

MATURA PODSTAWOWA POPRAWKOWA SIERPIEŃ 2019

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\log_{\sqrt{7}} 7$ jest równa

- A. 2 B. 7 C. $\sqrt{7}$ D. $\frac{1}{2}$

Zadanie 2. (0–1)

Kwadrat liczby $8 - 3\sqrt{7}$ jest równy

- A. $127 + 48\sqrt{7}$ B. $127 - 48\sqrt{7}$ C. $1 - 48\sqrt{7}$ D. $1 + 48\sqrt{7}$

Zadanie 3. (0–1)

Jeżeli 75% liczby a jest równe 177 i 59% liczby b jest równe 177, to

- A. $b - a = 26$ B. $b - a = 64$ C. $a - b = 26$ D. $a - b = 64$

Zadanie 4. (0–1)

Równanie $x(5x+1) = 5x+1$ ma dokładnie

- A. jedno rozwiązanie: $x = 1$.
B. dwa rozwiązania: $x = 1$ i $x = -1$.
C. dwa rozwiązania: $x = -\frac{1}{5}$ i $x = 1$.
D. dwa rozwiązania: $x = \frac{1}{5}$ i $x = -1$.

Zadanie 5. (0–1)

Para liczb $x = 3$ i $y = 1$ jest rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} -x + 12y = a^2 \\ 2x + ay = 9 \end{cases}$ dla

- A. $a = \frac{7}{3}$ B. $a = -3$ C. $a = 3$ D. $a = -\frac{7}{3}$

Zadanie 6. (0–1)

Równanie $\frac{(x-2)(x+4)}{(x-4)^2} = 0$ ma dokładnie

- A. jedno rozwiązanie: $x = 2$.
B. jedno rozwiązanie: $x = -2$.
C. dwa rozwiązania: $x = 2, x = -4$.
D. dwa rozwiązania: $x = -2, x = 4$.

Zadanie 7. (0–1)

Miejscami zerowymi funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = 9 - (3-x)^2$ są liczby

