

# MATURA PODSTAWOWA MAJ 2016 (STARA WERSJA)

## Zadanie 1. (1 pkt)

Dla każdej dodatniej liczby  $a$  iloraz  $\frac{a^{-2,6}}{a^{1,3}}$  jest równy

- A.  $a^{-3,9}$       B.  $a^{-2}$       C.  $a^{-1,3}$       D.  $a^{1,3}$

## Zadanie 2. (1 pkt)

Liczba  $\log_{\sqrt{2}}(2\sqrt{2})$  jest równa

- A.  $\frac{3}{2}$       B. 2      C.  $\frac{5}{2}$       D. 3

## Zadanie 3. (1 pkt)

Liczby  $a$  i  $c$  są dodatnie. Liczba  $b$  stanowi 48% liczby  $a$  oraz 32% liczby  $c$ . Wynika stąd, że

- A.  $c = 1,5a$       B.  $c = 1,6a$       C.  $c = 0,8a$       D.  $c = 0,16a$

## Zadanie 4. (1 pkt)

Równość  $(2\sqrt{2} - a)^2 = 17 - 12\sqrt{2}$  jest prawdziwa dla

- A.  $a = 3$       B.  $a = 1$       C.  $a = -2$       D.  $a = -3$

## Zadanie 5. (1 pkt)

Jedną z liczb, które spełniają nierówność  $-x^5 + x^3 - x < -2$ , jest

- A. 1      B. -1      C. 2      D. -2

## Zadanie 6. (1 pkt)

Proste o równaniach  $2x - 3y = 4$  i  $5x - 6y = 7$  przecinają się w punkcie  $P$ . Stąd wynika, że

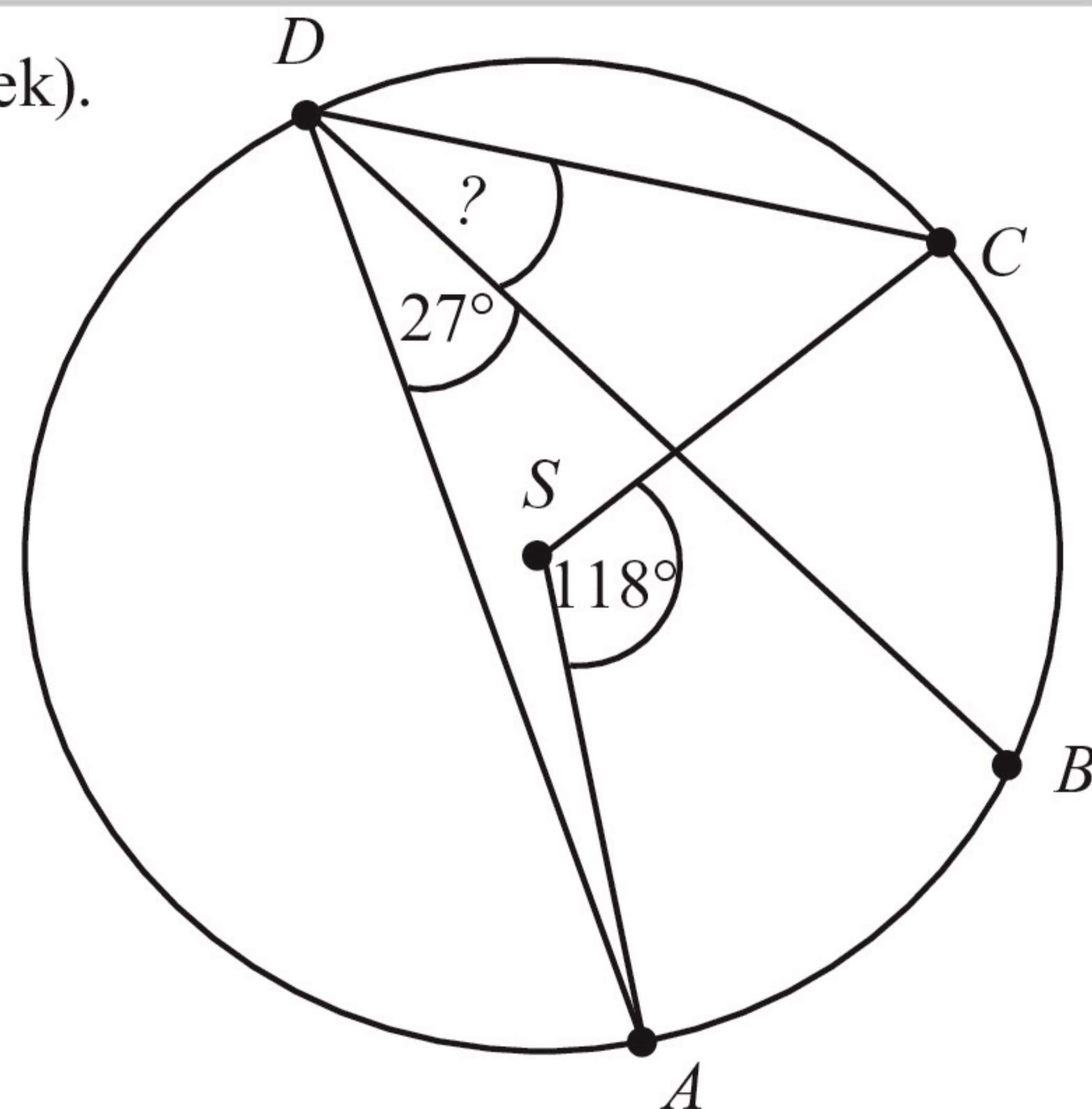
- A.  $P = (1, 2)$       B.  $P = (-1, 2)$       C.  $P = (-1, -2)$       D.  $P = (1, -2)$

