MATURA PODSTAWOWA CZERWIEC 2019

Zadanie 1. (0–1)

Rozwiązaniem równania $\frac{(x^2-2x-3)\cdot(x^2-9)}{x-1}=0$ nie jest liczba

A. -3 **B.** -1 **C.** 1 **D.** 3

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\frac{\log_3 27}{\log_3 \sqrt{27}}$ jest równa

A. $-\frac{1}{2}$ **B.** 2 **C.** -2 **D.** $\frac{1}{2}$

Zadanie 3. (0–1)

Jedną z liczb spełniających nierówność $(x-6)\cdot(x-2)^2\cdot(x+4)\cdot(x+10)>0$ jest

A. -5 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 5

Zadanie 4. (0–1)

Liczba dodatnia a jest zapisana w postaci ułamka zwykłego. Jeżeli licznik tego ułamka zmniejszymy o 50%, a jego mianownik zwiększymy o 50%, to otrzymamy liczbę b taką, że

A. $b=\frac{1}{4}a$ **B.** $b=\frac{1}{3}a$ **C.** $b=\frac{1}{2}a$ **D.** $b=\frac{2}{3}a$

Zadanie 5. (0–1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x)=(a+1)x+11$, gdzie a to pewna liczba rzeczywista, ma miejsce zerowe równe $x=\frac{3}{4}$. Stąd wynika, że

A. $a=-\frac{41}{3}$ **B.** $a=\frac{41}{3}$ **C.** $a=-\frac{47}{3}$ **D.** $a=\frac{47}{3}$

Zadanie 6. (0–1)

Funkcja f jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x)=(m\sqrt{5}-1)x+3$. Ta funkcja jest rosnąca dla każdej liczby m spełniającej warunek

A. $m>\frac{1}{\sqrt{5}}$ **B.** $m>1-\sqrt{5}$ **C.** $m<\sqrt{5}-1$ **D.** $m<\frac{1}{\sqrt{5}}$

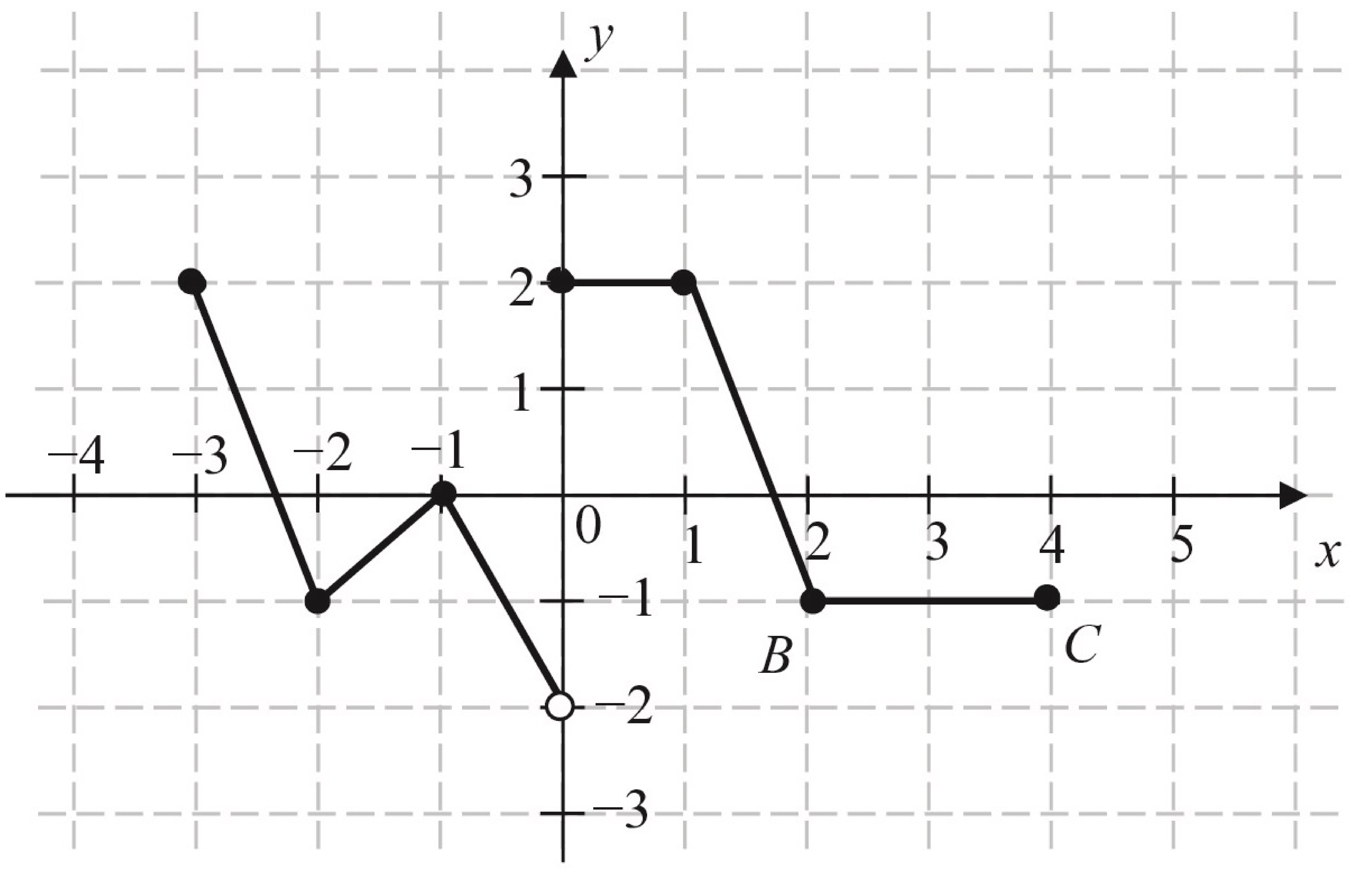
Zadanie 7. (0–1)

