

MATURA PODSTAWOWA CZERWIEC 2020 (STARA WERSJA)

Zadanie 1. (1 pkt)

Wartość wyrażenia $x^2 - 6x + 9$ dla $x = \sqrt{3} + 3$ jest równa

- A. 1 B. 3 C. $1 + 2\sqrt{3}$ D. $1 - 2\sqrt{3}$

Zadanie 2. (1 pkt)

Liczba $\frac{2^{50} \cdot 3^{40}}{36^{10}}$ jest równa

- A. 6^{70} B. 6^{45} C. $2^{30} \cdot 3^{20}$ D. $2^{10} \cdot 3^{20}$

Zadanie 3. (1 pkt)

Liczba $\log_5 \sqrt{125}$ jest równa

- A. $\frac{2}{3}$ B. 2 C. 3 D. $\frac{3}{2}$

Zadanie 4. (1 pkt)

Cenę x pewnego towaru obniżono o 20% i otrzymano cenę y . Aby przywrócić cenę x , nową cenę y należy podnieść o

- A. 25% B. 20% C. 15% D. 12%

Zadanie 5. (1 pkt)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $3(1-x) > 2(3x-1) - 12x$ jest przedział

- A. $\left(-\frac{5}{3}, +\infty\right)$ B. $\left(-\infty, \frac{5}{3}\right)$ C. $\left(\frac{5}{3}, +\infty\right)$ D. $\left(-\infty, -\frac{5}{3}\right)$

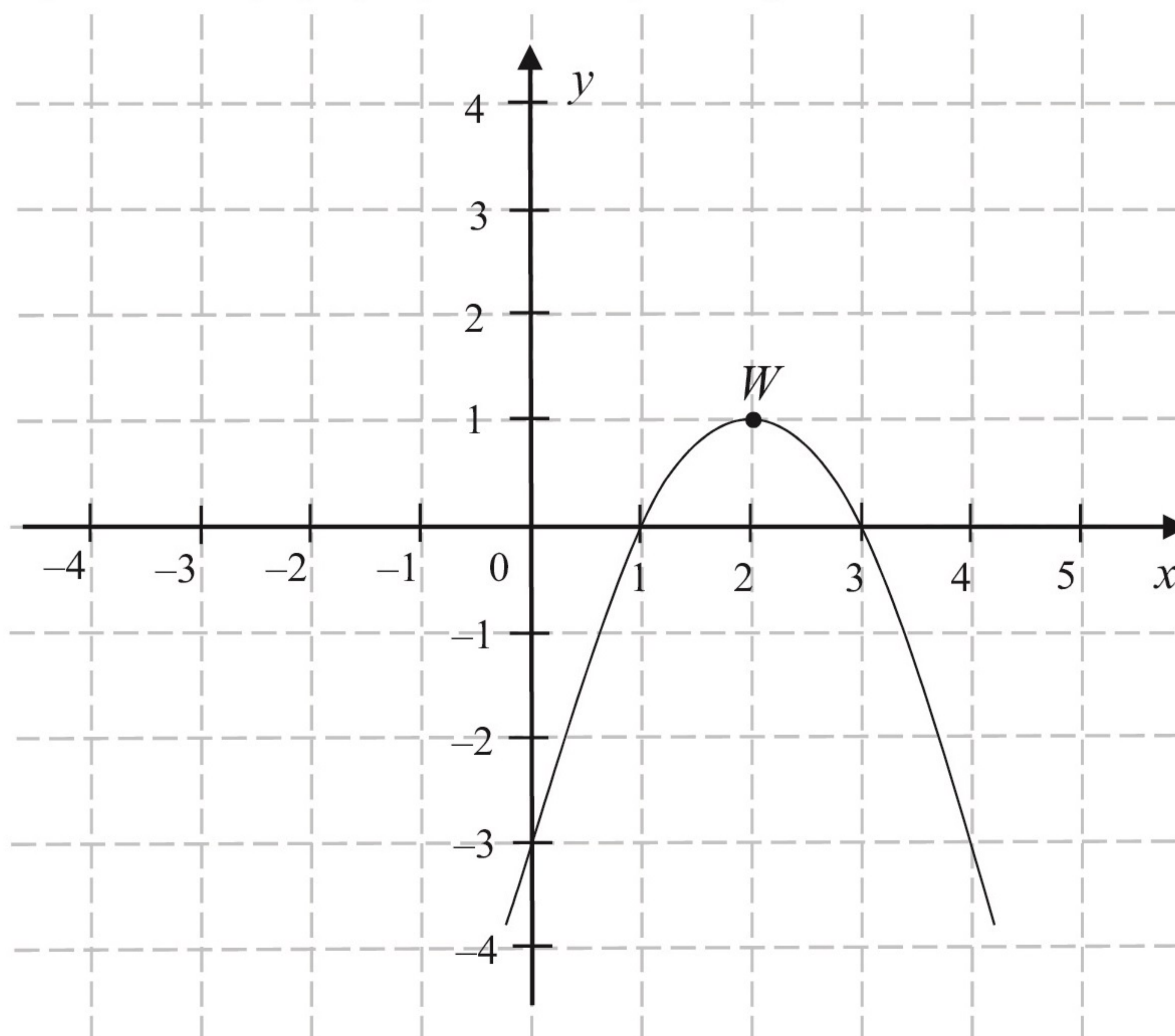
Zadanie 6. (1 pkt)

Suma wszystkich rozwiązań równania $x(x-3)(x+2) = 0$ jest równa

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Informacja do zadań 7.–9.

