

MATURA PODSTAWOWA MAJ 2019 (STARA WERSJA)

Zadanie 1. (1 pkt)

Liczba $\log_{\sqrt{2}} 2$ jest równa

- A. 2 B. 4 C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{2}$

Zadanie 2. (1 pkt)

Liczba naturalna $n = 2^{14} \cdot 5^{15}$ w zapisie dziesiętnym ma

- A. 14 cyfr B. 15 cyfr C. 16 cyfr D. 30 cyfr

Zadanie 3. (1 pkt)

W pewnym banku prowizja od udzielanych kredytów hipotecznych przez cały styczeń była równa 4%. Na początku lutego ten bank obniżył wysokość prowizji od wszystkich kredytów o 1 punkt procentowy. Oznacza to, że prowizja od kredytów hipotecznych w tym banku zmniejszyła się o

- A. 1% B. 25% C. 33% D. 75%

Zadanie 4. (1 pkt)

Równość $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{a} = 1$ jest prawdziwa dla

- A. $a = \frac{11}{20}$ B. $a = \frac{8}{9}$ C. $a = \frac{9}{8}$ D. $a = \frac{20}{11}$

Zadanie 5. (1 pkt)

Para liczb $x = 2$ i $y = 2$ jest rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} ax + y = 4 \\ -2x + 3y = 2a \end{cases}$ dla

- A. $a = -1$ B. $a = 1$ C. $a = -2$ D. $a = 2$

Zadanie 6. (1 pkt)

Równanie $\frac{(x-1)(x+2)}{x-3} = 0$

- A. ma trzy różne rozwiązania: $x = 1, x = 3, x = -2$.
B. ma trzy różne rozwiązania: $x = -1, x = -3, x = 2$.
C. ma dwa różne rozwiązania: $x = 1, x = -2$.
D. ma dwa różne rozwiązania: $x = -1, x = 2$.

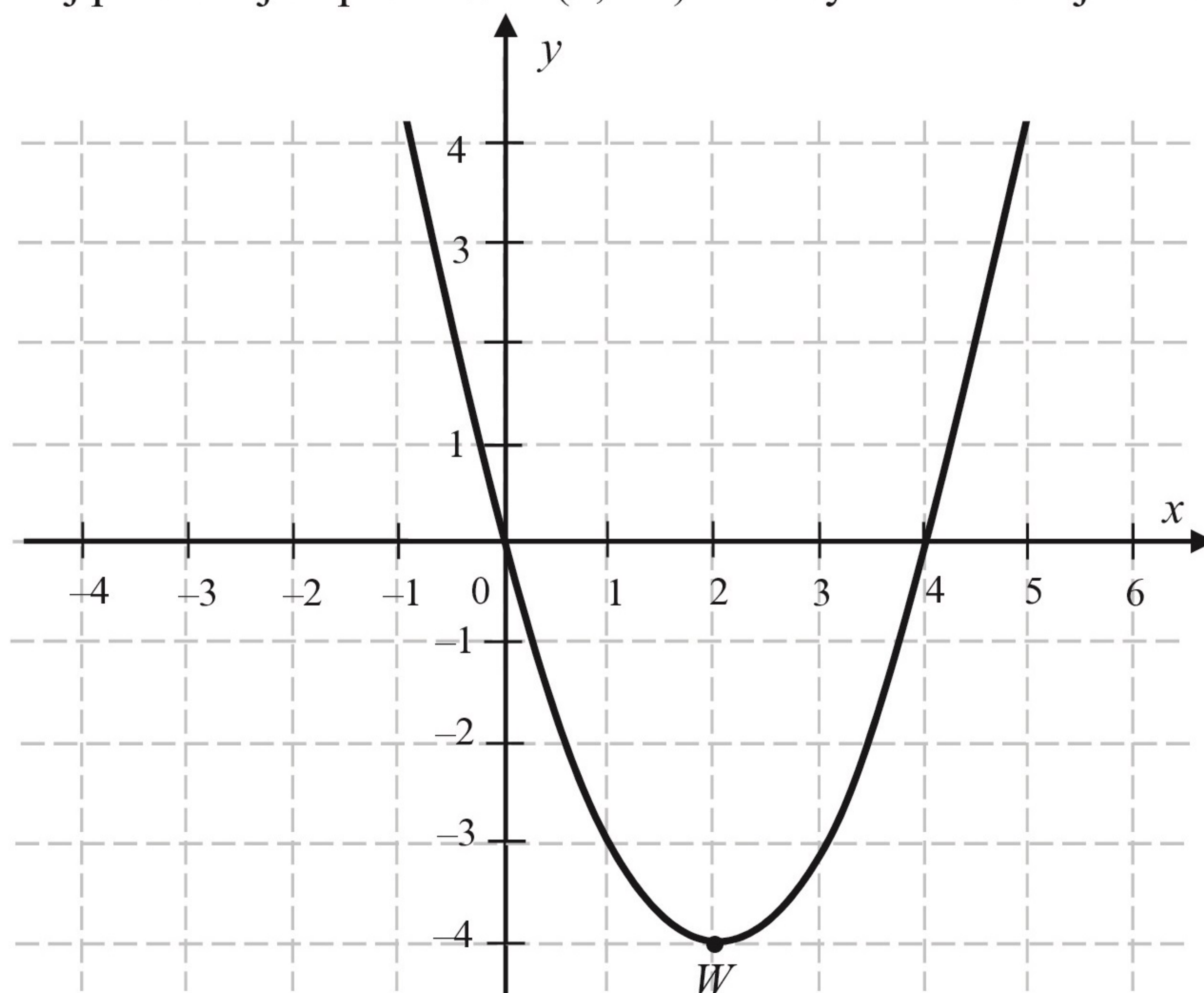
Zadanie 7. (1 pkt)

