

MATURA PODSTAWOWA POPRAWKOWA SIERPIEŃ 2016

Zadanie 1. (0–1)

Suma pięciu kolejnych liczb całkowitych jest równa 195. Najmniejszą z tych liczb jest

- A. 37 B. 38 C. 39 D. 40

Zadanie 2. (0–1)

Buty, które kosztowały 220 złotych, przeceniono i sprzedano za 176 złotych. O ile procent obniżono cenę butów?

- A. 80 B. 20 C. 22 D. 44

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $\frac{4^5 \cdot 5^4}{20^4}$ jest równa

- A. 4^4 B. 20^{16} C. 20^5 D. 4

Zadanie 4. (0–1)

Liczba $\frac{\log_3 729}{\log_6 36}$ jest równa

- A. $\log_6 693$ B. 3 C. $\log_{\frac{1}{2}} \frac{81}{4}$ D. 4

Zadanie 5. (0–1)

Najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą nierówność $\frac{x}{5} + \sqrt{7} > 0$ jest

- A. -14 B. -13 C. 13 D. 14

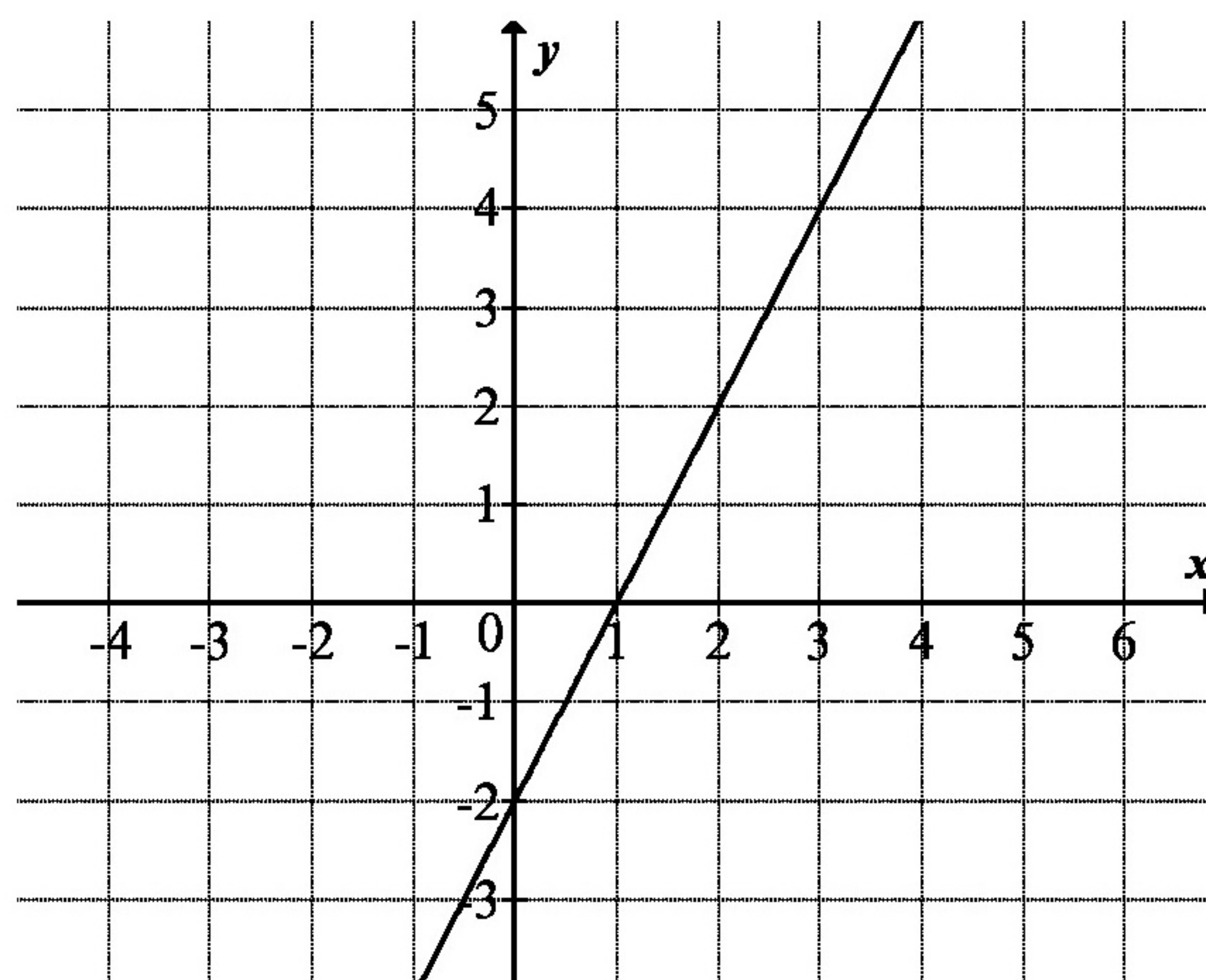
Zadanie 6. (0–1)