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = a(x-1)(x-3)$. Na rysunku przedstawiono fragment paraboli będącej wykresem tej funkcji. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W = (2, 1)$.



Zadanie 7. (1 pkt)

Współczynnik a we wzorze funkcji f jest równy

- A. 1 B. 2 C. -2 D. -1

Zadanie 8. (1 pkt)

Największa wartość funkcji f w przedziale $\langle 1, 4 \rangle$ jest równa

- A. -3 B. 0 C. 1 D. 2

Zadanie 9. (1 pkt)

Osią symetrii paraboli będącej wykresem funkcji f jest prosta o równaniu

- A. $x=1$ B. $x=2$ C. $y=1$ D. $y=2$

Zadanie 10. (1 pkt)

Równanie $x(x-2)=(x-2)^2$ w zbiorze liczb rzeczywistych

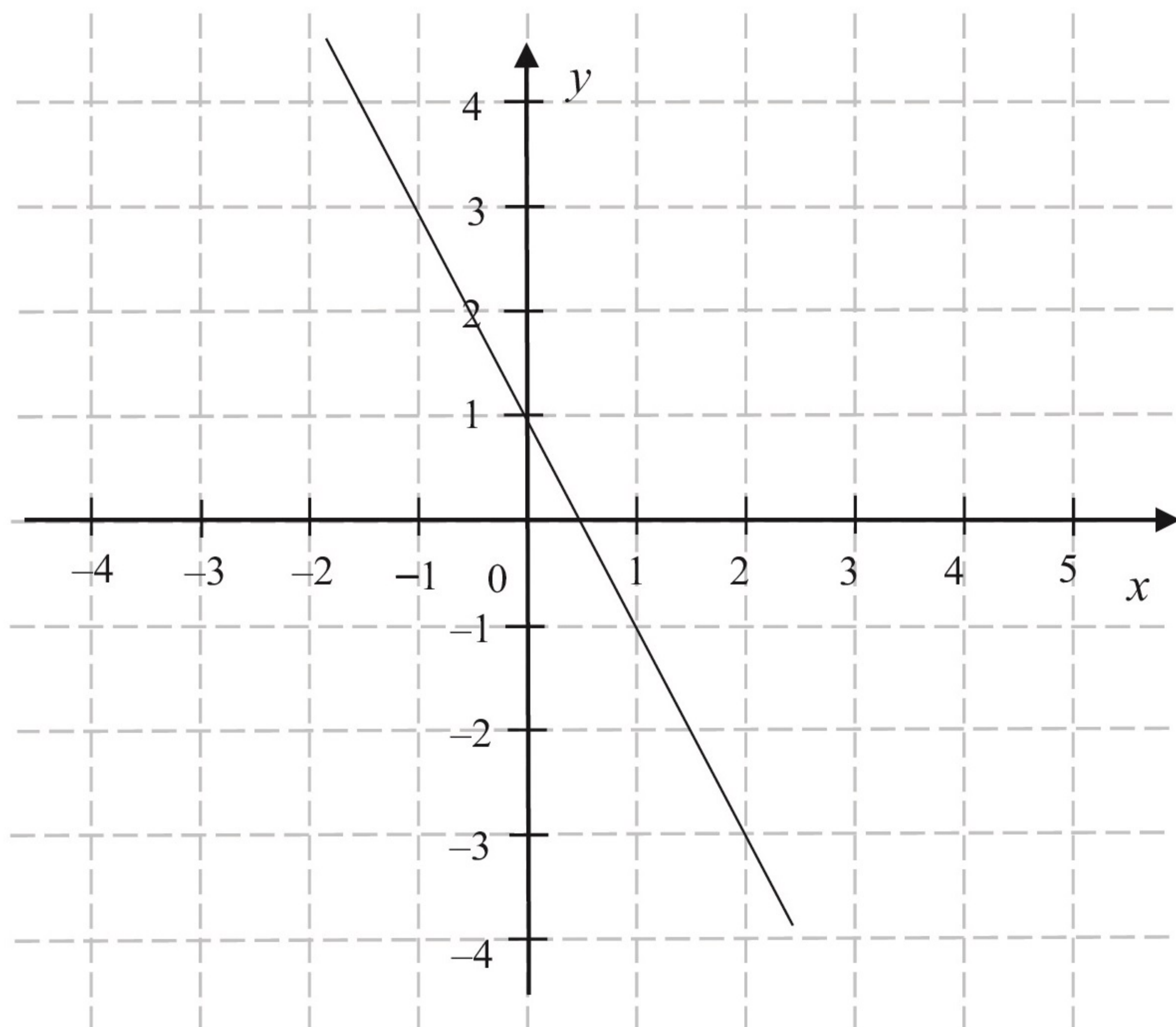
- A. nie ma rozwiązań.
 B. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x=2$.
 C. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x=0$.
 D. ma dwa różne rozwiązania: $x=1$ i $x=2$.

