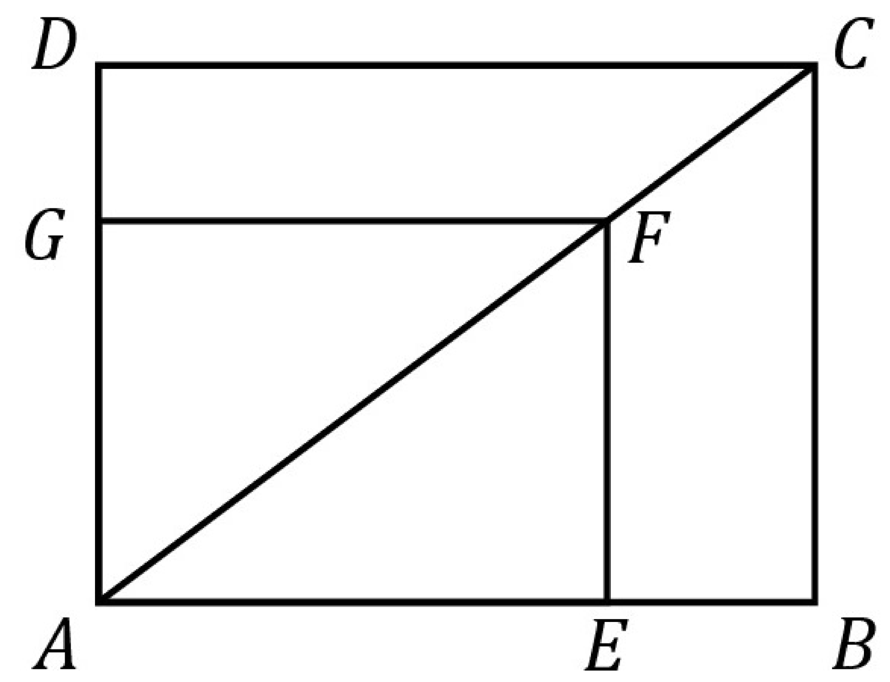

Miara kąta $DAC$ jest równa

**A.** $45°$ **B.** $55°$

**C.** $70°$ **D.** $85°$

**Zadanie 20. (0–1)**

Przekątna $AC$ prostokąta $ABCD$ ma długość $70$. Na boku $AB$ obrano punkt $E$, na przekątnej $AC$ obrano punkt $F$, a na boku $AD$ obrano punkt $G$ – tak, że czworokąt $AEFG$ jest prostokątem (zobacz rysunek). Ponadto $|EF| = 30$ i $|GF| = 40$.




Obwód prostokąta $ABCD$ jest równy

**A.** $158$ **B.** $196$

**C.** $336$ **D.** $490$

**Zadanie 21. (0–1)**

W układzie współrzędnych dane są dwa punkty $A = (1, -2)$ oraz $B = (3, 1)$. Współczynnik kierunkowy prostej $AB$ jest równy

**A.** $\left(-\frac{3}{2}\right)$ **B.** $\left(-\frac{2}{3}\right)$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{3}{2}$

**Zadanie 22. (0–1)**

Prosta $k$ ma równanie $y = -\frac{4}{7}x + 24$. Współczynnik kierunkowy prostej prostopadłej do prostej $k$ jest równy

