MATURA PODSTAWOWA CZERWIEC 2020

Zadanie 1. (0–1)

Wartość wyrażenia x^2-6x+9 dla $x=\sqrt{3}+3$ jest równa

A. 1 **B.** 3 **C.** $1+2\sqrt{3}$ **D.** $1-2\sqrt{3}$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\frac{2^{50}\cdot 3^{40}}{36^{10}}$ jest równa

A. 6^{70} **B.** 6^{45} **C.** $2^{30}\cdot 3^{20}$ **D.** $2^{10}\cdot 3^{20}$

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $\log_5 \sqrt{125}$ jest równa

A. $\frac{2}{3}$ **B.** 2 **C.** 3 **D.** $\frac{3}{2}$

Zadanie 4. (0–1)

Cenę x pewnego towaru obniżono o 20% i otrzymano cenę y. Aby przywrócić cenę x, nową cenę y należy podnieść o

A. 25% **B.** 20% **C.** 15% **D.** 12%

Zadanie 5. (0–1)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $3(1-x)>2(3x-1)-12x$ jest przedział

A. $\left(-\frac{5}{3},+\infty\right)$ **B.** $\left(-\infty,\frac{5}{3}\right)$ **C.** $\left(\frac{5}{3},+\infty\right)$ **D.** $\left(-\infty,-\frac{5}{3}\right)$

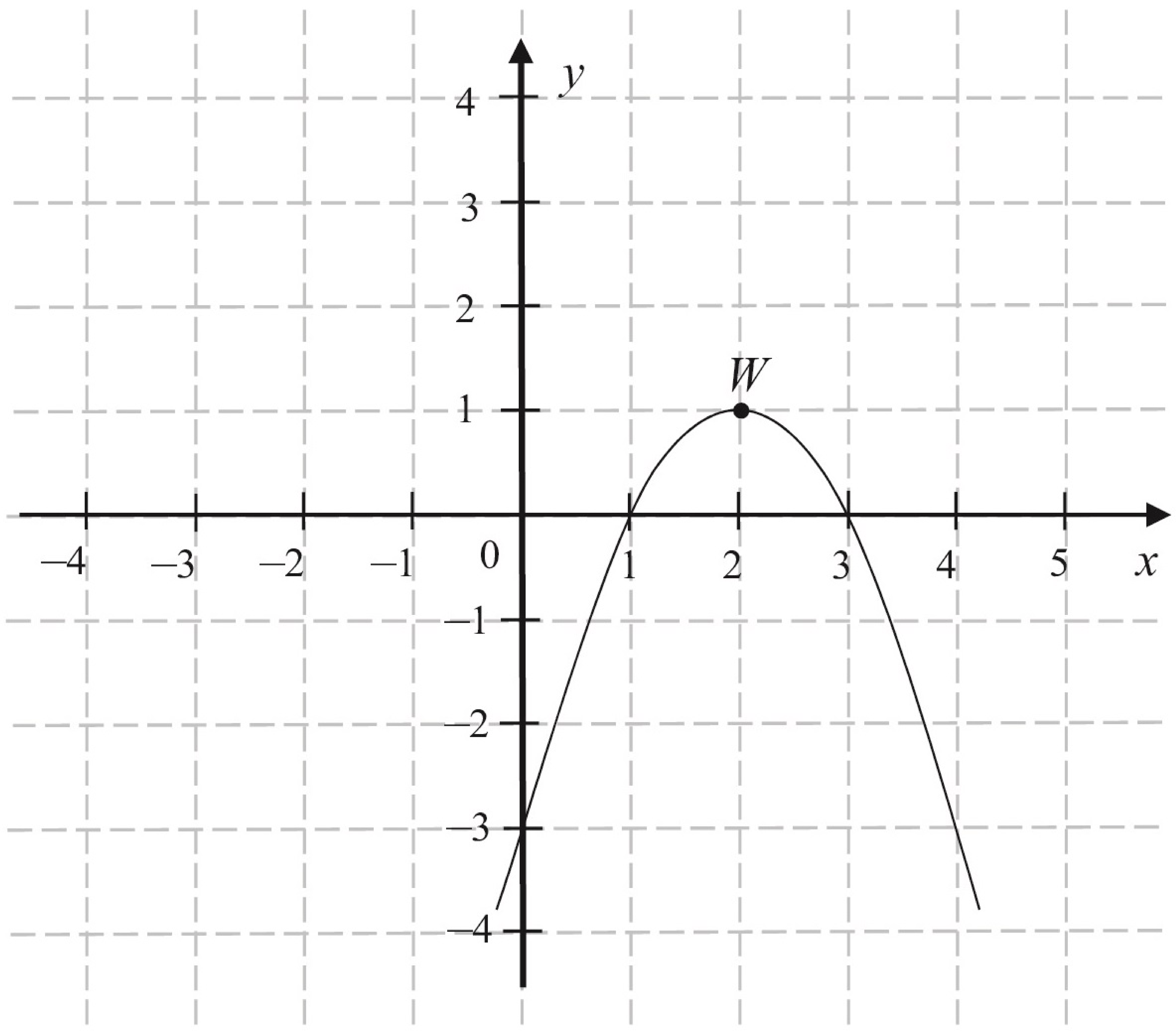
Zadanie 6. (0–1)