Zadanie 11. (1 pkt)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x) = ax + b$.

Współczynniki a oraz b we wzorze funkcji f spełniają zależność

- A. $a+b > 0$
 B. $a+b = 0$
 C. $a \cdot b > 0$
 D. $a \cdot b < 0$

**Zadanie 12. (1 pkt)**

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = 4^{-x} + 1$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Liczba $f\left(\frac{1}{2}\right)$ jest równa

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 3 D. 17

Zadanie 13. (1 pkt)

Proste o równaniach $y = (m-2)x$ oraz $y = \frac{3}{4}x + 7$ są równoległe. Wtedy

- A. $m = -\frac{5}{4}$ B. $m = \frac{2}{3}$ C. $m = \frac{11}{4}$ D. $m = \frac{10}{3}$

Zadanie 14. (1 pkt)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2n^2$ dla $n \geq 1$. Różnica $a_5 - a_4$ jest równa

- A. 4 B. 20 C. 36 D. 18

Zadanie 15. (1 pkt)

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, czwarty wyraz jest równy 3, a różnica tego ciągu jest równa 5. Suma $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ jest równa

- A. -42 B. -36 C. -18 D. 6

Zadanie 16. (1 pkt)

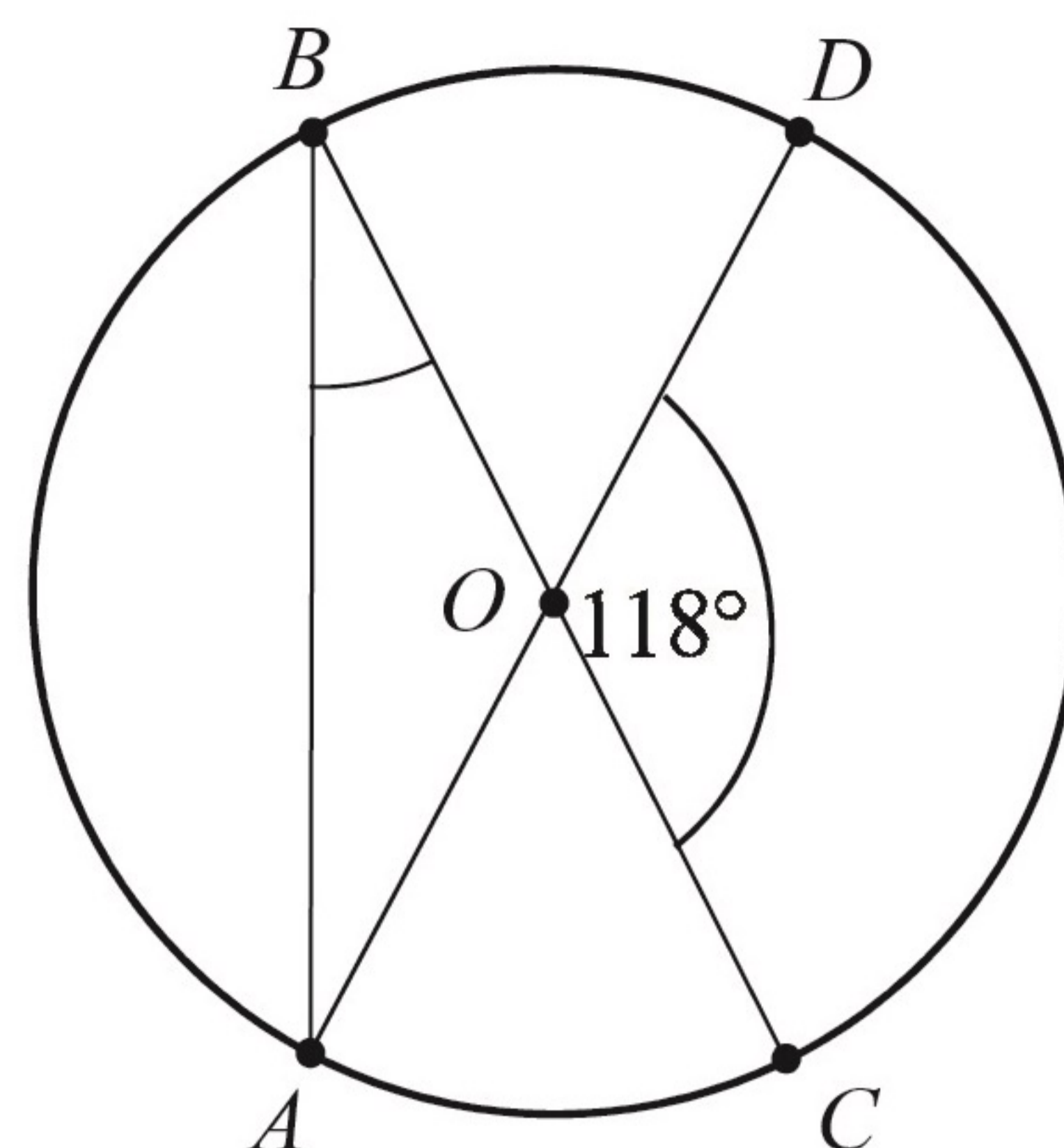
Punkt $A = \left(\frac{1}{3}, -1\right)$ należy do wykresu funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x) = 3x + b$.