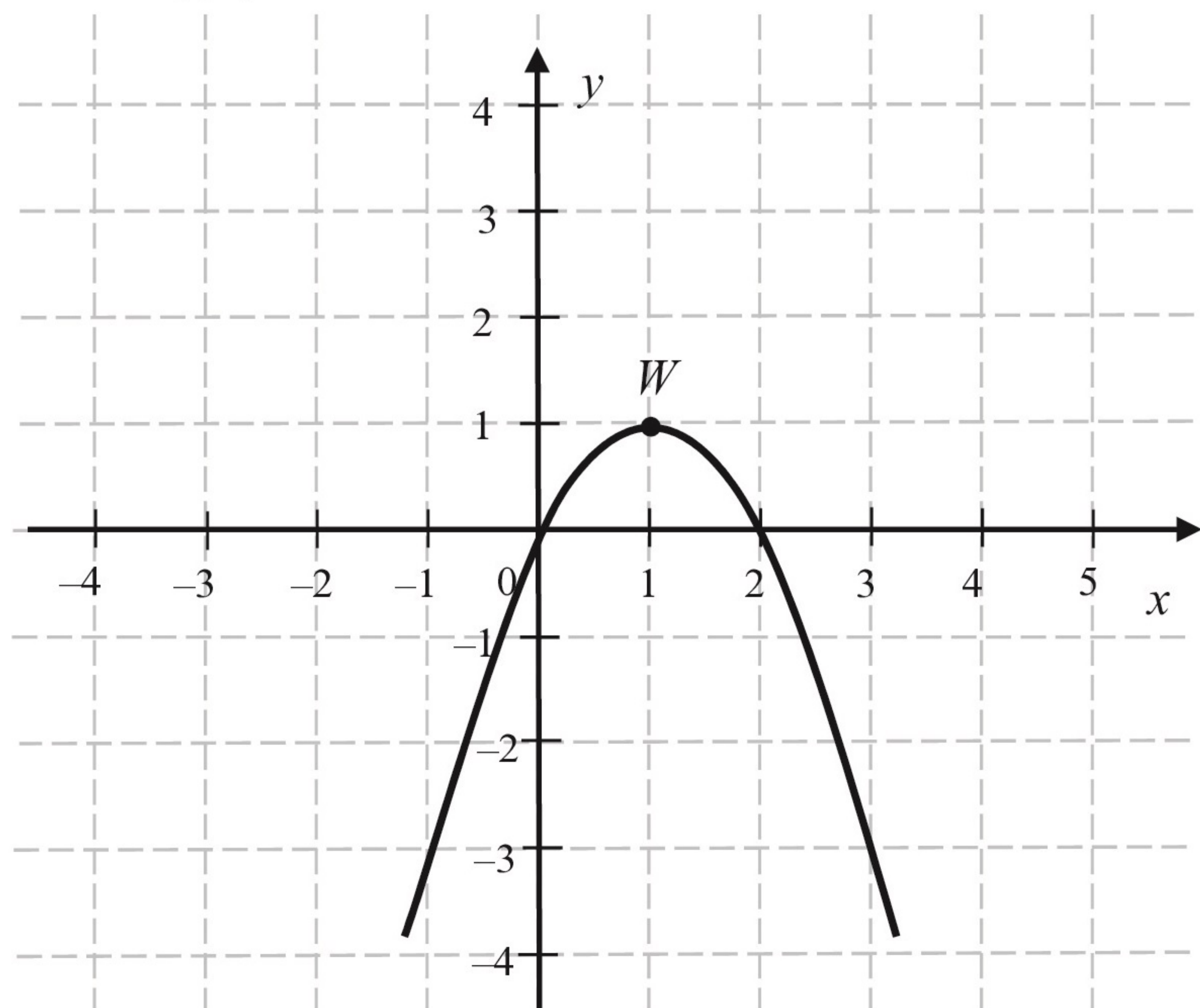
- A. 0 oraz 3 B. -6 oraz 6 C. 0 oraz -6 D. 0 oraz 6

Zadanie 8. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej g . Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W = (1, 1)$.

Zbiorem wartości funkcji g jest przedział

- A. $(-\infty, 0)$
B. $\langle 0, 2 \rangle$
C. $\langle 1, +\infty \rangle$
D. $(-\infty, 1)$



Zadanie 9. (0–1)

Liczba większą od 5 jest

- A. $\left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{1}{2}}$ B. $\left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{1}{5}}$ C. $125^{\frac{2}{3}}$ D. $125^{\frac{1}{3}}$

Zadanie 10. (0–1)Punkt $A = (a, 3)$ leży na prostej określonej równaniem $y = \frac{3}{4}x + 6$. Stąd wynika, że

- A. $a = -4$ B. $a = 4$ C. $a = \frac{33}{4}$ D. $a = \frac{39}{4}$

Zadanie 11. (0–1)W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, dane są dwa wyrazy: $a_1 = -11$ i $a_9 = 5$. Suma dziewięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

- A. -24 B. -27 C. -16 D. -18

Zadanie 12. (0–1)Wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego (a_n) , określonego dla $n \geq 1$, są liczbami dodatnimi. Drugi wyraz tego ciągu jest równy 162, a piąty wyraz jest równy 48. Oznacza to, że iloraz tego ciągu jest równy