Suma wszystkich rozwiązań równania $x(x-3)(x+2)=0$ jest równa

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Informacja do zadań 7.–9.

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x)=a(x-1)(x-3)$. Na rysunku przedstawiono fragment paraboli będącej wykresem tej funkcji. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W=(2,1)$.



Zadanie 7. (0–1)

Współczynnik a we wzorze funkcji f jest równy

A. 1 **B.** 2 **C.** −2 **D.** −1

Zadanie 8. (0–1)

Największa wartość funkcji f w przedziale $\langle 1,4\rangle$ jest równa

A. −3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Zadanie 9. (0–1)

Osią symetrii paraboli będącej wykresem funkcji f jest prosta o równaniu

A. $x=1$ **B.** $x=2$ **C.** $y=1$ **D.** $y=2$

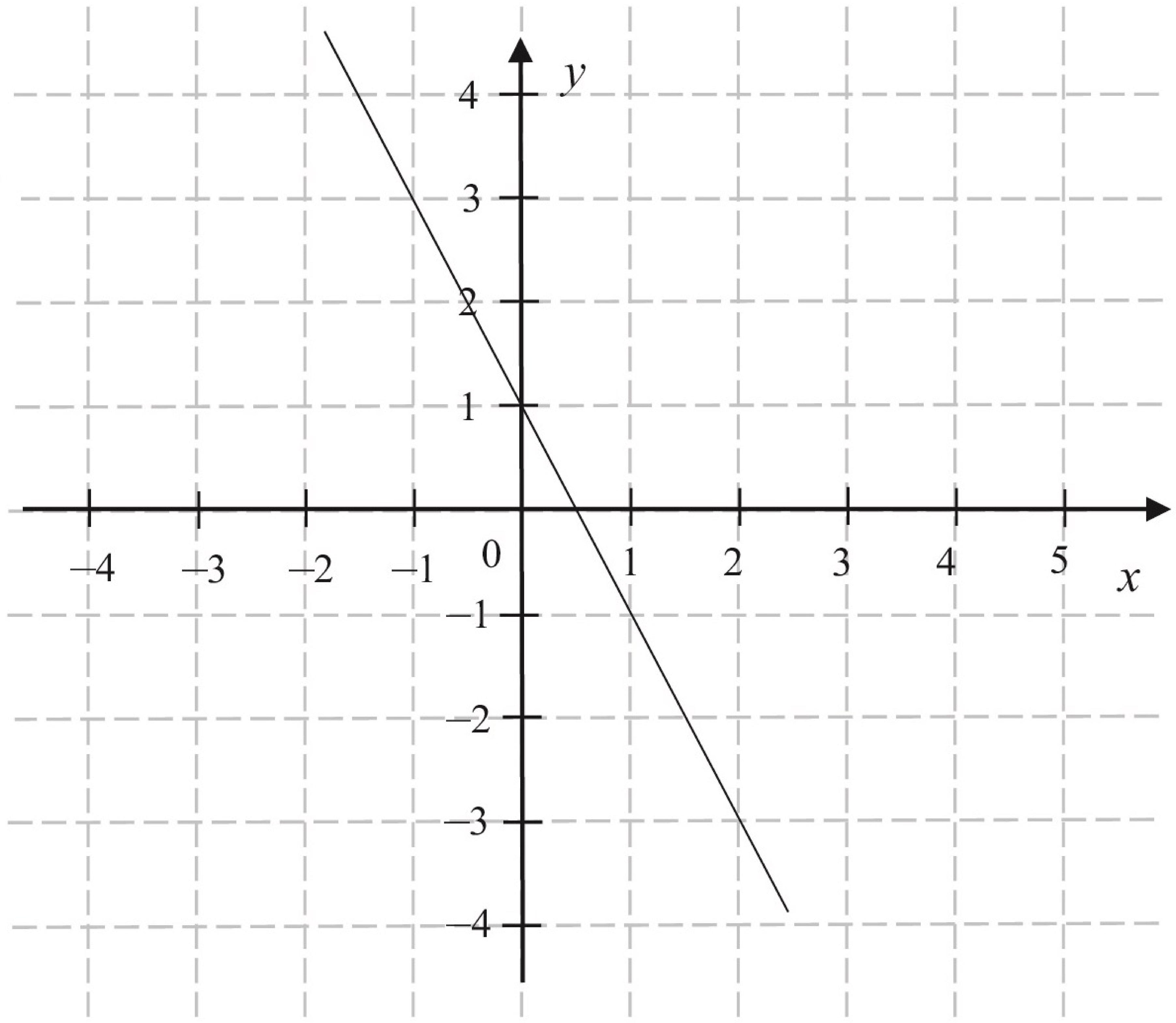
Zadanie 10. (0–1)

Równanie $x(x-2)=(x-2)^2$ w zbiorze liczb rzeczywistych

A. nie ma rozwiązań.
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x=2$.
C. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x=0$.
D. ma dwa różne rozwiązania: $x=1$ i $x=2$.

Zadanie 11. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x)=ax+b$.



Współczynniki a oraz b we wzorze funkcji f spełniają zależność

A. $a+b>0$

B. $a+b=0$

C. $a\cdot b>0$

D. $a\cdot b<0$

Zadanie 12. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x)=4^{-x}+1$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Liczba $f\left(\frac{1}{2}\right)$ jest równa

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** 3 **D.** 17

Zadanie 13. (0–1)

Proste o równaniach $y=(m-2)x$ oraz $y=\frac{3}{4}x+7$ są równoległe. Wtedy

A. $m=-\frac{5}{4}$ **B.** $m=\frac{2}{3}$ **C.** $m=\frac{11}{4}$ **D.** $m=\frac{10}{3}$

Zadanie 14. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n=2n^2$ dla $n\geq 1$. Różnica a_5-a_4 jest równa

A. 4 **B.** 20 **C.** 36 **D.** 18

Zadanie 15. (0–1)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n\geq 1$, czwarty wyraz jest równy 3, a różnica tego ciągu jest równa 5. Suma $a_1+a_2+a_3+a_4$ jest równa