Układ równań $\begin{cases} 2x-y=2 \\ x+my=1 \end{cases}$ ma nieskończenie wiele rozwiązań dla

A. $m=-1$ **B.** $m=1$ **C.** $m=\frac{1}{2}$ **D.** $m=-\frac{1}{2}$

Zadanie 8. (0–1)

Rysunek przedstawia wykres funkcji f zbudowany z 6 odcinków, przy czym punkty $B=(2,-1)$ i $C=(4,-1)$ należą do wykresu funkcji.



Równanie $f(x)=-1$ ma

A. dokładnie jedno rozwiązanie.

B. dokładnie dwa rozwiązania.

C. dokładnie trzy rozwiązania.

D. nieskończenie wiele rozwiązań.

Zadanie 9. (0–1)

Dany jest rosnący ciąg arytmetyczny (a_n), określony dla liczb naturalnych $n \geq 1$, o wyrazach dodatnich. Jeśli $a_2 + a_9 = a_4 + a_k$, to k jest równe

A. 8 **B.** 7 **C.** 6 **D.** 5

Zadanie 10. (0–1)

W ciągu (a_n) określonym dla każdej liczby $n \geq 1$ jest spełniony warunek $a_{n+3} = -2 \cdot 3^{n+1}$. Wtedy

A. $a_5 = -54$ **B.** $a_5 = -27$ **C.** $a_5 = 27$ **D.** $a_5 = 54$

Zadanie 11. (0–1)

Dla każdej liczby rzeczywistej x wyrażenie $(3x-2)^2 - (2x-3)(2x+3)$ jest po uproszczeniu równe

A. $5x^2 - 12x - 5$ **B.** $5x^2 - 13$ **C.** $5x^2 - 12x + 13$ **D.** $5x^2 + 5$

Zadanie 12. (0–1)

Kąt $\alpha \in (0°, 180°)$ oraz wiadomo, że $\sin\alpha \cdot \cos\alpha = -\frac{3}{8}$. Wartość wyrażenia $(\cos\alpha - \sin\alpha)^2 + 2$ jest równa

A. $\frac{15}{4}$ **B.** $\frac{9}{4}$ **C.** $\frac{27}{8}$ **D.** $\frac{21}{8}$

Zadanie 13. (0–1)

Wartość wyrażenia $2\sin^2 18° + \sin^2 72° + \cos^2 18°$ jest równa

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

Zadanie 14. (0–1)