## Zadanie 7. (1 pkt)

Punkty  $ABCD$  leżą na okręgu o środku  $S$  (zobacz rysunek).

Miara kąta  $BDC$  jest równa

- A.  $91^\circ$   
B.  $72,5^\circ$   
C.  $18^\circ$   
D.  $32^\circ$



## Zadanie 8. (1 pkt)

Dana jest funkcja liniowa  $f(x) = \frac{3}{4}x + 6$ . Miejscem zerowym tej funkcji jest liczba

- A. 8      B. 6      C. -6      D. -8

## Zadanie 9. (1 pkt)

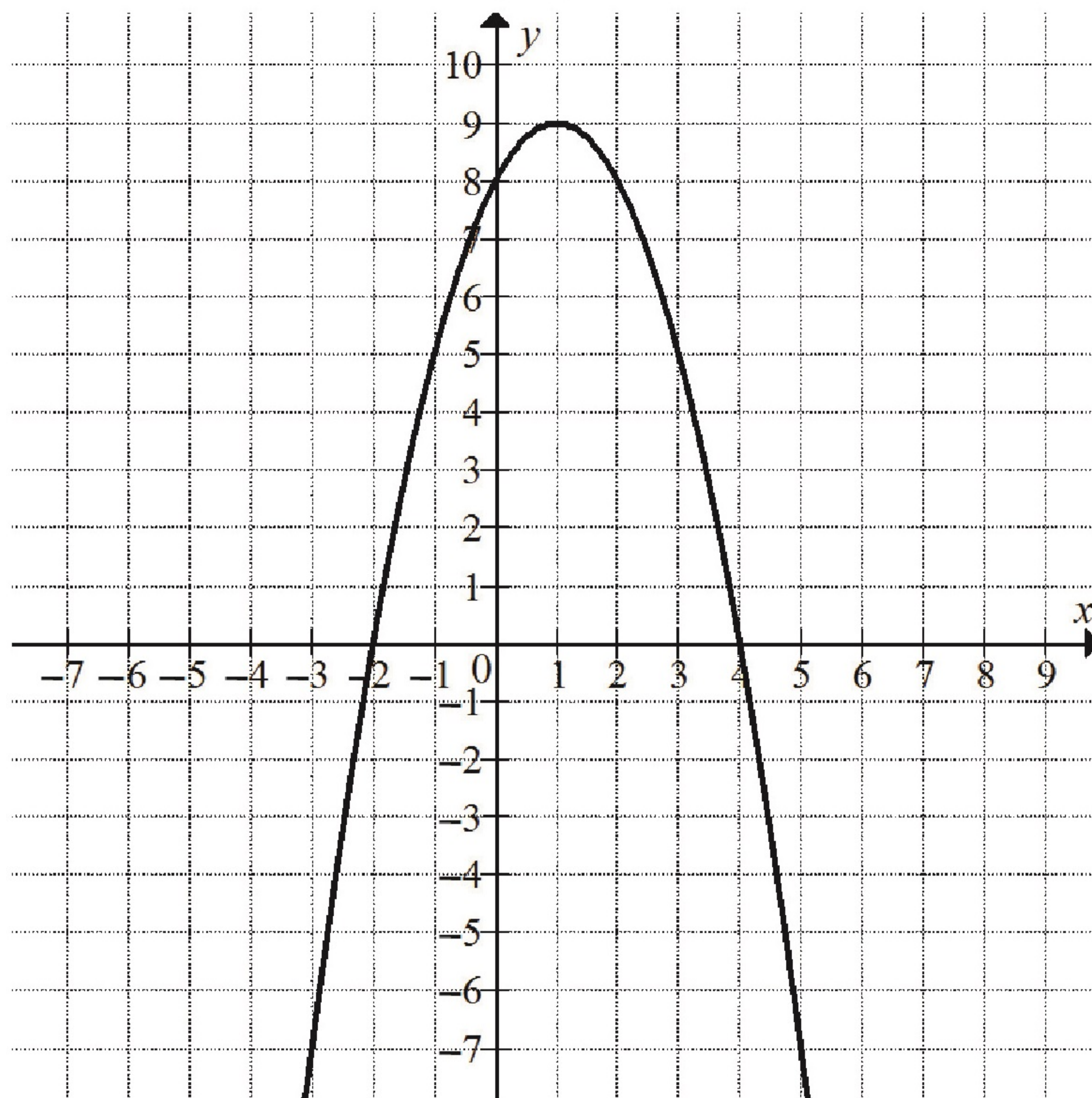
Równanie wymierne  $\frac{3x-1}{x+5} = 3$ , gdzie  $x \neq -5$ ,