A. -42 **B.** -36 **C.** -18 **D.** 6

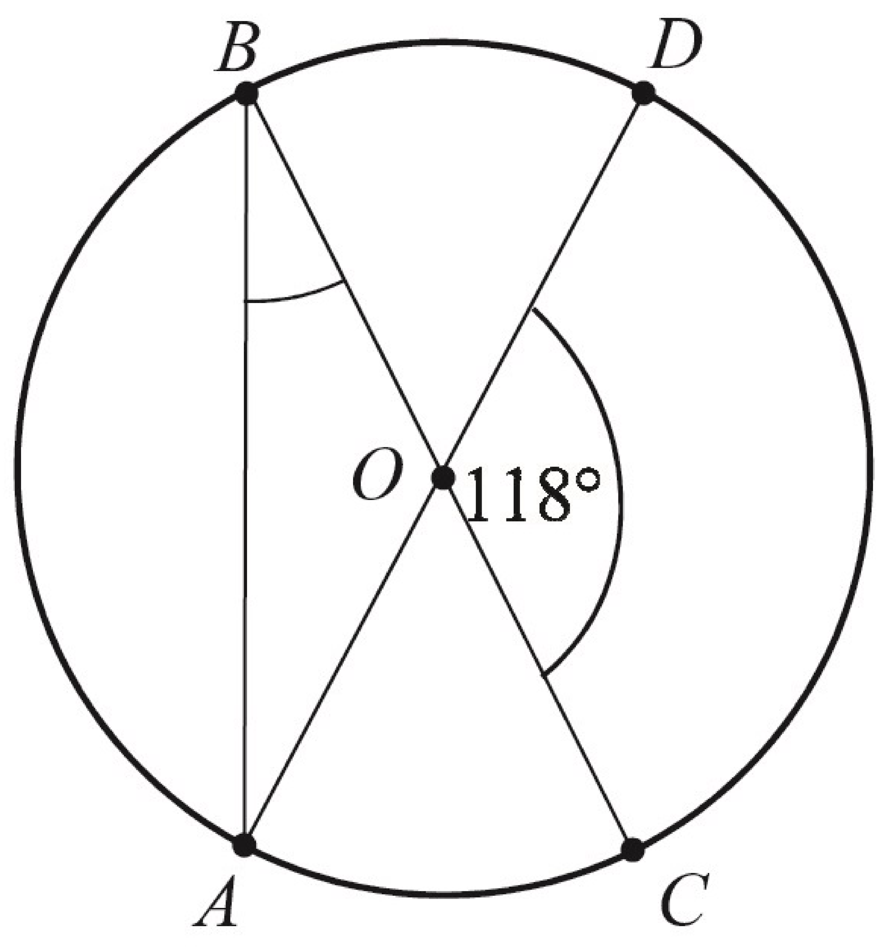
Zadanie 16. (0–1)

Punkt $A=\left(\frac{1}{3},-1\right)$ należy do wykresu funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x)=3x+b$. Wynika stąd, że

A. $b=2$ **B.** $b=1$ **C.** $b=-1$ **D.** $b=-2$

Zadanie 17. (0–1)

Punkty A, B, C, D leżą na okręgu o środku w punkcie O. Kąt środkowy DOC ma miarę 118° (zobacz rysunek).