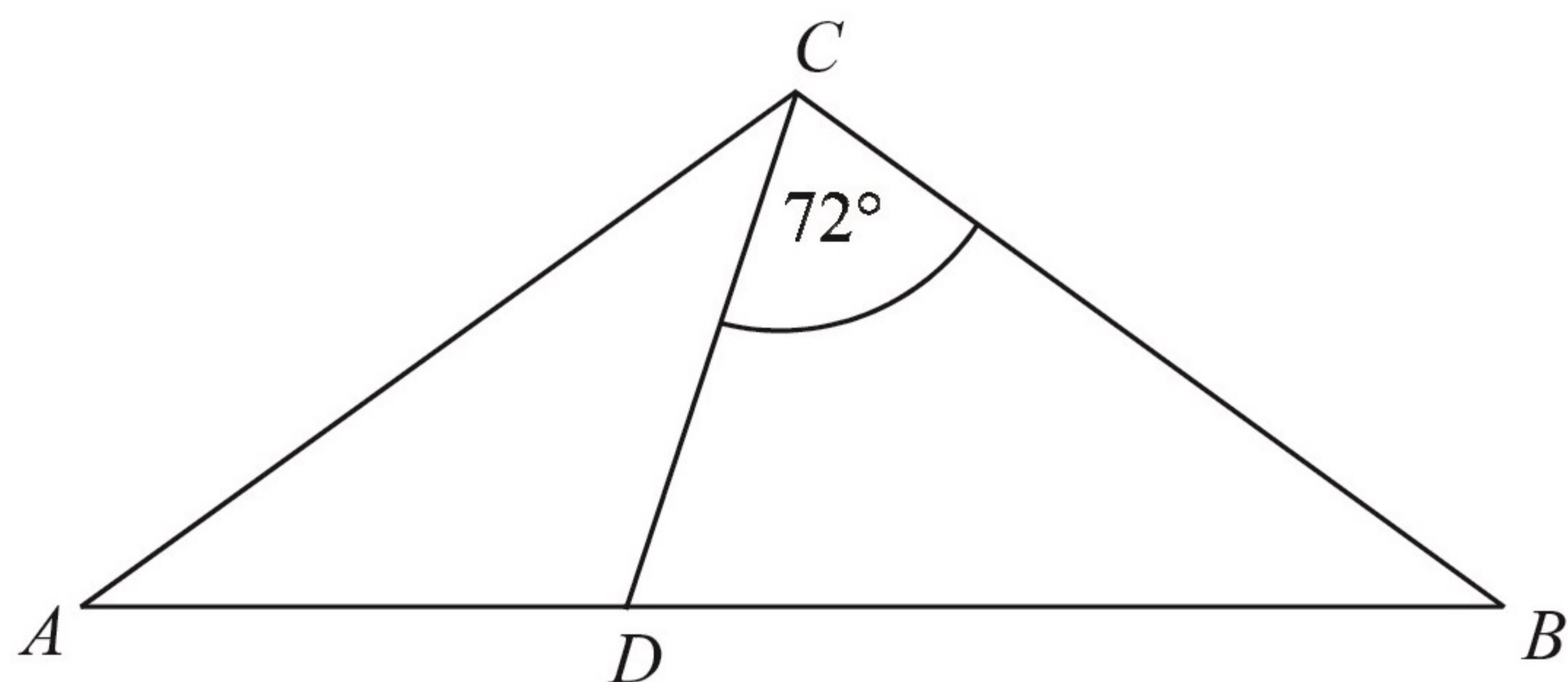
- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

Zadanie 13. (0–1)Cosinus kąta ostrego α jest równy $\frac{12}{13}$. Wtedy

- A. $\sin \alpha = \frac{13}{12}$ B. $\sin \alpha = \frac{1}{13}$ C. $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ D. $\sin \alpha = \frac{25}{169}$

Zadanie 14. (0–1)Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Na podstawie AB tego trójkąta leży punkt D , taki że $|AD| = |CD|$, $|BC| = |BD|$ oraz $\sphericalangle BCD = 72^\circ$ (zobacz rysunek). Wynika stąd, że kąt ACD ma miarę