Wynika stąd, że

- A. $b=2$ B. $b=1$ C. $b=-1$ D. $b=-2$

Zadanie 17. (1 pkt)

Punkty A, B, C, D leżą na okręgu o środku w punkcie O . Kąt środkowy DOC ma miarę 118° (zobacz rysunek).



Miara kąta ABC jest równa

- A. 59° B. 48°
C. 62° D. 31°

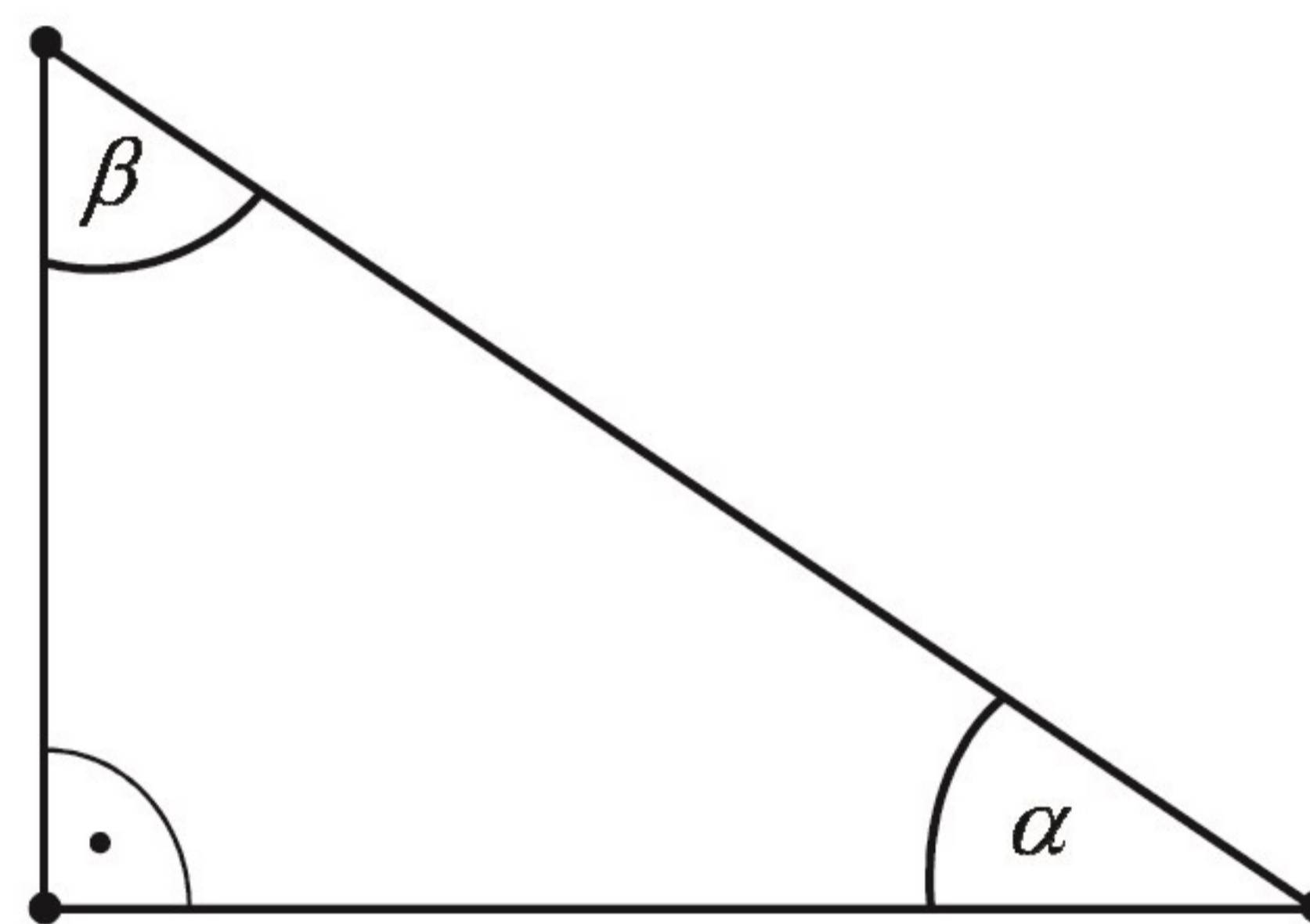
Zadanie 18. (1 pkt)

Prosta przechodząca przez punkty $A = (3, -2)$ i $B = (-1, 6)$ jest określona równaniem

- A. $y = -2x + 4$ B. $y = -2x - 8$ C. $y = 2x + 8$ D. $y = 2x - 4$

Zadanie 19. (1 pkt)

Dany jest trójkąt prostokątny o kątach ostrych α i β (zobacz rysunek).



