MATURA PODSTAWOWA POPRAWKOWA WRZESIEŃ 2020

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\left(\sqrt{5}+2\sqrt{3}\right)^2$ jest równa

A. 11 **B.** 17 **C.** $17+4\sqrt{15}$ **D.** $17+2\sqrt{15}$

Zadanie 2. (0–1)

Liczbę $\sqrt[4]{9\cdot\sqrt{3}}$ można zapisać w postaci

A. $3^{\frac{5}{8}}$ **B.** $3^{\frac{11}{4}}$ **C.** $3^{\frac{1}{4}}$ **D.** $3^{\frac{9}{8}}$

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $2\log5+3\log2$ jest równa

A. $\log(2\cdot5)+\log(3\cdot2)$ **B.** $\log 2^5+\log 3^2$

C. $2\cdot3\log(5\cdot2)$ **D.** $\log(5^2\cdot2^3)$

Zadanie 4. (0–1)

Najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą nierówność $\frac{5(4-x)}{2}<x$ jest liczba

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Zadanie 5. (0–1)

W zestawie 250 liczb występują jedynie liczby 4 i 2. Liczba 4 występuje 128 razy, a liczba 2 występuje 122 razy. Przyjęto przybliżenie średniej arytmetycznej zestawu tych wszystkich liczb do liczby 3. Błąd bezwzględny tego przybliżenia jest równy

A. 0,024 **B.** 0,24 **C.** 0,0024 **D.** 0,00024

Zadanie 6. (0–1)

Na początku miesiąca komputer kosztował 3 500 zł. W drugiej dekadzie tego miesiąca cenę komputera obniżono o 10%, a w trzeciej dekadzie cena tego komputera została jeszcze raz obniżona, tym razem o 15%. Innych zmian ceny tego komputera w tym miesiącu już nie było. Cena komputera na koniec miesiąca była równa

A. 3 272,50 zł **B.** 2 625 zł

C. 2 677,50 zł **D.** 2 800 zł

Zadanie 7. (0–1)

Funkcje liniowe f i g określone wzorami $f(x)=-4x+12$ i $g(x)=-2x+k+3$ mają wspólne miejsce zerowe. Stąd wynika, że

A. $k=-6$ **B.** $k=-3$ **C.** $k=3$ **D.** $k=6$

Zadanie 8. (0–1)

Zbiorem wartości funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x)=-(x+9)^2+m$ jest przedział $(-\infty,\ -5\rangle$. Wtedy

