# MATURA PODSTAWOWA MAJ 2019

**Zadanie 1. (0–1)**

Liczba $\log_{\sqrt{2}} 2$ jest równa

**A.** $2$ **B.** $4$ **C.** $\sqrt{2}$ **D.** $\frac{1}{2}$

**Zadanie 2. (0–1)**

Liczba naturalna $n = 2^{14} \cdot 5^{15}$ w zapisie dziesiętnym ma

**A.** 14 cyfr **B.** 15 cyfr **C.** 16 cyfr **D.** 30 cyfr

**Zadanie 3. (0–1)**

W pewnym banku prowizja od udzielanych kredytów hipotecznych przez cały styczeń była równa 4%. Na początku lutego ten bank obniżył wysokość prowizji od wszystkich kredytów o 1 punkt procentowy. Oznacza to, że prowizja od kredytów hipotecznych w tym banku zmniejszyła się o

**A.** 1% **B.** 25% **C.** 33% **D.** 75%

**Zadanie 4. (0–1)**

Równość $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{a} = 1$ jest prawdziwa dla

**A.** $a = \frac{11}{20}$ **B.** $a = \frac{8}{9}$ **C.** $a = \frac{9}{8}$ **D.** $a = \frac{20}{11}$

**Zadanie 5. (0–1)**

Para liczb $x = 2$ i $y = 2$ jest rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} ax + y = 4 \\ -2x + 3y = 2a \end{cases}$ dla