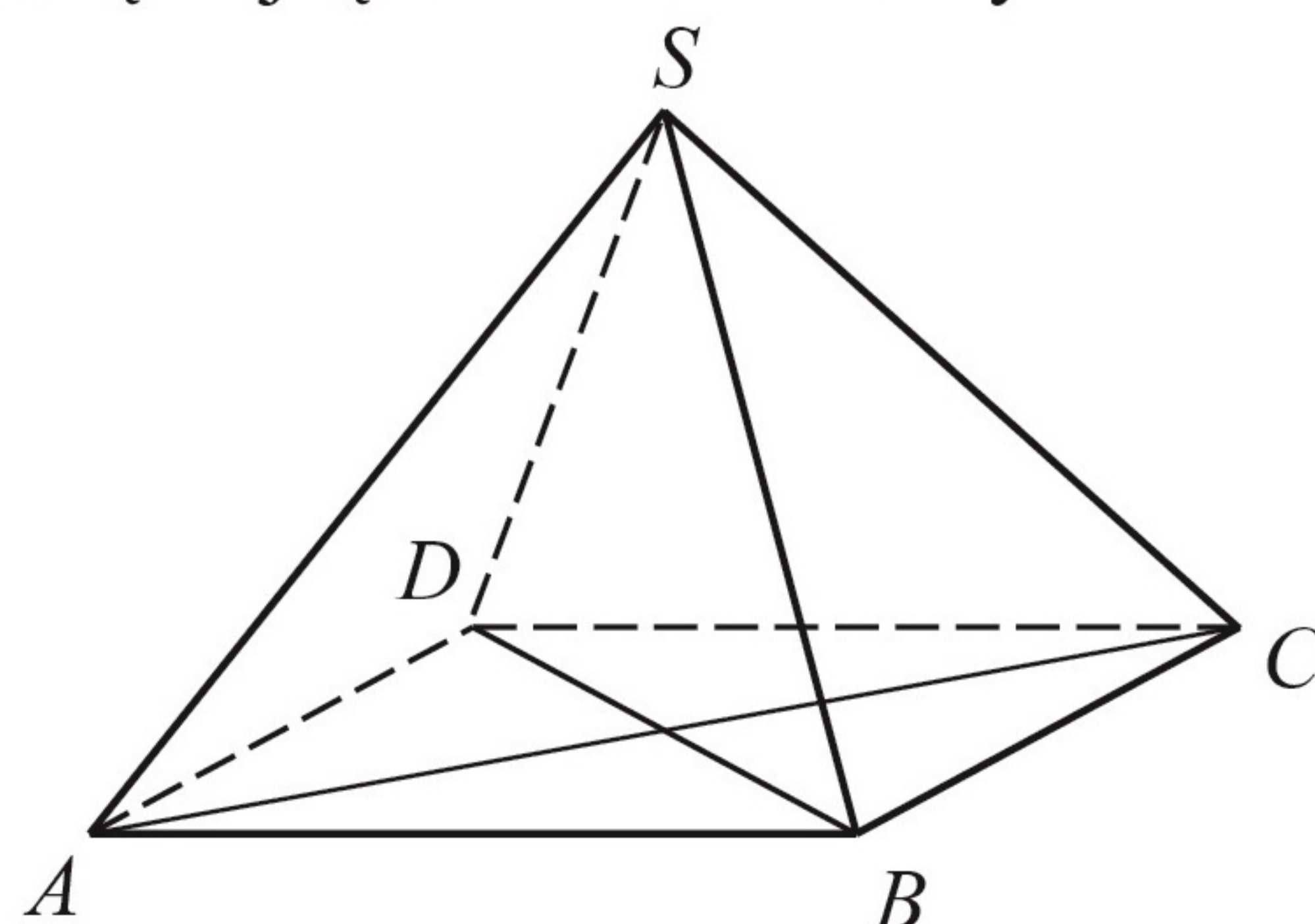
- A. 38°
B. 36°
C. 42°
D. 40°

**Zadanie 15. (0–1)**Okrąg, którego środkiem jest punkt $S = (a, 5)$, jest styczny do osi Oy i do prostej o równaniu $y = 2$. Promień tego okręgu jest równy

- A. 3 B. 5 C. 2 D. 4

Zadanie 16. (0–1)Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCDS$ jest kwadrat $ABCD$ (zobacz rysunek). Wszystkie ściany boczne tego ostrosłupa są trójkątami równobocznymi. Miara kąta SAC jest równa