Funkcja kwadratowa jest określona wzorem $f(x) = (x-1)(x-9)$. Wynika stąd, że funkcja f jest rosnąca w przedziale

- A. $\langle 5, +\infty \rangle$ B. $(-\infty, 5)$ C. $(-\infty, -5)$ D. $\langle -5, +\infty \rangle$

Zadanie 7. (0–1)

Na rysunku przedstawiony jest fragment wykresu funkcji liniowej f , przy czym $f(0) = -2$ i $f(1) = 0$.



Wykres funkcji g jest symetryczny do wykresu funkcji f względem początku układu współrzędnych. Funkcja g jest określona wzorem

- A. $g(x) = 2x + 2$ B. $g(x) = 2x - 2$ C. $g(x) = -2x + 2$ D. $g(x) = -2x - 2$

Zadanie 8. (0–1)

Pierwszy wyraz ciągu geometrycznego jest równy 8, a czwarty wyraz tego ciągu jest równy (-216) . Iloraz tego ciągu jest równy

- A. $-\frac{224}{3}$ B. -3 C. -9 D. -27

Zadanie 9. (0–1)

Kąt α jest ostry i $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. Wtedy wartość wyrażenia $\sin \alpha - \cos \alpha$ jest równa

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{17}{25}$ D. $\frac{1}{25}$

Zadanie 10. (0–1)

Jeśli funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 + 2x + 3a$ nie ma ani jednego miejsca zerowego, to liczba a spełnia warunek

- A. $a < -1$ B. $-1 \leq a < 0$ C. $0 \leq a < \frac{1}{3}$ D. $a > \frac{1}{3}$

Zadanie 11. (0–1)

Dla każdej liczby całkowitej dodatniej n suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) jest określona wzorem $S_n = 2n^2 + n$. Wtedy wyraz a_2 jest równy

- A. 3 B. 6 C. 7 D. 10

Zadanie 12. (0–1)

Układ równań
$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ -4x + 6y = -10 \end{cases}$$

- A. nie ma rozwiązań.
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie.
C. ma dokładnie dwa rozwiązania.
D. ma nieskończenie wiele rozwiązań.

Zadanie 13. (0–1)

Liczba $\frac{|3-9|}{-3}$ jest równa

- A. 2 B. -2 C. 0 D. -4

Zadanie 14. (0–1)

Na której z podanych prostych leżą wszystkie punkty o współrzędnych $(m-1, 2m+5)$, gdzie m jest dowolną liczbą rzeczywistą?

- A. $y = 2x + 5$ B. $y = 2x + 6$ C. $y = 2x + 7$ D. $y = 2x + 8$

Zadanie 15. (0–1)

Kąt rozwarcia stożka ma miarę 120° , a tworząca tego stożka ma długość 6. Promień podstawy stożka jest równy

- A. 3 B. 6 C. $3\sqrt{3}$ D. $6\sqrt{3}$

Zadanie 16. (0–1)

Wartość wyrażenia $(\operatorname{tg}60^\circ + \operatorname{tg}45^\circ)^2 - \sin 60^\circ$ jest równa

- A. $2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}$ B. $2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $4 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $4 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$

Zadanie 17. (0–1)

Dany jest walec, w którym promień podstawy jest równy r , a wysokość walca jest od tego promienia dwa razy większa. Objętość tego walca jest równa