**A.** $a = -1$ **B.** $a = 1$ **C.** $a = -2$ **D.** $a = 2$

**Zadanie 6. (0–1)**

Równanie $\frac{(x-1)(x+2)}{x-3} = 0$

**A.** ma trzy różne rozwiązania: $x = 1, x = 3, x = -2$.

**B.** ma trzy różne rozwiązania: $x = -1, x = -3, x = 2$.

**C.** ma dwa różne rozwiązania: $x = 1, x = -2$.

**D.** ma dwa różne rozwiązania: $x = -1, x = 2$.

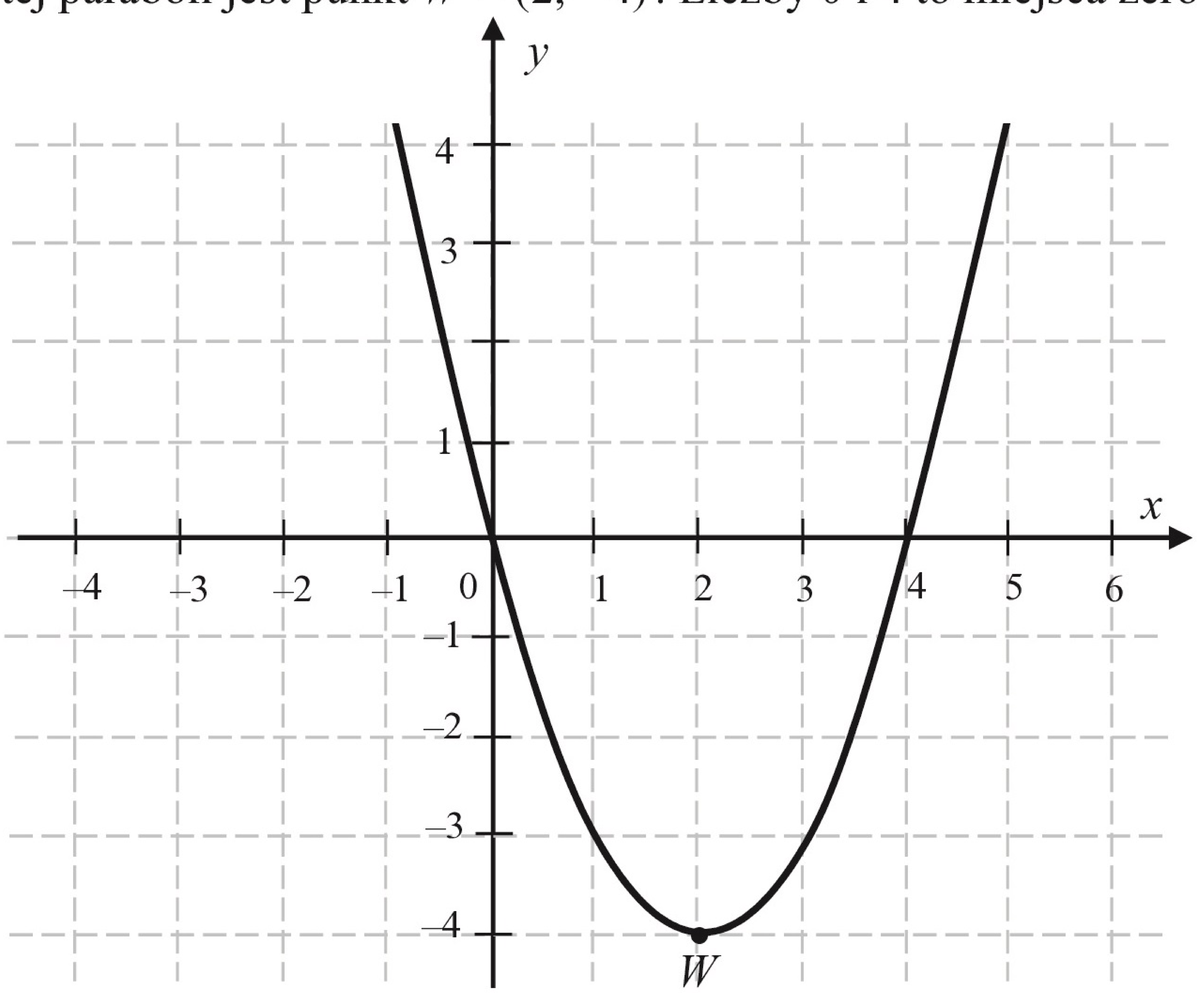
**Zadanie 7. (0–1)**

Miejscem zerowym funkcji liniowej $f$ określonej wzorem $f(x) = 3(x+1) - 6\sqrt{3}$ jest liczba

**A.** $3 - 6\sqrt{3}$ **B.** $1 - 6\sqrt{3}$ **C.** $2\sqrt{3} - 1$ **D.** $2\sqrt{3} - \frac{1}{3}$

**Informacja do zadań 8.–10.**

Na rysunku przedstawiony jest fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej $f$. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W = (2, -4)$. Liczby 0 i 4 to miejsca zerowe funkcji $f$.



**Zadanie 8. (0–1)**

Zbiorem wartości funkcji $f$ jest przedział

**A.** $(-\infty, 0\rangle$ **B.** $\langle 0, 4\rangle$ **C.** $\langle -4, +\infty)$ **D.** $\langle 4, +\infty)$

**Zadanie 9. (0–1)**

Największa wartość funkcji $f$ w przedziale $\langle 1, 4\rangle$ jest równa

**A.** $-3$ **B.** $-4$ **C.** $4$ **D.** $0$

**Zadanie 10. (0–1)**

Osią symetrii wykresu funkcji $f$ jest prosta o równaniu

**A.** $y=-4$ **B.** $x=-4$ **C.** $y=2$ **D.** $x=2$

**Zadanie 11. (0–1)**

W ciągu arytmetycznym $(a_n)$, określonym dla $n \geq 1$, dane są dwa wyrazy: $a_1 = 7$ i $a_8 = -49$. Suma ośmiu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

**A.** $-168$ **B.** $-189$ **C.** $-21$ **D.** $-42$

**Zadanie 12. (0–1)**

Dany jest ciąg geometryczny $(a_n)$, określony dla $n \geq 1$. Wszystkie wyrazy tego ciągu są dodatnie i spełniony jest warunek $\frac{a_5}{a_3} = \frac{1}{9}$. Iloraz tego ciągu jest równy

