

MATURA PODSTAWOWA POPRAWKOWA SIERPIEŃ 2018

Zadanie 1. (0–1)

Cena pewnego towaru w wyniku obniżki o 10% zmniejszyła się o 2 018 zł. Ten towar po tej obniżce kosztował

- A. 20 180 zł B. 18 162 zł C. 2 108 zł D. 2 028 zł

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\sqrt{\sqrt[3]{2}}$ jest równa

- A. $2^{\frac{1}{6}}$ B. $2^{\frac{1}{5}}$ C. $2^{\frac{1}{3}}$ D. $2^{\frac{2}{3}}$

Zadanie 3. (0–1)

Dane są liczby $x = 4,5 \cdot 10^{-8}$ oraz $y = 1,5 \cdot 10^2$. Wtedy iloraz $\frac{x}{y}$ jest równy

- A. $3 \cdot 10^{-10}$ B. $3 \cdot 10^{-6}$ C. $6,75 \cdot 10^{-10}$ D. $6,75 \cdot 10^{-6}$

Zadanie 4. (0–1)

Liczba $\log_4 96 - \log_4 6$ jest równa

- A. $\log_4 90$ B. $\log_6 96$ C. 4 D. 2

Zadanie 5. (0–1)

Równość $(a + 2\sqrt{3})^2 = 13 + 4\sqrt{3}$ jest prawdziwa dla

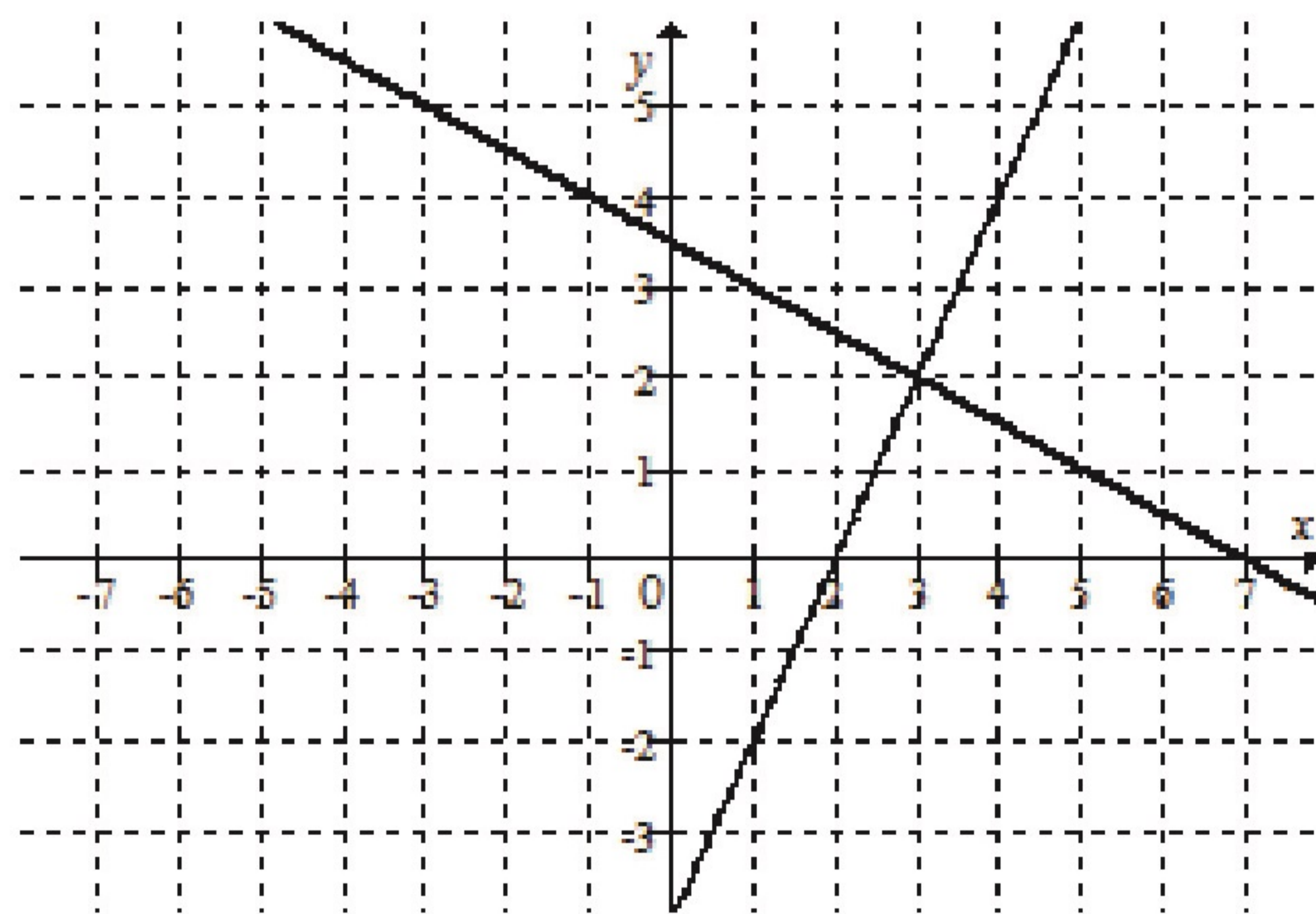
- A. $a = \sqrt{13}$ B. $a = 1$ C. $a = 0$ D. $a = \sqrt{13} + 1$