Miejscem zerowym funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x) = 3(x+1) - 6\sqrt{3}$ jest liczba

- A. $3 - 6\sqrt{3}$ B. $1 - 6\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3} - 1$ D. $2\sqrt{3} - \frac{1}{3}$

Informacja do zadań 8.–10.

Na rysunku przedstawiony jest fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej f . Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W = (2, -4)$. Liczby 0 i 4 to miejsca zerowe funkcji f .



Zadanie 8. (1 pkt)

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

- A. $(-\infty, 0)$ B. $\langle 0, 4$ C. $\langle -4, +\infty$ D. $\langle 4, +\infty$

Zadanie 9. (1 pkt)

Największa wartość funkcji f w przedziale $\langle 1, 4$ jest równa

- A. -3 B. -4 C. 4 D. 0

Zadanie 10. (1 pkt)

Ośią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu

- A. $y = -4$ B. $x = -4$ C. $y = 2$ D. $x = 2$

Zadanie 11. (1 pkt)

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, dane są dwa wyrazy: $a_1 = 7$ i $a_8 = -49$. Suma ośmiu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

- A. -168 B. -189 C. -21 D. -42

Zadanie 12. (1 pkt)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) , określony dla $n \geq 1$. Wszystkie wyrazy tego ciągu są dodatnie i spełniony jest warunek $\frac{a_5}{a_3} = \frac{1}{9}$. Iloraz tego ciągu jest równy

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. 3 D. $\sqrt{3}$

Zadanie 13. (1 pkt)

Sinus kąta ostrego α jest równy $\frac{4}{5}$. Wtedy

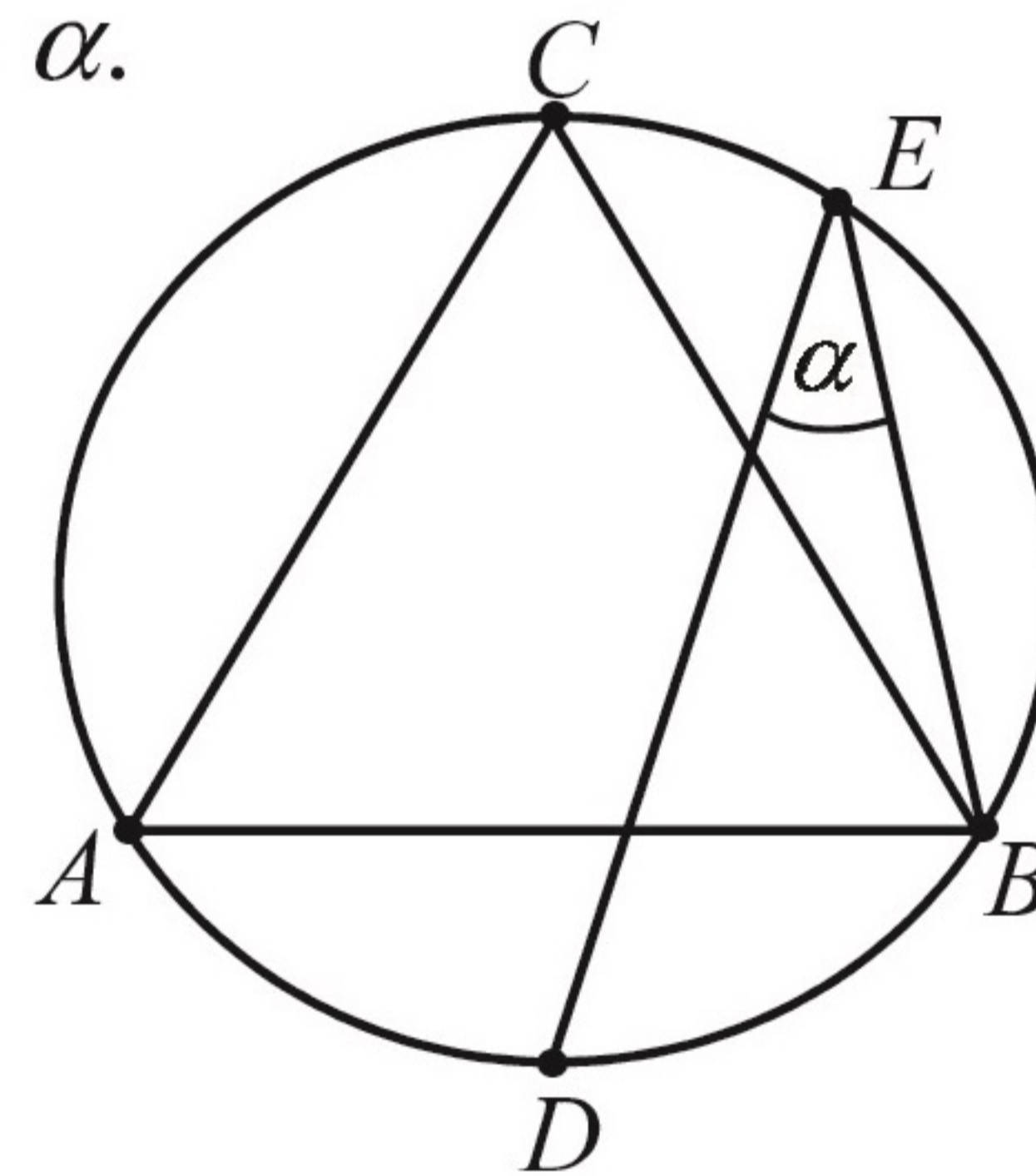
- A. $\cos \alpha = \frac{5}{4}$ B. $\cos \alpha = \frac{1}{5}$ C. $\cos \alpha = \frac{9}{25}$ D. $\cos \alpha = \frac{3}{5}$

