MATURA PODSTAWOWA CZERWIEC 2021

Zadanie 1. (0–1)

Wartość wyrażenia $\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)+\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$ jest równa

A. $5-2\sqrt{6}$ **B.** 5 **C.** $5+2\sqrt{6}$ **D.** -1

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\left(7^{\frac{5}{4}}\cdot 7^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{2}{3}}$ jest równa

A. $7^{\frac{5}{3}}$ **B.** 7^{1} **C.** $7^{\frac{3}{2}}$ **D.** $7^{\frac{10}{3}}$

Zadanie 3. (0–1)

Niech $\log_3 18=c$. Wtedy $\log_3 54$ jest równy

A. $c-1$ **B.** c **C.** $c+1$ **D.** $c+2$

Zadanie 4. (0–1)

Cenę drukarki obniżono o 20%, a następnie nową cenę obniżono o 10%. W wyniku obu tych zmian cena drukarki zmniejszyła się w stosunku do ceny sprzed obu obniżek o

A. 18% **B.** 28% **C.** 30% **D.** 72%

Zadanie 5. (0–1)

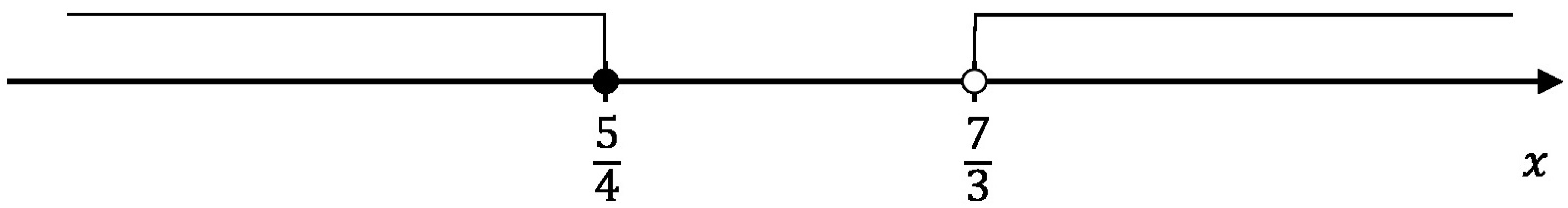
Dla każdej liczby rzeczywistej x wyrażenie $(x-1)^2-(2-x)^2$ jest równe

A. $2x-3$ **B.** $2x^2-6x-3$ **C.** $(2x-3)^2$ **D.** 9

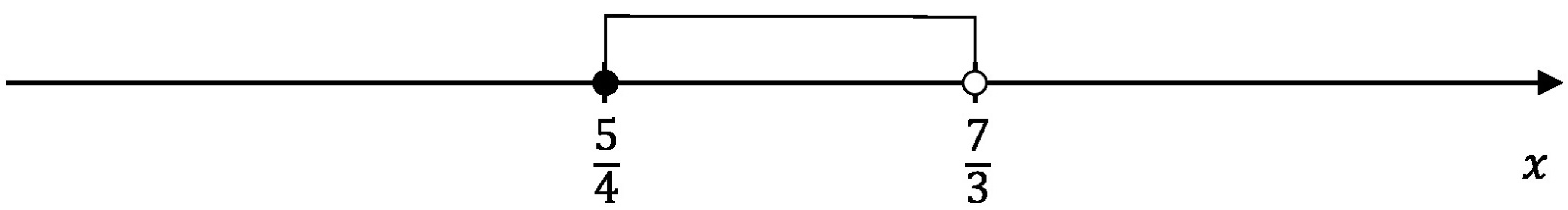
Zadanie 6. (0–1)

Wskaż rysunek, na którym przedstawiony jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x, spełniających jednocześnie nierówności $0<7-3x$ oraz $7-3x\le 5x-3$.

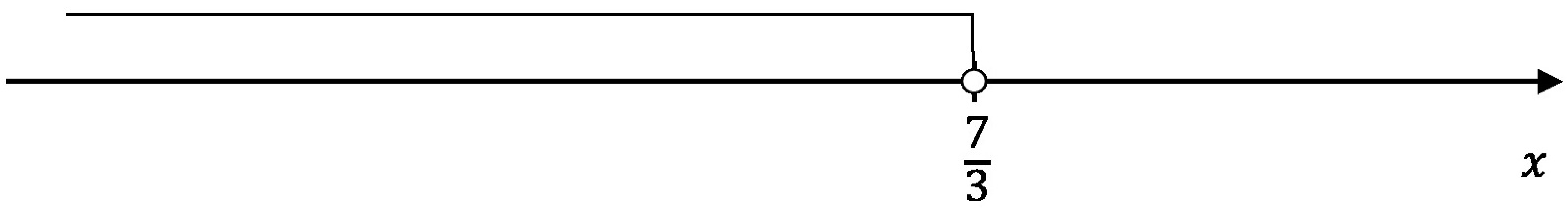
A.