**A.** $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **C.** $3$ **D.** $\sqrt{3}$

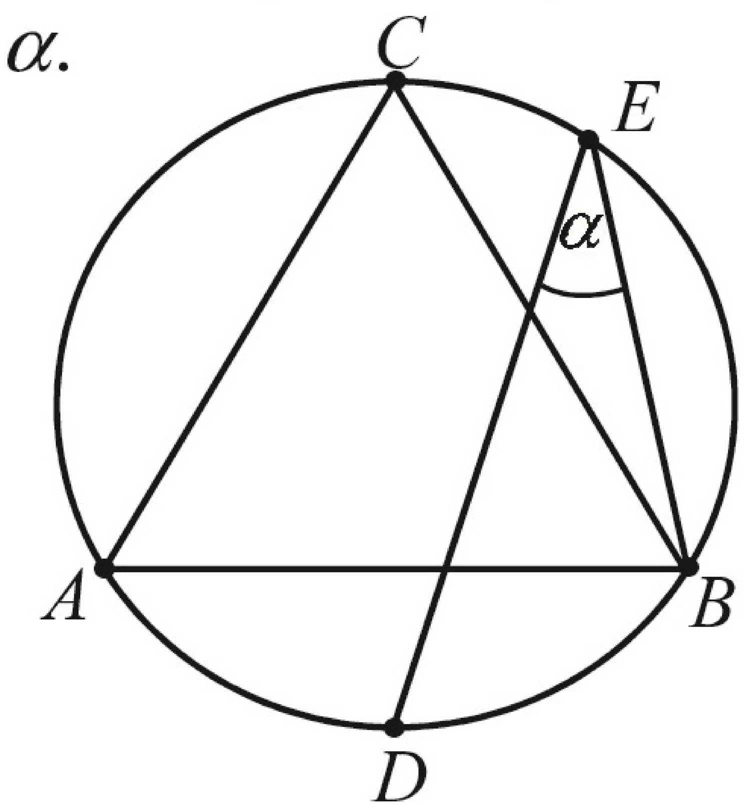
**Zadanie 13. (0–1)**

Sinus kąta ostrego $\alpha$ jest równy $\frac{4}{5}$. Wtedy

**A.** $\cos\alpha = \frac{5}{4}$ **B.** $\cos\alpha = \frac{1}{5}$ **C.** $\cos\alpha = \frac{9}{25}$ **D.** $\cos\alpha = \frac{3}{5}$

**Zadanie 14. (0–1)**

Punkty $D$ i $E$ leżą na okręgu opisanym na trójkącie równobocznym $ABC$ (zobacz rysunek). Odcinek $CD$ jest średnicą tego okręgu. Kąt wpisany $DEB$ ma miarę $\alpha$.



