

MATURA PODSTAWOWA POPRAWKOWA SIERPIEŃ 2017

Zadanie 1. (0–1)

Niech $a = -2$, $b = 3$. Wartość wyrażenia $a^b - b^a$ jest równa

- A. $\frac{73}{9}$ B. $\frac{71}{9}$ C. $-\frac{73}{9}$ D. $-\frac{71}{9}$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $9^9 \cdot 81^2$ jest równa

- A. 81^4 B. 81 C. 9^{13} D. 9^{36}

Zadanie 3. (0–1)

Wartość wyrażenia $\log_4 8 + 5 \log_4 2$ jest równa

- A. 2 B. 4 C. $2 + \log_4 5$ D. $1 + \log_4 10$

Zadanie 4. (0–1)

Dane są dwa koła. Promień pierwszego koła jest większy od promienia drugiego koła o 30%. Wynika stąd, że pole pierwszego koła jest większe od pola drugiego koła

- A. o mniej niż 50%, ale więcej niż 40%.
B. o mniej niż 60%, ale więcej niż 50%.
C. dokładnie o 60%.
D. o więcej niż 60%.

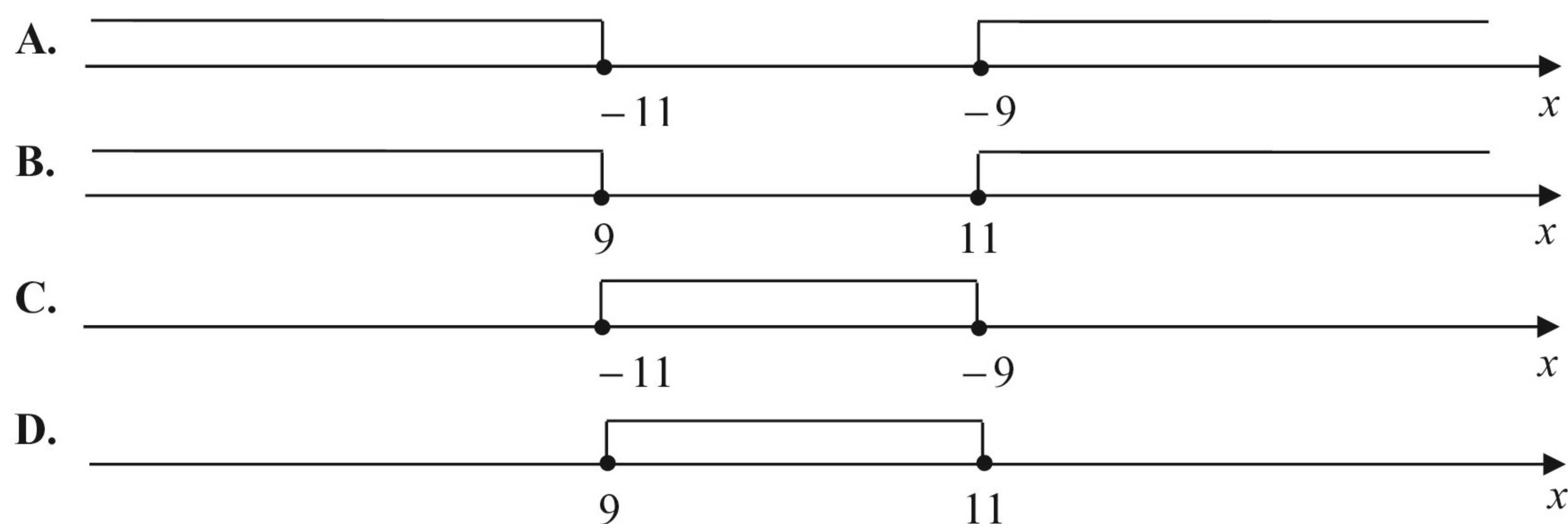
Zadanie 5. (0–1)

Liczba $(2\sqrt{7} - 5)^2 \cdot (2\sqrt{7} + 5)^2$ jest równa

- A. 9 B. 3 C. 2809 D. $28 - 20\sqrt{7}$

Zadanie 6. (0–1)

Wskaż rysunek, na którym jest przedstawiony zbiór wszystkich liczb x spełniających warunek: $11 \leq 2x - 7 \leq 15$.



Zadanie 7. (0–1)

Rozważmy treść następującego zadania:

Obwód prostokąta o bokach długości a i b jest równy 60. Jeden z boków tego prostokąta jest o 10 dłuższy od drugiego. Oblicz długości boków tego prostokąta.

