MATURA PODSTAWOWA MAJ 2021

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $100^5 \cdot (0{,}1)^{-6}$ jest równa

A. 10^{13} **B.** 10^{16} **C.** 10^{-1} **D.** 10^{-30}

Zadanie 2. (0–1)

Liczba 78 stanowi 150% liczby c. Wtedy liczba c jest równa

A. 60 **B.** 52 **C.** 48 **D.** 39

Zadanie 3. (0–1)

Rozważamy przedziały liczbowe $(-\infty, 5)$ i $\langle -1, +\infty)$. Ile jest wszystkich liczb całkowitych, które należą jednocześnie do obu rozważanych przedziałów?

A. 6 **B.** 5 **C.** 4 **D.** 7

Zadanie 4. (0–1)

Suma $2\log\sqrt{10} + \log 10^3$ jest równa

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

Zadanie 5. (0–1)

Różnica $0{,}(3) - \frac{23}{33}$ jest równa

A. $-0{,}(39)$ **B.** $-\frac{39}{100}$ **C.** $-0{,}36$ **D.** $-\frac{4}{11}$

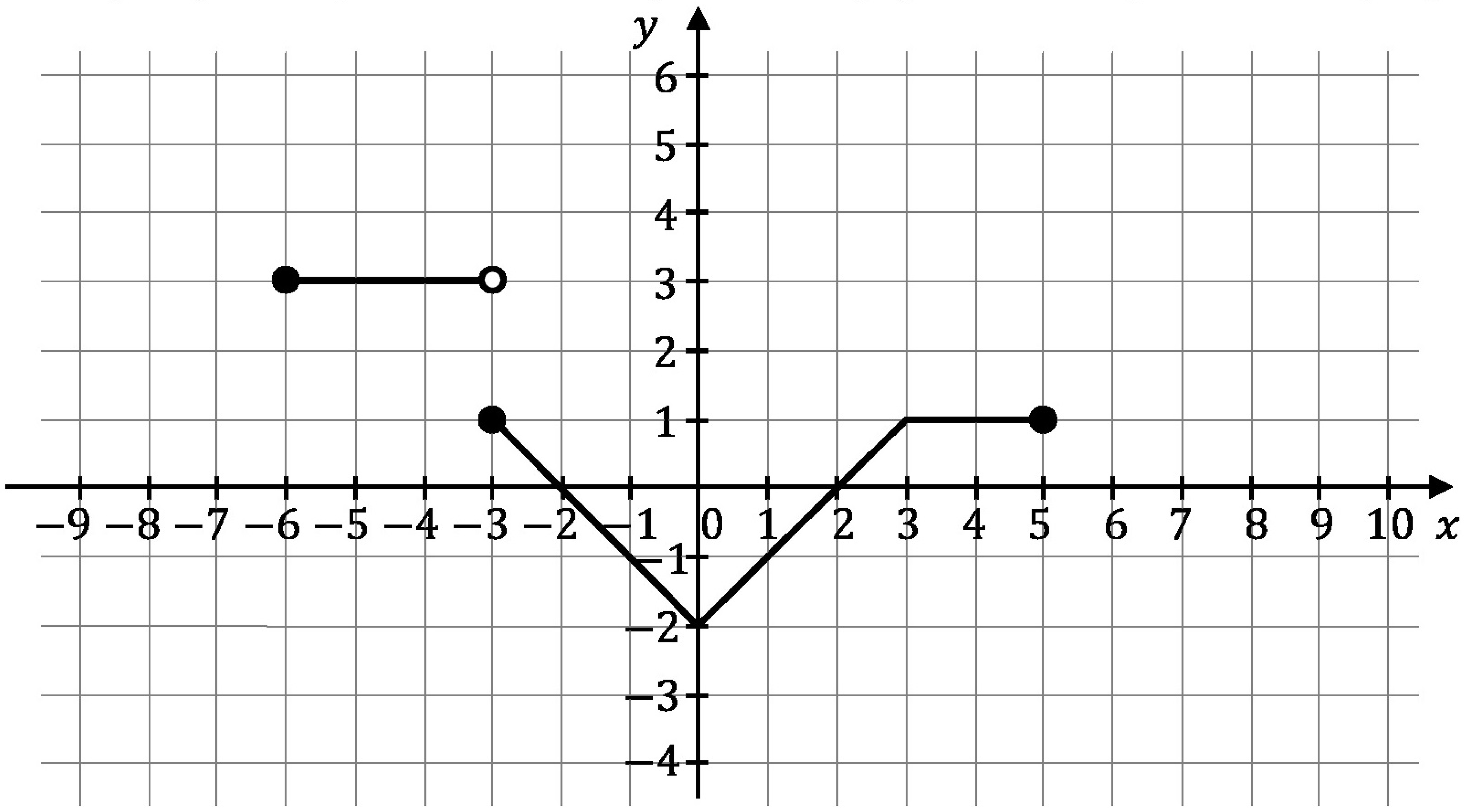
Zadanie 6. (0–1)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $\frac{2-x}{2} - 2x \geq 1$ jest przedział