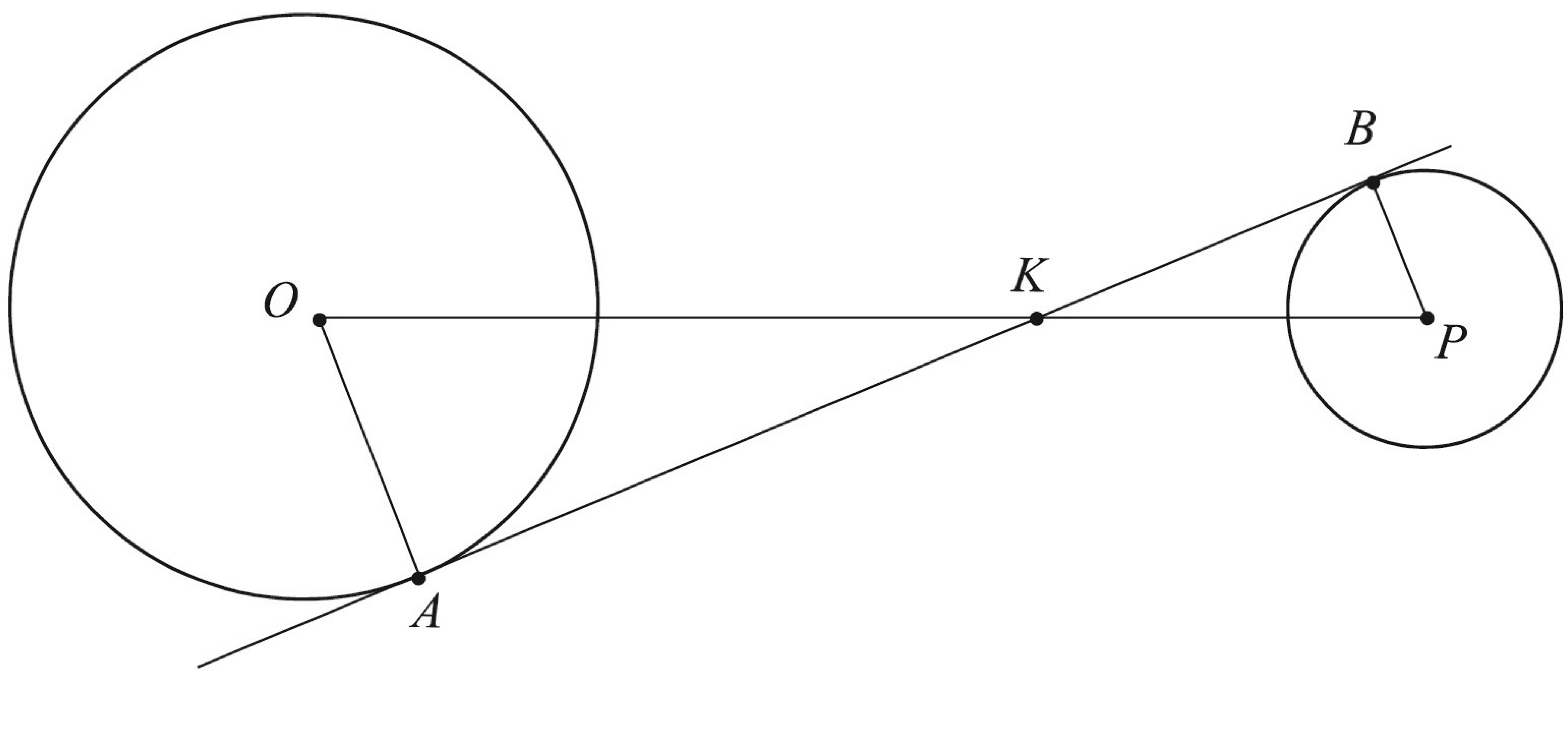

Zatem

**A.** $\alpha = 30°$ **B.** $\alpha < 30°$

**C.** $\alpha > 45°$ **D.** $\alpha = 45°$

**Zadanie 15. (0–1)**

Dane są dwa okręgi: okrąg o środku w punkcie $O$ i promieniu 5 oraz okrąg o środku w punkcie $P$ i promieniu 3. Odcinek $OP$ ma długość 16. Prosta $AB$ jest styczna do tych okręgów w punktach $A$ i $B$. Ponadto prosta $AB$ przecina odcinek $OP$ w punkcie $K$ (zobacz rysunek).




Wtedy

**A.** $|OK| = 6$

**B.** $|OK| = 8$

**C.** $|OK| = 10$

**D.** $|OK| = 12$

**Zadanie 16. (0–1)**

Dany jest romb o boku długości 4 i kącie rozwartym $150^\circ$. Pole tego rombu jest równe

**A.** 8 **B.** 12 **C.** $8\sqrt{3}$ **D.** 16

**Zadanie 17. (0–1)**

Proste o równaniach $y=(2m+2)x-2019$ oraz $y=(3m-3)x+2019$ są równoległe, gdy

**A.** $m=-1$ **B.** $m=0$ **C.** $m=1$ **D.** $m=5$

**Zadanie 18. (0–1)**

Prosta o równaniu $y=ax+b$ jest prostopadła do prostej o równaniu $y=-4x+1$ i przechodzi przez punkt $P=\left(\frac{1}{2},0\right)$, gdy