- A. $2\pi r^3$ B. $4\pi r^3$ C. $\pi r^2(r+2)$ D. $\pi r^2(r-2)$

Zadanie 18. (0–1)

Przekątne równoległoboku mają długości 4 i 8, a kąt między tymi przekątnymi ma miarę 30° . Pole tego równoległoboku jest równe

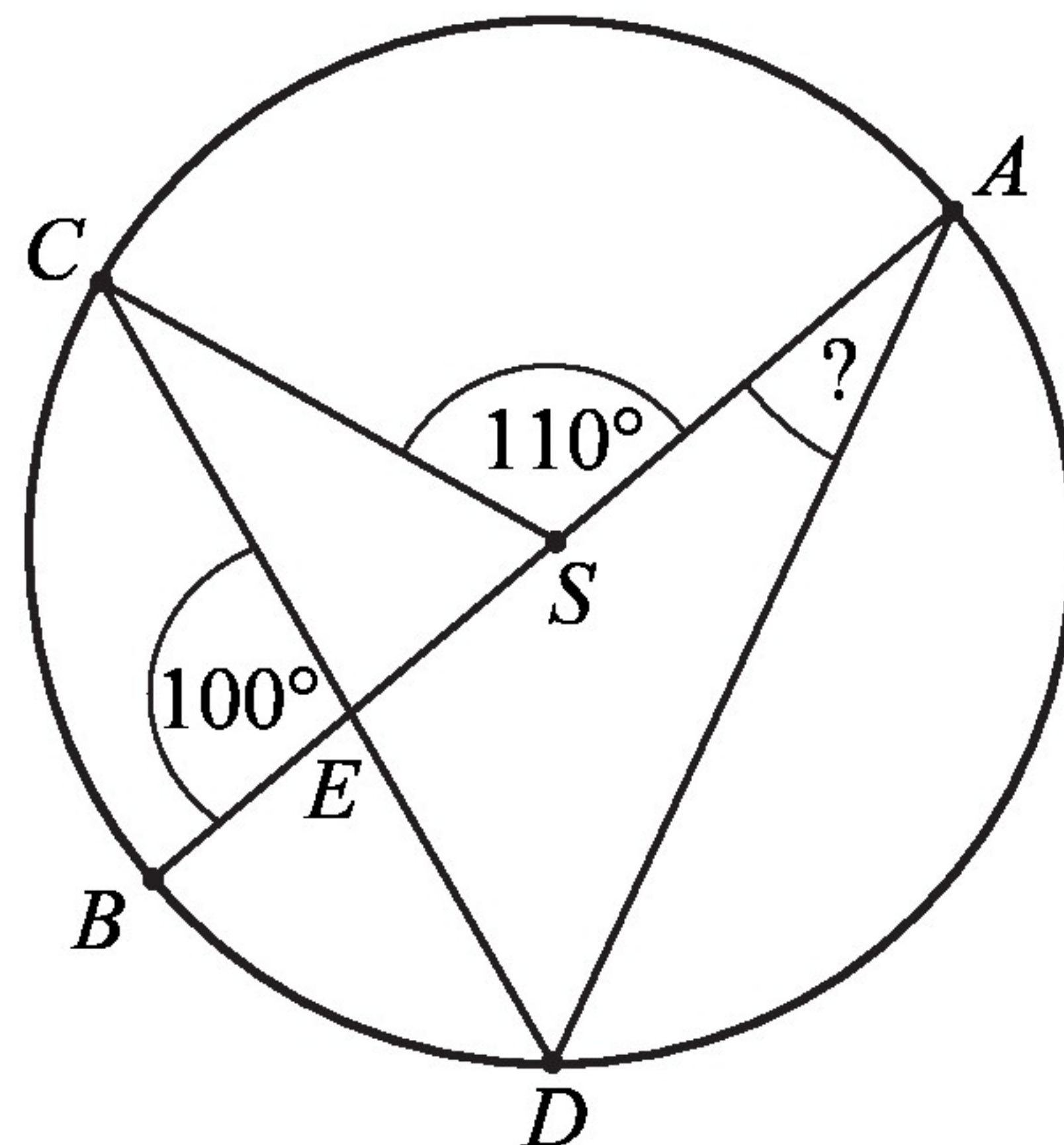
- A. 32 B. 16 C. 12 D. 8

Zadanie 19. (0–1)

Punkty A , B , C i D leżą na okręgu o środku S . Cięciwa CD przecina średnicę AB tego okręgu w punkcie E tak, że $|\sphericalangle BEC| = 100^\circ$. Kąt środkowy ASC ma miarę 110° (zobacz rysunek).