Zadanie 14. (1 pkt)

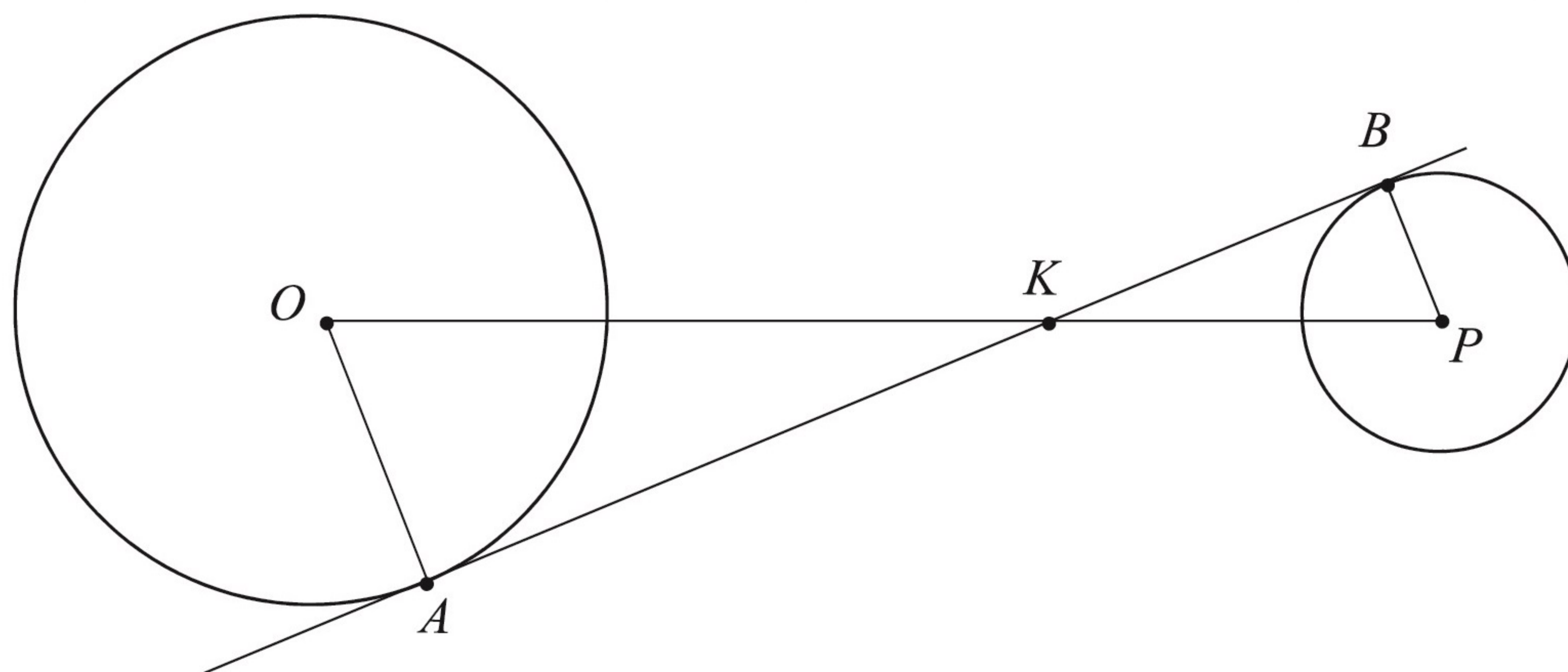
Punkty D i E leżą na okręgu opisanym na trójkącie równobocznym ABC (zobacz rysunek). Odcinek CD jest średnicą tego okręgu. Kąt wpisany DEB ma miarę α .