Wyrażenie $2 \cos \alpha - \sin \beta$ jest równe

- A. $2 \sin \beta$ B. $\cos \alpha$
C. 0 D. 2

Zadanie 20. (1 pkt)

Punkt B jest obrazem punktu $A = (-3, 5)$ w symetrii względem początku układu współrzędnych. Długość odcinka AB jest równa

- A. $2\sqrt{34}$ B. 8 C. $\sqrt{34}$ D. 12

Zadanie 21. (1 pkt)

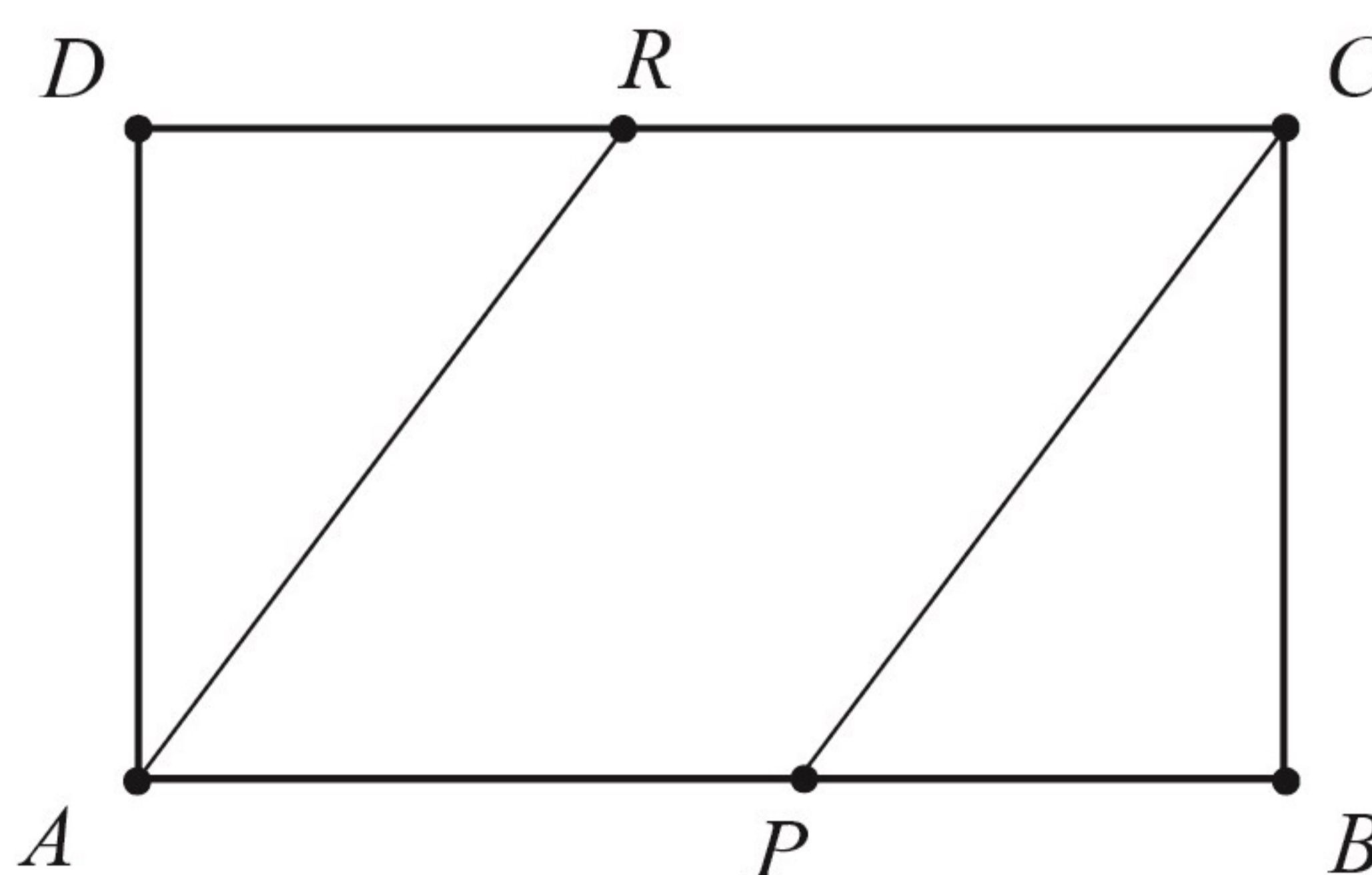
Ile jest wszystkich dwucyfrowych liczb naturalnych utworzonych z cyfr: 1, 3, 5, 7, 9, w których cyfry się nie powtarzają?