A. $\langle 0, +\infty)$ **B.** $(-\infty, 0\rangle$ **C.** $(-\infty, 5\rangle$ **D.** $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right\rangle$

Zadanie 7. (0–1)

Na poniższym rysunku przedstawiono wykres funkcji f określonej w zbiorze $\langle -6, 5\rangle$.



Funkcja g jest określona wzorem $g(x) = f(x) - 2$ dla $x \in \langle -6, 5\rangle$. Wskaż zdanie prawdziwe.

A. Liczba $f(2) + g(2)$ jest równa (-2).

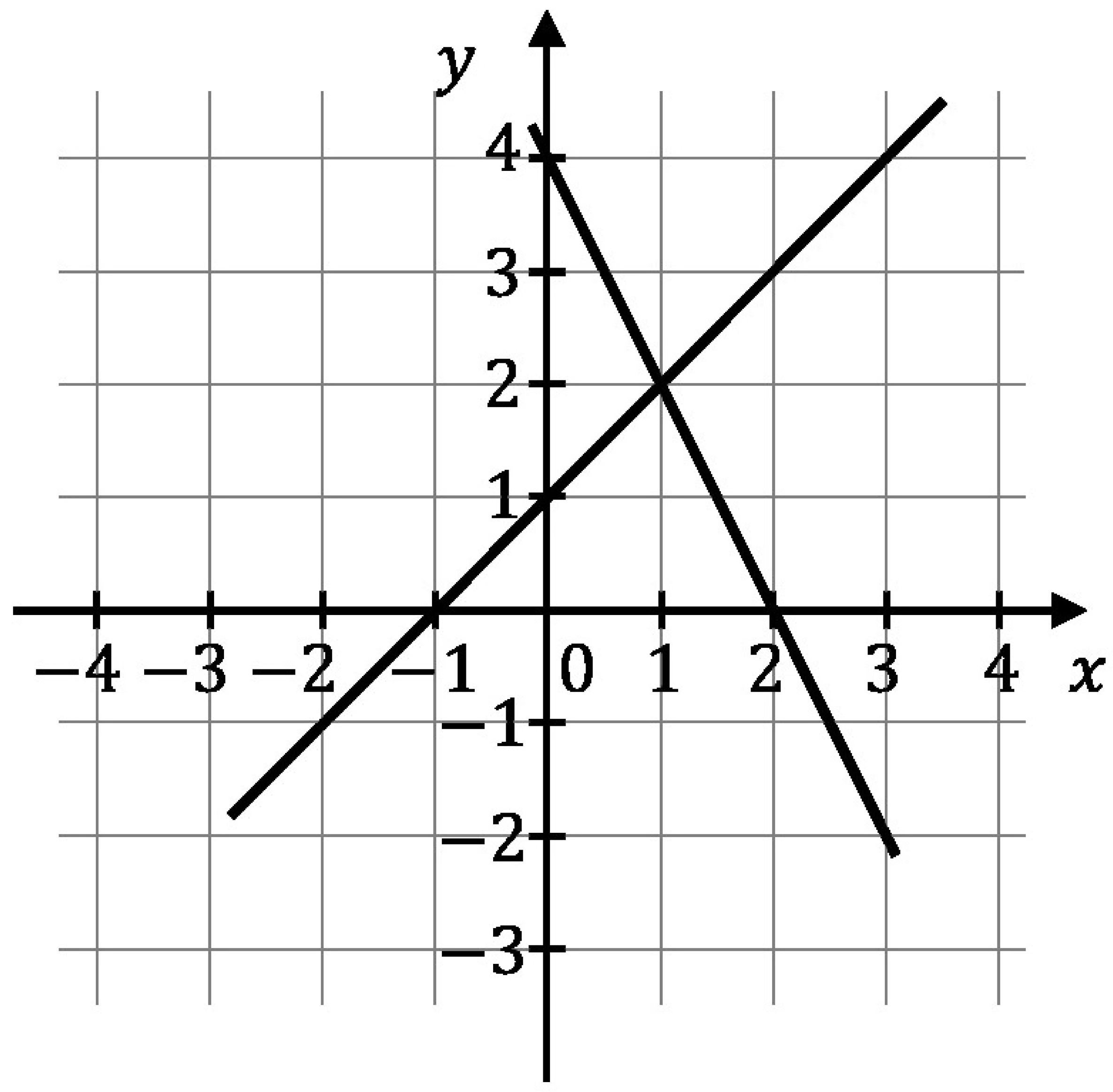
B. Zbiory wartości funkcji f i g są równe.