Miara kąta ABC jest równa

A. 59° **B.** 48° **C.** 62° **D.** 31°

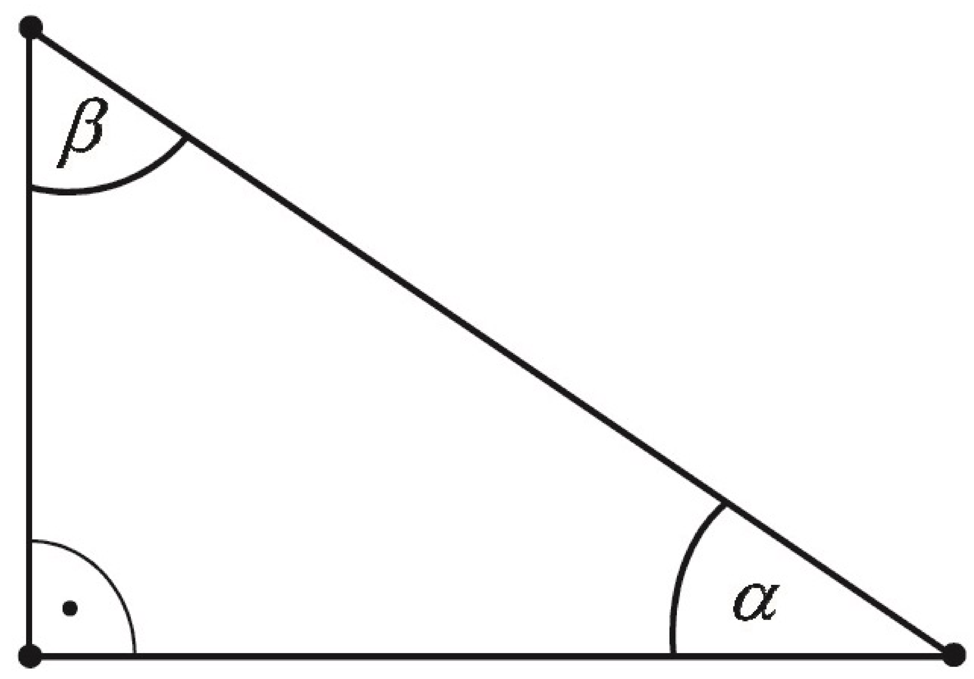
Zadanie 18. (0–1)

Prosta przechodząca przez punkty $A=(3,-2)$ i $B=(-1,6)$ jest określona równaniem

A. $y=-2x+4$ **B.** $y=-2x-8$ **C.** $y=2x+8$ **D.** $y=2x-4$

Zadanie 19. (0–1)

Dany jest trójkąt prostokątny o kątach ostrych α i β (zobacz rysunek).