Który układ równań opisuje zależności między długościami boków tego prostokąta?

- A. $\begin{cases} 2(a+b) = 60 \\ a+10 = b \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2a+b = 60 \\ 10b = a \end{cases}$ C. $\begin{cases} 2ab = 60 \\ a-b = 10 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2(a+b) = 60 \\ 10a = b \end{cases}$

Zadanie 8. (0–1)

Rozwiązaniem równania $\frac{x+1}{x+2} = 3$, gdzie $x \neq -2$, jest liczba należąca do przedziału

- A. $(-2, 1)$ B. $\langle 1, +\infty$ C. $(-\infty, -5)$ D. $\langle -5, -2)$

Zadanie 9. (0–1)

Linę o długości 100 metrów rozcięto na trzy części, których długości pozostają w stosunku 3 : 4 : 5. Stąd wynika, że najdłuższa z tych części ma długość

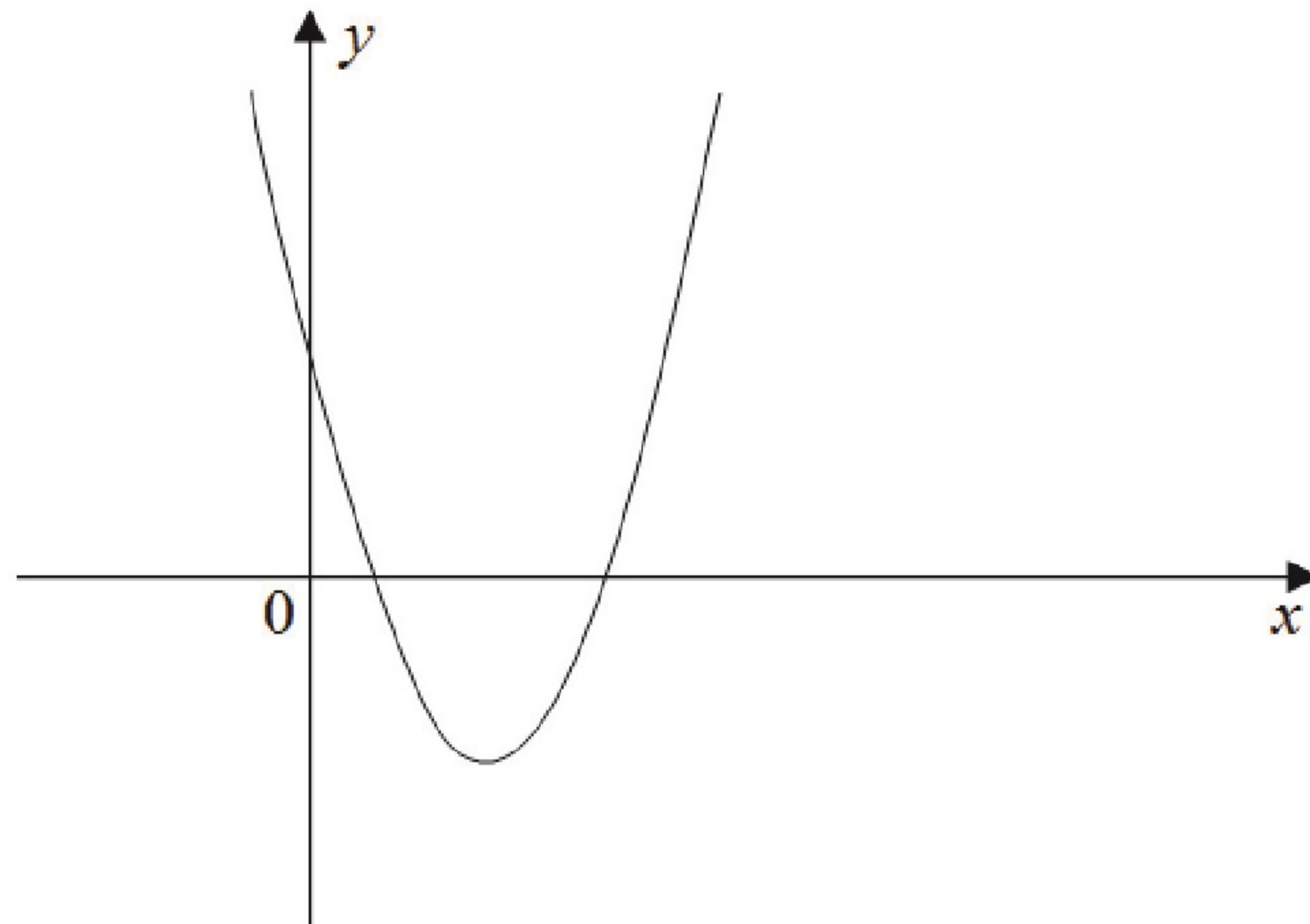
- A. $41\frac{2}{3}$ metra. B. $33\frac{1}{3}$ metra. C. 60 metrów. D. 25 metrów.