Zadanie 6. (0–1)

Na rysunku jest przedstawiona graficzna ilustracja układu dwóch równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi x i y .

Wskaż ten układ.

- A. $\begin{cases} y = -2x + 8 \\ y = -\frac{3}{2}x + \frac{13}{2} \end{cases}$ B. $\begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2} \end{cases}$
- C. $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \end{cases}$ D. $\begin{cases} y = 3x - 7 \\ y = -\frac{2}{3}x + 4 \end{cases}$



Zadanie 7. (0–1)

Rozwiązaniem równania $\frac{x-2}{3(x+2)} = \frac{1}{9}$ jest liczba

- A. -2 B. 2 C. 4 D. -4

Zadanie 8. (0–1)

Dane są funkcje $f(x) = 3^x$ oraz $g(x) = f(-x)$, określone dla wszystkich liczb rzeczywistych x . Punkt wspólny wykresów funkcji f i g

- A. nie istnieje.
B. ma współrzędne $(1, 0)$.
C. ma współrzędne $(0, 1)$.
D. ma współrzędne $(0, 0)$.

Zadanie 9. (0–1)

Punkt $(1, \sqrt{3})$ należy do wykresu funkcji $y = 2\sqrt{3}x + b$. Wtedy współczynnik b jest równy

- A. 7 B. $3\sqrt{3}$ C. -5 D. $-\sqrt{3}$

Zadanie 10. (0–1)

Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - 2x - 11$ jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt o współrzędnych

- A. $(-2, -3)$ B. $(-2, -12)$ C. $(1, -8)$ D. $(1, -12)$

Zadanie 11. (0–1)

Funkcja kwadratowa jest określona wzorem $f(x) = -3(x-2)(x-9)$. Liczby x_1, x_2 są różnymi miejscami zerowymi funkcji f . Zatem

- A. $x_1 + x_2 = 11$ B. $x_1 + x_2 = -11$ C. $x_1 + x_2 = 33$ D. $x_1 + x_2 = -33$

Zadanie 12. (0–1)

Największą wartością funkcji $y = -(x-2)^2 + 4$ w przedziale $\langle 3, 5 \rangle$ jest

- A. 0 B. 5 C. 4 D. 3

Zadanie 13. (0–1)

Ciąg arytmetyczny (a_n) , określony dla $n \geq 1$, spełnia warunek $a_3 + a_4 + a_5 = 15$. Wtedy

- A. $a_4 = 5$ B. $a_4 = 6$ C. $a_4 = 3$ D. $a_4 = 4$

Zadanie 14. (0–1)