**A.** $a=-4$ i $b=-2$

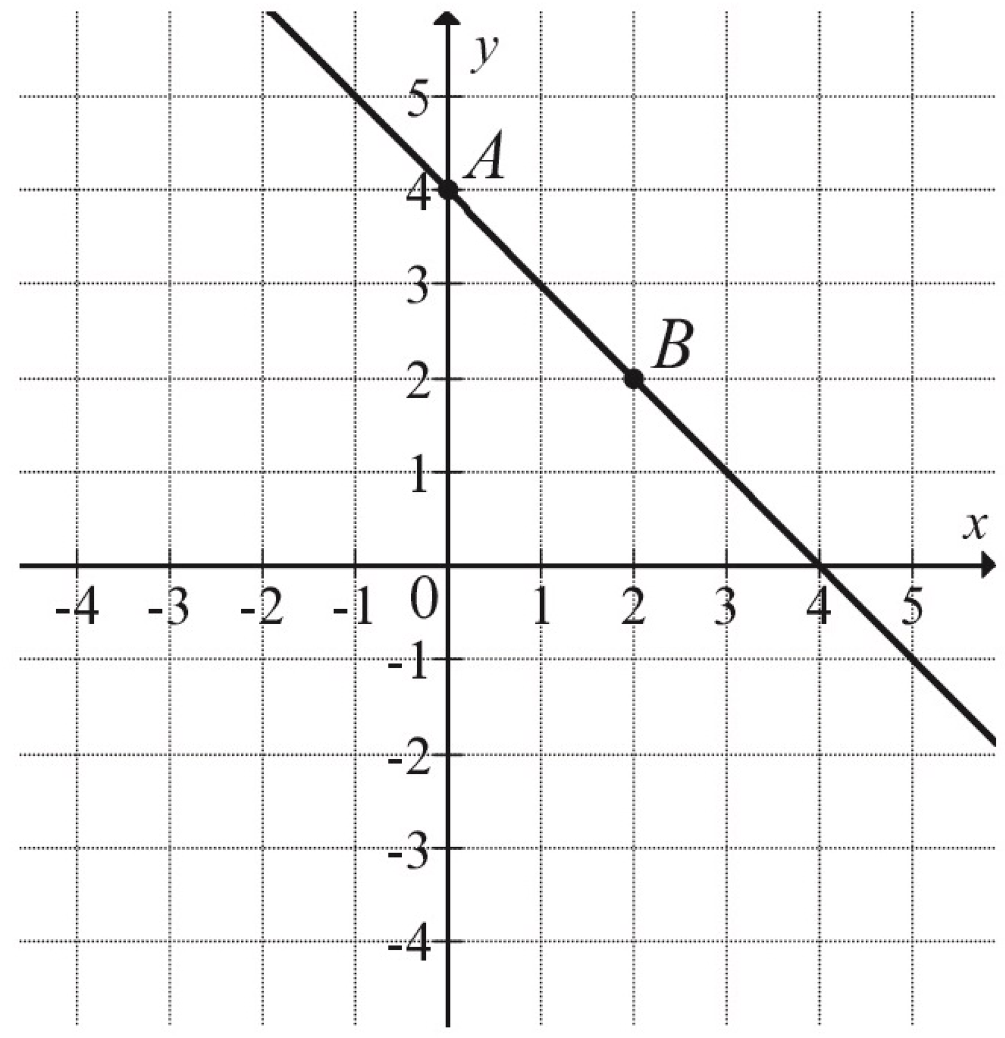
**B.** $a=\frac{1}{4}$ i $b=-\frac{1}{8}$

**C.** $a=-4$ i $b=2$

**D.** $a=\frac{1}{4}$ i $b=\frac{1}{2}$

**Zadanie 19. (0–1)**

Na rysunku przedstawiony jest fragment wykresu funkcji liniowej *f*. Na wykresie tej funkcji leżą punkty $A=(0,4)$ i $B=(2,2)$.




Obrazem prostej *AB* w symetrii względem początku układu współrzędnych jest wykres funkcji *g* określonej wzorem