A. $m=5$ **B.** $m=-5$ **C.** $m=-9$ **D.** $m=9$

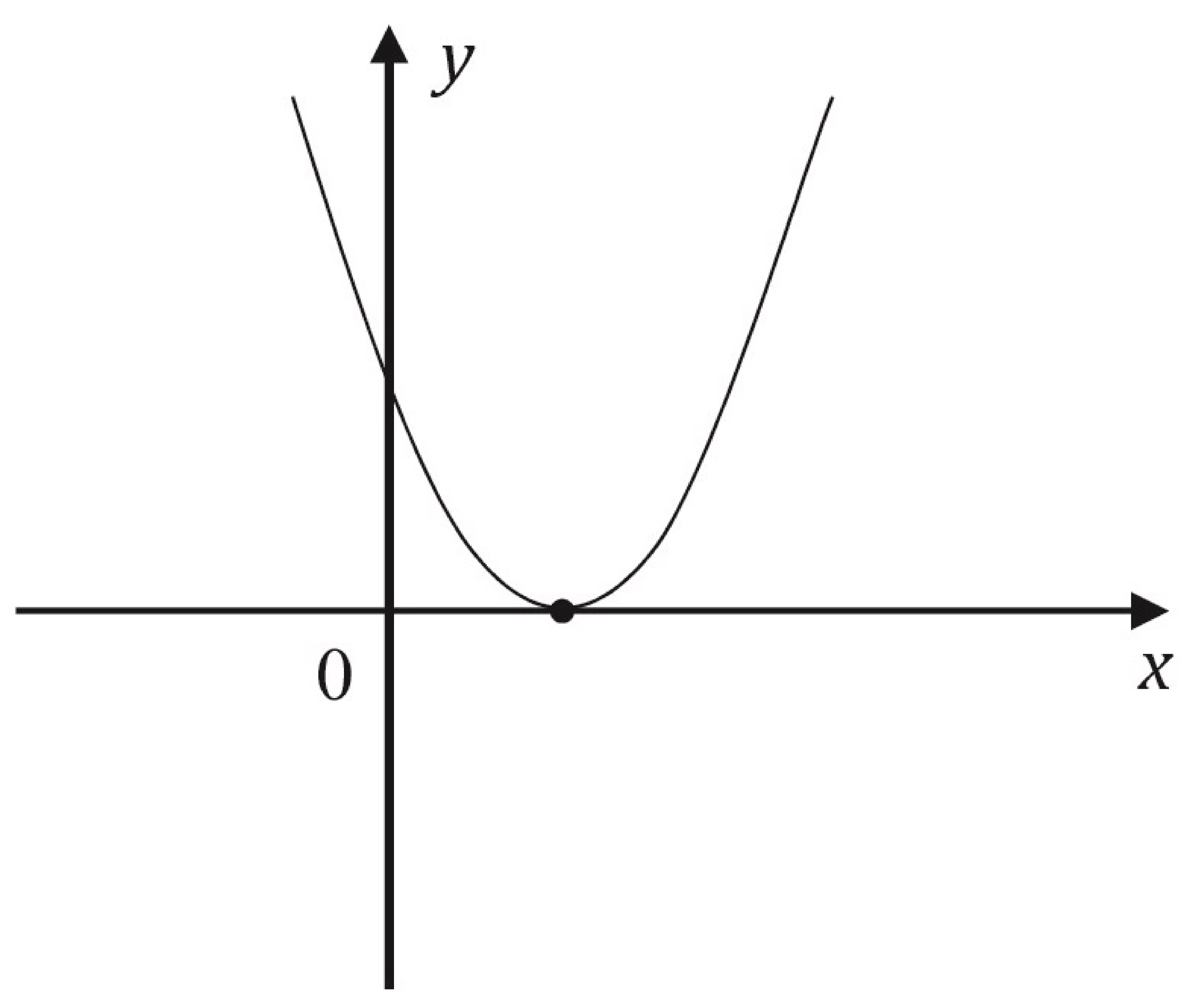
Zadanie 9. (0–1)

Osią symetrii wykresu funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x)=\frac{1}{3}x^2+4x+7$ jest prosta o równaniu

A. $x=-6$ **B.** $y=-6$ **C.** $x=-2$ **D.** $y=-2$

Zadanie 10. (0–1)

Na rysunku poniżej przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x)=ax^2+bx+c$.



Stąd wynika, że

A. $\begin{cases}a<0\\c<0\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}a<0\\c>0\end{cases}$

C. $\begin{cases}a>0\\c<0\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}a>0\\c>0\end{cases}$

Zadanie 11. (0–1)

Rozwiązaniem równania $\frac{x^2-3x}{x^2+x}=0$ jest liczba

A. -3 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 9

Zadanie 12. (0–1)

Do okręgu o środku w punkcie $S=(2,\ 4)$ należy punkt $P=(1,\ 3)$. Długość tego okręgu jest równa

A. $4\pi\sqrt{2}$ **B.** $3\pi\sqrt{2}$ **C.** $2\pi\sqrt{2}$ **D.** $\pi\sqrt{2}$

Zadanie 13. (0–1)

Prosta l jest równoległa do prostej $y=-\frac{1}{2}x+2$. Na prostej l leży punkt $P=(0,7)$. Zatem równanie prostej l ma postać

A. $y=2x$ **B.** $y=2x+7$ **C.** $y=-\frac{1}{2}x$ **D.** $y=-\frac{1}{2}x+7$

Zadanie 14. (0–1)