Dla pewnej liczby x ciąg $(x, x+4, 16)$ jest geometryczny. Liczba x jest równa

- A. 8 B. 4 C. 2 D. 0

Zadanie 15. (0–1)

W trójkącie prostokątnym przeciwprostokątna ma długość 3, a długość przyprostokątnej leżącej naprzeciwko kąta α jest równa $\sqrt{3}$. Zatem

- A. $\alpha = 60^\circ$ B. $\alpha \in (40^\circ, 60^\circ)$ C. $\alpha \in (30^\circ, 40^\circ)$ D. $\alpha = 30^\circ$

Zadanie 16. (0–1)

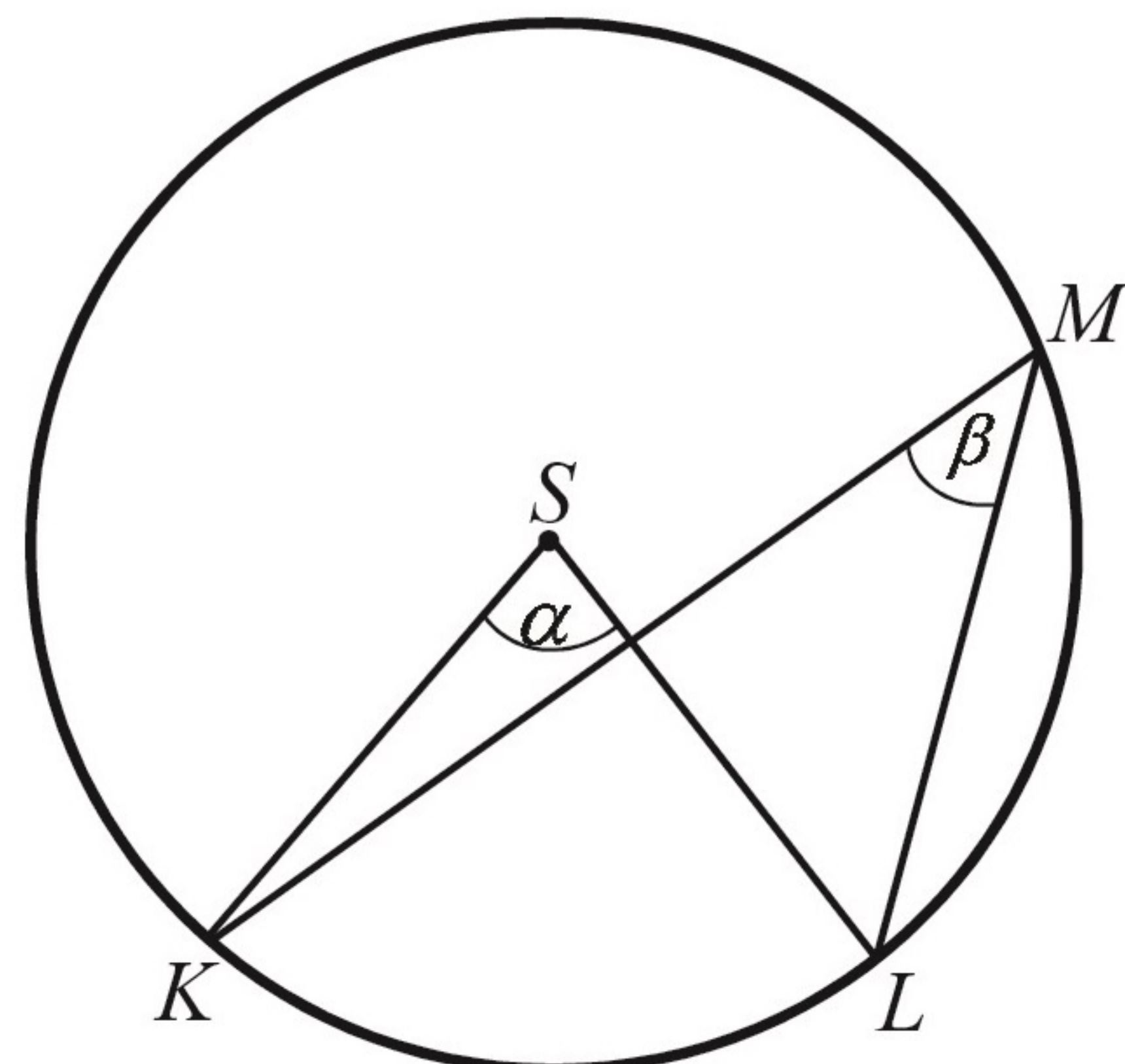
Kąt α jest ostry i $\cos \alpha = \frac{3}{5}$. Wtedy