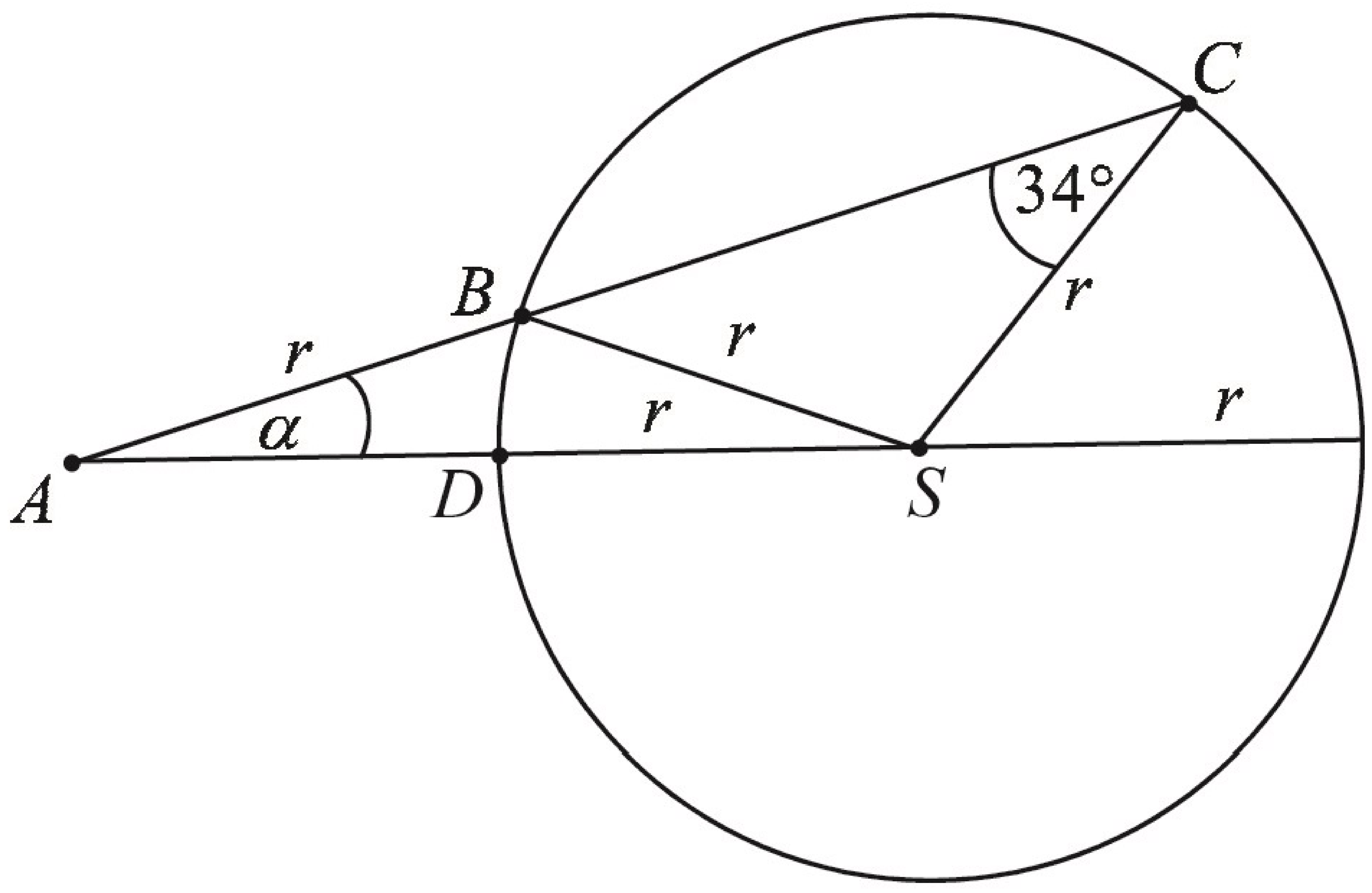
Punkty B, C i D leżą na okręgu o środku S i promieniu r. Punkt A jest punktem wspólnym prostych BC i SD, a odcinki AB i SC są równej długości. Miara kąta BCS jest równa $34°$ (zobacz rysunek). Wtedy

A. $\alpha = 12°$

B. $\alpha = 17°$

C. $\alpha = 22°$

D. $\alpha = 34°$



Zadanie 15. (0–1)

Pole trójkąta ABC o wierzchołkach $A = (0, 0)$, $B = (4, 2)$, $C = (2, 6)$ jest równe