- A. 60° B. 45°
C. 90° D. 75°



Zadanie 17. (0–1)

Proste o równaniach $y = (4m + 1)x - 19$ oraz $y = (5m - 4)x + 20$ są równoległe, gdy

- A. $m = 5$ B. $m = -\frac{1}{4}$ C. $m = \frac{5}{4}$ D. $m = -5$

Zadanie 18. (0–1)

W układzie współrzędnych punkt $S = (40, 40)$ jest środkiem odcinka KL , którego jednym z końców jest punkt $K = (0, 8)$. Zatem

- A. $L = (20, 24)$ B. $L = (-80, -72)$
 C. $L = (-40, -24)$ D. $L = (80, 72)$

Zadanie 19. (0–1)

Punkt $P = (-6, -8)$, przekształcono najpierw w symetrii względem osi Ox , a potem w symetrii względem osi Oy . W wyniku tych przekształceń otrzymano punkt Q . Zatem

- A. $Q = (6, 8)$ B. $Q = (-6, -8)$ C. $Q = (8, 6)$ D. $Q = (-8, -6)$

Zadanie 20. (0–1)

W układzie współrzędnych na płaszczyźnie danych jest 5 punktów: $A = (1, 4)$, $B = (-5, -1)$, $C = (-5, 3)$, $D = (6, -4)$, $P = (-30, -76)$.

Punkt P należy do tej samej ćwiartki układu współrzędnych co punkt

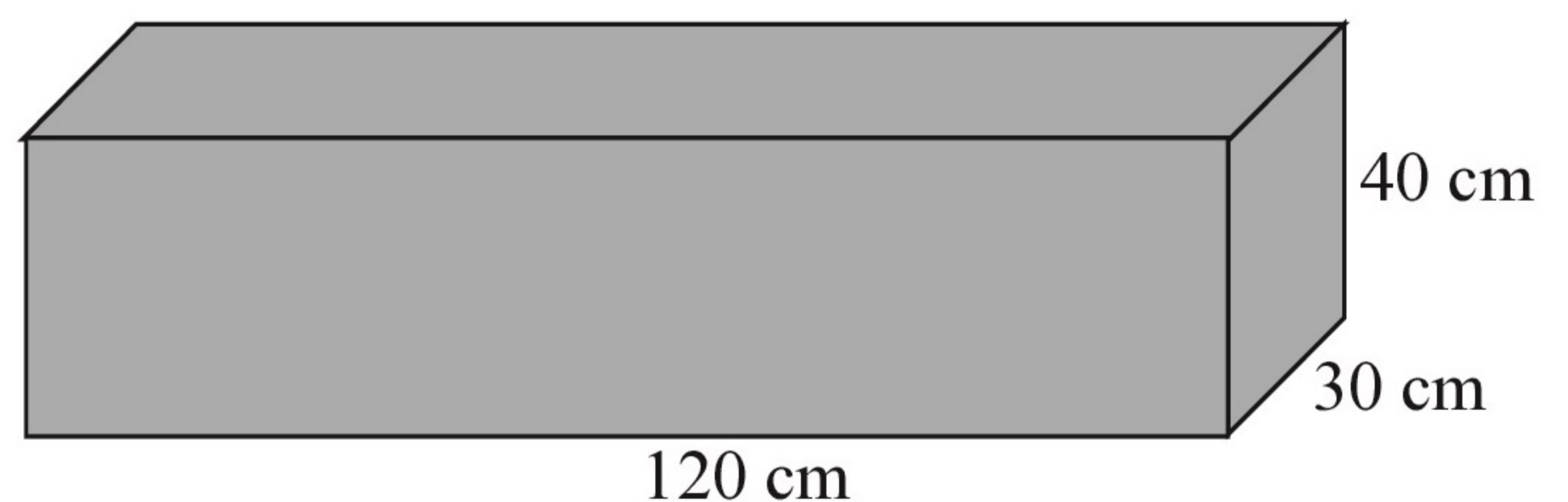
- A. A B. B C. C D. D

Zadanie 21. (0–1)

Dany jest prostopadłościan o wymiarach $30 \text{ cm} \times 40 \text{ cm} \times 120 \text{ cm}$ (zobacz rysunek), a ponadto dane są cztery odcinki a, b, c, d , o długościach – odpowiednio – 119 cm , 121 cm , 129 cm i 131 cm .