C. Funkcje f i g mają te same miejsca zerowe.

D. Punkt $P = (0, -2)$ należy do wykresów funkcji f i g.

Zadanie 8. (0–1)

Na rysunku obok przedstawiono geometryczną interpretację jednego z niżej zapisanych układów równań. Wskaż ten układ, którego geometryczną interpretację przedstawiono na rysunku.



A. $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -2x + 4 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -2x + 4 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$

Zadanie 9. (0–1)

Proste o równaniach $y = 3x - 5$ oraz $y = \frac{m-3}{2}x + \frac{9}{2}$ są równoległe, gdy

A. $m = 1$ **B.** $m = 3$ **C.** $m = 6$ **D.** $m = 9$

Zadanie 10. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{x^2}{2x-2}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 1$. Wtedy dla argumentu $x = \sqrt{3} - 1$ wartość funkcji f jest równa

A. $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$ **B.** -1 **C.** 1 **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}-2}$

Zadanie 11. (0–1)

Do wykresu funkcji f określonej dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x) = 3^x - 2$ należy punkt o współrzędnych

A. $(-1, -5)$ **B.** $(0, -2)$ **C.** $(0, -1)$ **D.** $(2, 4)$

Zadanie 12. (0–1)

Funkcja kwadratowa f określona wzorem $f(x) = -2(x+1)(x-3)$ jest malejąca w przedziale

A. $\langle 1, +\infty)$ **B.** $(-\infty, 1\rangle$ **C.** $(-\infty, -8\rangle$ **D.** $\langle -8, +\infty)$

Zadanie 13. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $\left(15,\ 3x,\ \frac{5}{3}\right)$ jest geometryczny i wszystkie jego wyrazy są dodatnie. Stąd wynika, że

A. $x = \frac{3}{5}$ **B.** $x = \frac{4}{5}$ **C.** $x = 1$ **D.** $x = \frac{5}{3}$

Zadanie 14. (0–1)

Ciąg (b_n) jest określony wzorem $b_n = 3n^2 - 25n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Liczba <u>niedodatnich</u> wyrazów ciągu (b_n) jest równa

A. 14 **B.** 13 **C.** 9 **D.** 8

Zadanie 15. (0–1)

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzeci i piąty wyraz ciągu spełniają warunek $a_3 + a_5 = 58$. Wtedy czwarty wyraz tego ciągu jest równy