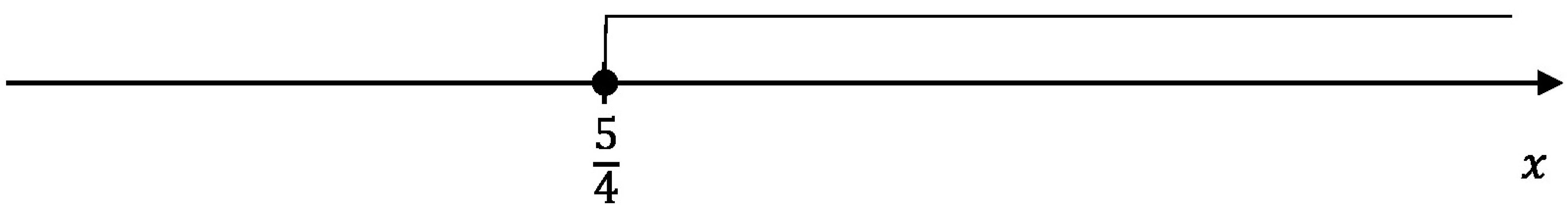
B.



C.



D.



Zadanie 7. (0–1)

Rozwiązaniem równania $x\sqrt{3}+2=2x-8$ jest liczba

A. $10\left(2+\sqrt{3}\right)$ **B.** $\frac{10}{\sqrt{3}-2}$ **C.** $10\left(\sqrt{3}-2\right)$ **D.** $\frac{\sqrt{3}+10}{2}$

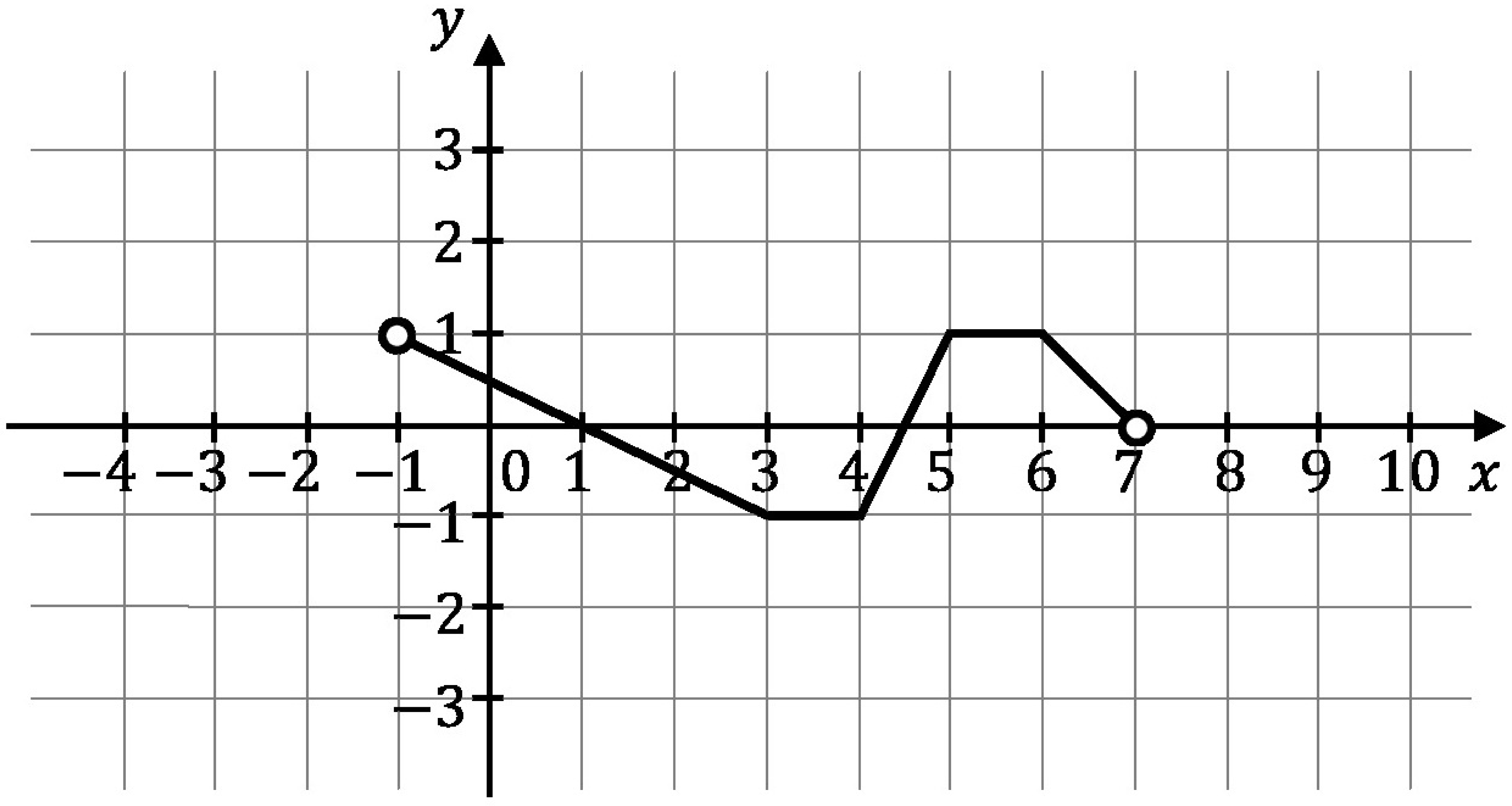
Zadanie 8. (0–1)