Zatem

- A. $\alpha = 30^\circ$ B. $\alpha < 30^\circ$
C. $\alpha > 45^\circ$ D. $\alpha = 45^\circ$

**Zadanie 15. (1 pkt)**

Dane są dwa okręgi: okrąg o środku w punkcie O i promieniu 5 oraz okrąg o środku w punkcie P i promieniu 3 . Odcinek OP ma długość 16 . Prosta AB jest styczna do tych okręgów w punktach A i B . Ponadto prosta AB przecina odcinek OP w punkcie K (zobacz rysunek).



Wtedy

- A. $|OK| = 6$
B. $|OK| = 8$
C. $|OK| = 10$
D. $|OK| = 12$

Zadanie 16. (1 pkt)

Dany jest romb o boku długości 4 i kącie rozwartym 150° . Pole tego rombu jest równe

- A. 8 B. 12 C. $8\sqrt{3}$ D. 16

Zadanie 17. (1 pkt)

Proste o równaniach $y = (2m + 2)x - 2019$ oraz $y = (3m - 3)x + 2019$ są równoległe, gdy

- A. $m = -1$ B. $m = 0$ C. $m = 1$ D. $m = 5$

Zadanie 18. (1 pkt)

Prosta o równaniu $y = ax + b$ jest prostopadła do prostej o równaniu $y = -4x + 1$ i przechodzi przez punkt $P = (\frac{1}{2}, 0)$, gdy

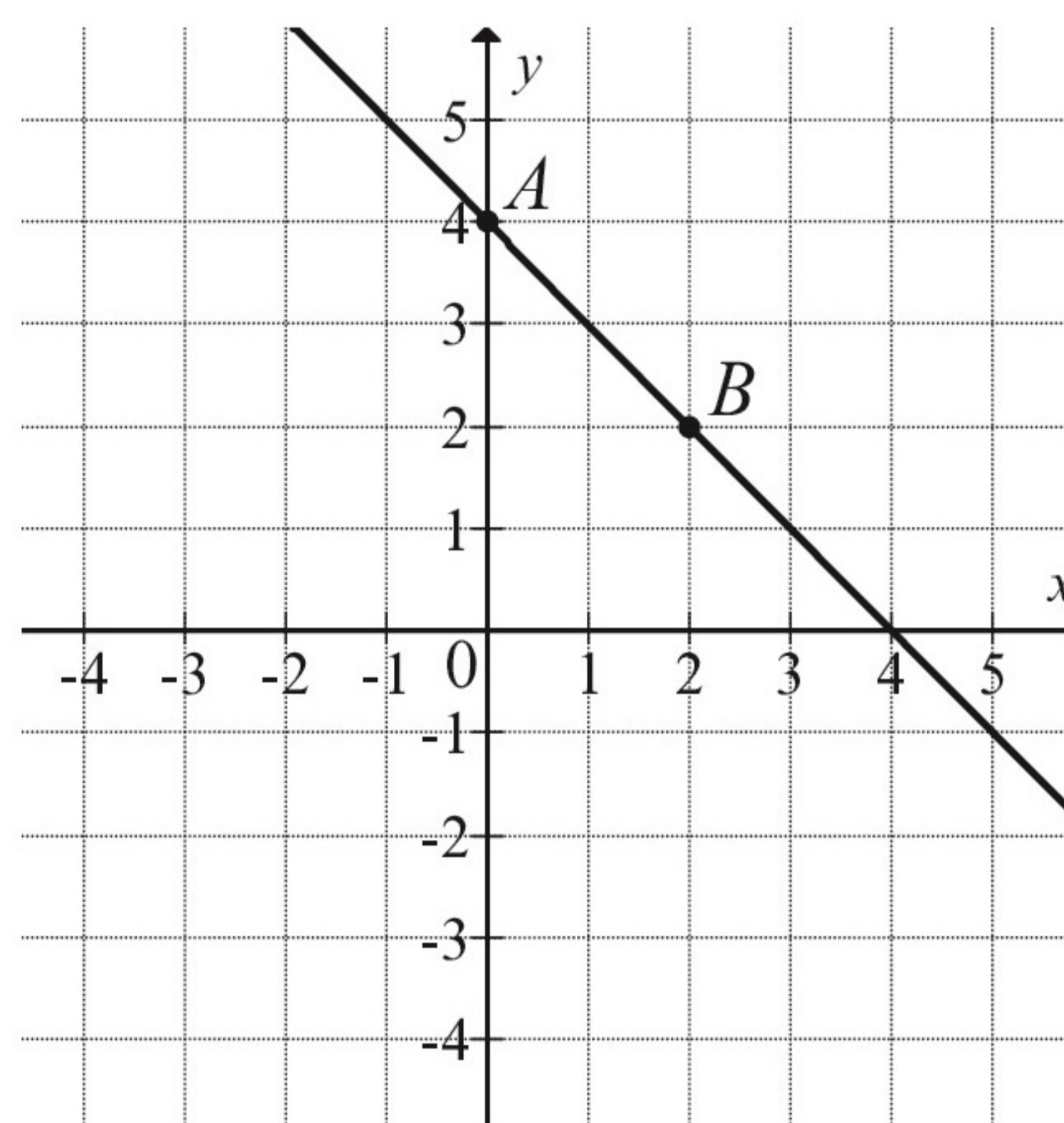
- A. $a = -4$ i $b = -2$ B. $a = \frac{1}{4}$ i $b = -\frac{1}{8}$
 C. $a = -4$ i $b = 2$ D. $a = \frac{1}{4}$ i $b = \frac{1}{2}$