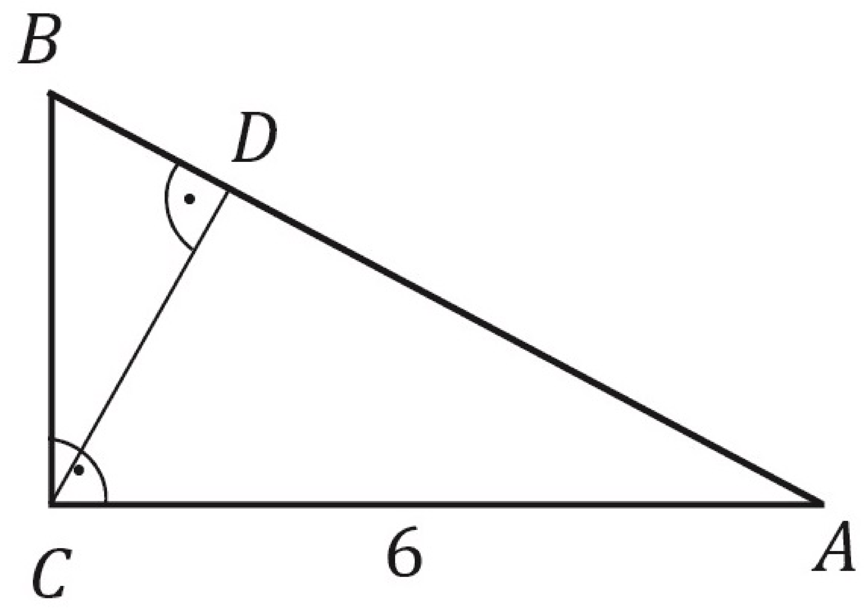
Punkt $S=(4,\ 8)$ jest środkiem odcinka PQ, którego koniec P leży na osi Oy, a koniec Q – na osi Ox. Wynika stąd, że

A. $P=(0,\ 16)$ i $Q=(8,\ 0)$ **B.** $P=(0,\ 8)$ i $Q=(16,\ 0)$

C. $P=(0,\ 4)$ i $Q=(4,\ 0)$ **D.** $P=(0,\ 8)$ i $Q=(8,\ 0)$

Zadanie 15. (0–1)

Przyprostokątna AC trójkąta prostokątnego ABC ma długość 6, a wysokość CD dzieli go na dwa takie trójkąty ADC i CDB, że pole trójkąta ADC jest 4 razy większe od pola trójkąta CDB (zobacz rysunek).