- A. $\sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{16}{15}$ B. $\sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{15}{16}$
 C. $\sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{8}{15}$ D. $\sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{6}{20}$

Zadanie 17. (0–1)

Dany jest okrąg o środku S . Punkty K, L i M leżą na tym okręgu. Na łuku KL tego okręgu są oparte kąty KSL i KML (zobacz rysunek), których miary α i β spełniają warunek $\alpha + \beta = 114^\circ$. Wynika stąd, że

- A. $\beta = 19^\circ$ B. $\beta = 38^\circ$
 C. $\beta = 57^\circ$ D. $\beta = 76^\circ$



Zadanie 18. (0–1)

Różnica miar dwóch sąsiednich kątów wewnętrznych równoległoboku jest równa 80° . Kąt rozwarty tego równoległoboku ma miarę

- A. 120° B. 125° C. 130° D. 135°

Zadanie 19. (0–1)

Pole trójkąta o bokach długości 4 oraz 9 i kącie między nimi o mierze 60° jest równe

- A. 18 B. 9 C. $18\sqrt{3}$ D. $9\sqrt{3}$

Zadanie 20. (0–1)

Proste o równaniach $y = (3m - 4)x + 2$ oraz $y = (12 - m)x + 3m$ są równoległe, gdy

- A. $m = 4$ B. $m = 3$ C. $m = -4$ D. $m = -3$

Zadanie 21. (0–1)