A. 28 **B.** 29 **C.** 33 **D.** 40

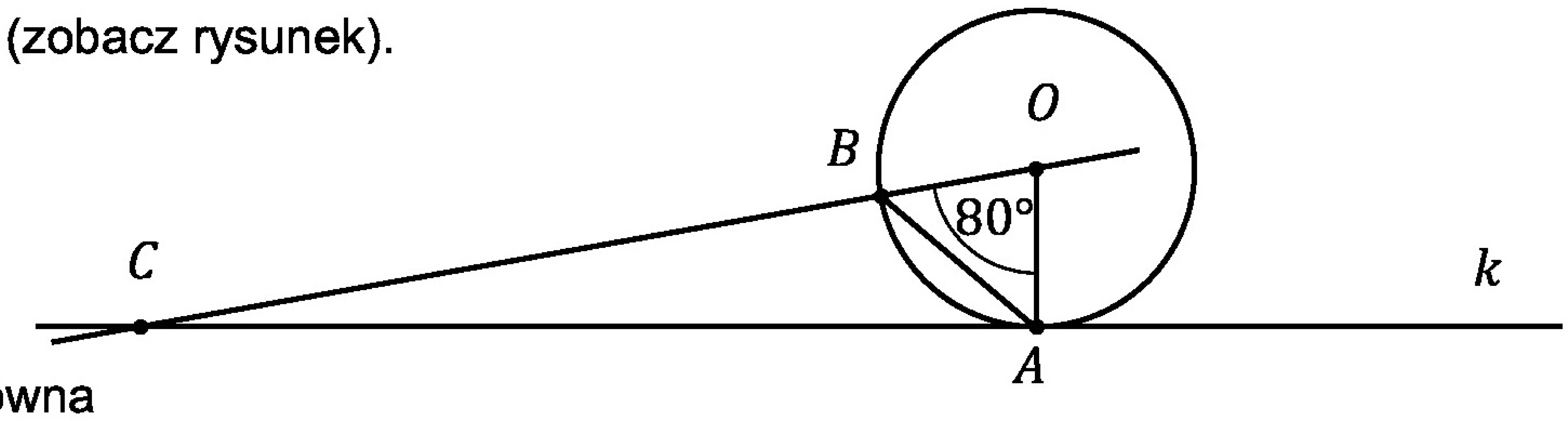
Zadanie 16. (0–1)

Dla każdego kąta ostrego α iloczyn $\frac{\cos\alpha}{1-\sin^2\alpha} \cdot \frac{1-\cos^2\alpha}{\sin\alpha}$ jest równy

A. $\sin\alpha$ **B.** $\operatorname{tg}\alpha$ **C.** $\cos\alpha$ **D.** $\sin^2\alpha$

Zadanie 17. (0–1)

Prosta k jest styczna w punkcie A do okręgu o środku O. Punkt B leży na tym okręgu i miara kąta AOB jest równa $80°$. Przez punkty O i B poprowadzono prostą, która przecina prostą k w punkcie C (zobacz rysunek).



Miara kąta BAC jest równa

A. $10°$ **B.** $30°$ **C.** $40°$ **D.** $50°$

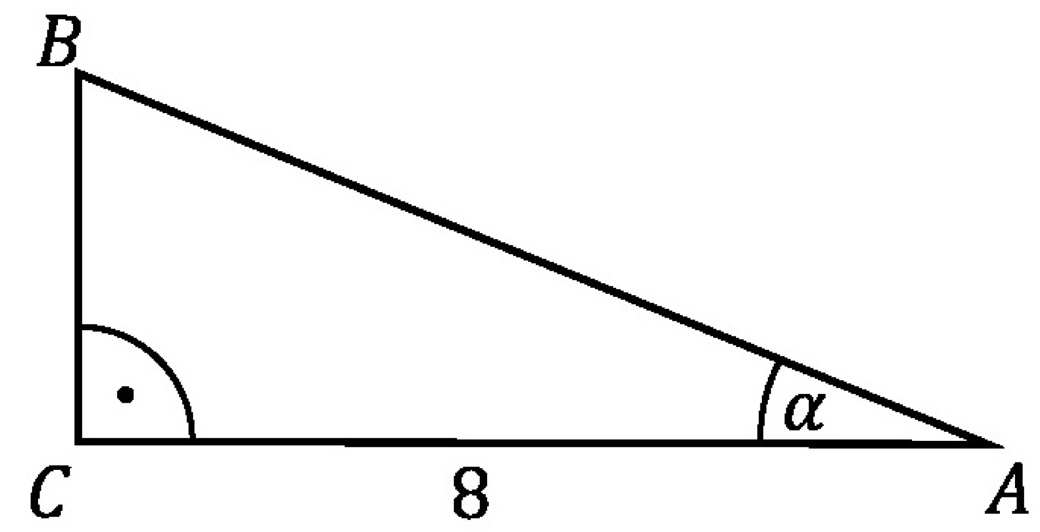
Zadanie 18. (0–1)