**A.** $g(x)=x+4$ **B.** $g(x)=x-4$

**C.** $g(x)=-x-4$ **D.** $g(x)=-x+4$

**Zadanie 20. (0–1)**

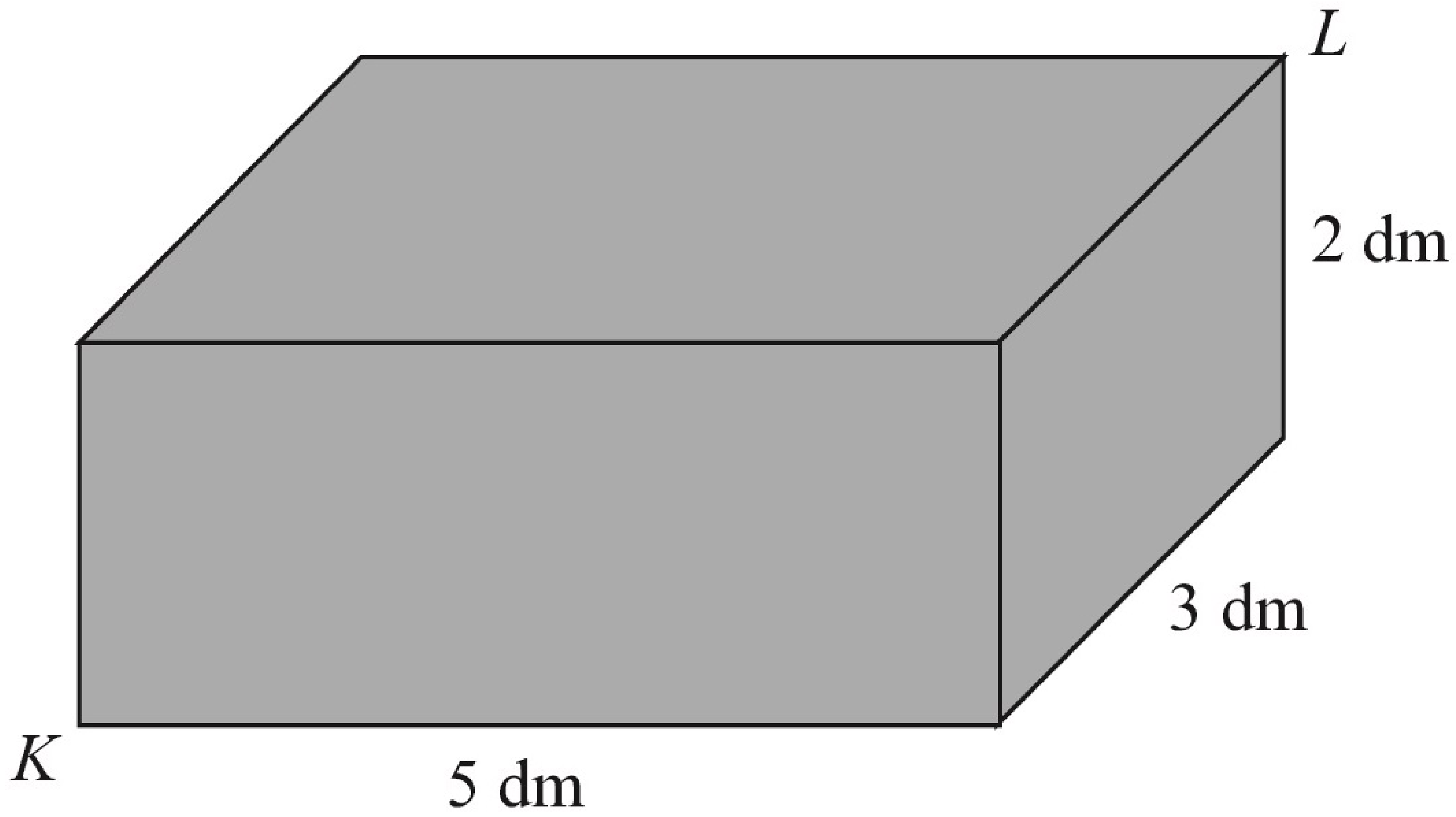
Dane są punkty o współrzędnych $A=(-2,5)$ oraz $B=(4,-1)$. Średnica okręgu wpisanego w kwadrat o boku *AB* jest równa

**A.** 12 **B.** 6 **C.** $6\sqrt{2}$ **D.** $2\sqrt{6}$

**Zadanie 21. (0–1)**

Pudełko w kształcie prostopadłościanu ma wymiary 5 dm × 3 dm × 2 dm (zobacz rysunek).

Przekątna *KL* tego prostopadłościanu jest – z dokładnością do 0,01 dm – równa




**A.** 5,83 dm **B.** 6,16 dm

**C.** 3,61 dm **D.** 5,39 dm

**Zadanie 22. (0–1)**

Promień kuli i promień podstawy stożka są równe 4. Pole powierzchni kuli jest równe polu powierzchni całkowitej stożka. Długość tworzącej stożka jest równa

**A.** 8 **B.** 4 **C.** 16 **D.** 12

**Zadanie 23. (0–1)**
Mediana zestawu sześciu danych liczb: 4, 8, 21, $a$, 16, 25, jest równa 14. Zatem

**A.** $a = 7$ **B.** $a = 12$ **C.** $a = 14$ **D.** $a = 20$

**Zadanie 24. (0–1)**
Wszystkich liczb pięciocyfrowych, w których występują wyłącznie cyfry 0, 2, 5, jest

**A.** 12 **B.** 36 **C.** 162 **D.** 243

**Zadanie 25. (0–1)**
W pudełku jest 40 kul. Wśród nich jest 35 kul białych, a pozostałe to kule czerwone. Prawdopodobieństwo wylosowania każdej kuli jest takie samo. Z pudełka losujemy jedną kulę. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że otrzymamy kulę czerwoną, jest równe