**A.** $\frac{7}{4}$ **B.** $\left(-\frac{7}{4}\right)$ **C.** $\left(-\frac{4}{7}\right)$ **D.** $\frac{4}{7}$

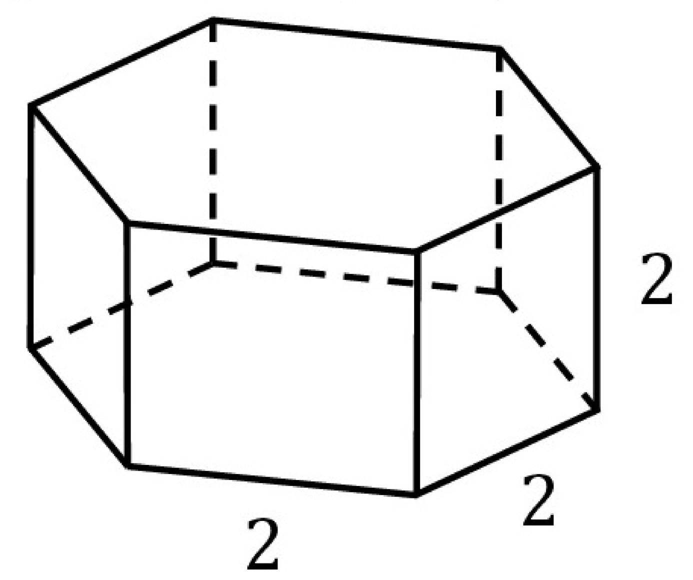
**Zadanie 23. (0–1)**

Punkty $A = (3, 7)$ i $C = (-4, 6)$ są końcami przekątnej kwadratu $ABCD$. Promień okręgu opisanego na tym kwadracie jest równy

**A.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\frac{5}{2}$ **C.** $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ **D.** $5$

**Zadanie 24. (0–1)**

Każda krawędź graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość równą $2$ (zobacz rysunek).




Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe

**A.** $24 + 2\sqrt{3}$ **B.** $24 + 6\sqrt{3}$

**C.** $24 + 12\sqrt{3}$ **D.** $24 + 24\sqrt{3}$

**Zadanie 25. (0–1)**

Przekątna sześcianu jest równa $6$. Wynika stąd, że objętość tego sześcianu jest równa

**A.** $24\sqrt{3}$ **B.** $72$ **C.** $54\sqrt{2}$ **D.** $648\sqrt{3}$

**Zadanie 26. (0–1)**

Wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych parzystych jest

**A.** $9 \cdot 2 \cdot 10^3$ **B.** $9 \cdot 5 \cdot 10^3$ **C.** $5 \cdot 10^4$ **D.** $4 \cdot 10^5$

**Zadanie 27. (0–1)**

W pudełku znajdują się tylko kule białe i kule czerwone. Stosunek liczby kul białych do liczby kul czerwonych jest równy $3:4$. Wylosowanie każdej kuli z tego pudełka jest jednakowo prawdopodobne. Losujemy jedną kulę. Niech $A$ oznacza zdarzenie polegające na tym, że wylosowana z pudełka kula będzie biała. Prawdopodobieństwo zdarzenia $A$ jest równe

**A.** $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{3}{7}$ **D.** $\frac{3}{4}$

**Zadanie 28. (0–1)**

Średnia arytmetyczna pięciu liczb: $5x+6$, $6x+7$, $7x+8$, $8x+9$, $9x+10$, jest równa $8$. Wtedy $x$ jest równe