- A. 10 B. 15 C. 20 D. 25

Zadanie 22. (1 pkt)

Pole prostokąta $ABCD$ jest równe 90. Na bokach AB i CD wybrano – odpowiednio – punkty P i R ,

takie, że $\frac{|AP|}{|PB|} = \frac{|CR|}{|RD|} = \frac{3}{2}$ (zobacz rysunek).



Pole czworokąta $APCR$ jest równe

- A. 36 B. 40
C. 54 D. 60

Zadanie 23. (1 pkt)

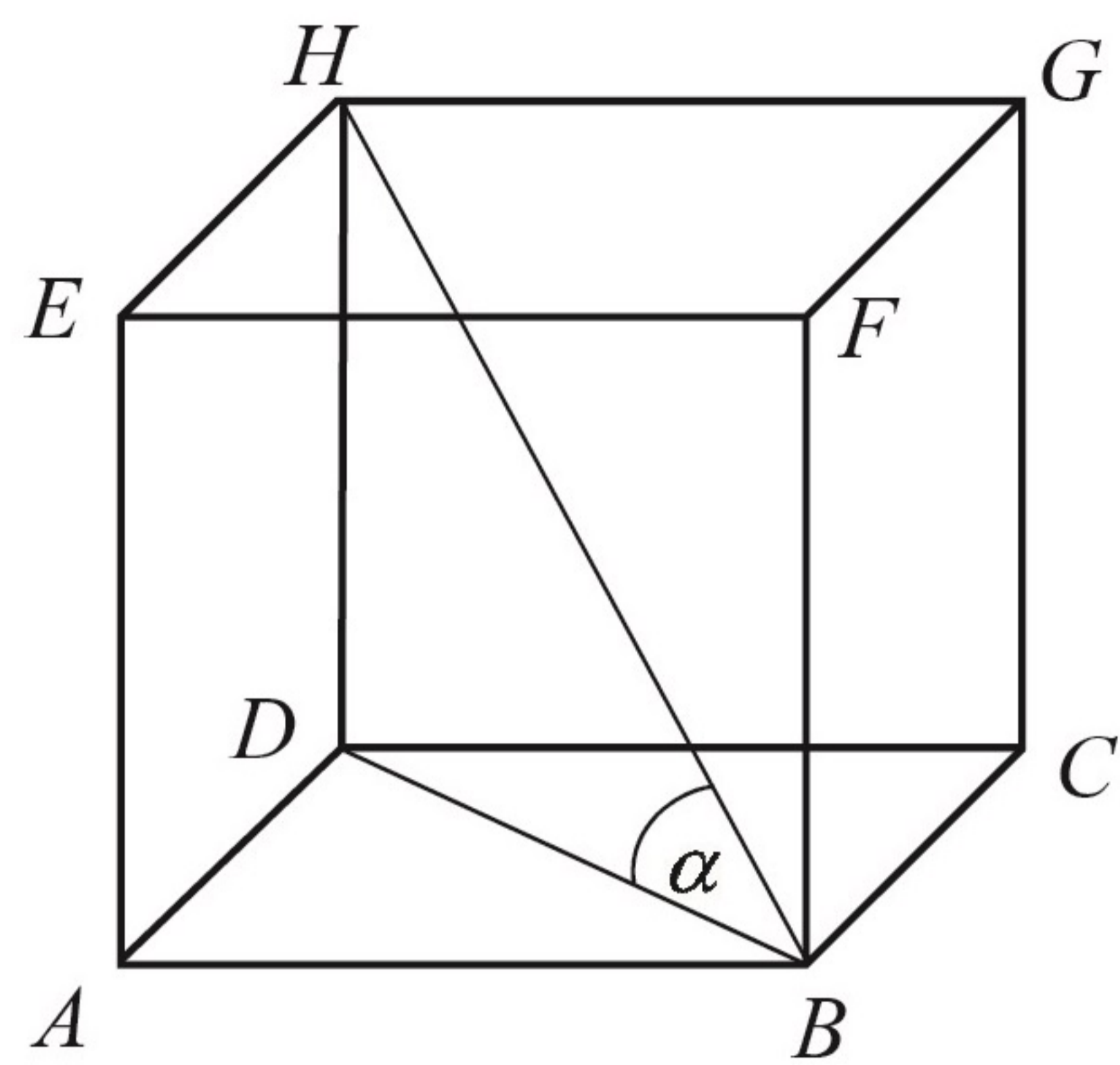
Cztery liczby: 2, 3, a , 8, tworzące zestaw danych, są uporządkowane rosnąco. Mediana tego zestawu czterech danych jest równa medianie zestawu pięciu danych: 5, 3, 6, 8, 2. Zatem

- A. $a = 7$ B. $a = 6$ C. $a = 5$ D. $a = 4$

Zadanie 24. (1 pkt)

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$. Sinus kąta α nachylenia przekątnej HB tego sześcianu do płaszczyzny podstawy $ABCD$ (zobacz rysunek) jest równy