Zadanie 10. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = x^2 + bx + c$.

Współczynniki b i c spełniają warunki:

- A. $b < 0, c > 0$ B. $b < 0, c < 0$
 C. $b > 0, c > 0$ D. $b > 0, c < 0$

**Zadanie 11. (0–1)**

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , określony dla $n \geq 1$, o którym wiemy, że: $a_1 = 2$ i $a_2 = 9$. Wtedy $a_n = 79$ dla

- A. $n = 10$ B. $n = 11$ C. $n = 12$ D. $n = 13$

Zadanie 12. (0–1)

Dany jest trzywyrazowy ciąg geometryczny o wyrazach dodatnich: $(81, 3x, 4)$. Stąd wynika, że

- A. $x = 18$ B. $x = 6$ C. $x = \frac{85}{6}$ D. $x = \frac{6}{85}$

Zadanie 13. (0–1)

Kąt α jest ostry i spełniona jest równość $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{7}$. Stąd wynika, że

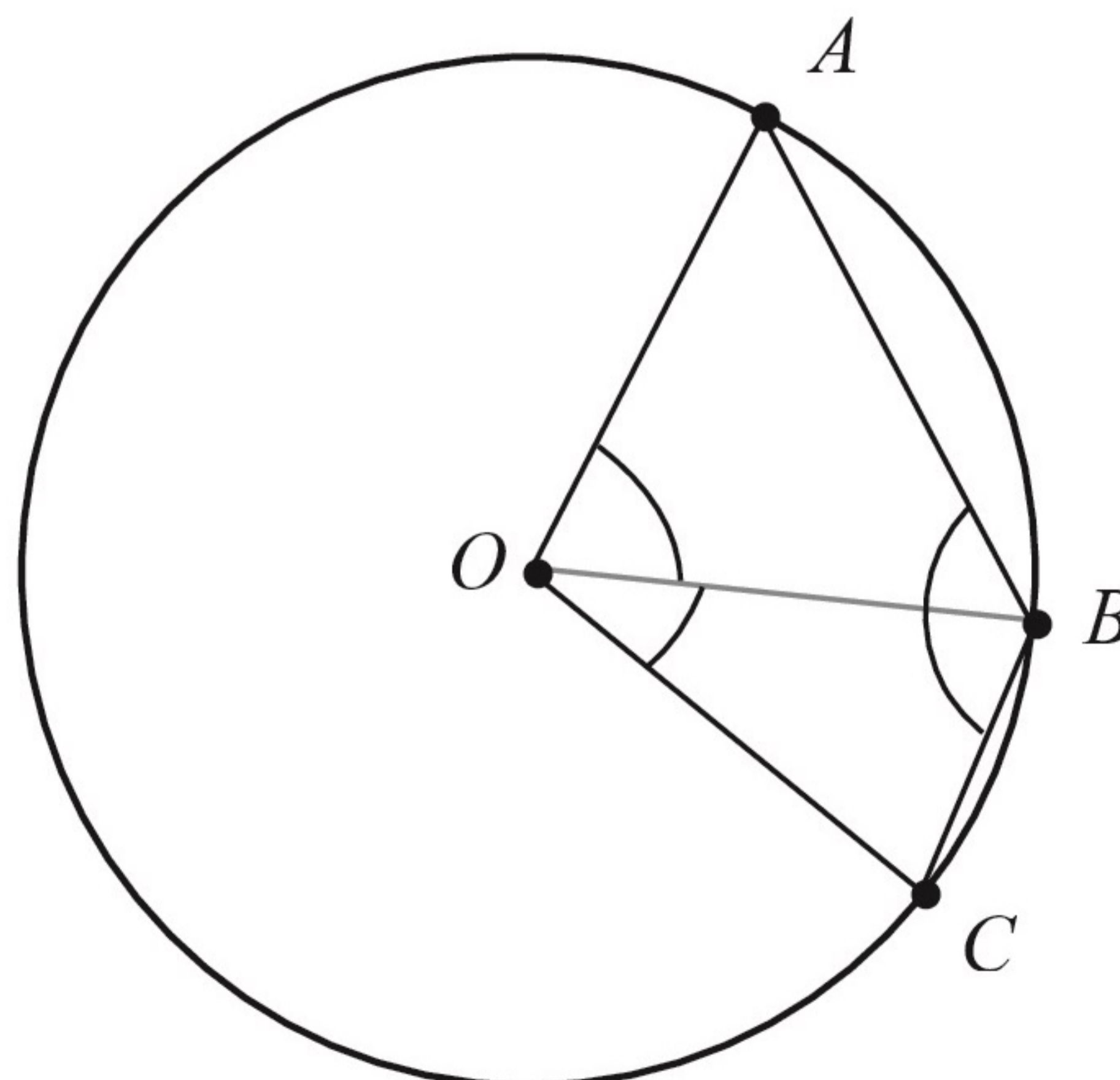
- A. $\cos \alpha = \frac{24}{49}$ B. $\cos \alpha = \frac{5}{7}$ C. $\cos \alpha = \frac{25}{49}$ D. $\cos \alpha = \frac{5\sqrt{6}}{7}$