Zadanie 19. (1 pkt)

Na rysunku przedstawiony jest fragment wykresu funkcji liniowej f . Na wykresie tej funkcji leżą punkty $A = (0, 4)$ i $B = (2, 2)$.

Obrazem prostej AB w symetrii względem początku układu współrzędnych jest wykres funkcji g określonej wzorem

- A. $g(x) = x + 4$ B. $g(x) = x - 4$
 C. $g(x) = -x - 4$ D. $g(x) = -x + 4$

**Zadanie 20. (1 pkt)**

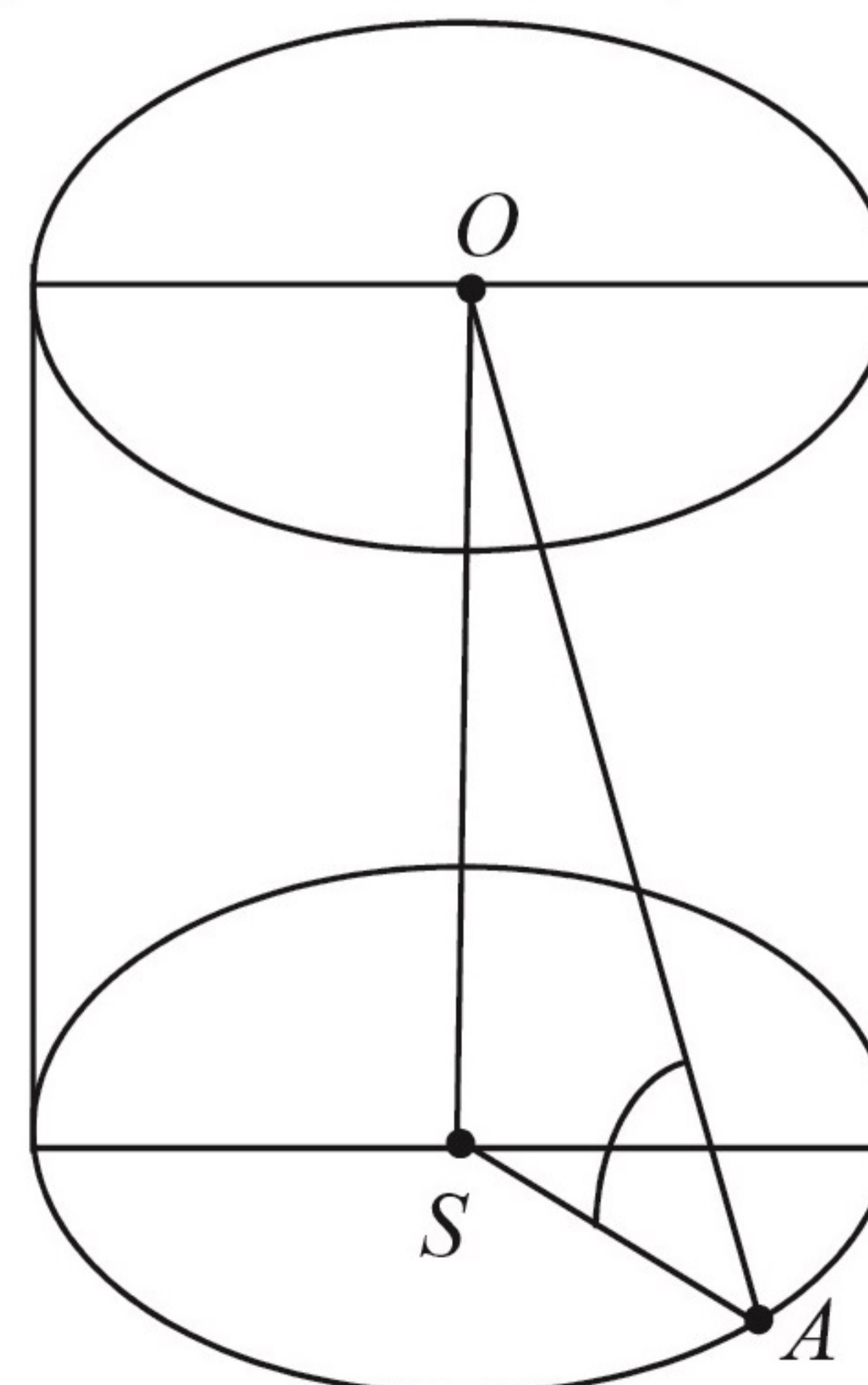
Dane są punkty o współrzędnych $A = (-2, 5)$ oraz $B = (4, -1)$. Średnica okręgu wpisanego w kwadrat o boku AB jest równa