Przyprostokątna AC trójkąta prostokątnego ABC ma długość 8 oraz $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{5}$ (zobacz rysunek).

Pole tego trójkąta jest równe

A. 12 **B.** $\frac{37}{3}$

C. $\frac{62}{5}$ **D.** $\frac{64}{5}$



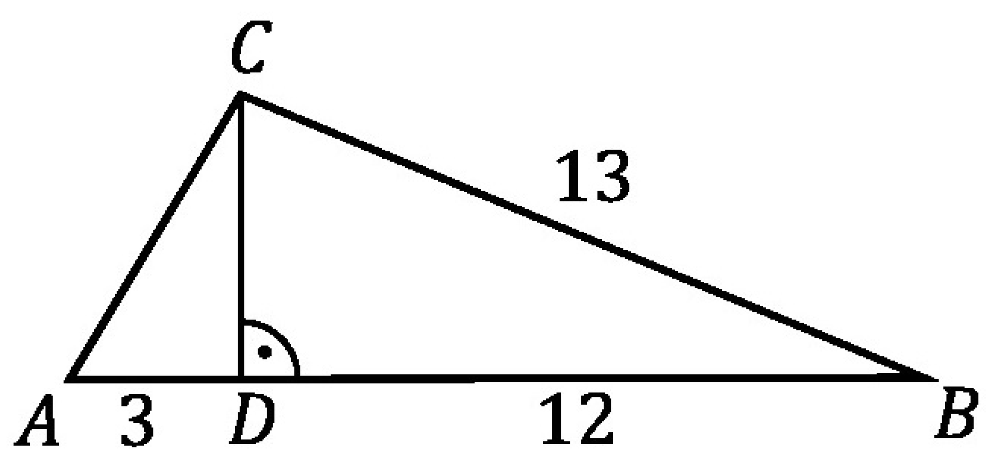
Zadanie 19. (0–1)

Pole pewnego trójkąta równobocznego jest równe $\frac{4\sqrt{3}}{9}$. Obwód tego trójkąta jest równy

A. 4 **B.** 2 **C.** $\frac{4}{3}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Zadanie 20. (0–1)

W trójkącie ABC bok BC ma długość 13, a wysokość CD tego trójkąta dzieli bok AB na odcinki o długościach $|AD| = 3$ i $|BD| = 12$ (zobacz rysunek obok). Długość boku AC jest równa