Zadanie 14. (0–1)

Na okręgu o środku w punkcie O leżą punkty A, B i C (zobacz rysunek). Kąt ABC ma miarę 121° , a kąt BOC ma miarę 40° .

Kąt AOB ma miarę

- A. 59° B. 50°
 C. 81° D. 78°

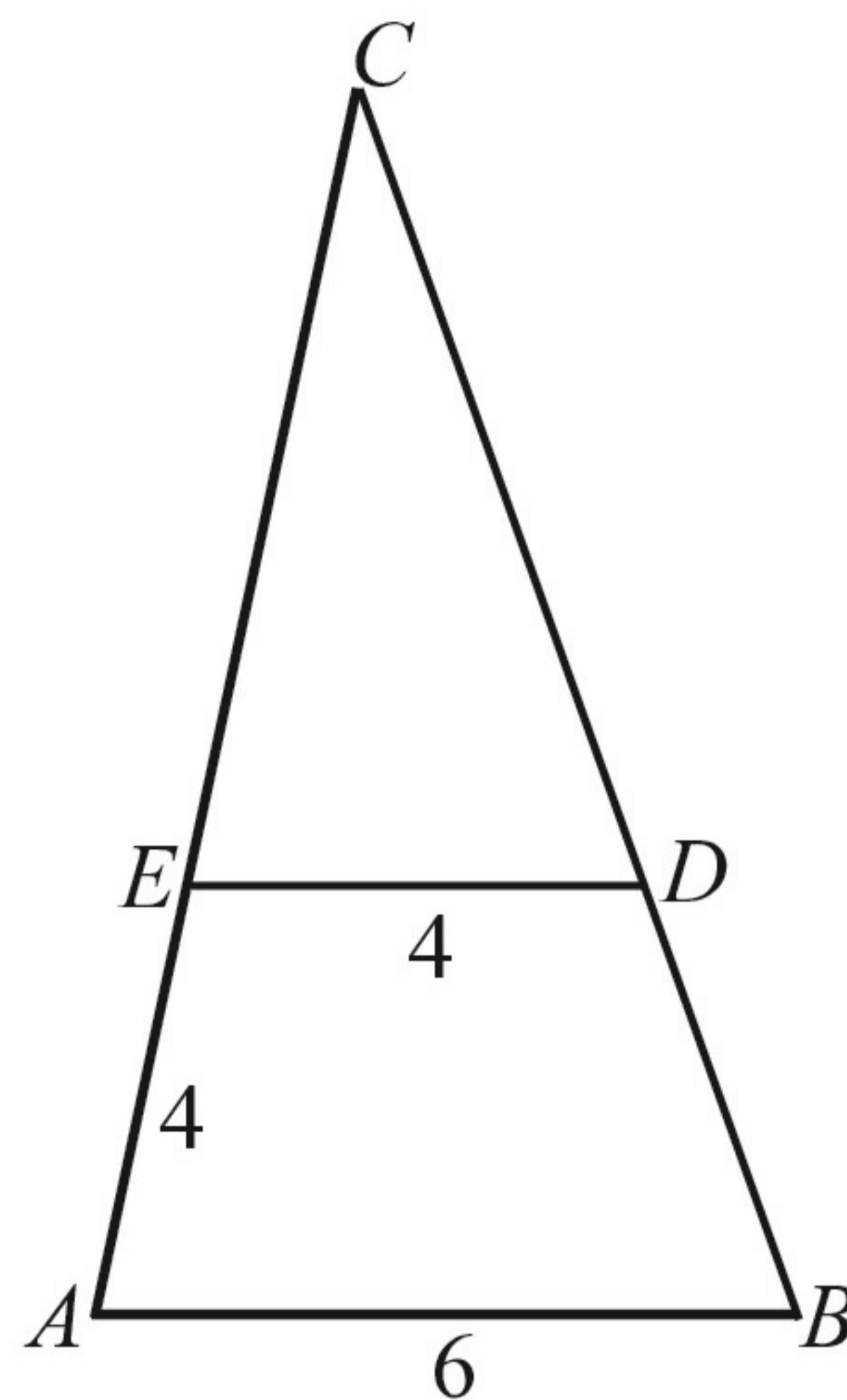


Zadanie 15. (0–1)

W trójkącie ABC punkt D leży na boku BC , a punkt E leży na boku AC . Odcinek DE jest równoległy do boku AB , a ponadto $|AE| = |DE| = 4$, $|AB| = 6$ (zobacz rysunek).

Odcinek CE ma długość

- A. $\frac{16}{3}$ B. $\frac{8}{3}$
 C. 8 D. 6

**Zadanie 16. (0–1)**

Dany jest trójkąt równoboczny, którego pole jest równe $6\sqrt{3}$. Bok tego trójkąta ma długość

- A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{6}$ D. $6\sqrt{2}$

Zadanie 17. (0–1)

Punkty $B = (-2, 4)$ i $C = (5, 1)$ są sąsiednimi wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Pole tego kwadratu jest równe