Przekątna tego prostopadłościanu jest dłuższa

- A. tylko od odcinka a .
 B. tylko od odcinków a i b .
 C. tylko od odcinków a, b i c .
 D. od wszystkich czterech danych odcinków.

**Zadanie 22. (0–1)**

Pole powierzchni całkowitej pewnego stożka jest 3 razy większe od pola powierzchni pewnej kuli. Promień tej kuli jest równy 2 i jest taki sam jak promień podstawy tego stożka. Tworząca tego stożka ma długość równą

- A. 12 B. 11 C. 24 D. 22

Zadanie 23. (0–1)

Średnia arytmetyczna dziesięciu liczb naturalnych $3, 10, 5, x, x, x, x, 12, 19, 7$ jest równa 12. Mediana tych liczb jest równa

- A. 14 B. 12 C. 16 D. x

Zadanie 24. (0–1)

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych parzystych, w których występują wyłącznie cyfry 1, 2, 3, jest

- A. 54 B. 81 C. 8 D. 27

Zadanie 25. (0–1)

W grupie 60 osób (kobiet i mężczyzn) jest 35 kobiet. Z tej grupy losujemy jedną osobę. Prawdopodobieństwo wylosowania każdej osoby jest takie samo. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosujemy mężczyznę, jest równe

- A. $\frac{1}{60}$ B. $\frac{1}{25}$ C. $\frac{7}{12}$ D. $\frac{5}{12}$

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż równanie $(x^2 - 16)(x^3 - 1) = 0$.

Zadanie 27. (0–2)