**A.** $(-35)$ **B.** $0$ **C.** $0{,}35$ **D.** $35$

**Zadanie 29. (0–2)**

Rozwiąż nierówność: $x^2 - 5 \geq 4x$

**Zadanie 30. (0–2)**

Rozwiąż równanie: $\frac{x+8}{x-7} = 2x$

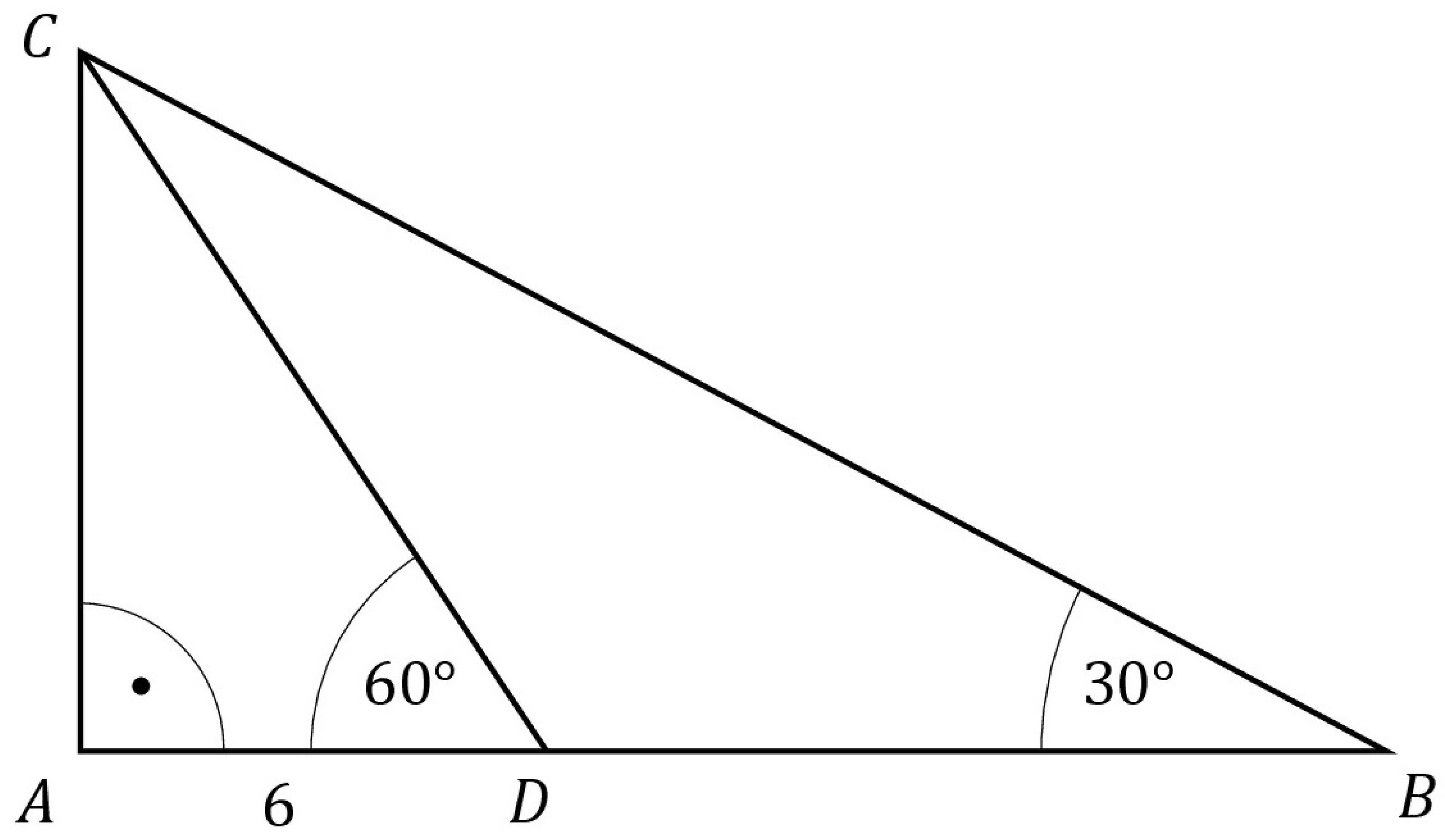
**Zadanie 31. (0–2)**

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej $a$ i każdej liczby rzeczywistej $b$ spełniona jest nierówność