A. 5 **B.** 10 **C.** 15 **D.** 20

Zadanie 16. (0–1)

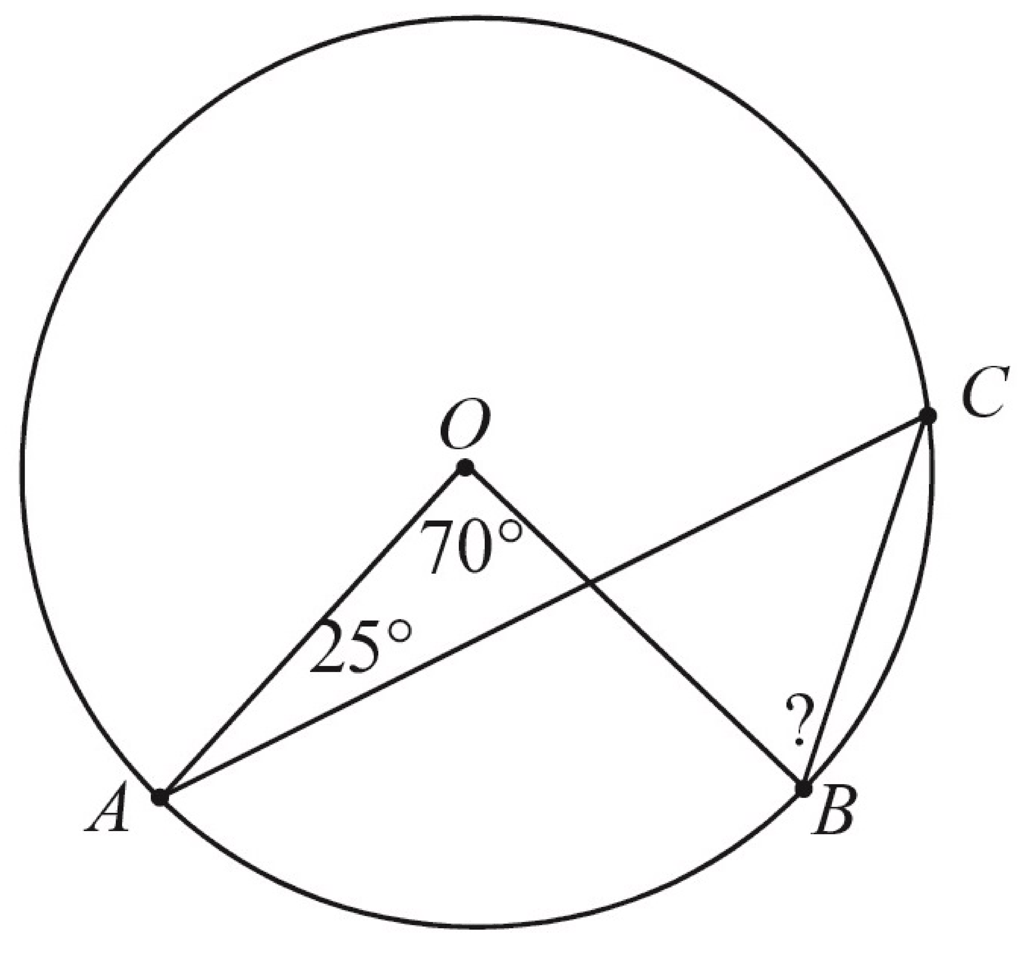
Na okręgu o środku w punkcie O wybrano trzy punkty A, B, C tak, że $|\sphericalangle AOB| = 70°$, $|\sphericalangle OAC| = 25°$. Cięciwa AC przecina promień OB (zobacz rysunek). Wtedy miara $\sphericalangle OBC$ jest równa

A. $\alpha = 25°$

B. $\alpha = 60°$

C. $\alpha = 70°$

D. $\alpha = 85°$



Zadanie 17. (0–1)

W układzie współrzędnych na płaszczyźnie dany jest odcinek AB o końcach w punktach $A=(7,4)$, $B=(11,12)$. Punkt S leży wewnątrz odcinka AB oraz $|AS|=3\cdot|BS|$. Wówczas

A. $S=(8,6)$ **B.** $S=(9,8)$ **C.** $S=(10,10)$ **D.** $S=(13,16)$

Zadanie 18. (0–1)