**A.** $\frac{1}{8}$ **B.** $\frac{1}{5}$ **C.** $\frac{1}{40}$ **D.** $\frac{1}{35}$

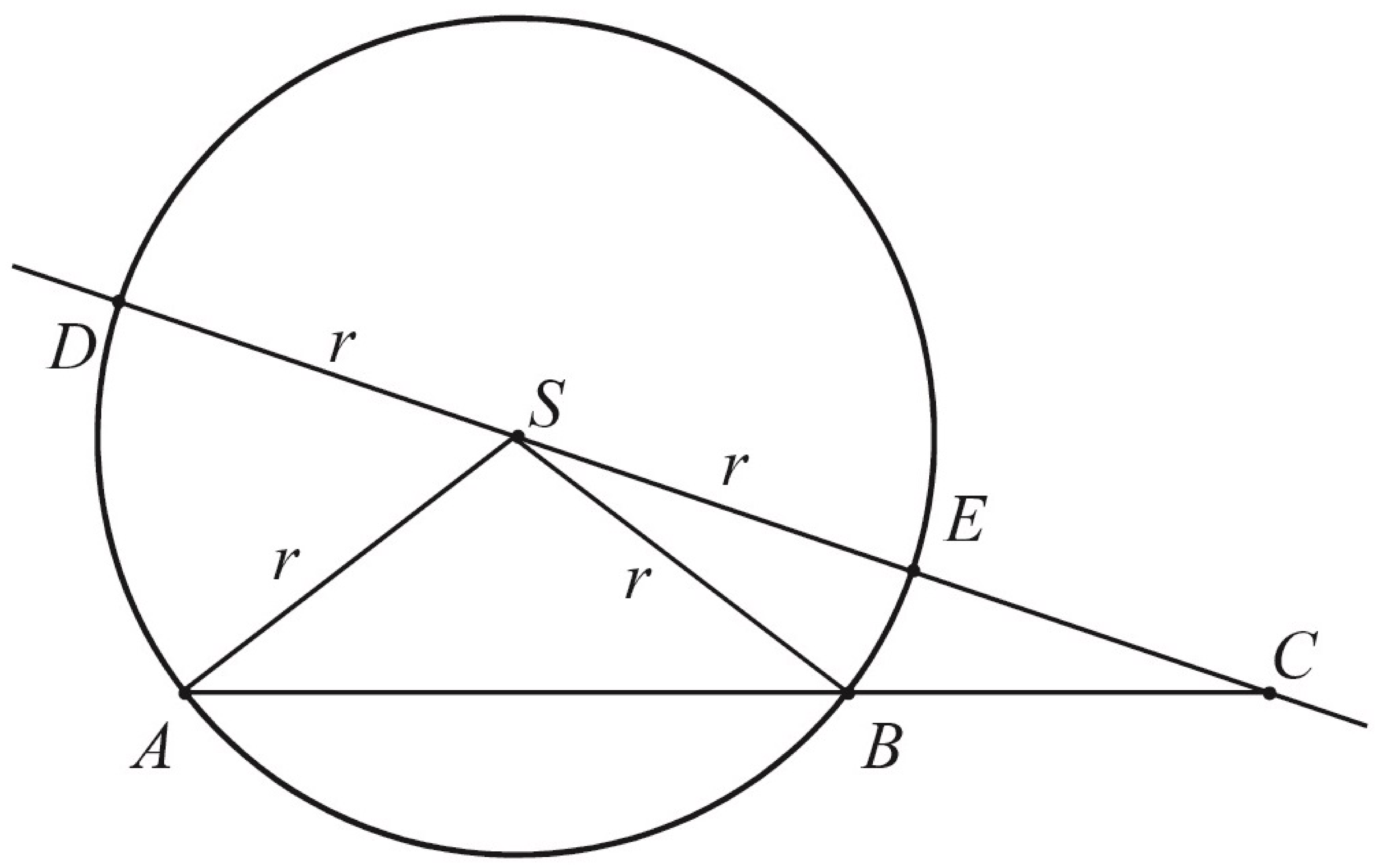
**Zadanie 26. (0–2)**
Rozwiąż równanie $\left(x^3 - 8\right)\left(x^2 - 4x - 5\right) = 0$.