Równanie $\frac{x^2-7x}{x^2-49}=0$ ma w zbiorze liczb rzeczywistych dokładnie

A. jedno rozwiązanie.
B. dwa rozwiązania.
C. trzy rozwiązania.
D. cztery rozwiązania.

Zadanie 9. (0–1)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f określonej w zbiorze $(-1,7)$.



Wskaż zdanie prawdziwe.

A. Funkcja f ma trzy miejsca zerowe.

B. Zbiorem wartości funkcji f jest $\langle -1,1)$.

C. Funkcja f osiąga wartość największą równą 1.

D. Funkcja f osiąga wartości ujemne dla argumentów ze zbioru $(-1,0)$.

Zadanie 10. (0–1)

Wykresem funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = -3(x+4)(x-2)$ jest parabola o wierzchołku $W = (p,q)$. Współrzędne wierzchołka W spełniają warunki

A. $p > 0$ i $q > 0$

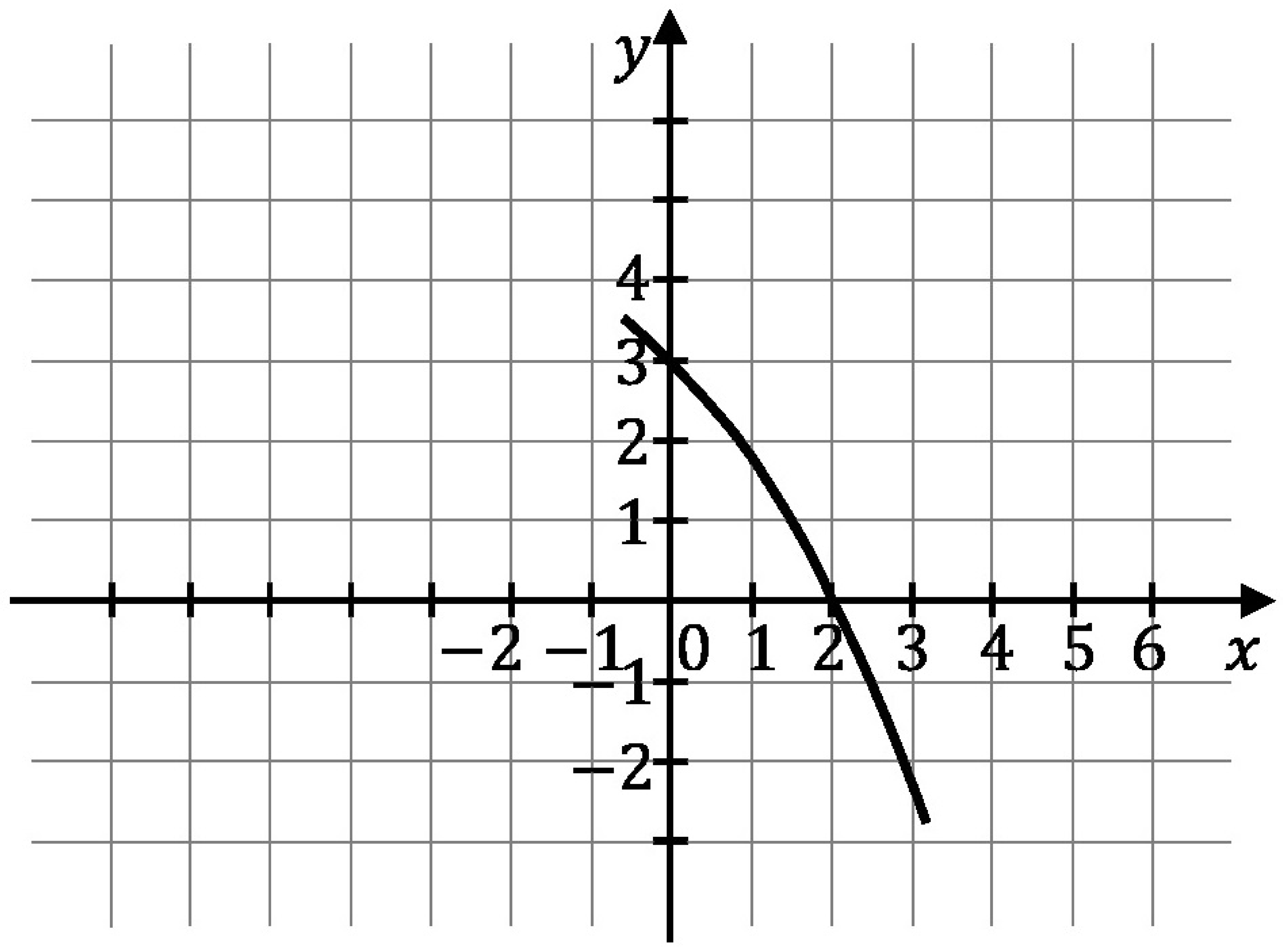
B. $p < 0$ i $q > 0$

C. $p < 0$ i $q < 0$

D. $p > 0$ i $q < 0$

Informacja do zadań 11. i 12.

Na rysunku przedstawiono <u>fragment</u> wykresu funkcji kwadratowej f. Jednym z miejsc zerowych tej funkcji jest liczba 2. Do wykresu funkcji f należy punkt $(0,3)$. Prosta o równaniu $x = -2$ jest osią symetrii paraboli, będącej wykresem funkcji f.



Zadanie 11. (0–1)

Drugim miejscem zerowym funkcji f jest liczba

A. -2 **B.** -3 **C.** -4 **D.** -6

Zadanie 12. (0–1)

Wartość funkcji f dla argumentu (-4) jest równa

A. -2 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 4

Zadanie 13. (0–1)

Dane są ciągi (a_n), (b_n), (c_n), (d_n), określone dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ wzorami: $a_n = 20n + 3$, $b_n = 2n^2 - 3$, $c_n = n^2 + 10n - 2$, $d_n = \frac{n+187}{n}$. Liczba 197 jest dziesiątym wyrazem ciągu

A. (a_n) **B.** (b_n) **C.** (c_n) **D.** (d_n)

Zadanie 14. (0–1)

Ciąg geometryczny (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, jest rosnący i wszystkie jego wyrazy są dodatnie. Ponadto spełniony jest warunek $a_3 = a_1 \cdot a_2$. Niech q oznacza iloraz ciągu (a_n). Wtedy