- A. nie ma rozwiązań rzeczywistych.  
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.  
C. ma dokładnie dwa rozwiązania rzeczywiste.  
D. ma dokładnie trzy rozwiązania rzeczywiste.



**Informacja do zadań 10. i 11.**

Na rysunku przedstawiony jest fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej  $f$ . Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt  $W = (1, 9)$ . Liczby  $-2$  i  $4$  to miejsca zerowe funkcji  $f$ .

**Zadanie 10. (1 pkt)**

Zbiorem wartości funkcji  $f$  jest przedział

- A.  $(-\infty, -2)$       B.  $\langle -2, 4 \rangle$       C.  $\langle 4, +\infty \rangle$       D.  $(-\infty, 9)$

**Zadanie 11. (1 pkt)**

Najmniejsza wartość funkcji  $f$  w przedziale  $\langle -1, 2 \rangle$  jest równa

- A. 2      B. 5      C. 8      D. 9

**Zadanie 12. (1 pkt)**

Funkcja  $f$  określona jest wzorem  $f(x) = \frac{2x^3}{x^6 + 1}$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ . Wtedy

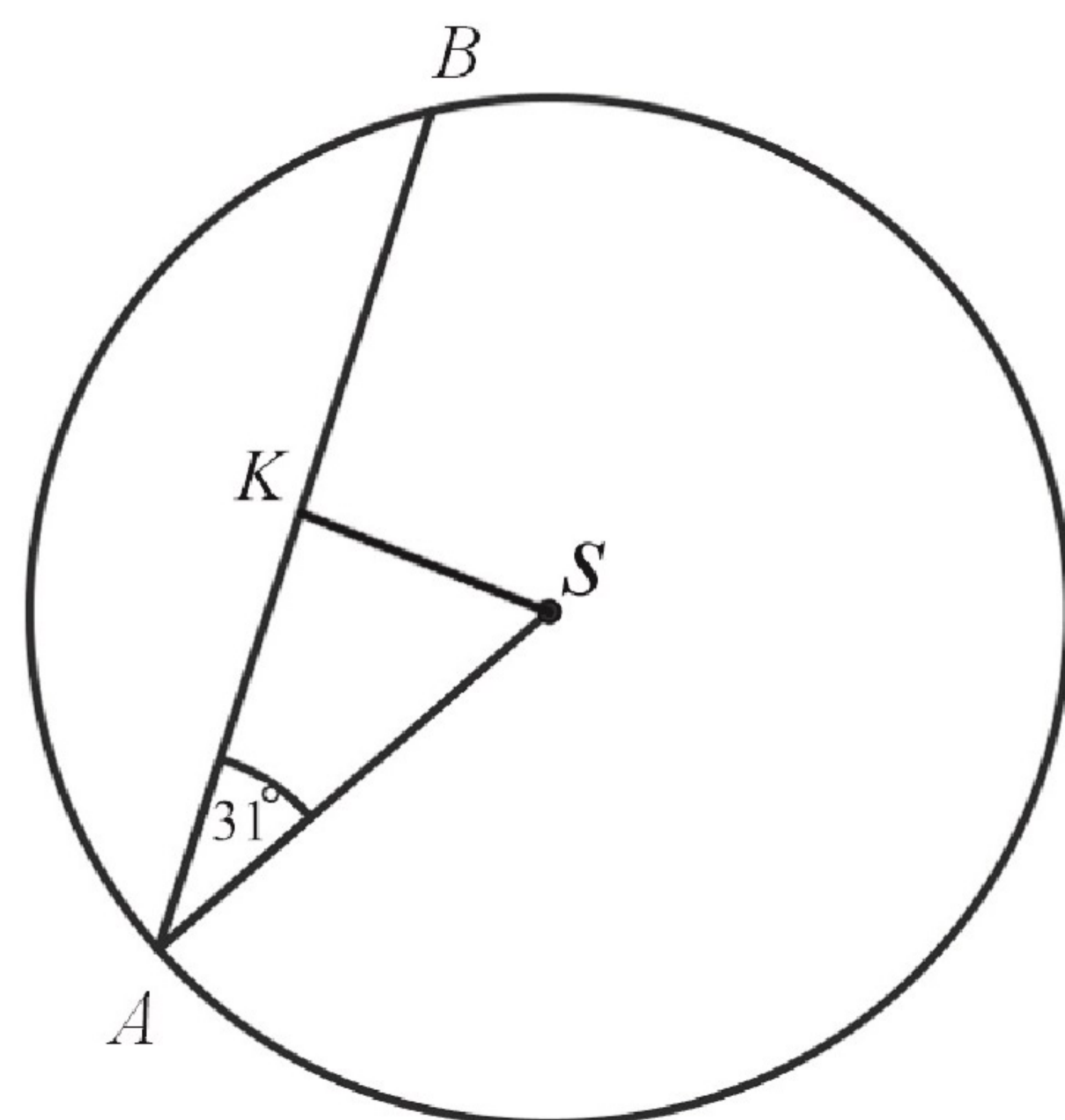
$f(-\sqrt[3]{3})$  jest równa