**Zadanie 27. (0–2)**
Rozwiąż nierówność $3x^2 - 16x + 16 > 0$.

**Zadanie 28. (0–2)**
Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych $a$ i $b$ prawdziwa jest nierówność

$$3a^2 - 2ab + 3b^2 \geq 0.$$

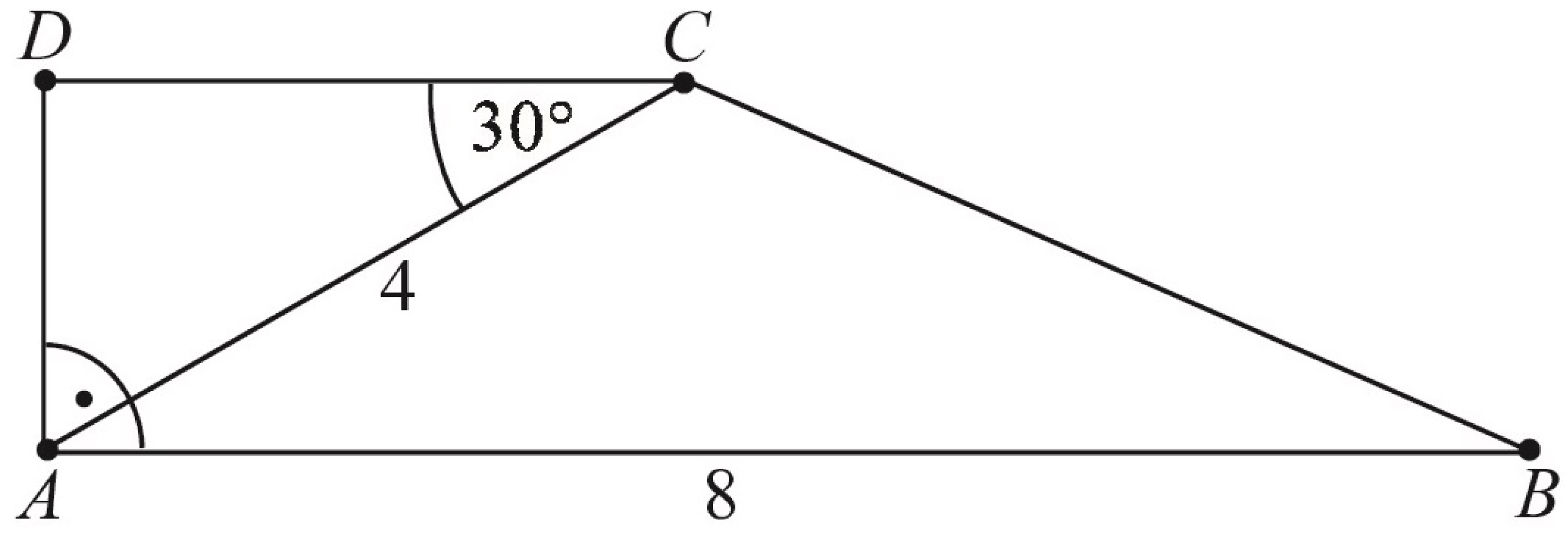
**Zadanie 29. (0–2)**
Dany jest okrąg o środku w punkcie $S$ i promieniu $r$. Na przedłużeniu cięciwy $AB$ poza punkt $B$ odłożono odcinek $BC$ równy promieniowi danego okręgu. Przez punkty $C$ i $S$ poprowadzono prostą. Prosta $CS$ przecina dany okrąg w punktach $D$ i $E$ (zobacz rysunek). Wykaż, że jeżeli miara kąta $ACS$ jest równa $\alpha$, to miara kąta $ASD$ jest równa $3\alpha$.




**Zadanie 30. (0–2)**
Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia $A$ polegającego na wylosowaniu liczb, których iloczyn jest liczbą nieparzystą.

**Zadanie 31. (0–2)**

W trapezie prostokątnym $ABCD$ dłuższa podstawa $AB$ ma długość 8. Przekątna $AC$ tego trapezu ma długość 4 i tworzy z krótszą podstawą trapezu kąt o mierze $30^\circ$ (zobacz rysunek). Oblicz długość przekątnej $BD$ tego trapezu.




**Zadanie 32. (0–4)**

Ciąg arytmetyczny $(a_n)$ jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Różnicą tego ciągu jest liczba $r = -4$, a średnia arytmetyczna początkowych sześciu wyrazów tego ciągu: $a_1$, $a_2$, $a_3$, $a_4$, $a_5$, $a_6$, jest równa 16.

a) Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.

b) Oblicz liczbę $k$, dla której $a_k = -78$.

**Zadanie 33. (0–4)**

Dany jest punkt $A = (-18, 10)$. Prosta o równaniu $y = 3x$ jest symetralną odcinka $AB$. Wyznacz współrzędne punktu $B$.

**Zadanie 34. (0–5)**

Długość krawędzi podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 6. Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa jest cztery razy większe od pola jego podstawy. Kąt $\alpha$ jest kątem nachylenia krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny podstawy (zobacz rysunek). Oblicz cosinus kąta $\alpha$.