A. $a_1 = \frac{1}{q}$ **B.** $a_1 = q$ **C.** $a_1 = q^2$ **D.** $a_1 = q^3$

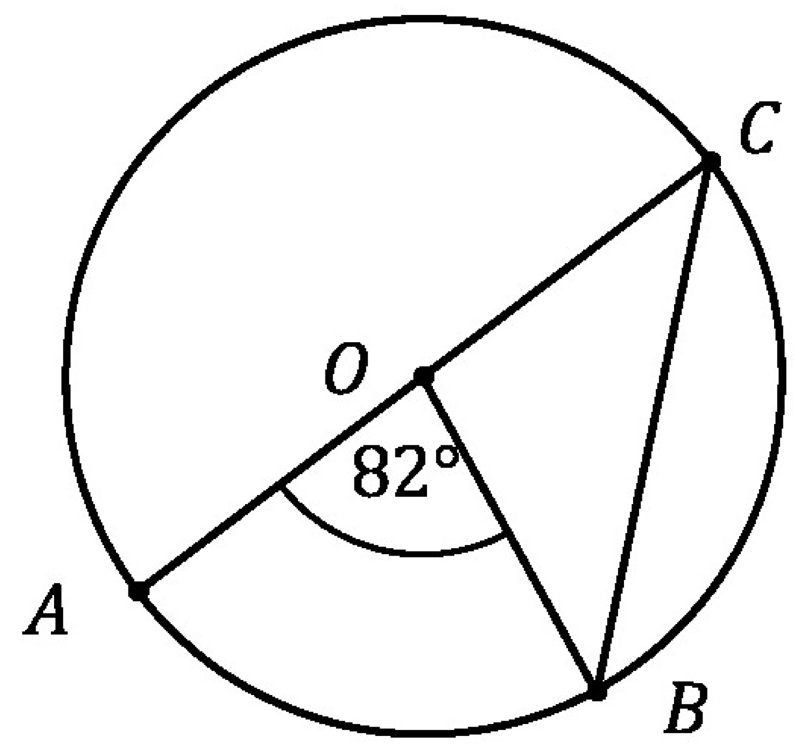
Zadanie 15. (0–1)

Kąt o mierze α jest ostry i $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{5}$. Wtedy

A. $\cos^2 \alpha = \frac{1}{6}$ **B.** $\cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$ **C.** $\cos^2 \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ **D.** $\cos^2 \alpha = \frac{5}{6}$

Zadanie 16. (0–1)

Na okręgu o środku w punkcie O leżą punkty A, B oraz C. Odcinek AC jest średnicą tego okręgu, a kąt środkowy AOB ma miarę $82°$ (zobacz rysunek).