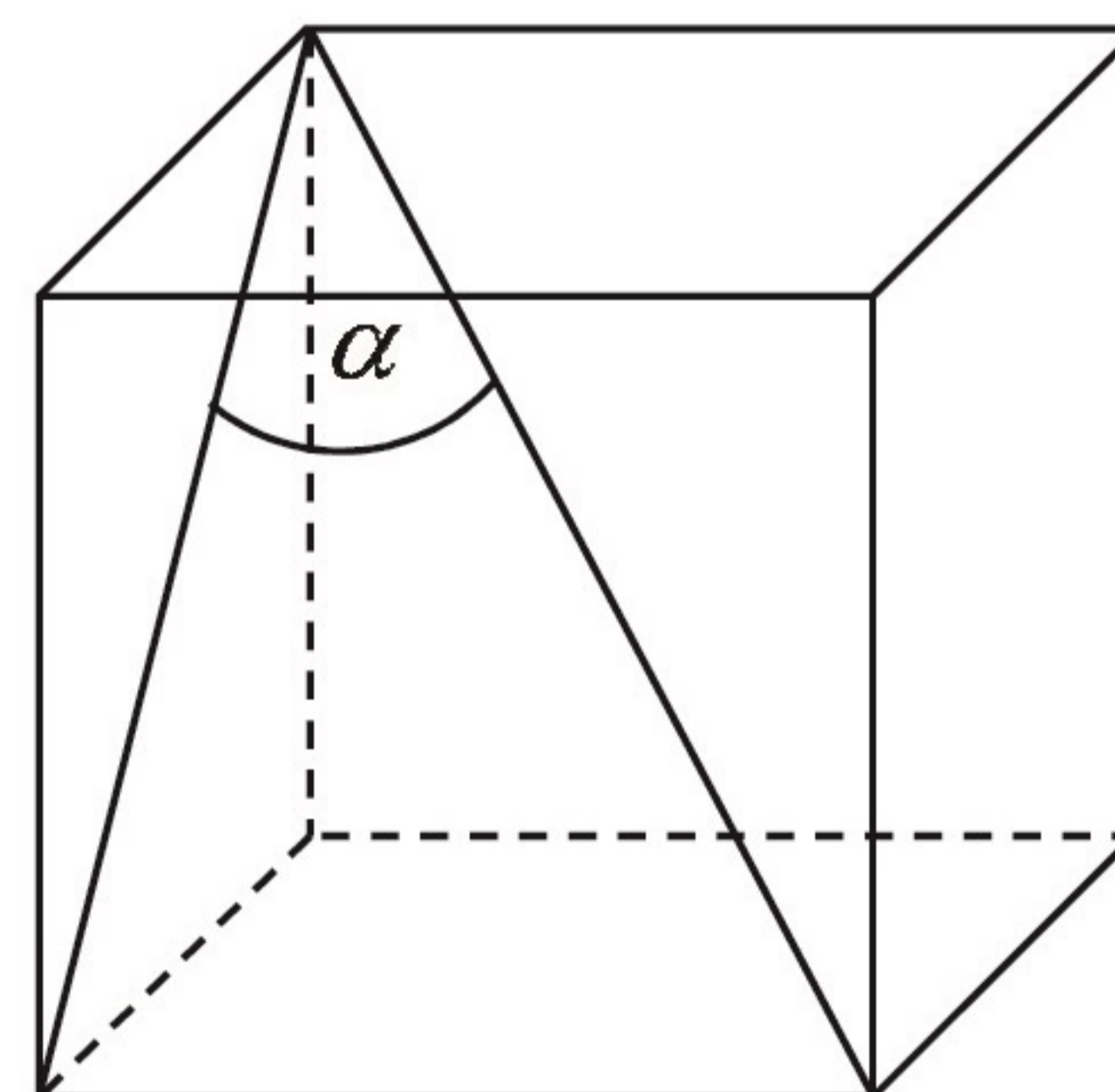
Punkt $A = (-3, 2)$ jest końcem odcinka AB , a punkt $M = (4, 1)$ jest środkiem tego odcinka. Długość odcinka AB jest równa

- A. $2\sqrt{5}$ B. $4\sqrt{5}$ C. $5\sqrt{2}$ D. $10\sqrt{2}$

Zadanie 22. (0–1)

Jeżeli α oznacza miarę kąta między przekątną sześcianu a przekątną ściany bocznej tego sześcianu (zobacz rysunek), to

- A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

**Zadanie 23. (0–1)**

Przekrój osiowy walca jest kwadratem o przekątnej $10\sqrt{2}$. Pole powierzchni bocznej tego walca jest równe

- A. 50π B. 100π C. 200π D. 250π

Zadanie 24. (0–1)

Abiturient jednego z liceów zestawiał w tabeli oceny ze swojego świadectwa ukończenia szkoły.

Ocena	6	5	4	3	2
Liczba ocen	2	3	5	5	1

Mediana przedstawionego zestawu danych jest równa

- A. 3 B. 3,5 C. 4 D. 4,5

Zadanie 25. (0–1)

W grupie liczącej 29 uczniów (dziewcząt i chłopców) jest 15 chłopców. Z tej grupy trzeba wylosować jedną osobę. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że zostanie wylosowana dziewczyna, jest równe

- A. $\frac{14}{15}$ B. $\frac{1}{14}$ C. $\frac{14}{29}$ D. $\frac{15}{29}$

Zadanie 26. (0–2)