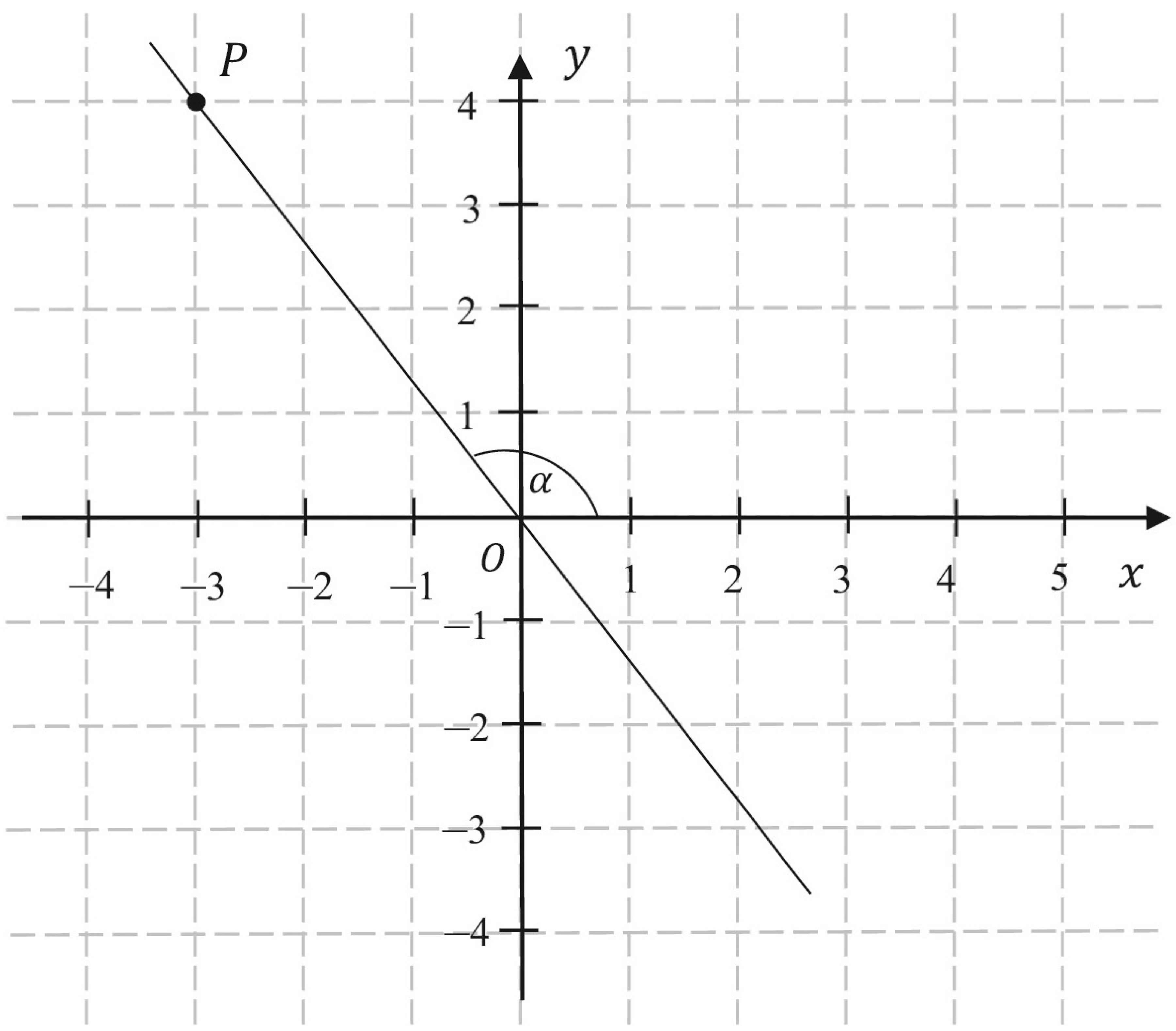
Przyprostokątna BC trójkąta prostokątnego ABC jest równa

A. 1,5 **B.** 2

C. 2,5 **D.** 3

Zadanie 16. (0–1)

Punkty $P=(-3,\ 4)$ i $O=(0,\ 0)$ leżą na jednej prostej. Kąt α jest kątem nachylenia tej prostej do osi *Ox* (zobacz rysunek).



Wtedy tangens kąta α jest równy

A. $-\frac{3}{4}$

B. $-\frac{4}{3}$

C. $\frac{4}{3}$

D. $\frac{3}{4}$

Zadanie 17. (0–1)

Kąt α jest ostry oraz $\sin\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$. Wtedy

A. $\cos\alpha=\frac{5}{2\sqrt{5}}$ **B.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$ **C.** $\cos\alpha=\frac{1}{5}$ **D.** $\cos\alpha=\frac{4}{5}$

Zadanie 18. (0–1)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, są dane dwa wyrazy: $a_1 = 2$ i $a_2 = 5$. Stąd wynika, że n-ty wyraz tego ciągu jest określony wzorem

A. $a_n = 3n - 1$ **B.** $a_n = 3n + 2$ **C.** $a_n = 2n + 3$ **D.** $a_n = 2n - 1$

Zadanie 19. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ dla wszystkich liczb rzeczywistych x. Funkcja f dla argumentu $x = -3$ przyjmuje wartość