Wyrażenie $2\cos\alpha-\sin\beta$ jest równe

A. $2\sin\beta$ **B.** $\cos\alpha$ **C.** 0 **D.** 2

Zadanie 20. (0–1)

Punkt B jest obrazem punktu $A=(-3,5)$ w symetrii względem początku układu współrzędnych. Długość odcinka AB jest równa

A. $2\sqrt{34}$ **B.** 8 **C.** $\sqrt{34}$ **D.** 12

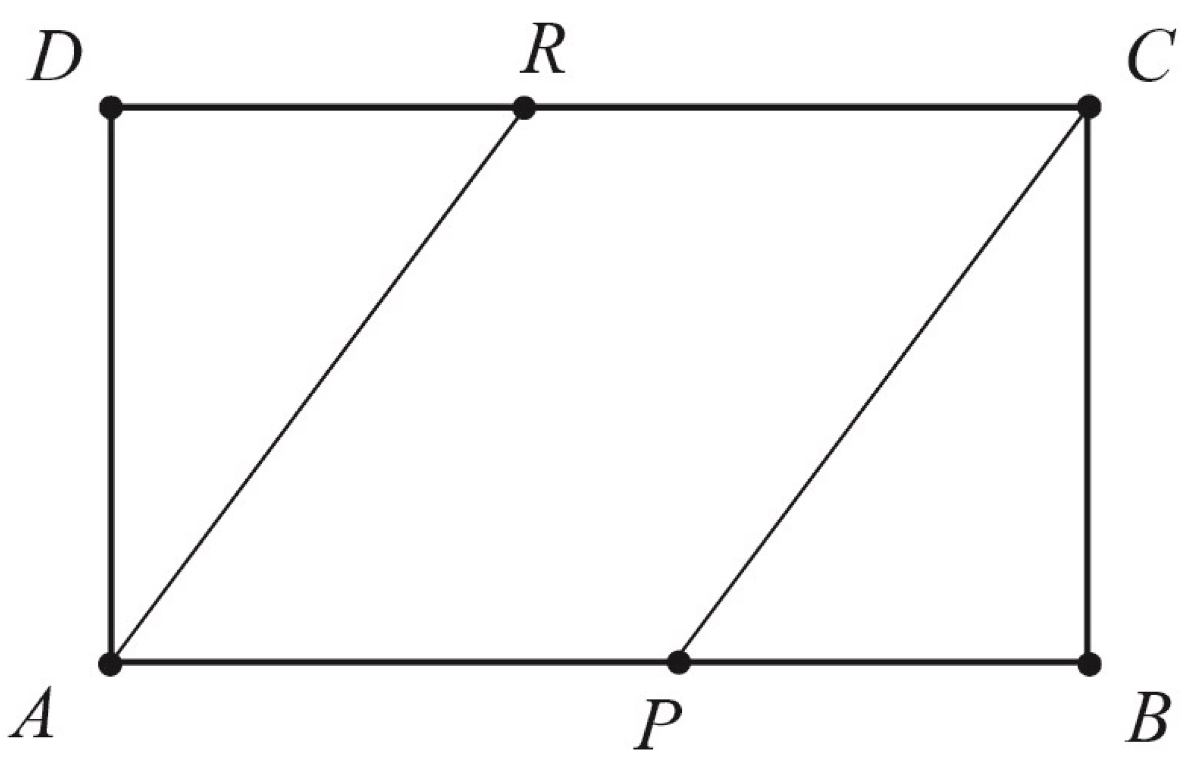
Zadanie 21. (0–1)