Suma odległości punktu $A=(-4,\ 2)$ od prostych o równaniach $x=4$ i $y=-4$ jest równa

A. 14 **B.** 12 **C.** 10 **D.** 8

Zadanie 19. (0–1)

Suma długości wszystkich krawędzi sześcianu jest równa 96 cm. Pole powierzchni całkowitej tego sześcianu jest równe

A. 48 cm^2 **B.** 64 cm^2 **C.** 384 cm^2 **D.** 512 cm^2

Zadanie 20. (0–1)

Dany jest trójkąt równoramienny ABC, w którym $|AC|=|BC|$. Kąt między ramionami tego trójkąta ma miarę $44°$. Dwusieczna kąta poprowadzona z wierzchołka A przecina bok BC tego trójkąta w punkcie D. Kąt ADC ma miarę

A. 78° **B.** 34° **C.** 68° **D.** 102°

Zadanie 21. (0–1)

Liczb naturalnych dwucyfrowych podzielnych przez 6 jest

A. 60 **B.** 45 **C.** 30 **D.** 15

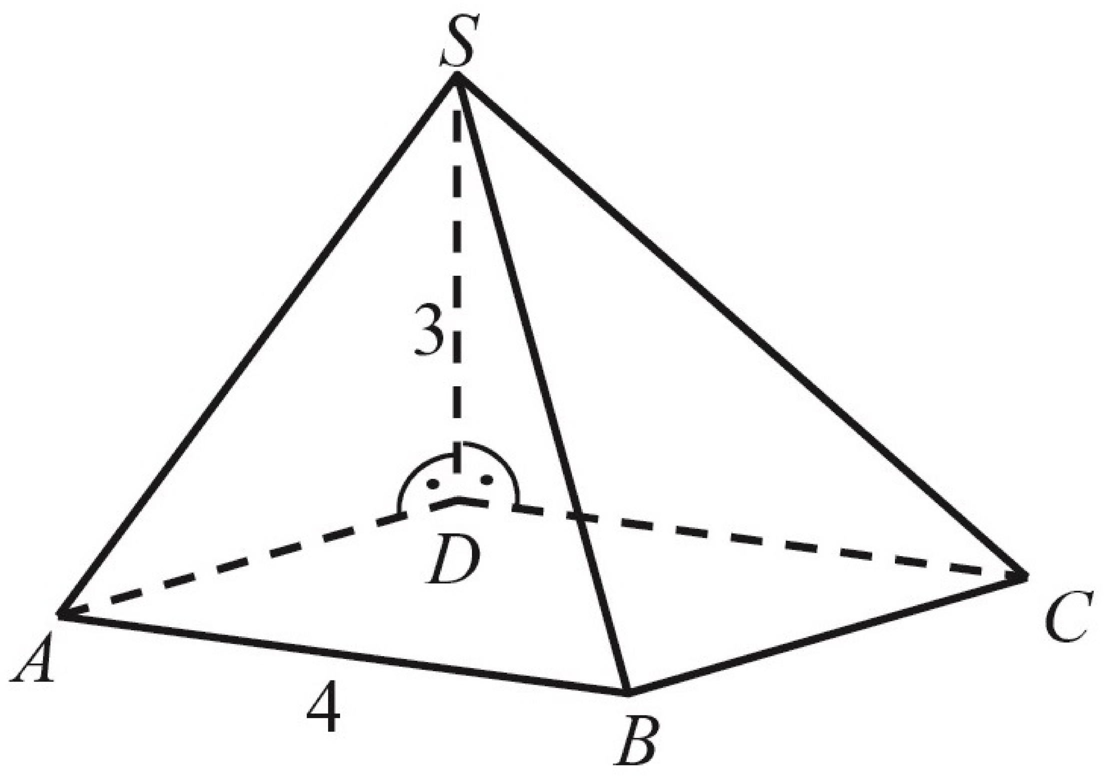
Zadanie 22. (0–1)

Podstawą ostrosłupa jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 4. Krawędź boczna DS jest prostopadła do podstawy i ma długość 3 (zobacz rysunek).