A. $\frac{1}{6}$ **B.** $\frac{1}{8}$ **C.** 6 **D.** 8

Zadanie 20. (0–1)

Wielkości x i y są odwrotnie proporcjonalne (tabela poniżej).

x	a	3	8
y	36	24	b

Stąd wynika, że

A. $a = 6,\ b = 22{,}5$ **B.** $a = \frac{4}{3},\ b = 6$ **C.** $a = 3,\ b = 96$ **D.** $a = 2,\ b = 9$

Zadanie 21. (0–1)

W prostokątnym układzie współrzędnych na płaszczyźnie parę prostych prostopadłych opisują równania

A. $y = 2x$ i $y = -\frac{1}{2}$ **B.** $y = -2x$ i $y = \frac{1}{2}x$

C. $y = 2x$ i $y = \frac{1}{2}x$ **D.** $y = 2$ i $y = -2x$

Zadanie 22. (0–1)

Dane są punkty $A = (4, 1),\ B = (1, 3),\ C = (4, -1)$. Pole trójkąta ABC jest równe

A. 3 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 16

Zadanie 23. (0–1)

Ile jest wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych mniejszych od 2020 i podzielnych przez 4?

A. 506 **B.** 505 **C.** 256 **D.** 255

Zadanie 24. (0–1)

Dane są graniastosłup i ostrosłup o takich samych podstawach. Liczba wszystkich wierzchołków tego graniastosłupa jest o 9 większa od liczby wszystkich wierzchołków tego ostrosłupa. Podstawą każdej z tych brył jest

A. dziewięciokąt. **B.** ośmiokąt.

C. osiemnastokąt. **D.** dziesięciokąt.

Zadanie 25. (0–1)

Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest równe 12. Suma długości wszystkich krawędzi tego sześcianu jest równa

A. $6\sqrt{2}$ **B.** $3\sqrt{2}$ **C.** $12\sqrt{2}$ **D.** $8\sqrt{2}$

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż nierówność:

$$-2x^2 + 5x + 3 \leq 0.$$

Zadanie 27. (0–2)

Dany jest trzywyrazowy ciąg $(x + 2,\ 4x + 2,\ x + 11)$. Oblicz wszystkie wartości x, dla których ten ciąg jest geometryczny.