- A.  $-\frac{\sqrt[3]{9}}{2}$       B.  $-\frac{3}{5}$       C.  $\frac{3}{5}$       D.  $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$

**Zadanie 13. (1 pkt)**

W okręgu o środku w punkcie  $S$  poprowadzono cięciwę  $AB$ , która utworzyła z promieniem  $AS$  kąt o mierze  $31^\circ$  (zobacz rysunek). Promień tego okręgu ma długość 10. Odległość punktu  $S$  od cięciwy  $AB$  jest liczbą z przedziału

- A.  $\langle \frac{9}{2}, \frac{11}{2} \rangle$   
 B.  $\langle \frac{11}{2}, \frac{13}{2} \rangle$   
 C.  $\langle \frac{13}{2}, \frac{19}{2} \rangle$   
 D.  $\langle \frac{19}{2}, \frac{37}{2} \rangle$





**Zadanie 14. (1 pkt)**

Czternasty wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 8, a różnica tego ciągu jest równa  $\left(-\frac{3}{2}\right)$ .

Siódmy wyraz tego ciągu jest równy

- A.  $\frac{37}{2}$                       B.  $-\frac{37}{2}$                       C.  $-\frac{5}{2}$                       D.  $\frac{5}{2}$

**Zadanie 15. (1 pkt)**

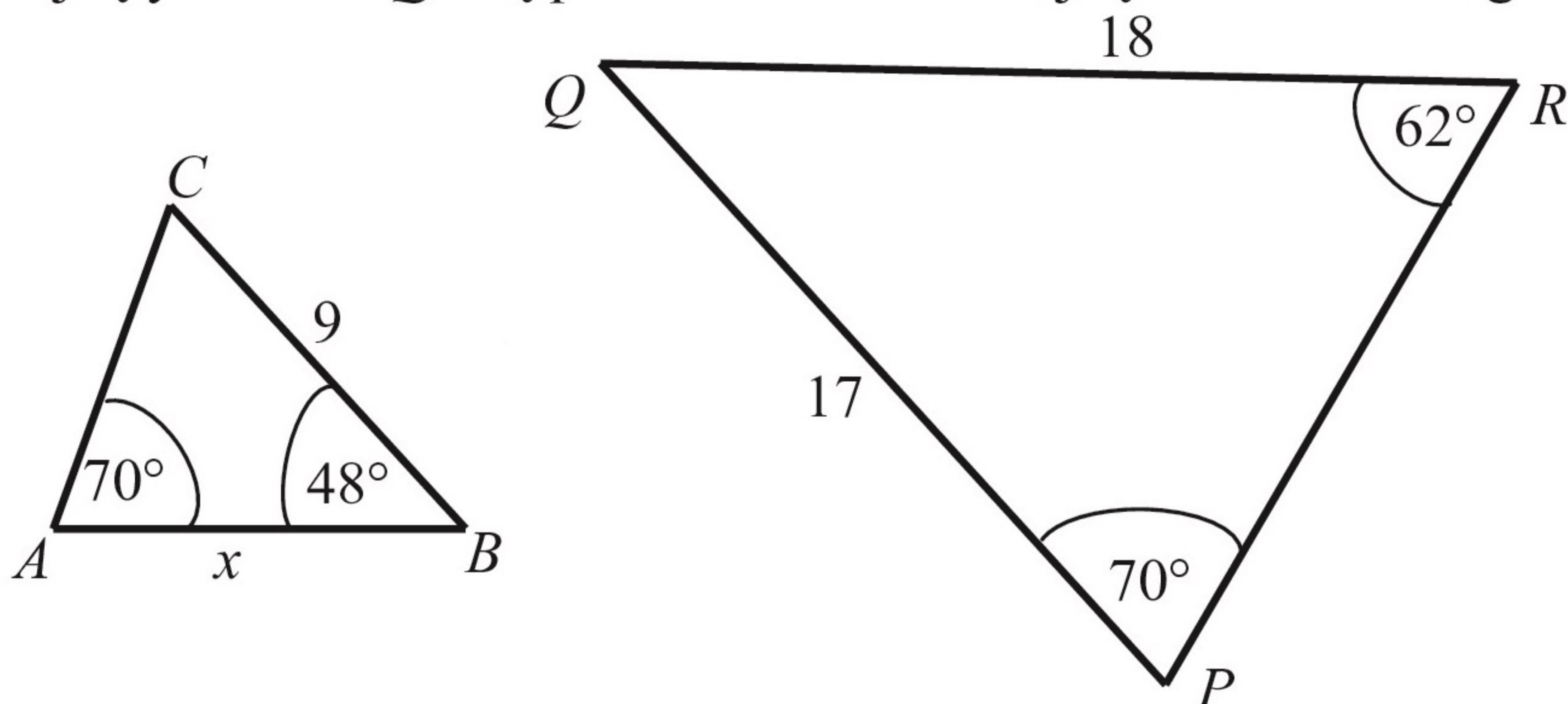
Ciąg  $(x, 2x+3, 4x+3)$  jest geometryczny. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy

- A.  $-4$                       B.  $1$                       C.  $0$                       D.  $-1$

**Zadanie 16. (1 pkt)**

Przedstawione na rysunku trójkąty  $ABC$  i  $PQR$  są podobne. Bok  $AB$  trójkąta  $ABC$  ma długość

- A. 8  
B. 8,5  
C. 9,5  
D. 10

**Zadanie 17. (1 pkt)**

Kąt  $\alpha$  jest ostry i  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$ . Wtedy

- A.  $\sin \alpha = \frac{3\sqrt{13}}{26}$                       B.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{13}}{13}$                       C.  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{13}}{13}$                       D.  $\sin \alpha = \frac{3\sqrt{13}}{13}$

**Zadanie 18. (1 pkt)**

Z odcinków o długościach:  $5, 2a+1, a-1$  można zbudować trójkąt równoramienny. Wynika stąd, że

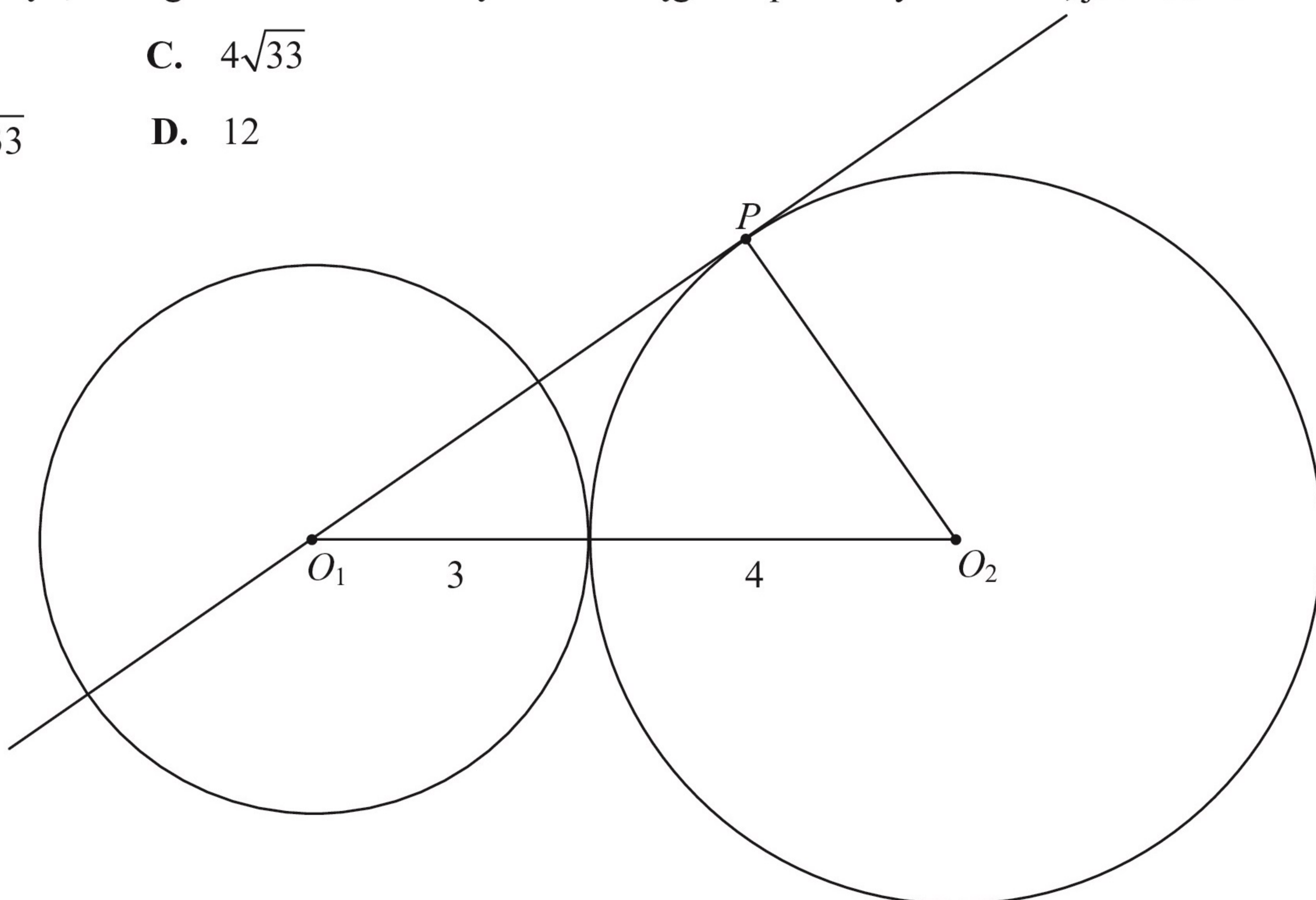
- A.  $a=6$                       B.  $a=4$                       C.  $a=3$                       D.  $a=2$