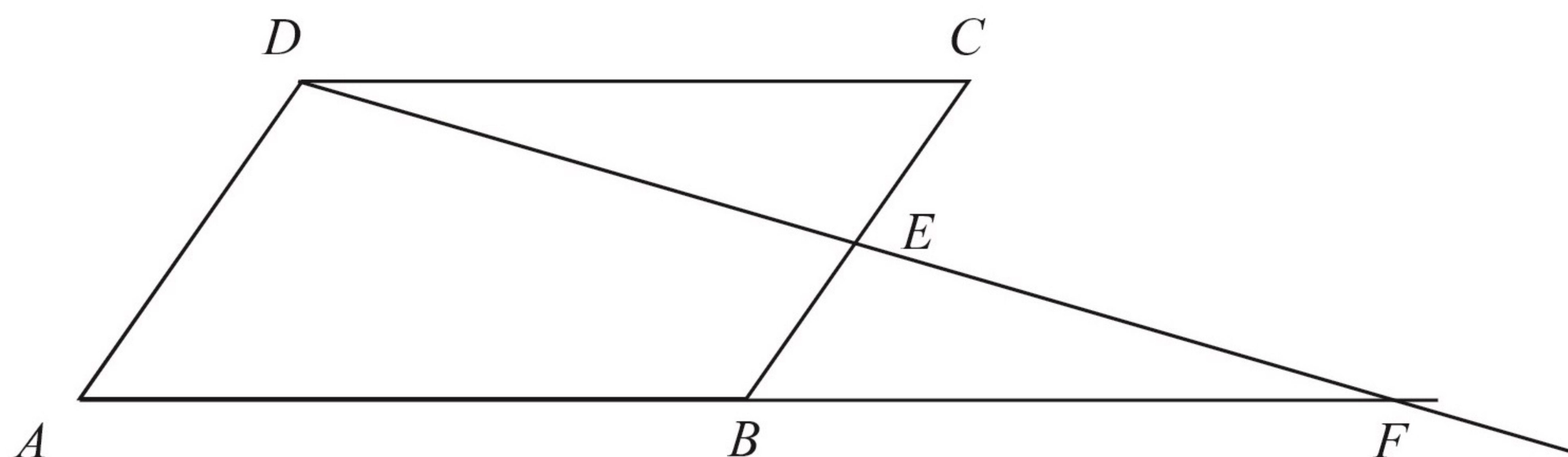
Rozwiąż nierówność $x^2 + 6x - 16 < 0$.

Zadanie 27. (0–2)

Rozwiąż równanie $(x^3 + 27)(x^2 - 16) = 0$.

Zadanie 28. (0–2)

W równoległoboku $ABCD$ punkt E jest środkiem boku BC . Z wierzchołka D poprowadzono prostą przecinającą bok BC w punkcie E . Proste AB i DE przecinają się w punkcie F (zobacz rysunek). Wykaż, że punkt B jest środkiem odcinka AF .

**Zadanie 29. (0–2)**

Wykaż, że jeżeli a i b są liczbami rzeczywistymi dodatnimi, to $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$.

Zadanie 30. (0–2)