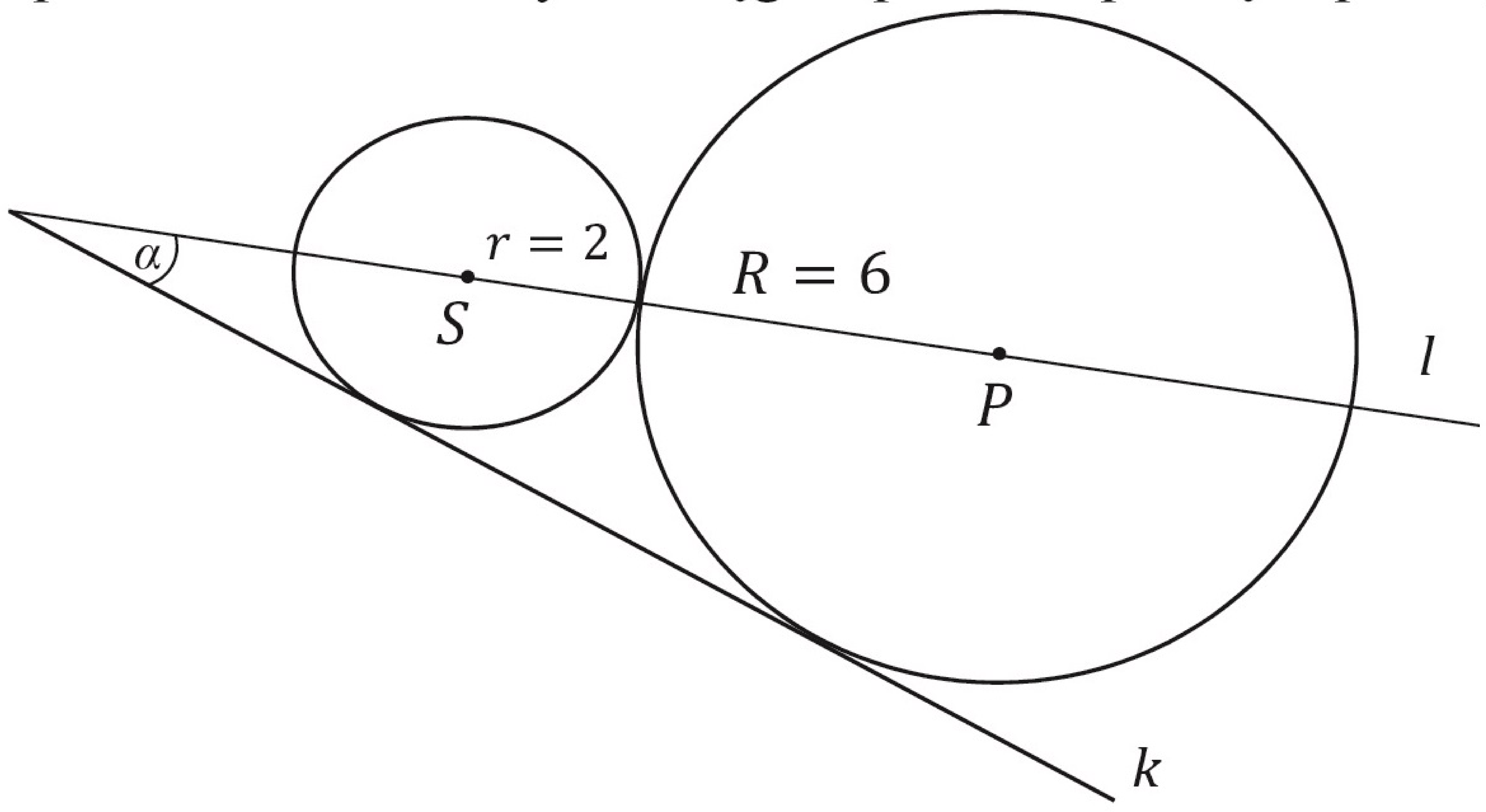
Zadanie 28. (0–2)

Wykaż, że dla dowolnych różnych liczb rzeczywistych a i b prawdziwa jest nierówność

$$a(a + b) + b^2 > 3ab.$$

Zadanie 29. (0–2)

Dwa okręgi o promieniach $r = 2$ i $R = 6$ są styczne zewnętrznie i są styczne do wspólnej prostej k. Wykaż, że prosta l przechodząca przez środki S i P tych okręgów przecina prostą k pod kątem $\alpha = 30°$ (zobacz rysunek).



Zadanie 30. (0–2)