Kąt wpisany BAD ma miarę

- A. 15° B. 20°
C. 25° D. 30°

**Zadanie 20. (0–1)**

Okręgi o środkach $S_1 = (3, 4)$ oraz $S_2 = (9, -4)$ i równych promieniach są styczne zewnętrznie. Promień każdego z tych okręgów jest równy

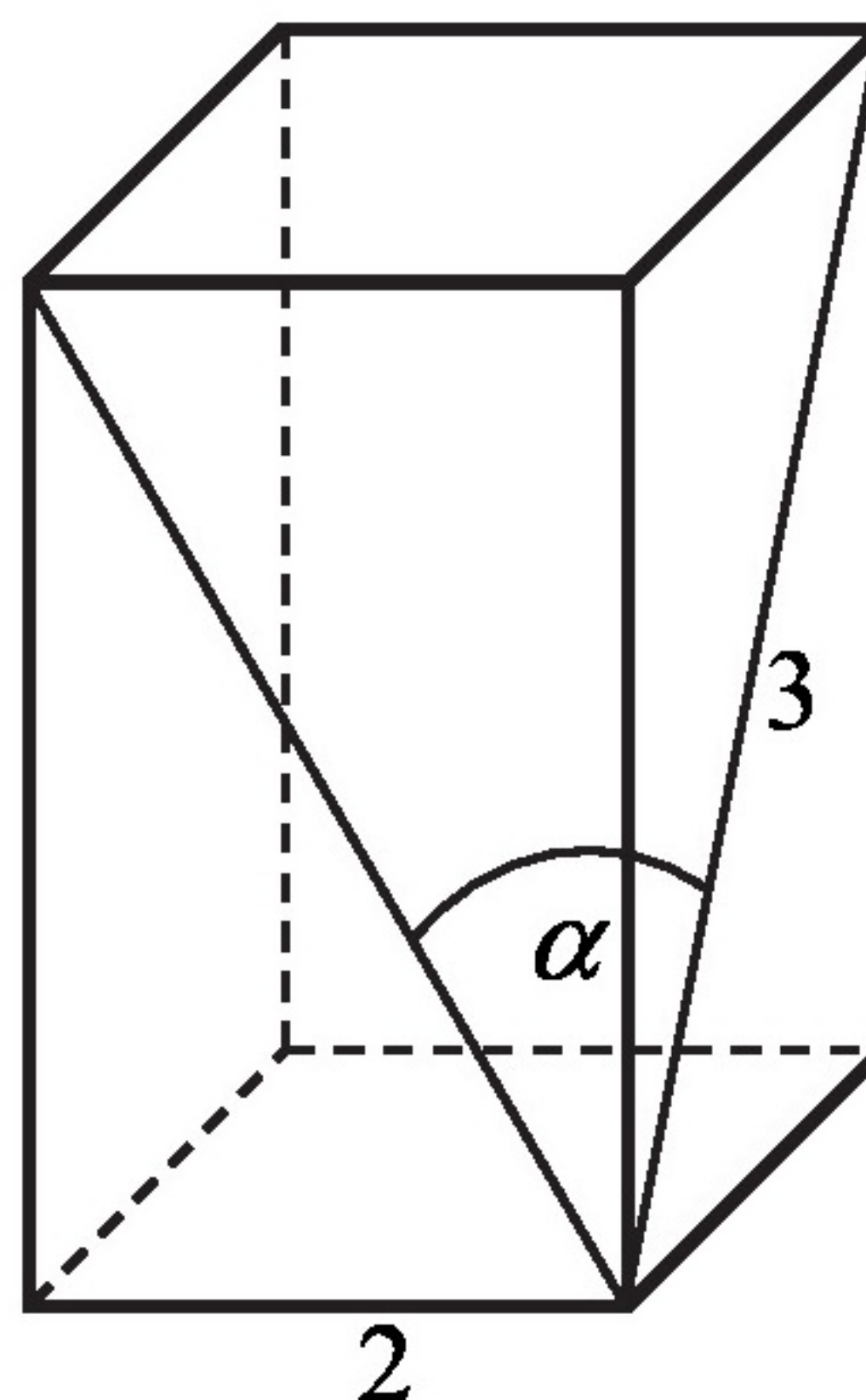
- A. 8 B. 6 C. 5 D. $\frac{5}{2}$

Zadanie 21. (0–1)

Podstawą graniastoslupa prawidłowego czworokątnego jest kwadrat o boku długości 2, a przekątna ściany bocznej ma długość 3 (zobacz rysunek). Kąt, jaki tworzą przekątne ścian bocznych tego graniastoslupa wychodzące z jednego wierzchołka, ma miarę α .

Wtedy wartość $\sin \frac{\alpha}{2}$ jest równa

- A. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{7}$
B. $\frac{\sqrt{7}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$



Zadanie 22. (0–1)

Różnica liczby krawędzi i liczby wierzchołków ostrosłupa jest równa 11. Podstawą tego ostrosłupa jest

- A. dziesięciokąt. B. jedenastokąt. C. dwunastokąt. D. trzynastokąt.

Zadanie 23. (0–1)

Jeżeli do zestawu czterech danych: 4, 7, 8, x dołączymy liczbę 2, to średnia arytmetyczna wzrośnie o 2. Zatem

- A. $x = -51$ B. $x = -6$ C. $x = 10$ D. $x = 29$