Pole ściany BCS tego ostrosłupa jest równe

A. 20 **B.** 10

C. 16 **D.** 12



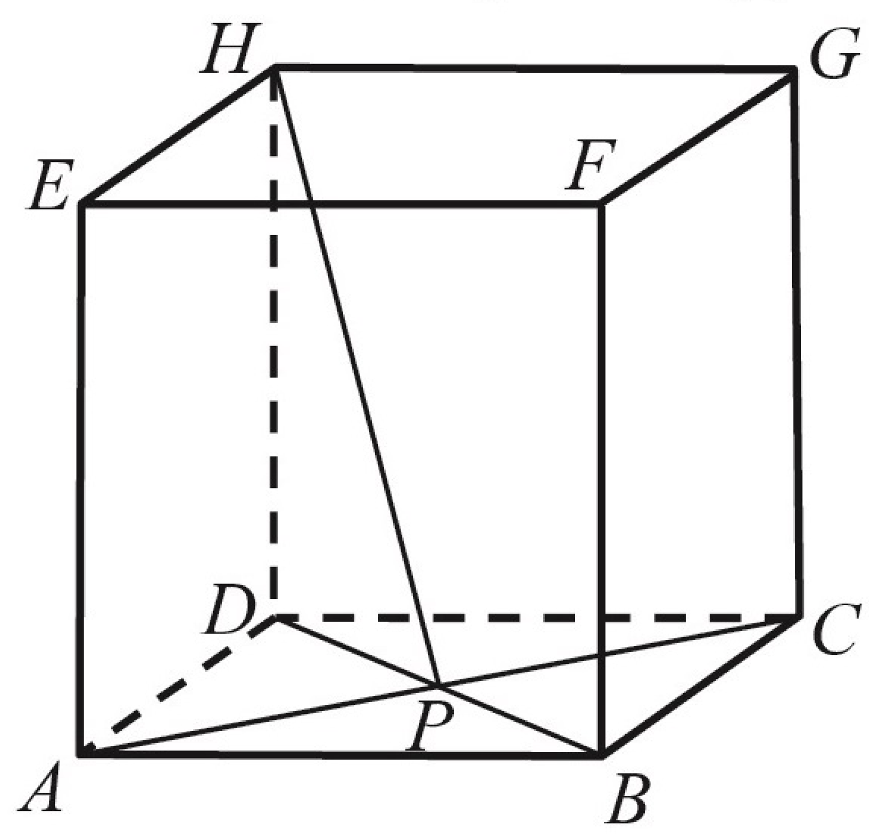
Zadanie 23. (0–1)

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$. Przekątne AC i BD ściany $ABCD$ sześcianu przecinają się w punkcie P (zobacz rysunek).

Tangens kąta, jaki odcinek PH tworzy z płaszczyzną $ABCD$, jest równy

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\frac{1}{2}$

C. 1 **D.** $\sqrt{2}$



Zadanie 24. (0–1)

Przekrojem osiowym walca jest kwadrat o przekątnej długości 12. Objętość tego walca jest zatem równa

A. $36\pi\sqrt{2}$ **B.** $108\pi\sqrt{2}$ **C.** 54π **D.** 108π

Zadanie 25. (0–1)

Ze zbioru kolejnych liczb naturalnych $\{20, 21, 22, \ldots, 39, 40\}$ losujemy jedną liczbę. Prawdopodobieństwo wylosowania liczby podzielnej przez 4 jest równe

A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{2}{7}$ **C.** $\frac{6}{19}$ **D.** $\frac{3}{10}$

Zadanie 26. (0–2)