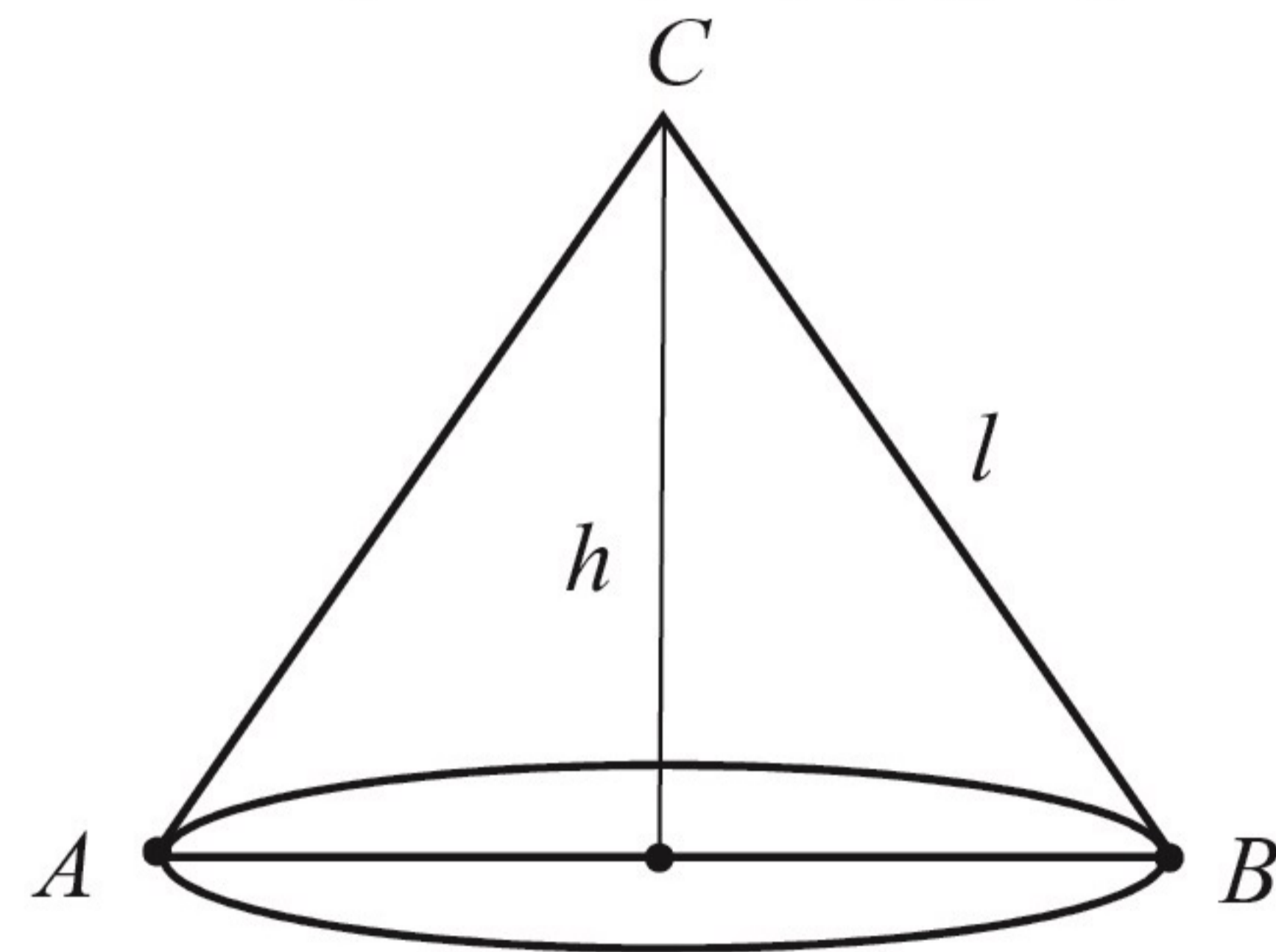
- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$
 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

**Zadanie 25. (1 pkt)**

Dany jest stożek o objętości 18π , którego przekrojem osiowym jest trójkąt ABC (zobacz rysunek). Kąt CBA jest kątem nachylenia tworzącej l tego stożka do płaszczyzny jego podstawy. Tangens kąta CBA jest równy 2.

Wynika stąd, że wysokość h tego stożka jest równa

- A. 12 B. 6
 C. 4 D. 2

**Zadanie 26. (2 pkt)**

Rozwiąż nierówność $2(x-1)(x+3) > x-1$.

Zadanie 27. (2 pkt)

Rozwiąż równanie $x^3 - 9x^2 - 4x + 36 = 0$.