Zadanie 24. (0–1)

Ile jest wszystkich dwucyfrowych liczb naturalnych podzielnych przez 3?

- A. 12 B. 24 C. 29 D. 30

Zadanie 25. (0–1)

Doświadczenie losowe polega na rzucie dwiema symetrycznymi monetami i sześcienną kostką do gry. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wynikiem rzutu są dwa orły i sześć oczek na kostce, jest równe

- A. $\frac{1}{48}$ B. $\frac{1}{24}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{1}{3}$

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż nierówność $3x^2 - 6x \geq (x - 2)(x - 8)$.

Zadanie 27. (0–2)

Jeżeli do licznika pewnego nieskracalnego ułamka dodamy 32, a mianownik pozostawimy niezmienny, to otrzymamy liczbę 2. Jeżeli natomiast od licznika i od mianownika tego ułamka odejmiemy 6, to otrzymamy liczbę $\frac{8}{17}$. Wyznacz ten ułamek.

Zadanie 28. (0–2)

Wykaż, że jeżeli liczby rzeczywiste a, b, c spełniają warunek $abc = 1$, to

$$a^{-1} + b^{-1} + c^{-1} = ab + ac + bc.$$

Zadanie 29. (0–2)

Funkcja kwadratowa jest określona wzorem $f(x) = x^2 - 11x$. Oblicz najmniejszą wartość funkcji f w przedziale $\langle -6, 6 \rangle$.

Zadanie 30. (0–2)