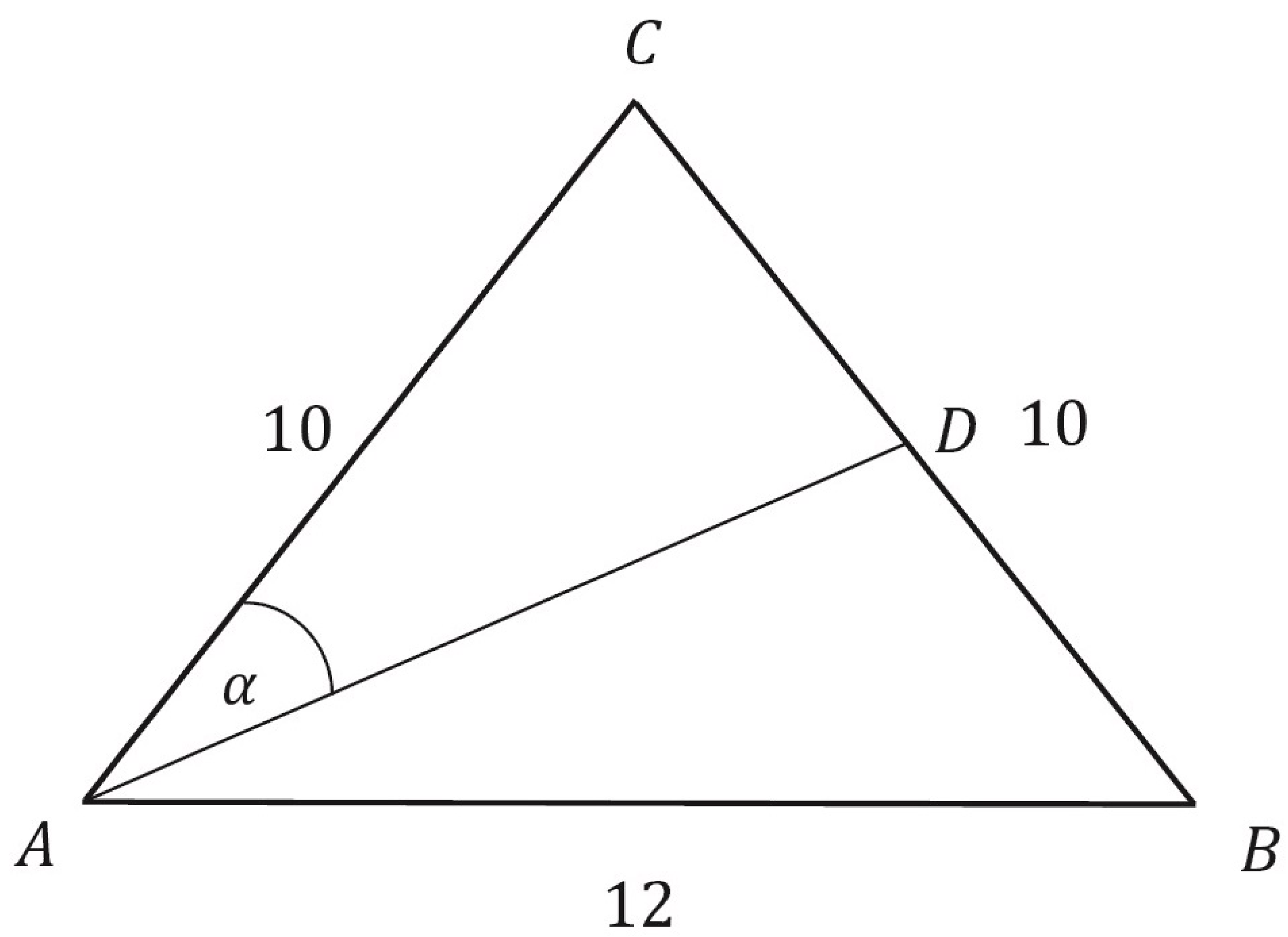
Rozwiąż równanie $(x^3 + 8)(x^2 - 9) = 0$.

Zadanie 31. (0–2)

W pudełku jest 8 kul, z czego 5 białych i 3 czarne. Do tego pudełka dołożono n kul białych. Doświadczenie polega na losowaniu jednej kuli z tego pudełka. Prawdopodobieństwo, że będzie to kula biała, jest równe $\frac{11}{12}$. Oblicz n.

Zadanie 32. (0–4)

Dany jest trójkąt równoramienny ABC, w którym podstawa AB ma długość 12, a każde z ramion AC i BC ma długość równą 10. Punkt D jest środkiem ramienia BC (zobacz rysunek).



Oblicz sinus kąta α, jaki środkowa AD tworzy z ramieniem AC trójkąta ABC.

Zadanie 33. (0–4)

Pole powierzchni bocznej stożka jest trzy razy większe od pola jego podstawy. Wysokość tego stożka jest równa 12. Oblicz objętość tego stożka.

Zadanie 34. (0–5)

Prosta o równaniu $y = -2x + 7$ jest symetralną odcinka PQ, gdzie $P = (4, 5)$. Oblicz współrzędne punktu Q.