$$b(5b-4a) + a^2 \geq 0$$

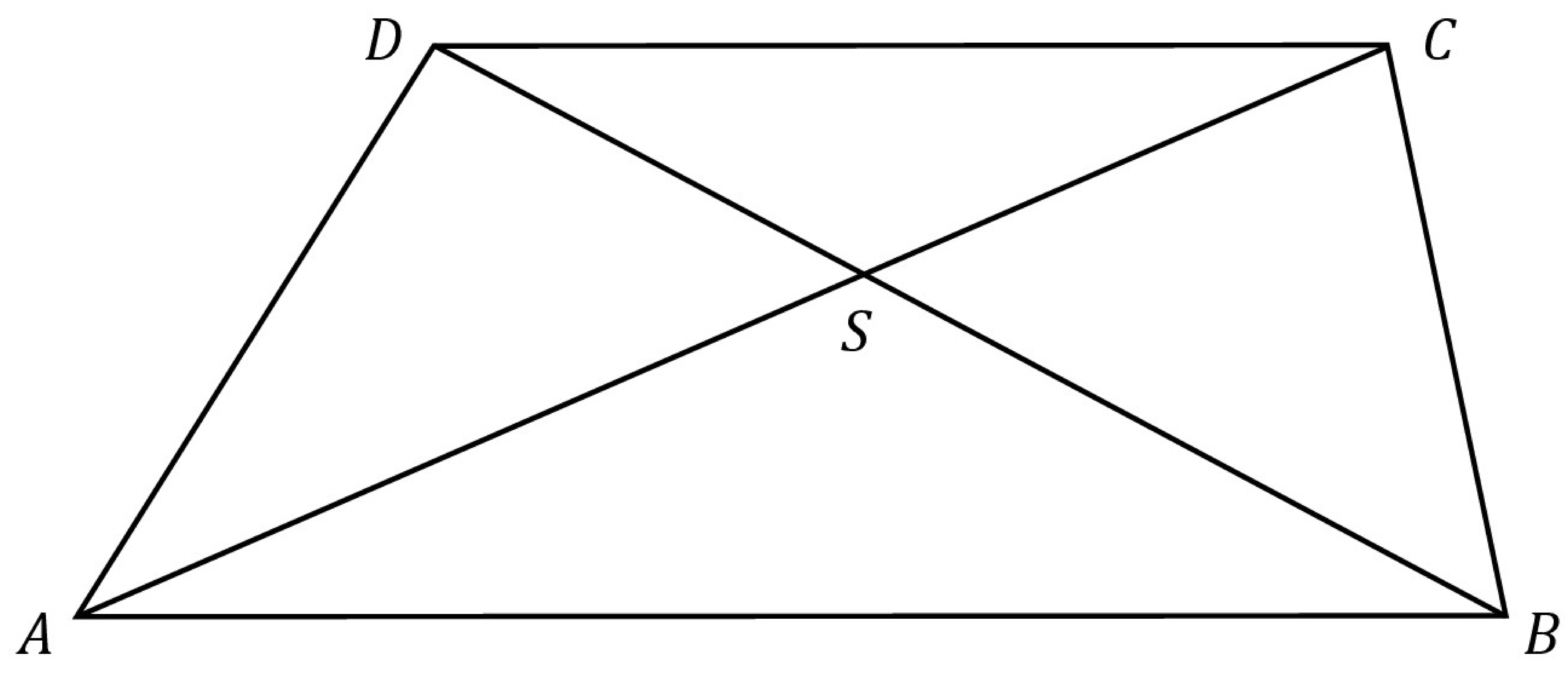
**Zadanie 32. (0–2)**

W trójkącie $ABC$ kąt przy wierzchołku $A$ jest prosty, a kąt przy wierzchołku $B$ ma miarę $30°$. Na boku $AB$ tego trójkąta obrano punkt $D$ tak, że miara kąta $CDA$ jest równa $60°$ oraz $|AD| = 6$ (zobacz rysunek). Oblicz $|BD|$.



**Zadanie 33. (0–2)**

Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach $AB$ i $CD$. Przekątne $AC$ i $BD$ tego trapezu przecinają się w punkcie $S$ (zobacz rysunek) tak, że $\frac{|AS|}{|SC|} = \frac{3}{2}$. Pole trójkąta $ABS$ jest równe $12$. Oblicz pole trójkąta $CDS$.




**Zadanie 34. (0–2)**

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego do sześciu oczek. Niech $A$ oznacza zdarzenie polegające na tym, że iloczyn liczb oczek wyrzuconych w dwóch rzutach jest równy $12$. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia $A$.

**Zadanie 35. (0–5)**

Dany jest ciąg $(a_n)$ określony wzorem $a_n = \frac{5-3n}{7}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trójwyrazowy ciąg $(a_4, x^2+2, a_{11})$, gdzie $x$ jest liczbą rzeczywistą, jest geometryczny. Oblicz $x$ oraz iloraz tego ciągu geometrycznego.