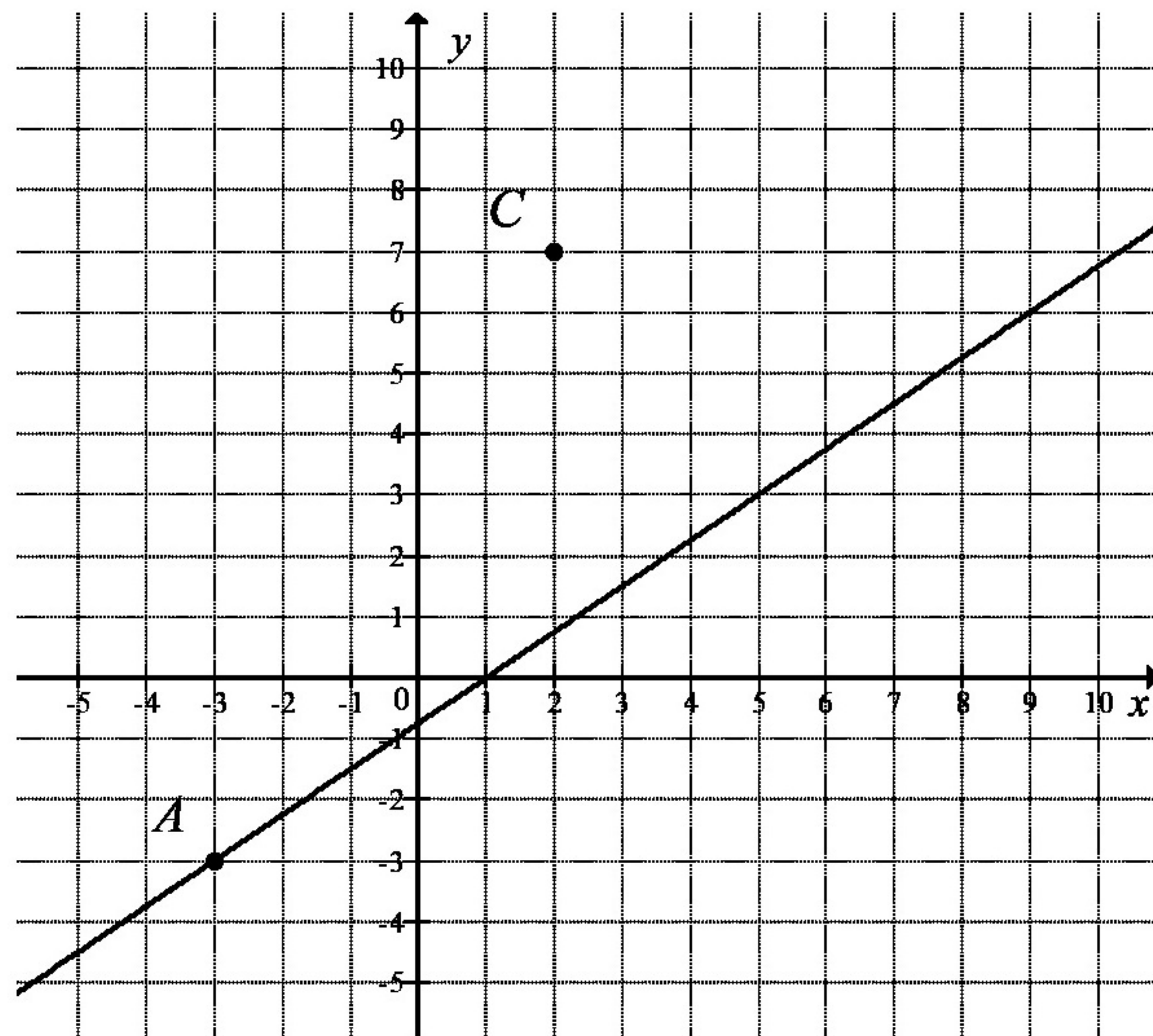
W trapezie $ABCD$ o podstawach AB i CD przekątne AC oraz BD przecinają się w punkcie S . Wykaż, że jeżeli $|AS| = \frac{5}{6}|AC|$, to pole trójkąta ABS jest 25 razy większe od pola trójkąta DCS .

Zadanie 31. (0–4)

Ciąg arytmetyczny (a_n) określony jest wzorem $a_n = 2016 - 3n$, dla $n \geq 1$. Oblicz sumę wszystkich dodatnich wyrazów tego ciągu.