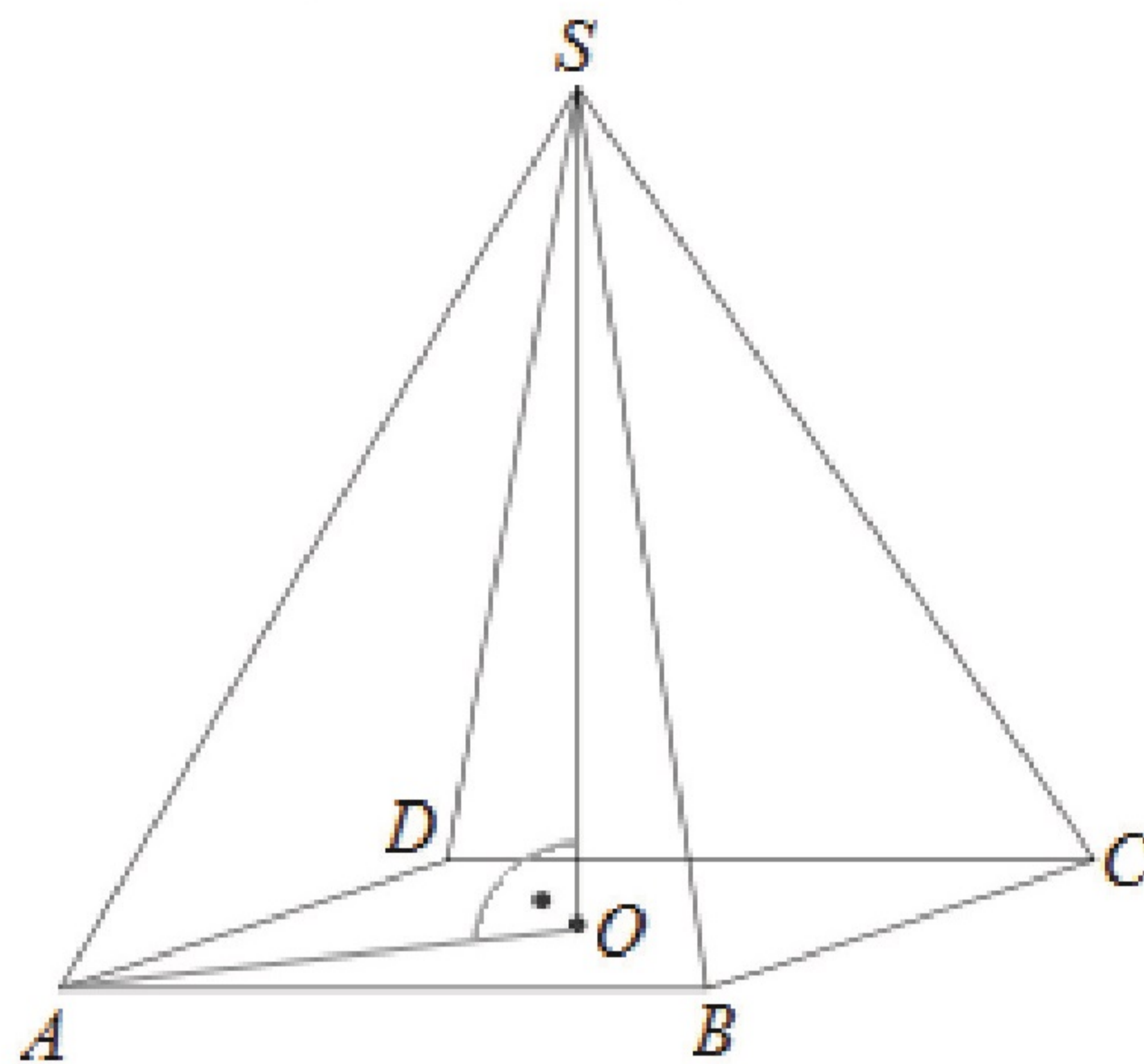
- A. 29 B. 40 C. 58 D. 74

Zadanie 18. (0–1)

Na rysunku przedstawiono ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCDS$ o podstawie $ABCD$.

Kąt nachylenia krawędzi bocznej SA ostrosłupa do płaszczyzny podstawy $ABCD$ to

- A. $\sphericalangle SAO$ B. $\sphericalangle SAB$
 C. $\sphericalangle SOA$ D. $\sphericalangle ASB$

**Zadanie 19. (0–1)**

Graniastosłup ma 14 wierzchołków. Liczba wszystkich krawędzi tego graniastosłupa jest równa

- A. 14 B. 21 C. 28 D. 26

Zadanie 20. (0–1)

Prosta k przechodzi przez punkt $A = (4, -4)$ i jest prostopadła do osi Ox . Prosta k ma równanie

- A. $x - 4 = 0$ B. $x - y = 0$ C. $y + 4 = 0$ D. $x + y = 0$

Zadanie 21. (0–1)

Prosta l jest nachylona do osi Ox pod kątem 30° i przecina oś Oy w punkcie $(0, -\sqrt{3})$ (zobacz rysunek).