Ile jest wszystkich dwucyfrowych liczb naturalnych utworzonych z cyfr: 1, 3, 5, 7, 9, w których cyfry się nie powtarzają?

A. 10 **B.** 15 **C.** 20 **D.** 25

Zadanie 22. (0–1)

Pole prostokąta $ABCD$ jest równe 90. Na bokach AB i CD wybrano – odpowiednio – punkty P i R, takie, że $\frac{|AP|}{|PB|}=\frac{|CR|}{|RD|}=\frac{3}{2}$ (zobacz rysunek).



Pole czworokąta $APCR$ jest równe

A. 36 **B.** 40 **C.** 54 **D.** 60

Zadanie 23. (0–1)

Cztery liczby: 2, 3, a, 8, tworzące zestaw danych, są uporządkowane rosnąco. Mediana tego zestawu czterech danych jest równa medianie zestawu pięciu danych: 5, 3, 6, 8, 2. Zatem

A. $a=7$ **B.** $a=6$ **C.** $a=5$ **D.** $a=4$

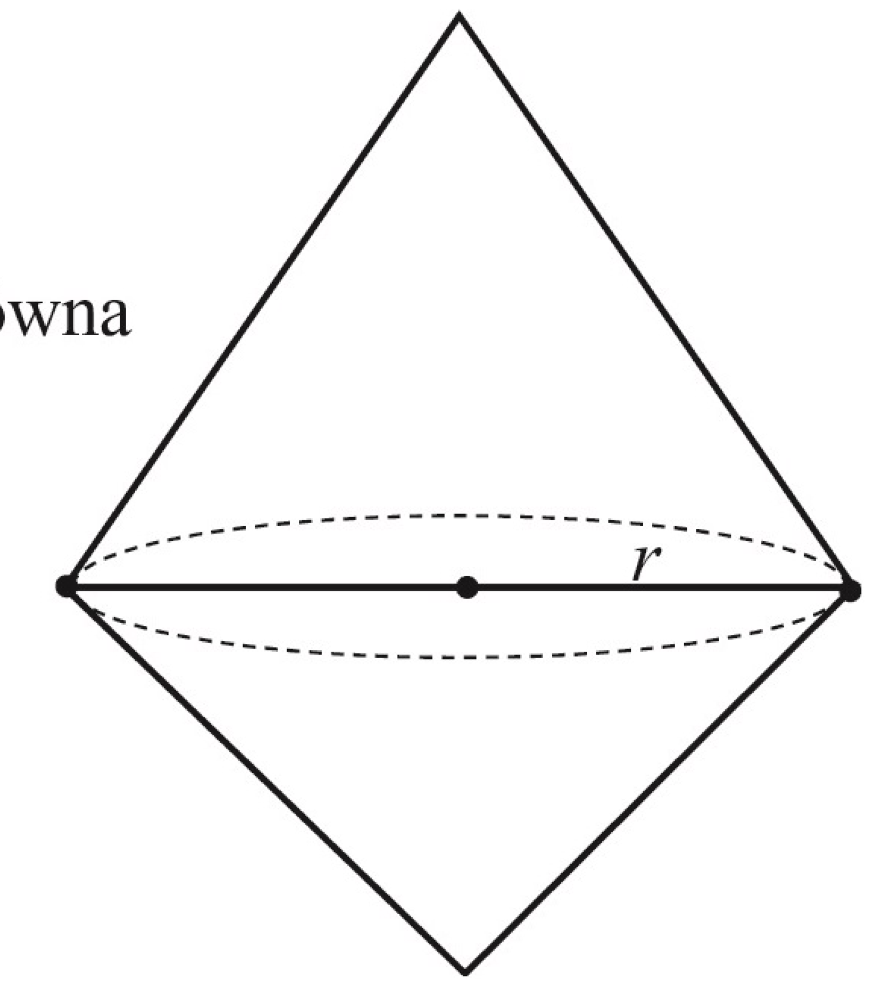
Zadanie 24. (0–1)