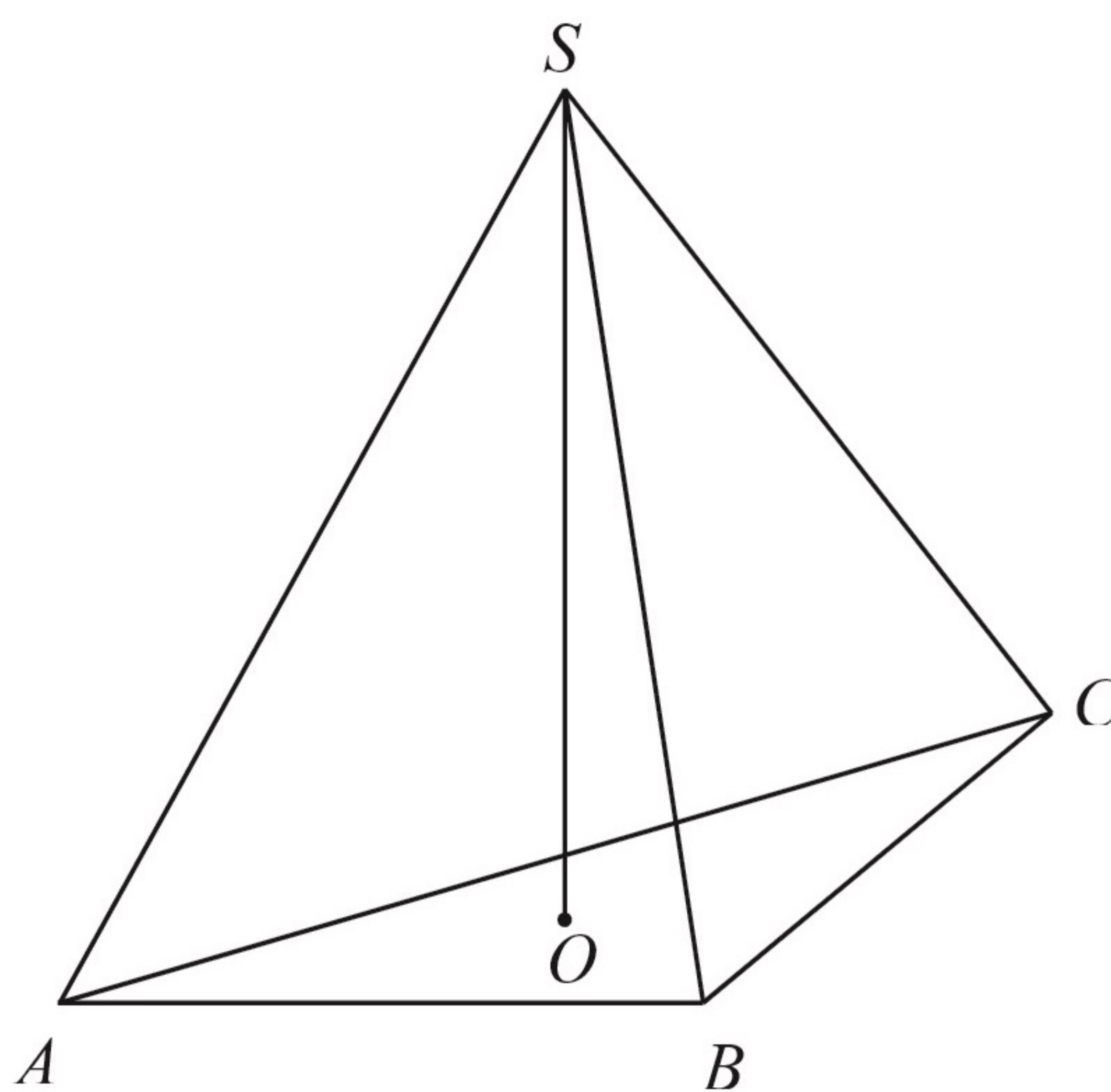
Dziewiąty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) , określonego dla $n \geq 1$, jest równy 34, a suma jego ośmiu początkowych wyrazów jest równa 110. Oblicz pierwszy wyraz i różnicę tego ciągu.

Zadanie 31. (0–2)

Punkty $A = (2, 4)$, $B = (0, 0)$, $C = (4, -2)$ są wierzchołkami trójkąta ABC . Punkt D jest środkiem boku AC tego trójkąta. Wyznacz równanie prostej BD .

Zadanie 32. (0–5)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym $ABCS$ krawędź podstawy ma długość a . Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest dwa razy większe od pola jego podstawy. Oblicz cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy.

**Zadanie 33. (0–4)**

Ze zbioru $A = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ losujemy liczbę a , natomiast ze zbioru $B = \{-1, 0, 1, 2\}$ losujemy liczbę b . Te liczby są – odpowiednio – współczynnikiem kierunkowym i wyrazem wolnym funkcji liniowej $f(x) = ax + b$. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że otrzymana funkcja f jest rosnąca i ma dodatnie miejsce zerowe.

Zadanie 34. (0–4)

W trójkącie prostokątnym ACB przyprostokątna AC ma długość 5, a promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest równy 2. Oblicz pole trójkąta ACB .