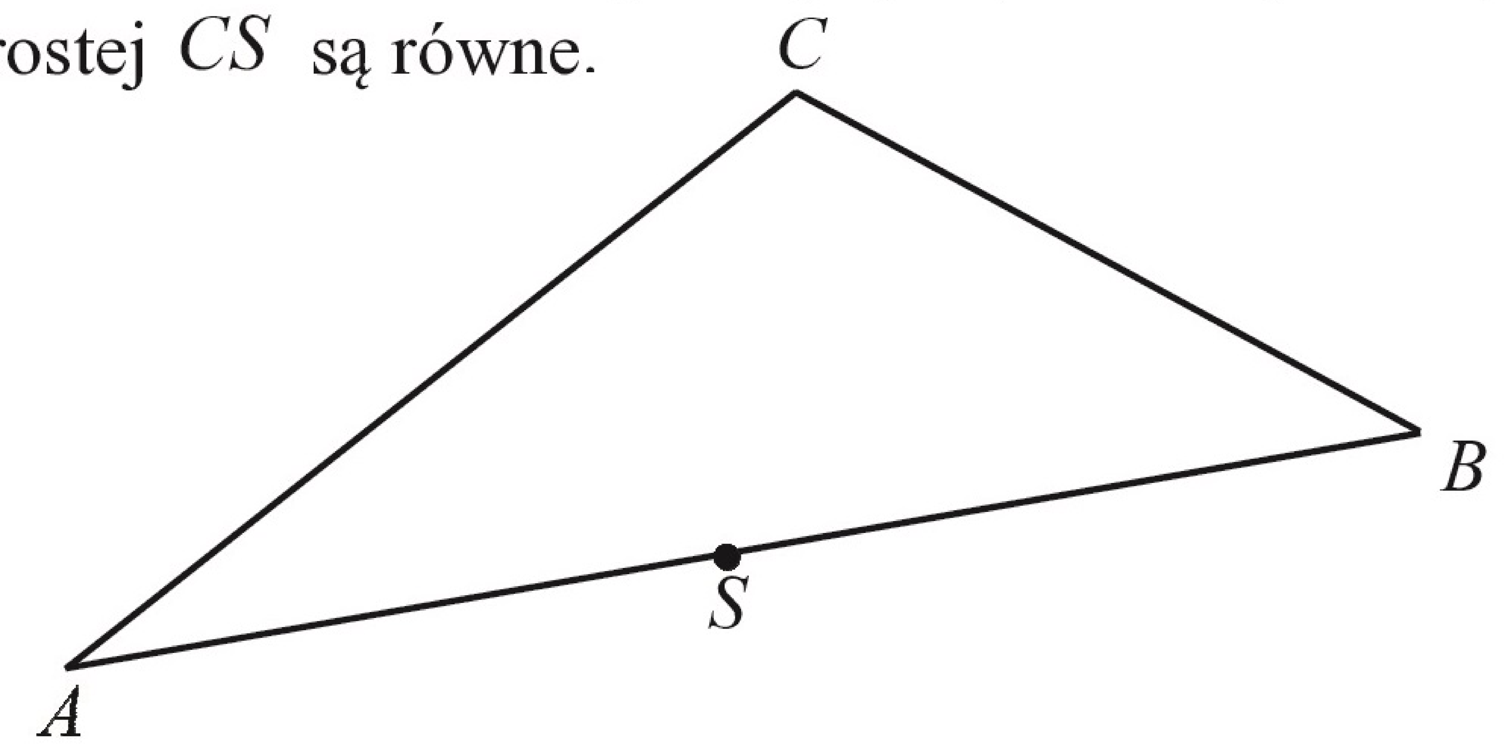
Rozwiąż nierówność $x(7x+2)>7x+2$.

Zadanie 27. (0–2)

Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste x, które spełniają warunek: $\frac{3x^2-8x-3}{x-3}=x-3$.

Zadanie 28. (0–2)

Dany jest trójkąt ABC. Punkt S jest środkiem boku AB tego trójkąta (zobacz rysunek). Wykaż, że odległości punktów A i B od prostej CS są równe.



Zadanie 29. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby $a>0$ i dla każdej liczby $b>0$ prawdziwa jest nierówność

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geq\frac{4}{a+b}.$$

Zadanie 30. (0–2)