A. $\sqrt{34}$ **B.** $\frac{13}{4}$ **C.** $2\sqrt{14}$ **D.** $3\sqrt{45}$

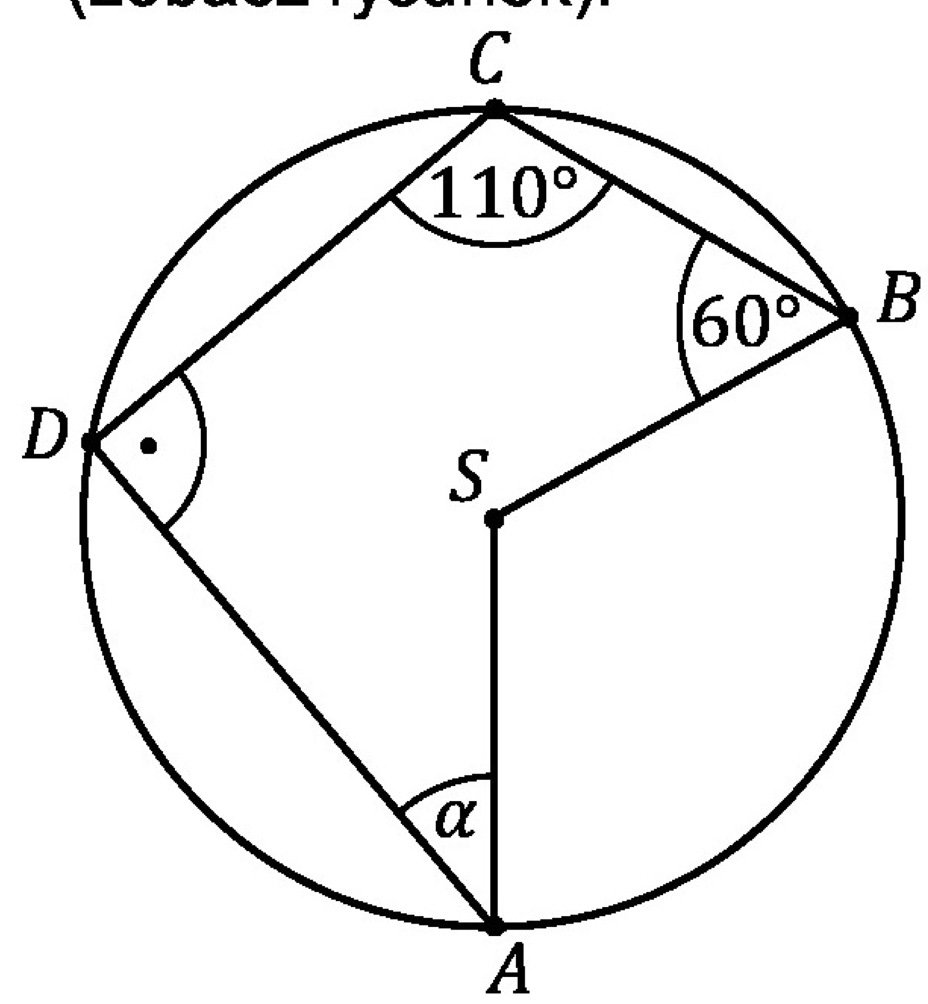
Zadanie 21. (0–1)

Punkty A, B, C i D leżą na okręgu o środku S. Miary kątów SBC, BCD, CDA są równe odpowiednio: $|\sphericalangle SBC| = 60°$, $|\sphericalangle BCD| = 110°$, $|\sphericalangle CDA| = 90°$ (zobacz rysunek).