**Zadanie 19. (1 pkt)**

Okręgi o promieniach 3 i 4 są styczne zewnętrznie. Prosta styczna do okręgu o promieniu 4 w punkcie  $P$  przechodzi przez środek okręgu o promieniu 3 (zobacz rysunek).

Pole trójkąta, którego wierzchołkami są środki okręgów i punkt styczności  $P$ , jest równe

- A. 14                      C.  $4\sqrt{33}$   
B.  $2\sqrt{33}$                       D. 12





**Zadanie 20. (1 pkt)**

Proste opisane równaniami  $y = \frac{2}{m-1}x + m - 2$  oraz  $y = mx + \frac{1}{m+1}$  są prostopadłe, gdy

- A.  $m = 2$                       B.  $m = \frac{1}{2}$                       C.  $m = \frac{1}{3}$                       D.  $m = -2$

**Zadanie 21. (1 pkt)**

W układzie współrzędnych dane są punkty  $A = (a, 6)$  oraz  $B = (7, b)$ . Środkiem odcinka  $AB$  jest punkt  $M = (3, 4)$ . Wynika stąd, że

- A.  $a = 5$  i  $b = 5$                       B.  $a = -1$  i  $b = 2$                       C.  $a = 4$  i  $b = 10$                       D.  $a = -4$  i  $b = -2$

**Zadanie 22. (1 pkt)**

Rzucamy trzy razy symetryczną monetą. Niech  $p$  oznacza prawdopodobieństwo otrzymania dokładnie dwóch orłów w tych trzech rzutach. Wtedy

- A.  $0 \leq p < 0,2$                       B.  $0,2 \leq p \leq 0,35$                       C.  $0,35 < p \leq 0,5$                       D.  $0,5 < p \leq 1$