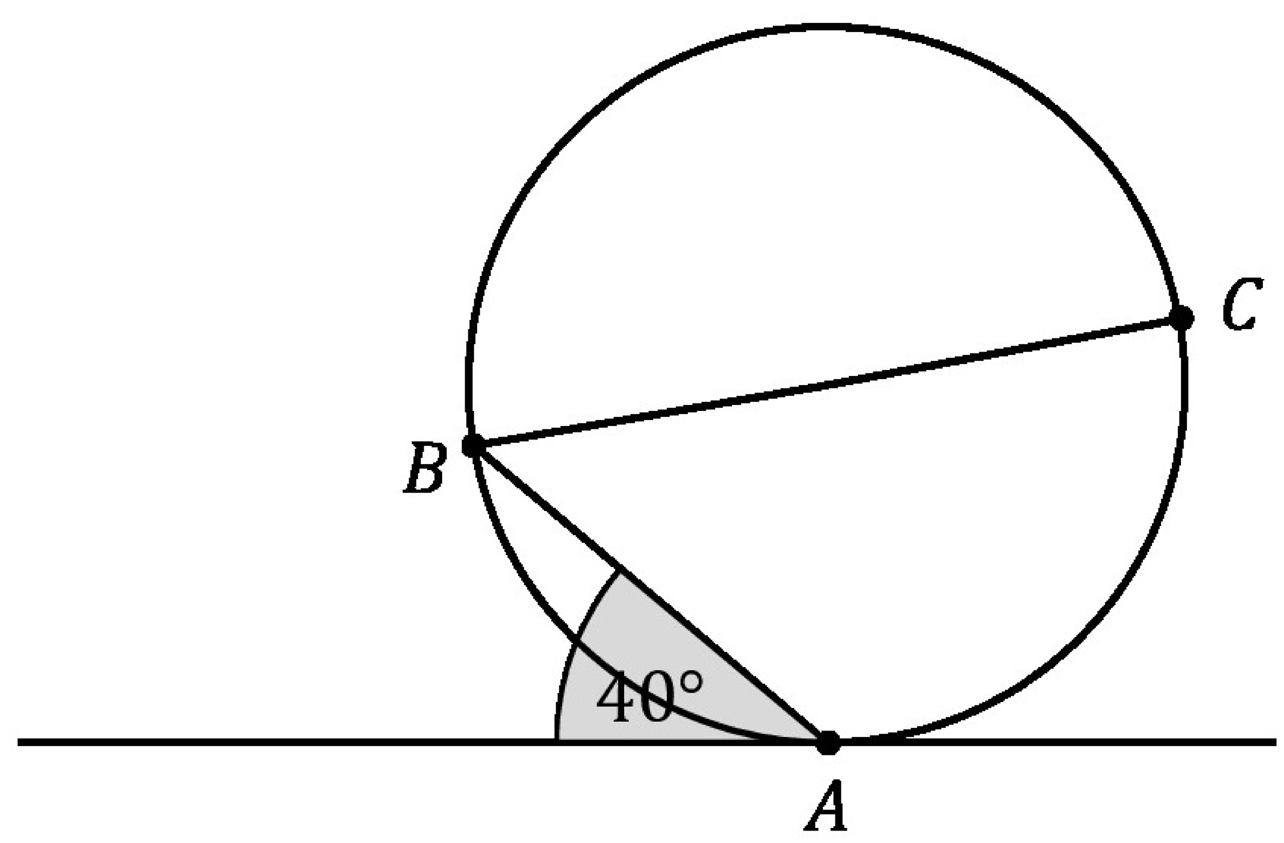
Miara kąta OBC jest równa

A. $41°$ **B.** $45°$

C. $49°$ **D.** $51°$

Zadanie 17. (0–1)

Dane są okrąg i prosta styczna do tego okręgu w punkcie A. Punkty B i C są położone na okręgu tak, że BC jest jego średnicą. Cięciwa AB tworzy ze styczną kąt o mierze $40°$ (zobacz rysunek).