Zadanie 32. (0–4)

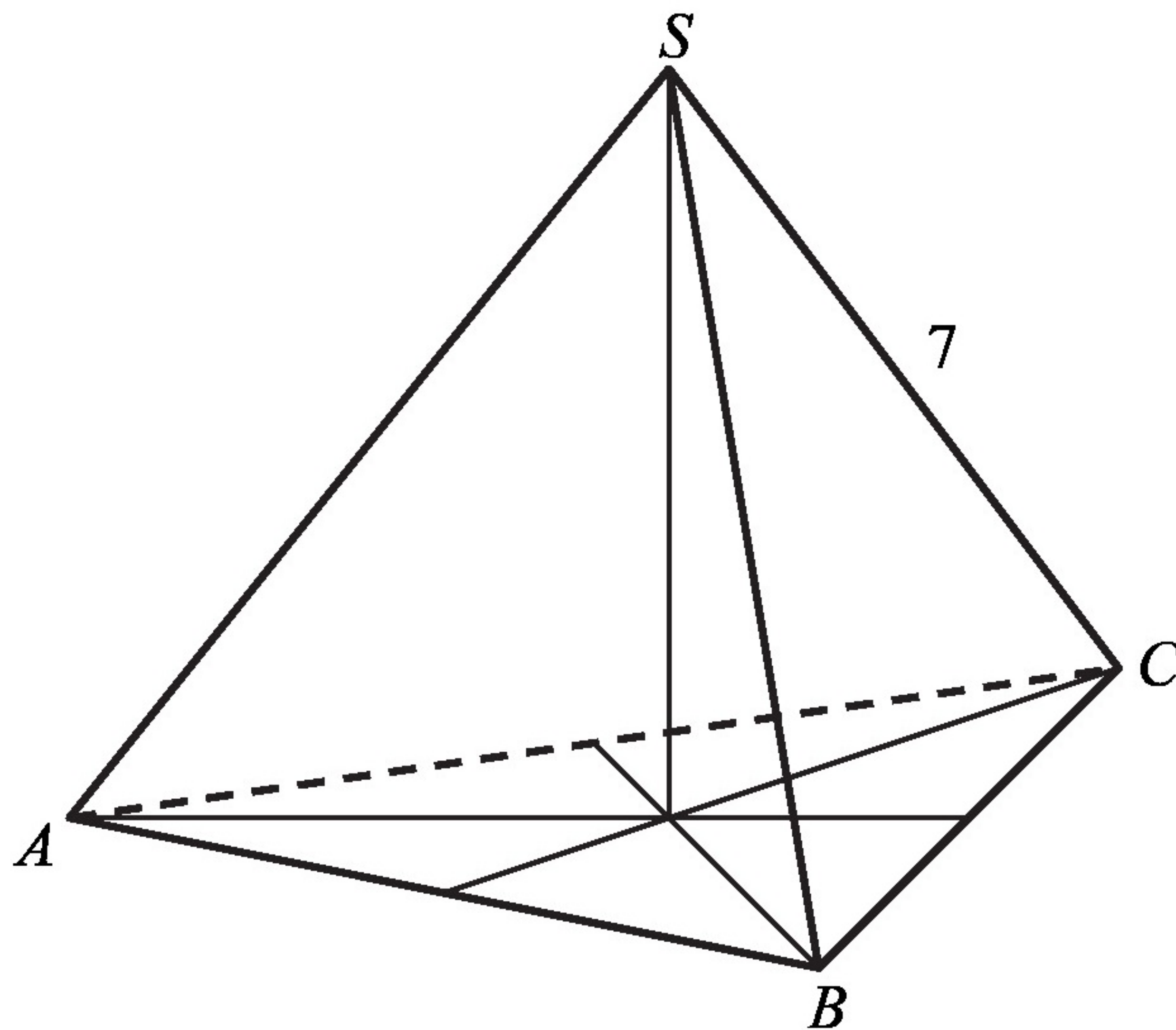
Na rysunku przedstawione są dwa wierzchołki trójkąta prostokątnego ABC : $A = (-3, -3)$ i $C = (2, 7)$ oraz prosta o równaniu $y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{4}$, zawierająca przeciwprostokątną AB tego trójkąta.



Oblicz współrzędne wierzchołka B tego trójkąta i długość odcinka AB .

Zadanie 33. (0–5)

Trójkąt równoboczny ABC jest podstawą ostrosłupa prawidłowego $ABCS$, w którym ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60° , a krawędź boczna ma długość 7 (zobacz rysunek). Oblicz objętość tego ostrosłupa.

**Zadanie 34. (0–2)**

Ze zbioru siedmiu liczb naturalnych $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ losujemy dwie różne liczby. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że większą z wylosowanych liczb będzie liczba 5.