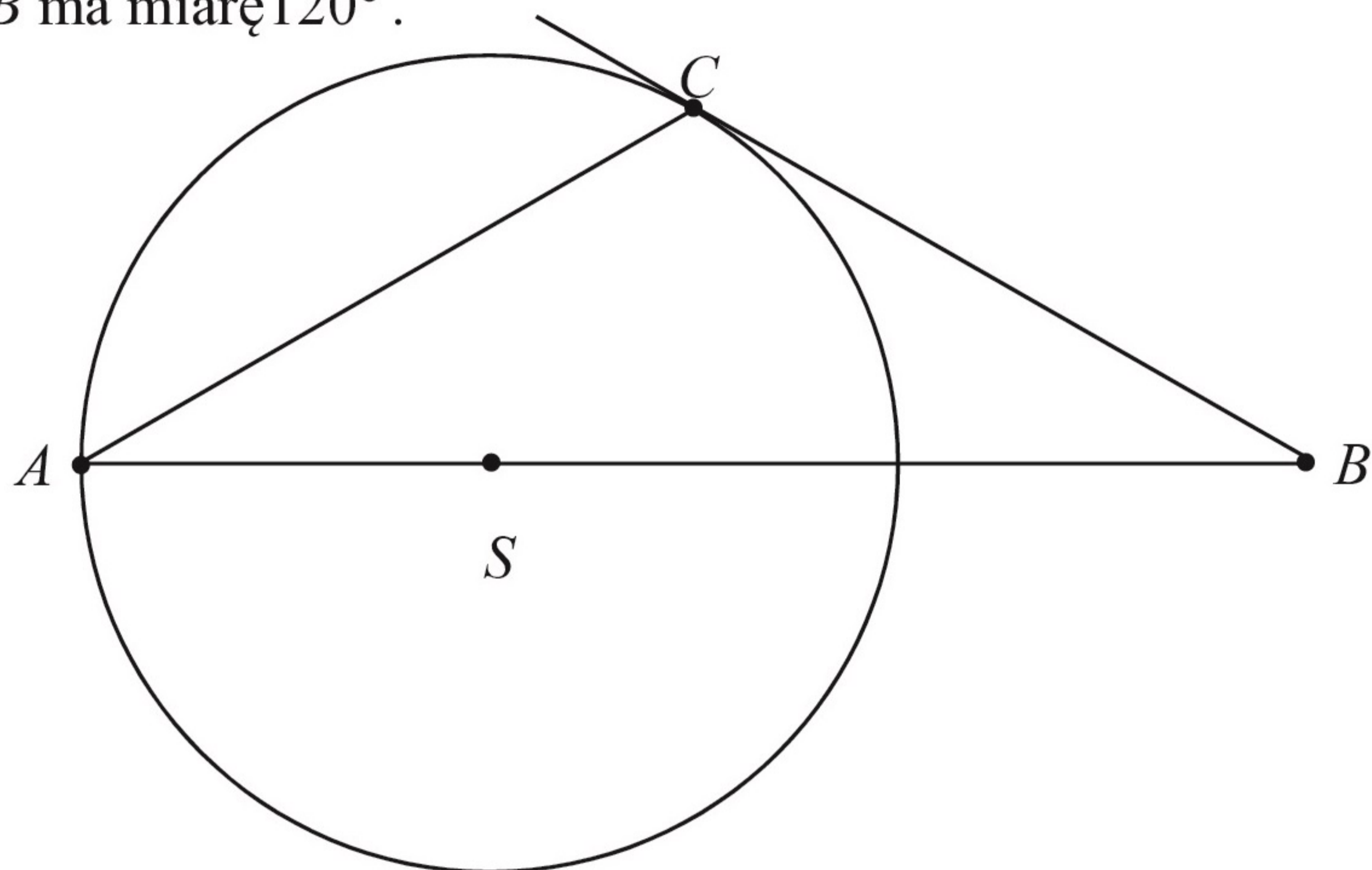
Rozwiąż nierówność $2x^2 - 5x + 3 \leq 0$.

Zadanie 28. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby dodatniej x prawdziwa jest nierówność $x + \frac{1-x}{x} \geq 1$.

Zadanie 29. (0–2)

Wierzchołki A i C trójkąta ABC leżą na okręgu o promieniu r , a środek S tego okręgu leży na boku AB trójkąta (zobacz rysunek). Prosta BC jest styczna do tego okręgu w punkcie C , a ponadto $|AC| = r\sqrt{3}$. Wykaż, że kąt ACB ma miarę 120° .

**Zadanie 30. (0–2)**

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosowana liczba ma w zapisie dziesiętnym cyfrę dziesiątek, która należy do zbioru $\{1, 3, 5, 7, 9\}$, i jednocześnie cyfrę jedności, która należy do zbioru $\{0, 2, 4, 6, 8\}$.

Zadanie 31. (0–2)

Przekątne rombu $ABCD$ przecinają się w punkcie $S = \left(-\frac{21}{2}, -1\right)$. Punkty A i C leżą na prostej o równaniu $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{2}$. Wyznacz równanie prostej BD .

Zadanie 32. (0–4)

W ciągu arytmetycznym $(a_1, a_2, \dots, a_{39}, a_{40})$ suma wyrazów tego ciągu o numerach parzystych jest równa 1340, a suma wyrazów ciągu o numerach nieparzystych jest równa 1400. Wyznacz ostatni wyraz tego ciągu arytmetycznego.

Zadanie 33. (0–4)

Środek okręgu leży w odległości 10 cm od cięciwy tego okręgu. Długość tej cięciwy jest o 22 cm większa od promienia tego okręgu. Oblicz promień tego okręgu.

Zadanie 34. (0–5)

Długość krawędzi bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCDS$ jest równa 12. (zobacz rysunek). Krawędź boczna tworzy z wysokością tego ostrosłupa kąt α taki, że $\text{tg}\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Oblicz objętość tego ostrosłupa.