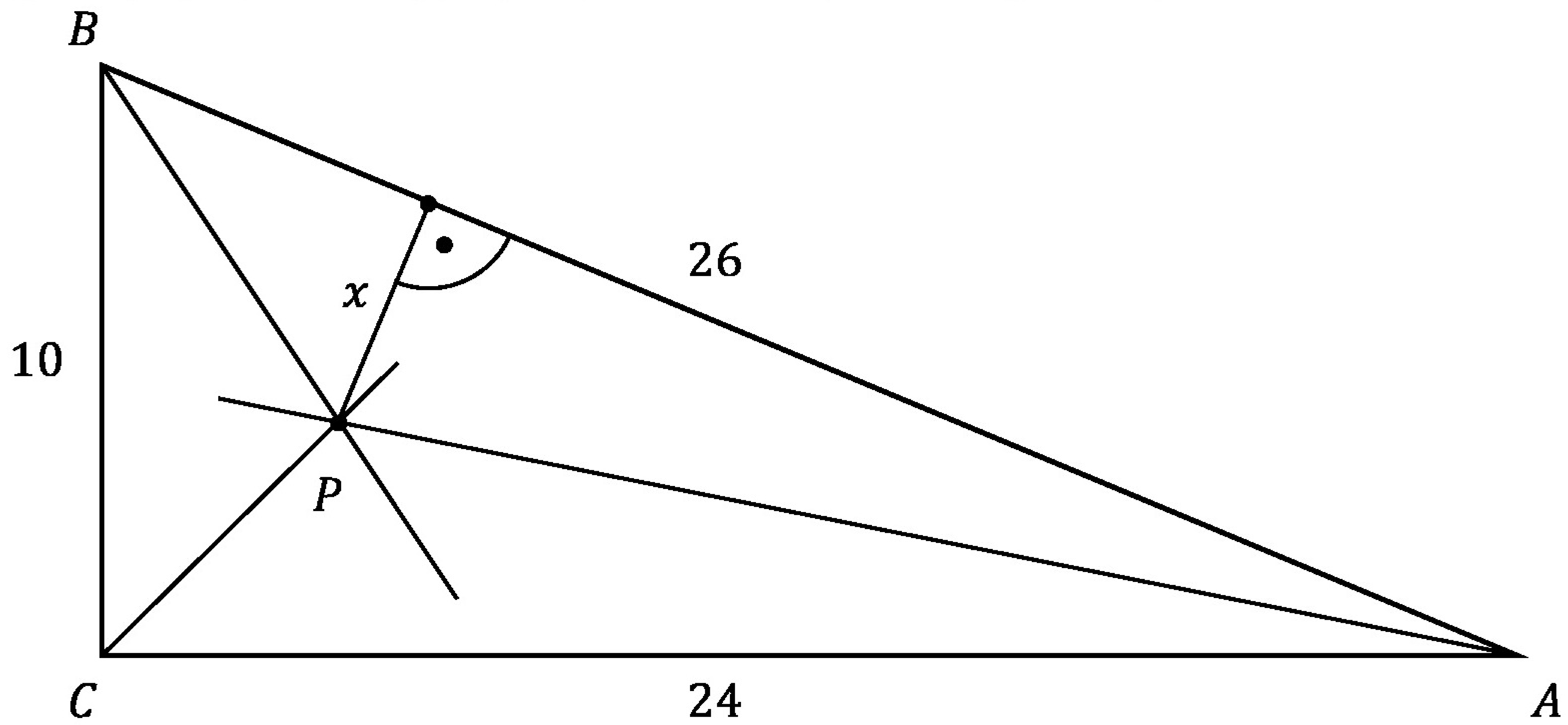
Miara kąta ABC jest równa

A. $20°$ **B.** $40°$

C. $45°$ **D.** $50°$

Zadanie 18. (0–1)

Dany jest trójkąt prostokątny ABC o bokach $|AC| = 24$, $|BC| = 10$, $|AB| = 26$. Dwusieczne kątów tego trójkąta przecinają się w punkcie P (zobacz rysunek).



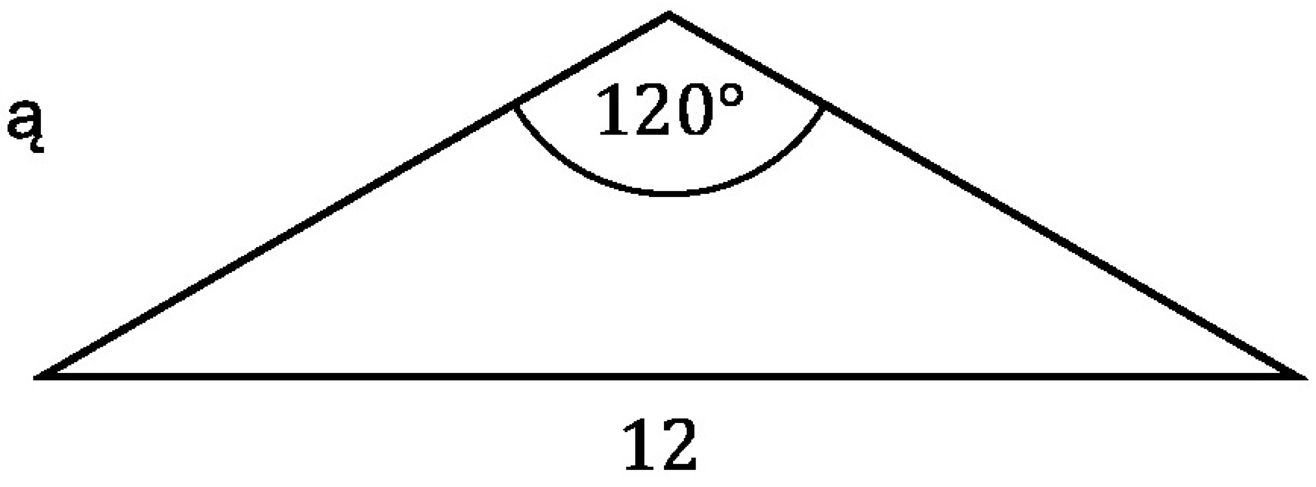
Odległość x punktu P od przeciwprostokątnej AB jest równa

A. 2 **B.** 4 **C.** $\frac{5}{2}$ **D.** $\frac{13}{3}$

Zadanie 19. (0–1)
Jeden z boków równoległoboku ma długość równą 5. Przekątne tego równoległoboku mogą mieć długości

A. 4 i 6 **B.** 4 i 3 **C.** 10 i 10 **D.** 5 i 5

Zadanie 20. (0–1)
W pewnym trójkącie równoramiennym największy kąt ma miarę $120°$, a najdłuższy bok ma długość 12 (zobacz rysunek).