Przekątna sześcianu ma długość $4\sqrt{3}$. Pole powierzchni tego sześcianu jest równe

A. 96 **B.** $24\sqrt{3}$ **C.** 192 **D.** $16\sqrt{3}$

Zadanie 25. (0–1)

Dwa stożki o takich samych podstawach połączono podstawami w taki sposób jak na rysunku. Stosunek wysokości tych stożków jest równy $3:2$. Objętość stożka o krótszej wysokości jest równa $12\ \text{cm}^3$.



Objętość bryły utworzonej z połączonych stożków jest równa

A. $20\ \text{cm}^3$ **B.** $30\ \text{cm}^3$

C. $39\ \text{cm}^3$ **D.** $52,5\ \text{cm}^3$

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż nierówność $2(x-1)(x+3) > x-1$.

Zadanie 27. (0–2)

Rozwiąż równanie $(x^2-1)(x^2-2x)=0$.

Zadanie 28. (0–2)

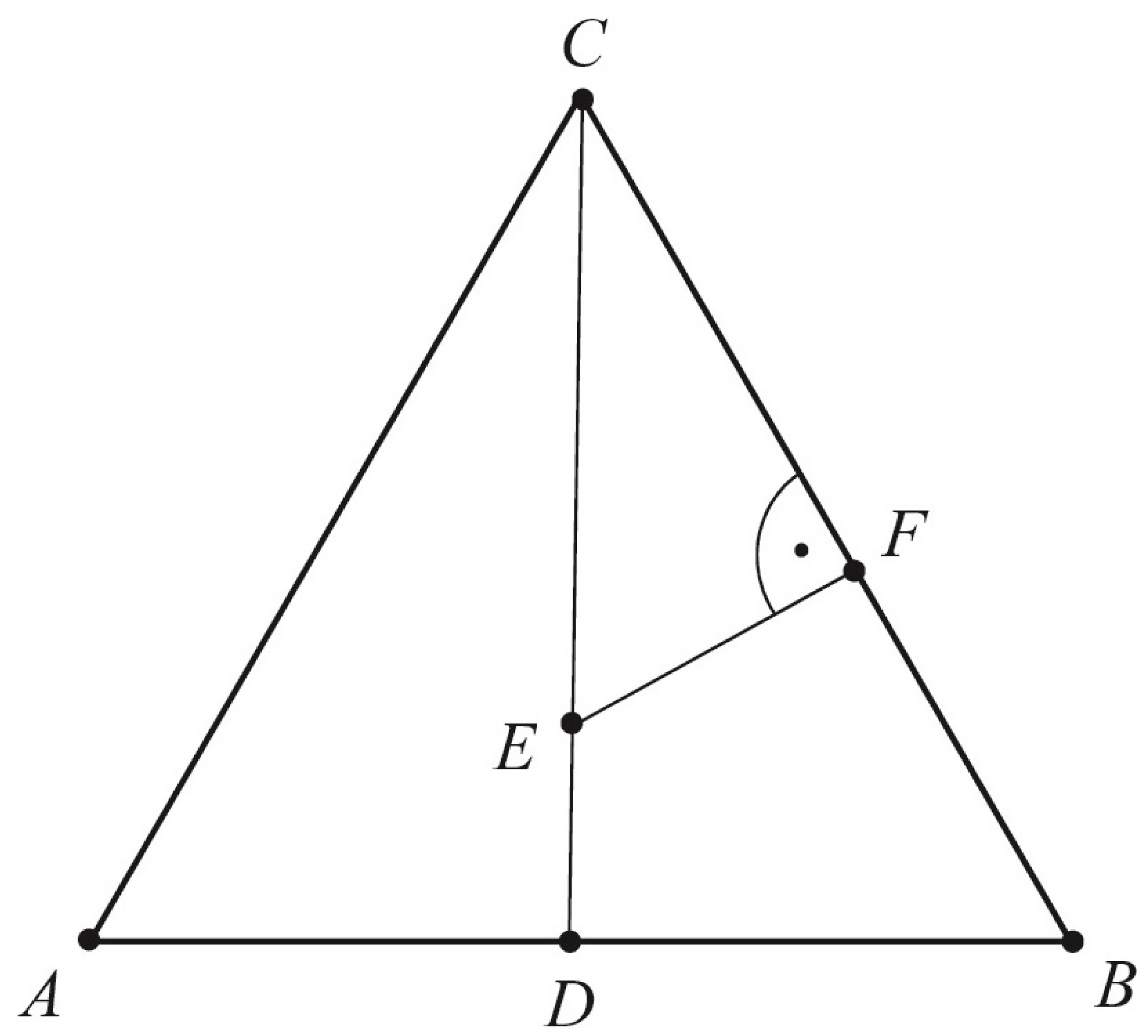
Wykaż, że dla każdych dwóch różnych liczb rzeczywistych a i b prawdziwa jest nierówność

$$a(a-2b)+2b^2>0.$$

Zadanie 29. (0–2)

Trójkąt ABC jest równoboczny. Punkt E leży na wysokości CD tego trójkąta oraz $|CE|=\frac{3}{4}|CD|$. Punkt F leży na boku BC i odcinek EF jest prostopadły do BC (zobacz rysunek).

Wykaż, że $|CF|=\frac{9}{16}|CB|$.



Zadanie 30. (0–2)

Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że co najmniej jeden raz wypadnie ścianka z pięcioma oczkami.

Zadanie 31. (0–2)

Kąt α jest ostry i spełnia warunek $\frac{2\sin\alpha + 3\cos\alpha}{\cos\alpha} = 4$. Oblicz tangens kąta α.

Zadanie 32. (0–4)

Dany jest kwadrat *ABCD*, w którym $A = \left(5, -\frac{5}{3}\right)$. Przekątna *BD* tego kwadratu jest zawarta w prostej o równaniu $y = \frac{4}{3}x$. Oblicz współrzędne punktu przecięcia przekątnych *AC* i *BD* oraz pole kwadratu *ABCD*.

Zadanie 33. (0–4)

Wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego (a_n), określonego dla $n \geq 1$, są dodatnie. Wyrazy tego ciągu spełniają warunek $6a_1 - 5a_2 + a_3 = 0$. Oblicz iloraz q tego ciągu należący do przedziału $\left\langle 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2} \right\rangle$.

Zadanie 34. (0–5)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny *ABCDS*, którego krawędź boczna ma długość 6 (zobacz rysunek). Ściana boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem, którego tangens jest równy $\sqrt{7}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.