- A. 12 B. 6 C. $6\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{6}$

Zadanie 21. (1 pkt)

Promień AS podstawy walca jest równy połowie wysokości OS tego walca. Sinus kąta OAS (zobacz rysunek) jest równy

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
 C. $\frac{1}{2}$ D. 1

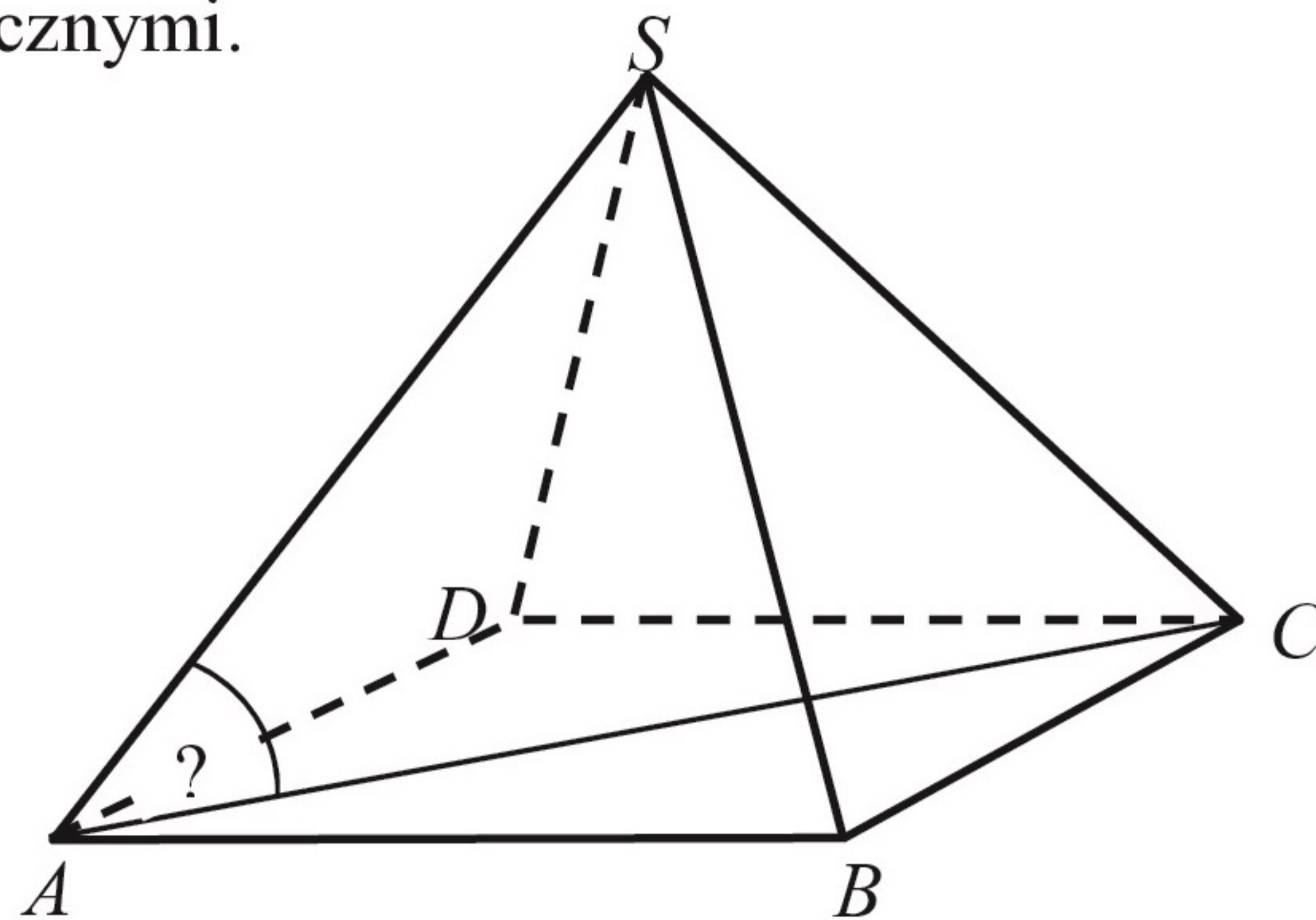


Zadanie 22. (1 pkt)

Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCDS$ jest kwadrat $ABCD$. Wszystkie ściany boczne tego ostrosłupa są trójkątami równobocznymi.