Najkrótsza wysokość tego trójkąta ma długość równą

A. 6 **B.** $2\sqrt{3}$
C. $4\sqrt{3}$ **D.** $6\sqrt{3}$

Zadanie 21. (0–1)
Prosta przechodząca przez punkty $(-4,-1)$ oraz $(5,5)$ ma równanie

A. $y = x + 3$ **B.** $y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ **C.** $y = x - 3$ **D.** $y = \frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$

Zadanie 22. (0–1)
Proste o równaniach $y = -\frac{1}{m-2}x - 1$ i $y = \frac{1}{3}x + 1$ są równoległe. Wynika stąd, że

A. $m = \frac{5}{3}$ **B.** $m = -1$ **C.** $m = \frac{7}{3}$ **D.** $m = 5$

Zadanie 23. (0–1)
W prostokącie $ABCD$ dane są wierzchołki $C = (-3,1)$ oraz $D = (2,1)$. Bok AD ma długość 6. Pole tego prostokąta jest równe

A. $6\sqrt{29}$ **B.** $12\sqrt{2}$ **C.** 24 **D.** 30

Zadanie 24. (0–1)
Obrazem prostej o równaniu $x - 2y + 3 = 0$ w symetrii osiowej względem osi Oy jest prosta o równaniu

A. $-x + 2y + 3 = 0$
B. $-x + 2y - 3 = 0$
C. $x + 2y - 3 = 0$
D. $x + 2y + 3 = 0$

Zadanie 25. (0–1)
Graniastosłup prawidłowy ma 36 krawędzi. Długość każdej z tych krawędzi jest równa 4. Pole powierzchni bocznej tego graniastosłupa jest równe

A. 176 **B.** 192 **C.** 224 **D.** 288

Zadanie 26. (0–1)
Wysokość ściany bocznej ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego jest 2 razy dłuższa od krawędzi jego podstawy. Stosunek pola powierzchni bocznej tego ostrosłupa do pola jego podstawy jest równy

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ **C.** 1 **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Zadanie 27. (0–1)
W pudełku znajdują się płytki z literami. Na każdej płytce jest wydrukowana jedna litera – spółgłoskowa albo samogłoskowa. Płytek z literami spółgłoskowymi jest o 25% więcej niż płytek z literami samogłoskowymi. Losujemy jedną płytkę. Prawdopodobieństwo wylosowania płytki z literą samogłoskową jest równe

A. $0{,}75$ **B.** $0{,}25$ **C.** $\frac{4}{9}$ **D.** $\frac{5}{9}$

Zadanie 28. (0–1)
Średnia arytmetyczna czterech liczb dodatnich: $2, 3x, 3x+2, 3x+4$ jest równa $\frac{13}{2}$. Wynika stąd, że

A. $x = 9$ **B.** $x = \frac{13}{2}$ **C.** $x = \frac{5}{9}$ **D.** $x = 2$

Zadanie 29. (0–2)

Rozwiąż nierówność:

$$2(x+1)(x-3) < x^2 - 9$$

Zadanie 30. (0–2)

Wykaż, że dla wszystkich liczb rzeczywistych a, b i c takich, że $\frac{a+b}{2} > c$ i $\frac{b+c}{2} > a$, prawdziwa jest nierówność

$$\frac{a+c}{2} < b$$

Zadanie 31. (0–2)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n), określony dla wszystkich liczb naturalnych $n \geq 1$. Suma dwudziestu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa $20a_{21} + 62$. Oblicz różnicę ciągu (a_n).

Zadanie 32. (0–2)

Dany jest trapez o podstawach długości a oraz b i wysokości h. Każdą z podstaw tego trapezu wydłużono o 25%, a wysokość skrócono tak, że powstał nowy trapez o takim samym polu. Oblicz, o ile procent skrócono wysokość h trapezu.

Zadanie 33. (0–2)

W trójkącie ABC boki BC i AC są równej długości. Prosta k jest prostopadła do podstawy AB tego trójkąta i przecina boki AB oraz BC w punktach – odpowiednio – D i E. Pole czworokąta $ADEC$ jest 17 razy większe od pola trójkąta BED. Oblicz $\frac{|CE|}{|EB|}$.

Zadanie 34. (0–2)

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych, których cyfra dziesiątek należy do zbioru $\{3,4,5,6,7,8\}$, a cyfra jedności należy do zbioru $\{0,1,2,3,4\}$, losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosujemy liczbę dwucyfrową, która jest podzielna przez 4.

Zadanie 35. (0–5)

Podstawa AB trójkąta równoramiennego ABC jest zawarta w prostej o równaniu $y = -2x + 16$. Wierzchołki B i C mają współrzędne $B = (3,10)$ i $C = (-2,3)$. Oblicz współrzędne wierzchołka A i pole trójkąta ABC.