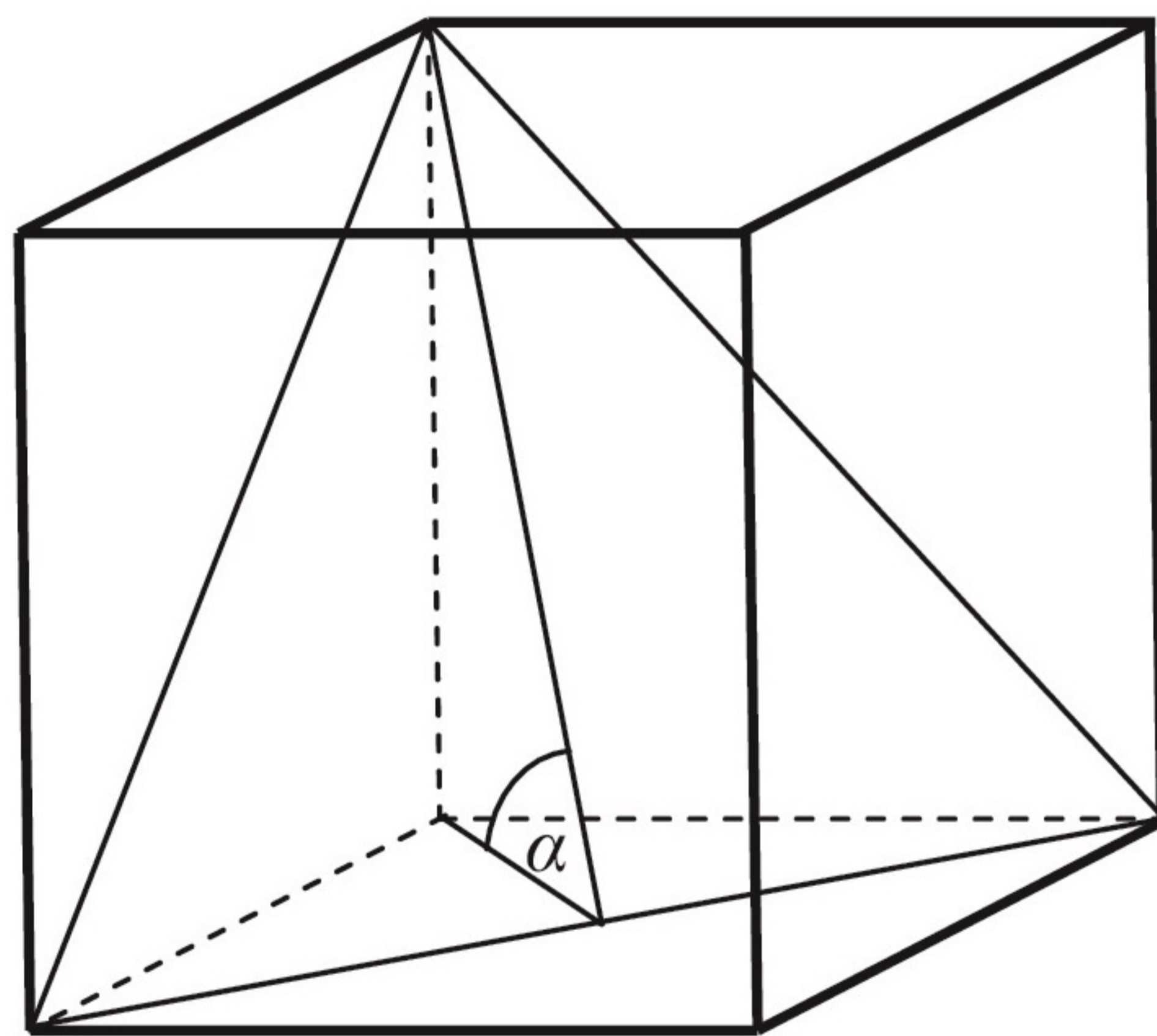
**Zadanie 23. (1 pkt)**

Kąt rozwarcia stożka ma miarę  $120^\circ$ , a tworząca tego stożka ma długość 4. Objętość tego stożka jest równa

- A.  $36\pi$                       B.  $18\pi$                       C.  $24\pi$                       D.  $8\pi$

**Zadanie 24. (1 pkt)**

Przekątna podstawy graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest dwa razy dłuższa od wysokości graniastosłupa. Graniastosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i jeden wierzchołek drugiej podstawy (patrz rysunek).



Płaszczyzna przekroju tworzy z podstawą graniastosłupa kąt  $\alpha$  o mierze

- A.  $30^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $75^\circ$

**Zadanie 25. (1 pkt)**

Średnia arytmetyczna sześciu liczb naturalnych: 31, 16, 25, 29, 27,  $x$ , jest równa  $\frac{x}{2}$ . Mediana tych liczb jest równa

- A. 26                      B. 27                      C. 28                      D. 29

**Zadanie 26. (2 pkt)**

Rozwiąż nierówność  $2x^2 + 5x - 3 > 0$ .