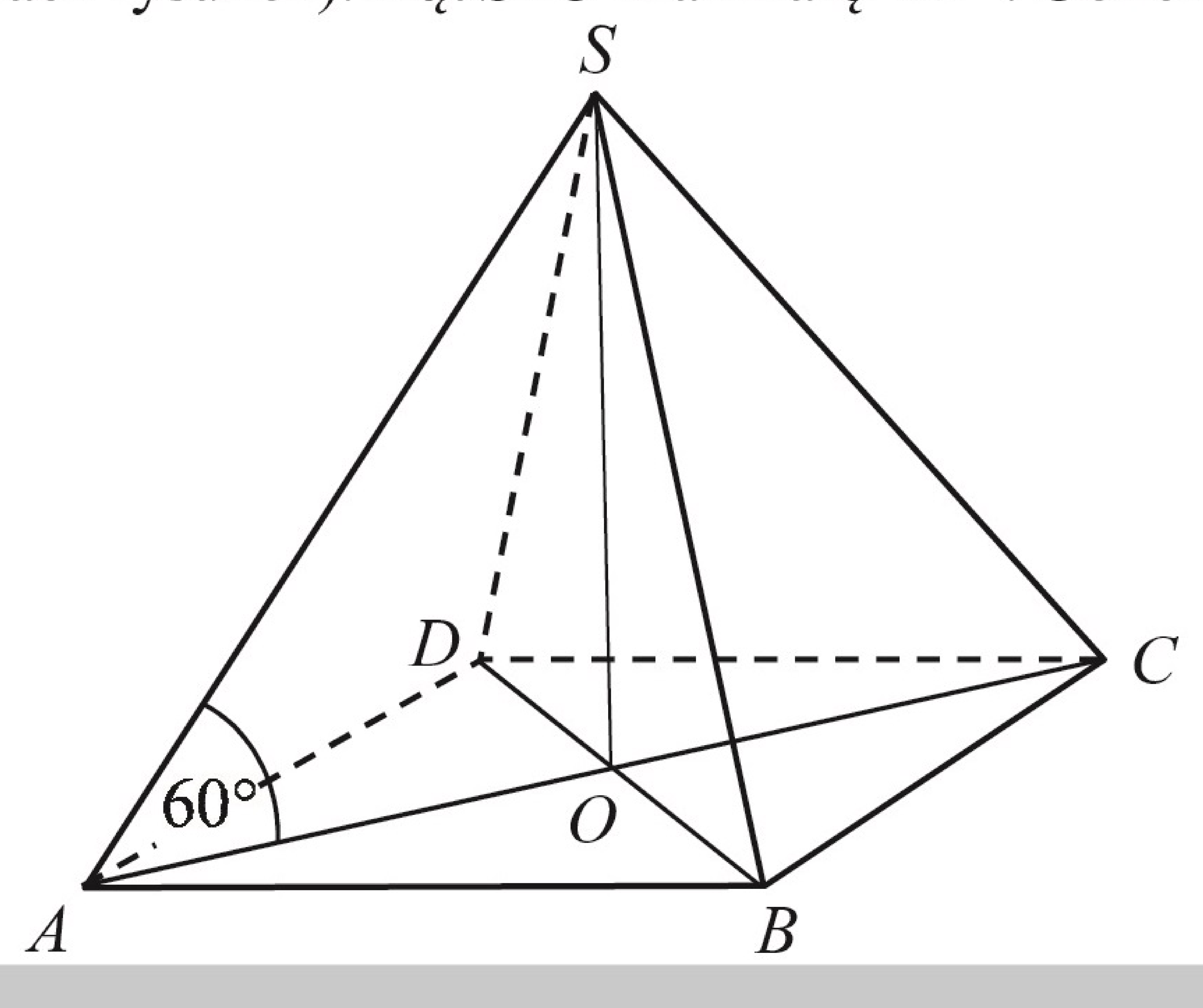
W ciągu geometrycznym przez S_n oznaczamy sumę n początkowych wyrazów tego ciągu, dla liczb naturalnych $n\geq 1$. Wiadomo, że dla pewnego ciągu geometrycznego: $S_1=2$ i $S_2=12$. Wyznacz iloraz i piąty wyraz tego ciągu.

Zadanie 31. (0–2)

Doświadczenie losowe polega na trzykrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że otrzymamy sumę oczek równą 16.

Zadanie 32. (0–5)

Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest prostokąt o polu równym 432, a stosunek długości boków tego prostokąta jest równy $3:4$. Przekątne podstawy $ABCD$ przecinają się w punkcie O. Odcinek SO jest wysokością ostrosłupa (zobacz rysunek). Kąt SAO ma miarę 60°. Oblicz objętość tego ostrosłupa.



Zadanie 33. (0–4)

Liczby rzeczywiste x i z spełniają warunek $2x+z=1$. Wyznacz takie wartości x i z, dla których wyrażenie x^2+z^2+7xz przyjmuje największą wartość. Podaj tę największą wartość.

Zadanie 34. (0–4)

Dany jest trójkąt rozwartokątny ABC, w którym $\sphericalangle ACB$ ma miarę 120°. Ponadto wiadomo, że $|BC|=10$ i $|AB|=10\sqrt{7}$ (zobacz rysunek). Oblicz długość trzeciego boku trójkąta ABC.