Miara kąta SAC jest równa

- A. 90° B. 75°
C. 60° D. 45°

**Zadanie 23. (1 pkt)**

Mediana zestawu sześciu danych liczb: 4, 8, 21, a , 16, 25, jest równa 14. Zatem

- A. $a = 7$ B. $a = 12$ C. $a = 14$ D. $a = 20$

Zadanie 24. (1 pkt)

Wszystkich liczb pięciocyfrowych, w których występują wyłącznie cyfry 0, 2, 5, jest

- A. 12 B. 36 C. 162 D. 243

Zadanie 25. (1 pkt)

W pudełku jest 40 kul. Wśród nich jest 35 kul białych, a pozostałe to kule czerwone. Prawdopodobieństwo wylosowania każdej kuli jest takie samo. Z pudełka losujemy jedną kulę. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że otrzymamy kulę czerwoną, jest równe

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{40}$ D. $\frac{1}{35}$

Zadanie 26. (2 pkt)

Rozwiąż równanie $x^3 - 5x^2 - 9x + 45 = 0$.

Zadanie 27. (2 pkt)

Rozwiąż nierówność $3x^2 - 16x + 16 > 0$.

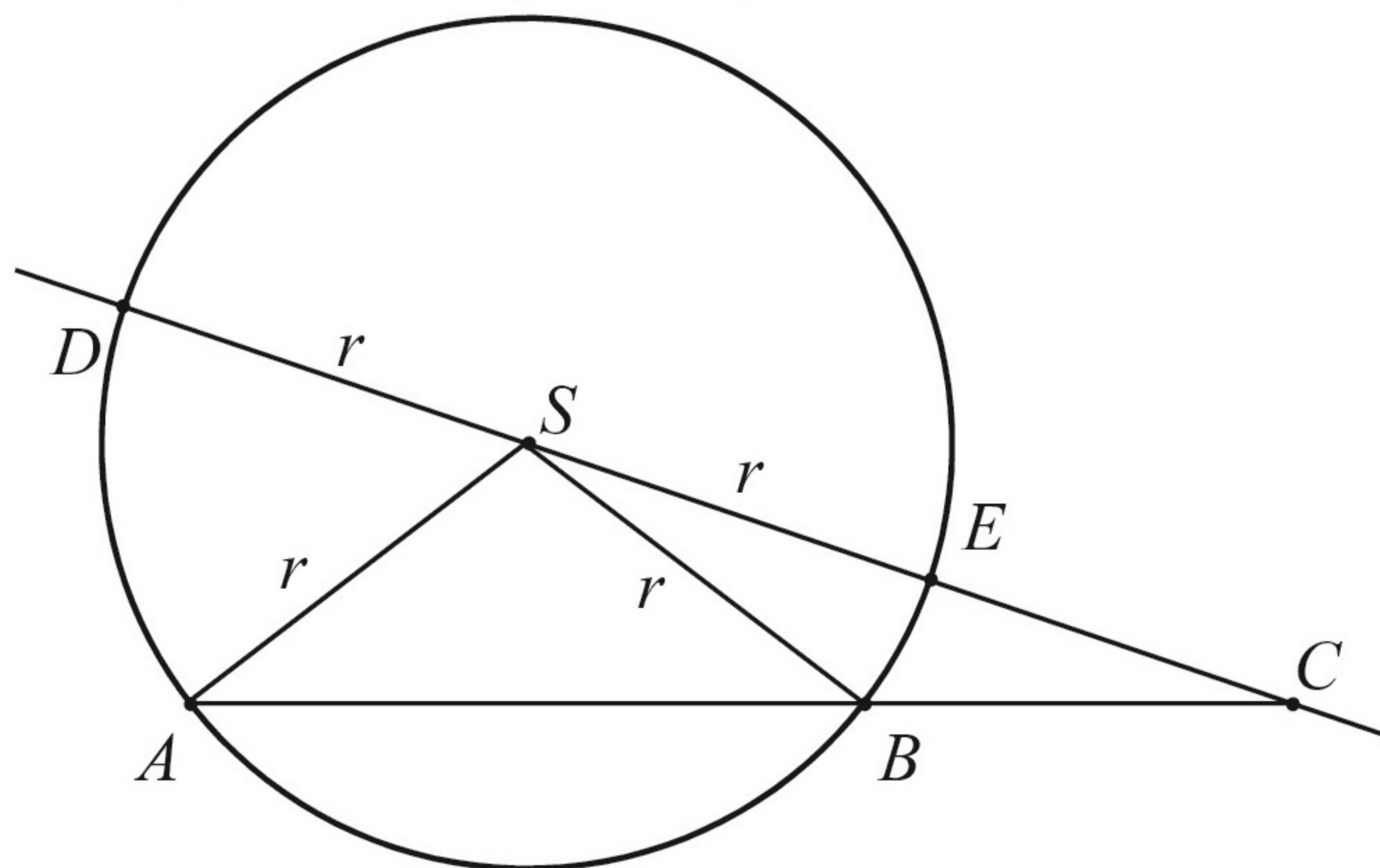
Zadanie 28. (2 pkt)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b prawdziwa jest nierówność

$$3a^2 - 2ab + 3b^2 \geq 0.$$

Zadanie 29. (2 pkt)