**Zadanie 27. (2 pkt)**

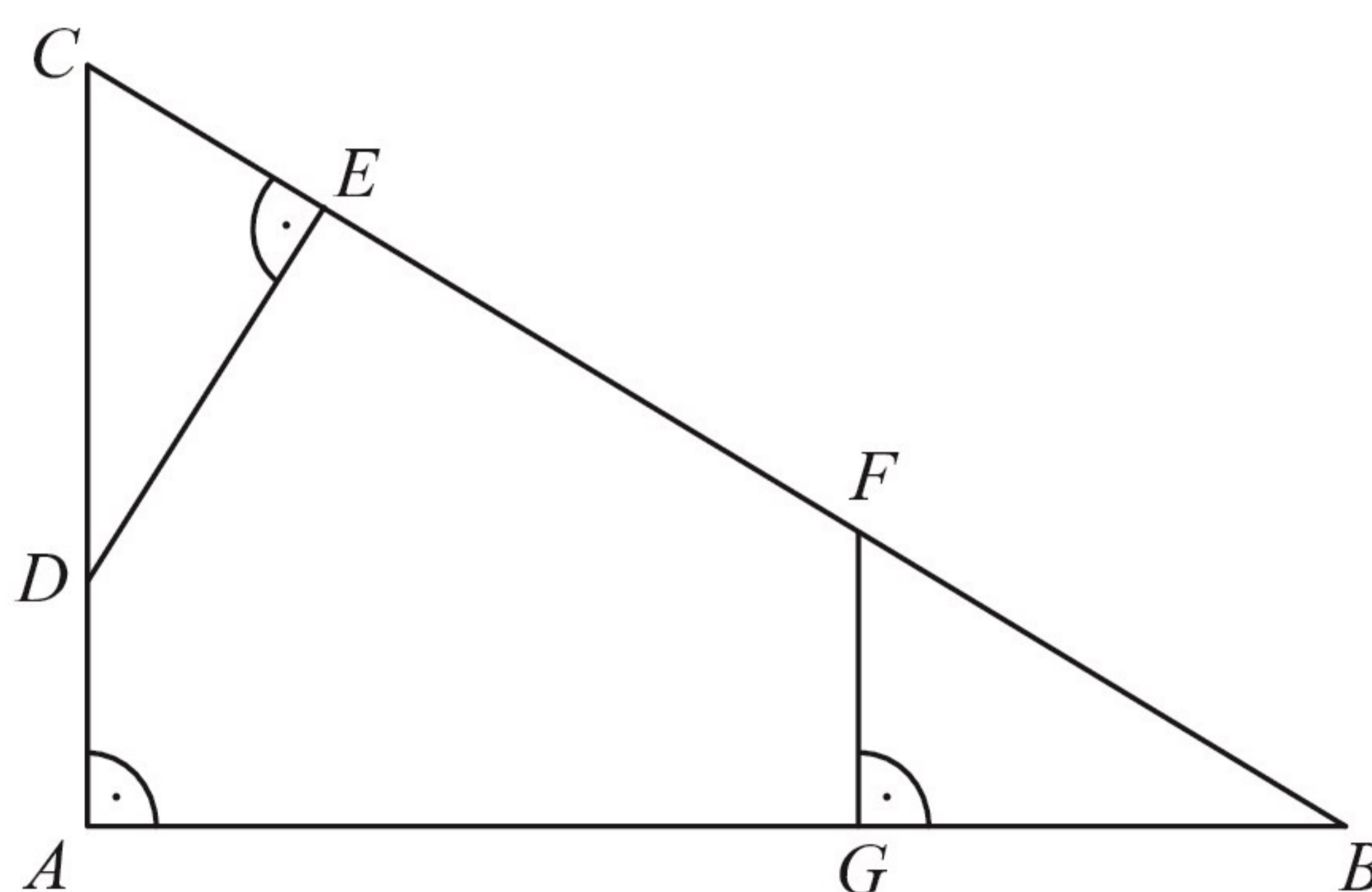
Rozwiąż równanie  $x^3 + 3x^2 + 2x + 6 = 0$ .

**Zadanie 28. (2 pkt)**

Kąt  $\alpha$  jest ostry i  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{3}{2}$ . Oblicz wartość wyrażenia  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ .

**Zadanie 29. (2 pkt)**

Dany jest trójkąt prostokątny  $ABC$ . Na przyprostokątnych  $AC$  i  $AB$  tego trójkąta obrano odpowiednio punkty  $D$  i  $G$ . Na przeciwprostokątnej  $BC$  wyznaczono punkty  $E$  i  $F$  takie, że  $|\sphericalangle DEC| = |\sphericalangle BGF| = 90^\circ$  (zobacz rysunek). Wykaż, że trójkąt  $CDE$  jest podobny do trójkąta  $FBG$ .

**Zadanie 30. (2 pkt)**

Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = 2n^2 + 2n$  dla  $n \geq 1$ . Wykaż, że suma każdych dwóch kolejnych wyrazów tego ciągu jest kwadratem liczby naturalnej.

**Zadanie 31. (2 pkt)**

W skończonym ciągu arytmetycznym  $(a_n)$  pierwszy wyraz  $a_1$  jest równy 7 oraz ostatni wyraz  $a_n$  jest równy 89. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 2016. Oblicz, ile wyrazów ma ten ciąg.

**Zadanie 32. (4 pkt)**

Jeden z kątów trójkąta jest trzy razy większy od mniejszego z dwóch pozostałych kątów, które różnią się o  $50^\circ$ . Oblicz kąty tego trójkąta.

**Zadanie 33. (5 pkt)**

Grupa znajomych wyjeżdżających na biwak wynajęła bus. Koszt wynajęcia busa jest równy 960 złotych i tę kwotę rozłożono po równo pomiędzy uczestników wyjazdu. Do grupy wyjeżdżających dołączyło w ostatniej chwili dwóch znajomych. Wtedy koszt wyjazdu przypadający na jednego uczestnika zmniejszył się o 16 złotych. Oblicz, ile osób wyjechało na biwak.

**Zadanie 34. (4 pkt)**

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy kolejno dwa razy po jednej liczbie bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb będzie równa 30. Wynik zapisz w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.