Zadanie 28. (2 pkt)

Wykaż, że dla każdych dwóch różnych liczb rzeczywistych a i b prawdziwa jest nierówność

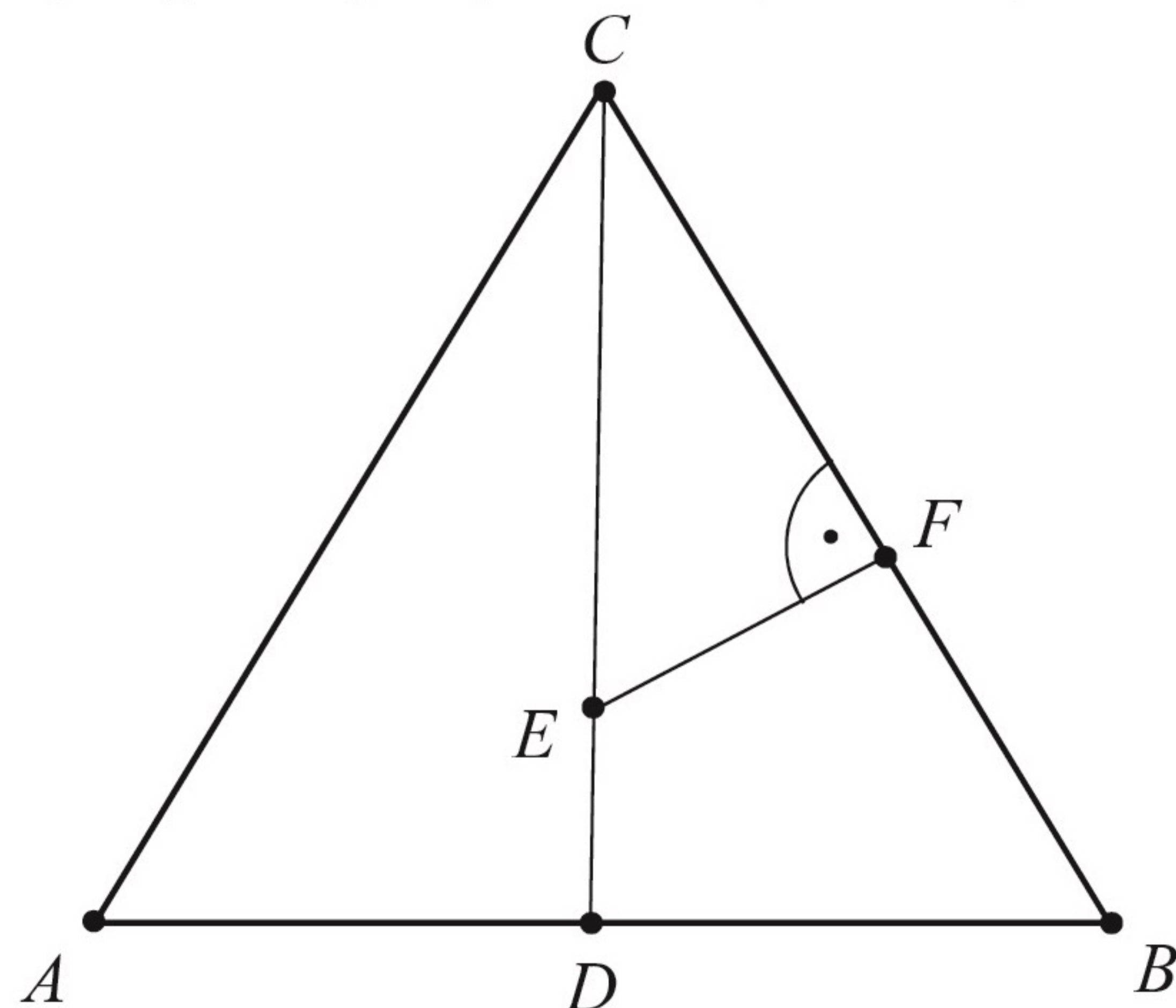
$$a(a-2b) + 2b^2 > 0.$$

Zadanie 29. (2 pkt)

Trójkąt ABC jest równoboczny. Punkt E leży na wysokości CD tego trójkąta oraz $|CE| = \frac{3}{4}|CD|$.

Punkt F leży na boku BC i odcinek EF jest prostopadły do BC (zobacz rysunek).

Wykaż, że $|CF| = \frac{9}{16}|CB|$.

**Zadanie 30. (2 pkt)**

Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ścianie ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że co najmniej jeden raz wypadnie ścianka z pięcioma oczkami.

Zadanie 31. (2 pkt)

Kąt α jest ostry i spełnia warunek $\frac{2 \sin \alpha + 3 \cos \alpha}{\cos \alpha} = 4$. Oblicz tangens kąta α .

Zadanie 32. (4 pkt)

Dany jest kwadrat $ABCD$, w którym $A = \left(5, -\frac{5}{3}\right)$. Przekątna BD tego kwadratu jest zawarta w prostej o równaniu $y = \frac{4}{3}x$. Oblicz współrzędne punktu przecięcia przekątnych AC i BD oraz pole kwadratu $ABCD$.

Zadanie 33. (4 pkt)

Wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego (a_n) , określonego dla $n \geq 1$, są dodatnie. Wyrazy tego ciągu spełniają warunek $6a_1 - 5a_2 + a_3 = 0$. Oblicz iloraz q tego ciągu należący do przedziału $\langle 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2} \rangle$.

Zadanie 34. (5 pkt)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCDS$, którego krawędź boczna ma długość 6 (zobacz rysunek). Ściana boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem, którego tangens jest równy $\sqrt{7}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