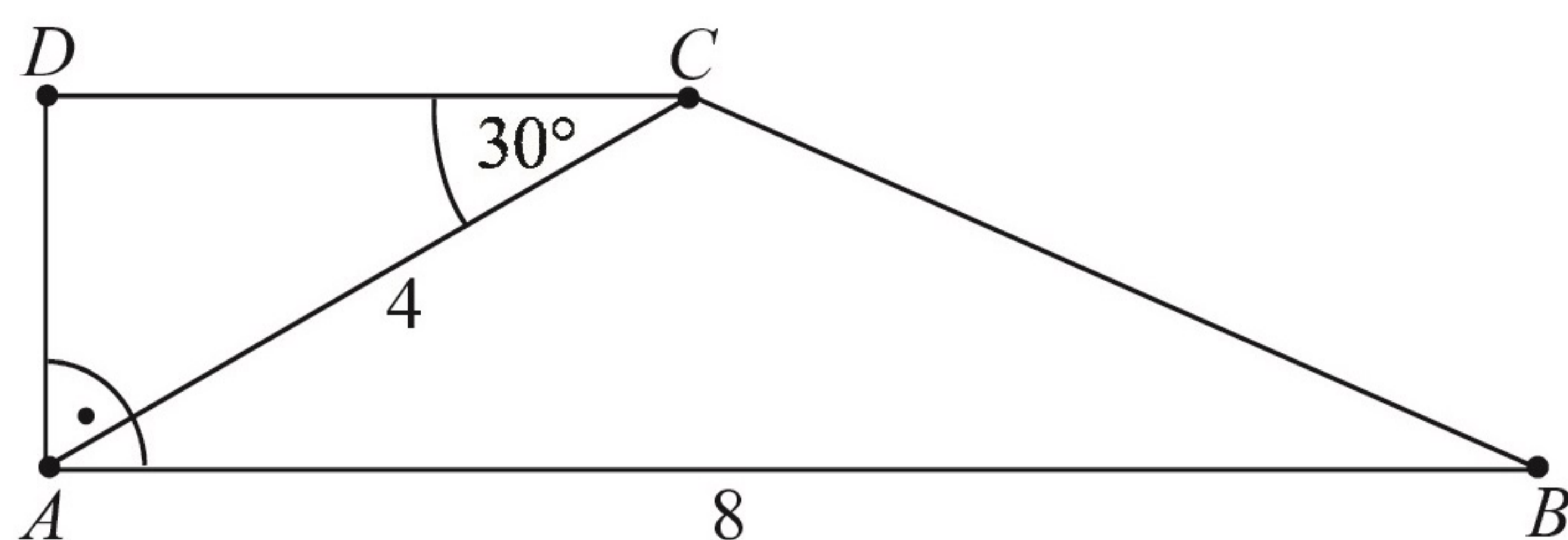
Dany jest okrąg o środku w punkcie S i promieniu r . Na przedłużeniu cięciwy AB poza punkt B odłożono odcinek BC równy promieniowi danego okręgu. Przez punkty C i S poprowadzono prostą. Prosta CS przecina dany okrąg w punktach D i E (zobacz rysunek). Wykaż, że jeżeli miara kąta ACS jest równa α , to miara kąta ASD jest równa 3α .

**Zadanie 30. (2 pkt)**

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na wylosowaniu liczb, których iloczyn jest liczbą nieparzystą.

Zadanie 31. (2 pkt)

W trapezie prostokątnym $ABCD$ dłuższa podstawa AB ma długość 8. Przekątna AC tego trapezu ma długość 4 i tworzy z krótszą podstawą trapezu kąt o mierze 30° (zobacz rysunek). Oblicz długość przekątnej BD tego trapezu.

**Zadanie 32. (4 pkt)**

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Różnicą tego ciągu jest liczba $r = -4$, a średnia arytmetyczna początkowych sześciu wyrazów tego ciągu:

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$, jest równa 16.

a) Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.

b) Oblicz liczbę k , dla której $a_k = -78$.

Zadanie 33. (4 pkt)

Dany jest punkt $A = (-18, 10)$. Prosta o równaniu $y = 3x$ jest symetralną odcinka AB . Wyznacz współrzędne punktu B .

Zadanie 34. (5 pkt)

Długość krawędzi podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 6. Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa jest cztery razy większe od pola jego podstawy. Kąt α jest kątem nachylenia krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny podstawy (zobacz rysunek). Oblicz cosinus kąta α .