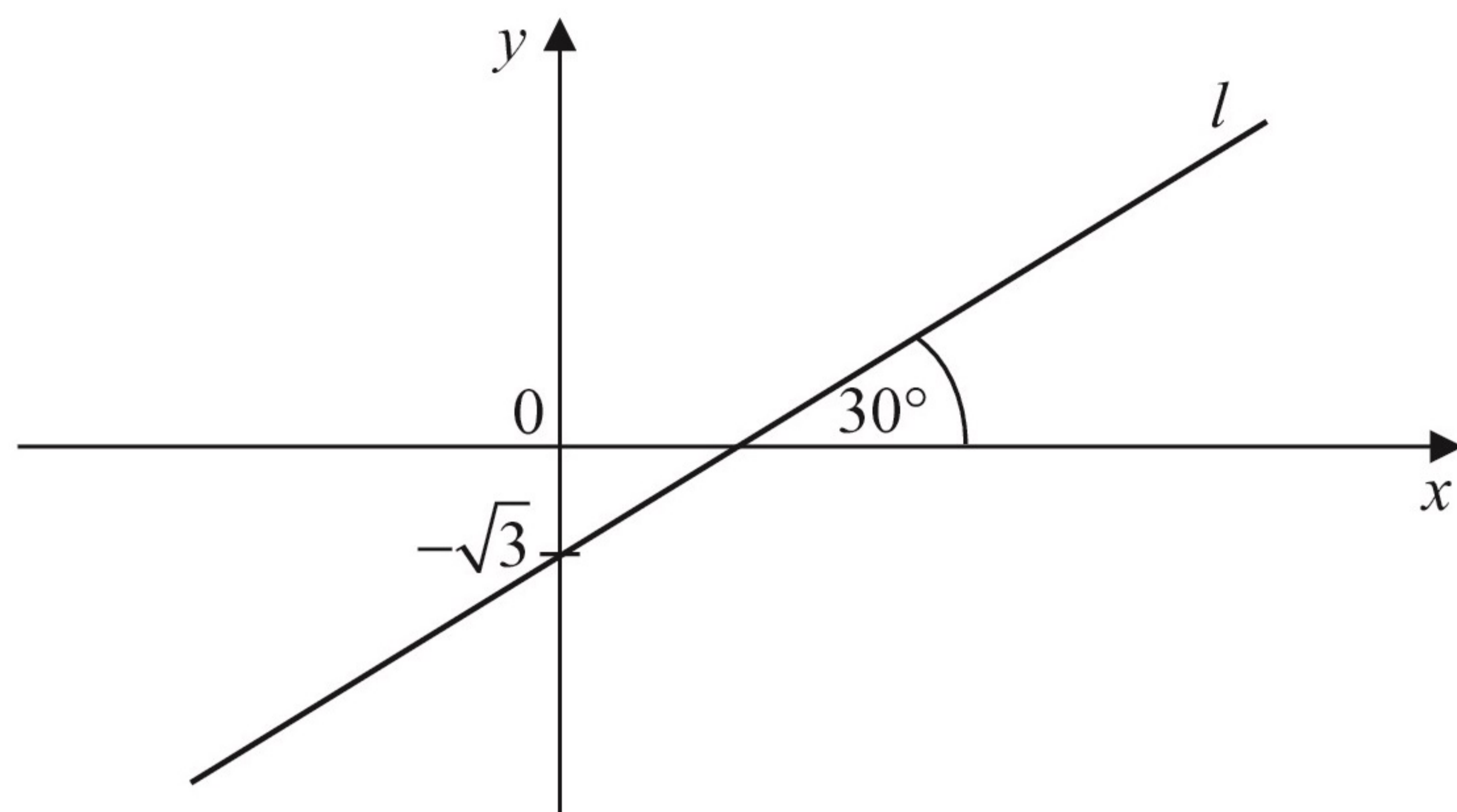
Prosta l ma równanie

A. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$

B. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$

C. $y = \frac{1}{2}x - \sqrt{3}$

D. $y = \frac{1}{2}x + \sqrt{3}$

**Zadanie 22. (0–1)**

Dany jest stożek o wysokości 6 i tworzącej $3\sqrt{5}$. Objętość tego stożka jest równa

A. 36π

B. 18π

C. 108π

D. 54π

Zadanie 23. (0–1)

Średnia arytmetyczna zestawu danych: $x, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14$ jest równa 9. Wtedy mediana tego zestawu danych jest równa

A. 8

B. 9

C. 10

D. 16

Zadanie 24. (0–1)

Ile jest wszystkich czterocyfrowych liczb naturalnych mniejszych niż 2017?

A. 2016

B. 2017

C. 1016

D. 1017

Zadanie 25. (0–1)

Z pudełka, w którym jest tylko 6 kul białych i n kul czarnych, losujemy jedną kulę. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe $\frac{1}{3}$. Liczba kul czarnych jest równa

A. $n = 9$

B. $n = 2$

C. $n = 18$

D. $n = 12$

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż nierówność $2x^2 + x - 6 \leq 0$.

Zadanie 27. (0–2)

Rozwiąż równanie $(x^2 - 6)(3x + 2) = 0$.

Zadanie 28. (0–2)

Udowodnij, że dla dowolnej dodatniej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność

$$4x + \frac{1}{x} \geq 4.$$

Zadanie 29. (0–2)

Dany jest trójkąt prostokątny ABC , w którym $|\sphericalangle ACB| = 90^\circ$ i $|\sphericalangle ABC| = 60^\circ$. Niech D oznacza punkt wspólny wysokości poprowadzonej z wierzchołka C kąta prostego i przeciwprostokątnej AB tego trójkąta. Wykaż, że $|AD| : |DB| = 3 : 1$.

Zadanie 30. (0–2)

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 4, 5, 10\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że iloraz pierwszej wylosowanej liczby przez drugą wylosowaną liczbę jest liczbą całkowitą.

Zadanie 31. (0–2)