Wynika stąd, że miara α kąta DAS jest równa

A. $25°$ **B.** $30°$

C. $35°$ **D.** $40°$



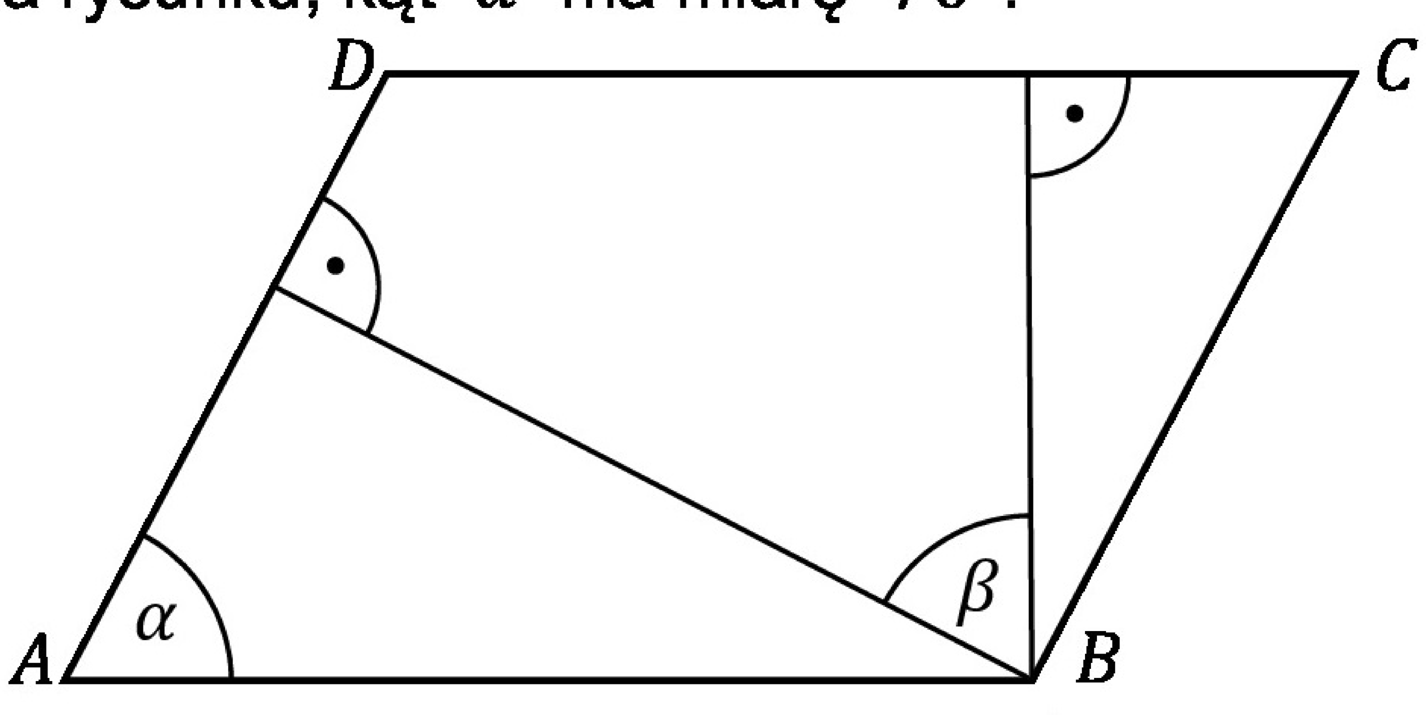
Zadanie 22. (0–1)

W równoległoboku $ABCD$, przedstawionym na rysunku, kąt α ma miarę $70°$.

Wtedy kąt β ma miarę

A. $80°$ **B.** $70°$

C. $60°$ **D.** $50°$



Zadanie 23. (0–1)

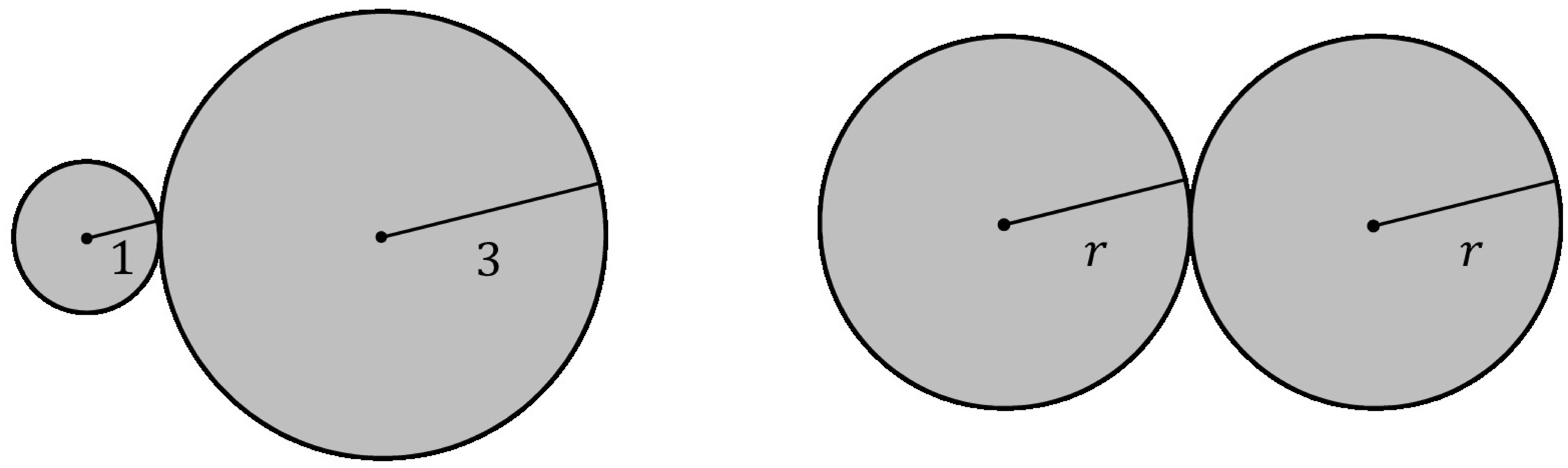
W każdym n–kącie wypukłym ($n \geq 3$) liczba przekątnych jest równa $\frac{n(n-3)}{2}$. Wielokątem wypukłym, w którym liczba przekątnych jest o 25 większa od liczby boków, jest