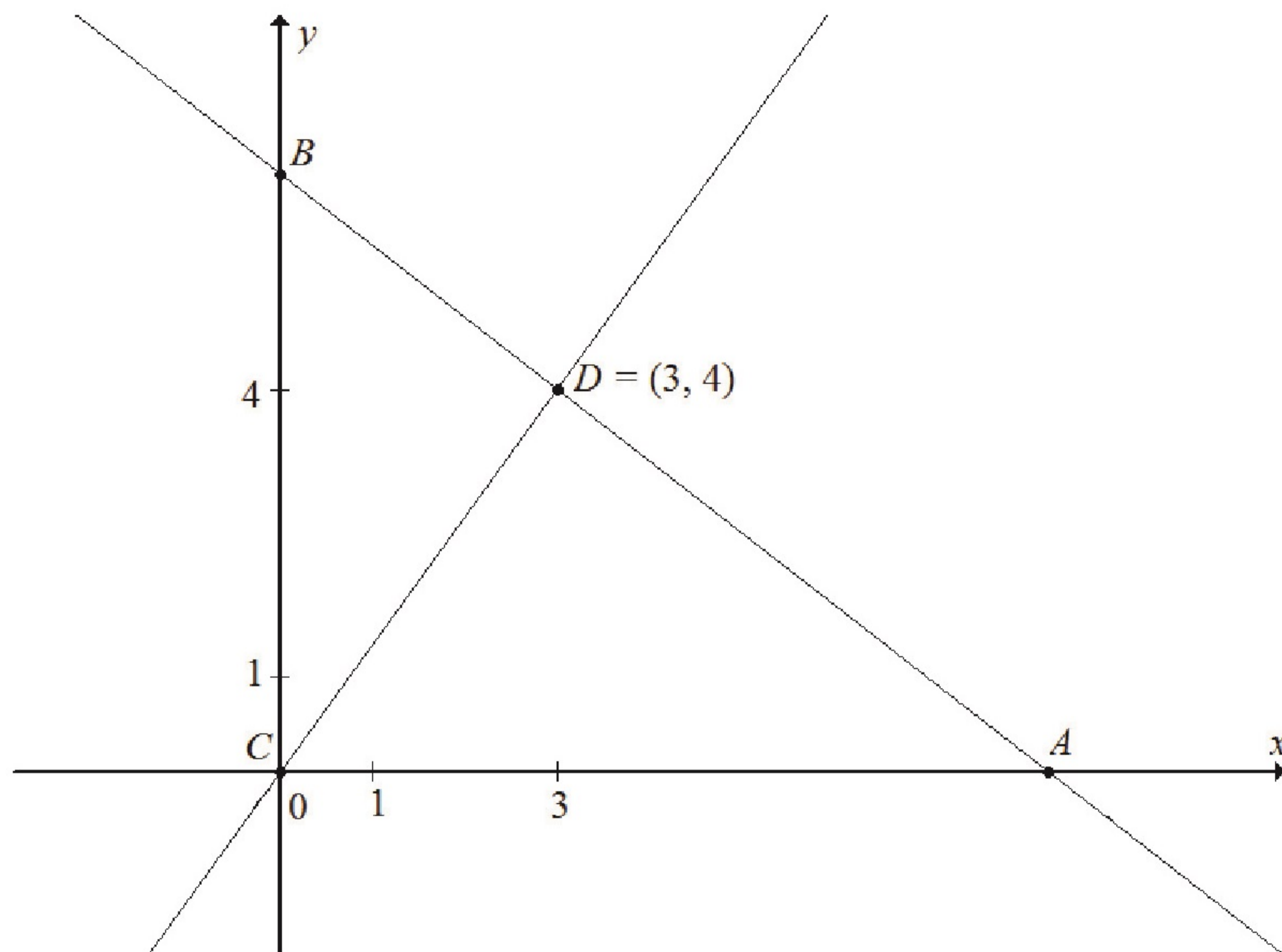
Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , określony dla $n \geq 1$, w którym spełniona jest równość $a_{21} + a_{24} + a_{27} + a_{30} = 100$. Oblicz sumę $a_{25} + a_{26}$.

Zadanie 32. (0–4)

Funkcja kwadratowa $f(x) = ax^2 + bx + c$ ma dwa miejsca zerowe $x_1 = -2$ i $x_2 = 6$. Wykres funkcji f przechodzi przez punkt $A = (1, -5)$. Oblicz najmniejszą wartość funkcji f .

Zadanie 33. (0–4)

Punkt $C = (0, 0)$ jest wierzchołkiem trójkąta prostokątnego ABC , którego wierzchołek A leży na osi Ox , a wierzchołek B na osi Oy układu współrzędnych. Prosta zawierająca wysokość tego trójkąta opuszczoną z wierzchołka C przecina przeciwprostokątną AB w punkcie $D = (3, 4)$.



Oblicz współrzędne wierzchołków A i B tego trójkąta oraz długość przeciwprostokątnej AB .

Zadanie 34. (0–5)

Podstawą graniastosłupa prostego $ABCDEF$ jest trójkąt prostokątny ABC , w którym $|\sphericalangle ACB| = 90^\circ$ (zobacz rysunek). Stosunek długości przyprostokątnej AC tego trójkąta do długości przyprostokątnej BC jest równy $4 : 3$. Punkt S jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC , a długość odcinka SC jest równa 5 . Pole ściany bocznej $BEFC$ graniastosłupa jest równe 48 . Oblicz objętość tego graniastosłupa.