A. siedmiokąt. **B.** dziesięciokąt. **C.** dwunastokąt. **D.** piętnastokąt.

Zadanie 24. (0–1)

Pole figury F_1 złożonej z dwóch stycznych zewnętrznie kół o promieniach 1 i 3 jest równe polu figury F_2 złożonej z dwóch stycznych zewnętrznie kół o promieniach długości r (zobacz rysunek).

Figura F_1 Figura F_2



Długość r promienia jest równa

A. $\sqrt{3}$ **B.** 2 **C.** $\sqrt{5}$ **D.** 3

Zadanie 25. (0–1)

Punkt $A = (3, -5)$ jest wierzchołkiem kwadratu $ABCD$, a punkt $M = (1, 3)$ jest punktem przecięcia się przekątnych tego kwadratu. Wynika stąd, że pole kwadratu $ABCD$ jest równe

A. 68 **B.** 136 **C.** $2\sqrt{34}$ **D.** $8\sqrt{34}$

Zadanie 26. (0–1)

Z wierzchołków sześcianu $ABCDEFGH$ losujemy jednocześnie dwa różne wierzchołki. Prawdopodobieństwo tego, że wierzchołki te będą końcami przekątnej sześcianu $ABCDEFGH$, jest równe

A. $\frac{1}{7}$ **B.** $\frac{4}{7}$ **C.** $\frac{1}{14}$ **D.** $\frac{3}{7}$

Zadanie 27. (0–1)

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych, większych od 700, w których każda cyfra należy do zbioru $\{1, 2, 3, 7, 8, 9\}$ i żadna cyfra się nie powtarza, jest

A. 108 **B.** 60 **C.** 40 **D.** 299

Zadanie 28. (0–1)

Sześciowyrazowy ciąg liczbowy $(1,\ 2,\ 2x,\ x+2,\ 5,\ 6)$ jest niemalejący. Mediana wyrazów tego ciągu jest równa 4. Wynika stąd, że

A. $x = 1$ **B.** $x = \frac{3}{2}$ **C.** $x = 2$ **D.** $x = \frac{8}{3}$

Zadanie 29. (0–2)

Rozwiąż nierówność:

$$x^2 - 5x \leq 14$$

Zadanie 30. (0–2)

Wykaż, że dla każdych trzech dodatnich liczb a, b i c takich, że $a < b$, spełniona jest nierówność

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$$

Zadanie 31. (0–2)

Funkcja liniowa f przyjmuje wartość 2 dla argumentu 0, a ponadto $f(4) - f(2) = 6$. Wyznacz wzór funkcji f.

Zadanie 32. (0–2)

Rozwiąż równanie:

$$\frac{3x+2}{3x-2} = 4 - x$$

Zadanie 33. (0–2)

Trójkąt równoboczny ABC ma pole równe $9\sqrt{3}$. Prosta równoległa do boku BC przecina boki AB i AC – odpowiednio – w punktach K i L. Trójkąty ABC i AKL są podobne, a stosunek długości boków tych trójkątów jest równy $\frac{3}{2}$. Oblicz długość boku trójkąta AKL.

Zadanie 34. (0–2)

Gracz rzuca dwukrotnie symetryczną sześcienną kostką do gry i oblicza sumę liczb wyrzuconych oczek. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że suma liczb wyrzuconych oczek jest równa 4 lub 5, lub 6.

Zadanie 35. (0–5)

Punkty $A = (-20, 12)$ i $B = (7, 3)$ są wierzchołkami trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AC| = |BC|$. Wierzchołek C leży na osi Oy układu współrzędnych. Oblicz współrzędne wierzchołka C oraz obwód tego trójkąta.