

MATURA PODSTAWOWA CZERWIEC 2016

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\frac{7^6 \cdot 6^7}{42^6}$ jest równa

- A. 42^{36} B. 42^7 C. 6 D. 1

Zadanie 2. (0–1)

Cenę pewnego towaru podwyższono o 20%, a następnie nową cenę tego towaru podwyższono o 30%. Takie dwie podwyżki ceny tego towaru można zastąpić równoważną im jedną podwyżką

- A. o 50% B. o 56% C. o 60% D. o 66%

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $\sqrt[3]{3\sqrt{3}}$ jest równa

- A. $\sqrt[6]{3}$ B. $\sqrt[4]{3}$ C. $\sqrt[3]{3}$ D. $\sqrt{3}$

Zadanie 4. (0–1)

Różnica $50001^2 - 49999^2$ jest równa

- A. 2 000 000 B. 200 000 C. 20 000 D. 4

Zadanie 5. (0–1)

Najmniejsza wartość wyrażenia $(x-y)(x+y)$ dla $x, y \in \{2, 3, 4\}$ jest równa

- A. 2 B. -24 C. 0 D. -12

Zadanie 6. (0–1)

Wartość wyrażenia $\log_3 \frac{3}{2} + \log_3 \frac{2}{9}$ jest równa

- A. -1 B. -2 C. $\log_3 \frac{5}{11}$ D. $\log_3 \frac{31}{18}$

Zadanie 7. (0–1)

Spośród liczb, które są rozwiązaniami równania $(x-8)(x^2-4)(x^2+16)=0$, wybrano największą i najmniejszą. Suma tych dwóch liczb jest równa

- A. 12 B. 10 C. 6 D. 4

Zadanie 8. (0–1)

Rozwiązaniem równania $\frac{x-7}{x}=5$, gdzie $x \neq 0$, jest liczba należąca do przedziału

- A. $(-\infty, -2)$ B. $\langle -2, -1 \rangle$ C. $\langle -1, 0 \rangle$ D. $(0, +\infty)$

Zadanie 9. (0–1)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{2x^3}{x^4+1}$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Wtedy liczba

$f(-\sqrt{2})$ jest równa

- A. $-\frac{8}{5}$ B. $-\frac{4\sqrt{2}}{3}$ C. $-\frac{4\sqrt{2}}{5}$ D. $-\frac{4}{3}$

Zadanie 10. (0–1)

Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = -2(x+5)(x-11)$. Wskaż maksymalny przedział, w którym funkcja f jest rosnąca.

- A. $(-\infty, 3)$ B. $(-\infty, 5)$ C. $(-\infty, 11)$ D. $\langle 6, +\infty \rangle$

Zadanie 11. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 6(n-16)$ dla $n \geq 1$. Suma dziesięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

- A. -54 B. -126 C. -630 D. -270

Zadanie 12. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) , w którym $a_1 = 72$ i $a_4 = 9$. Iloraz q tego ciągu jest równy

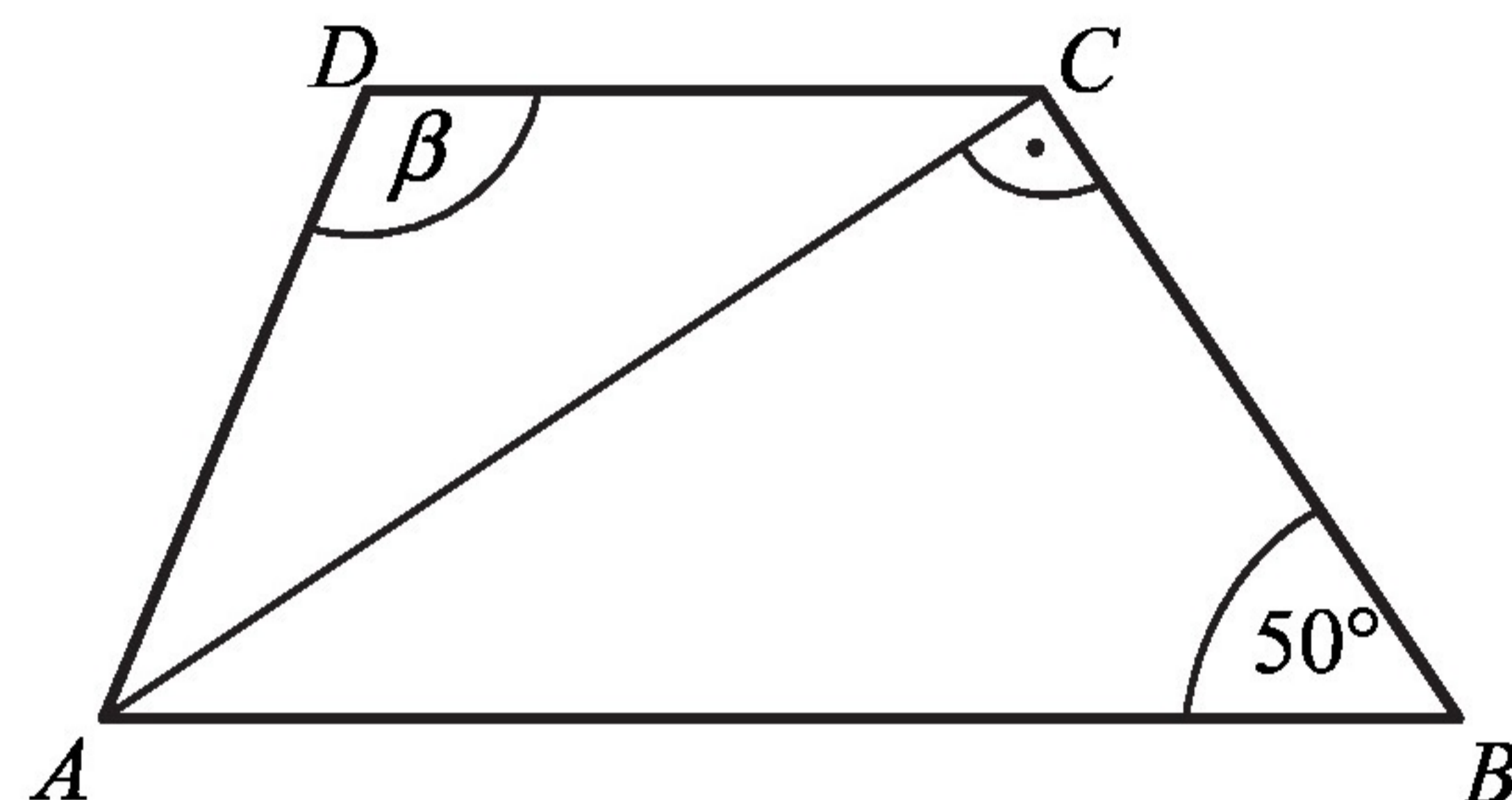
- A. $q = \frac{1}{2}$ B. $q = \frac{1}{6}$ C. $q = \frac{1}{4}$ D. $q = \frac{1}{8}$

Zadanie 13. (0–1)

Dany jest trapez $ABCD$, w którym przekątna AC jest prostopadła do ramienia BC , $|AD| = |DC|$ oraz $|\sphericalangle ABC| = 50^\circ$ (zobacz rysunek).

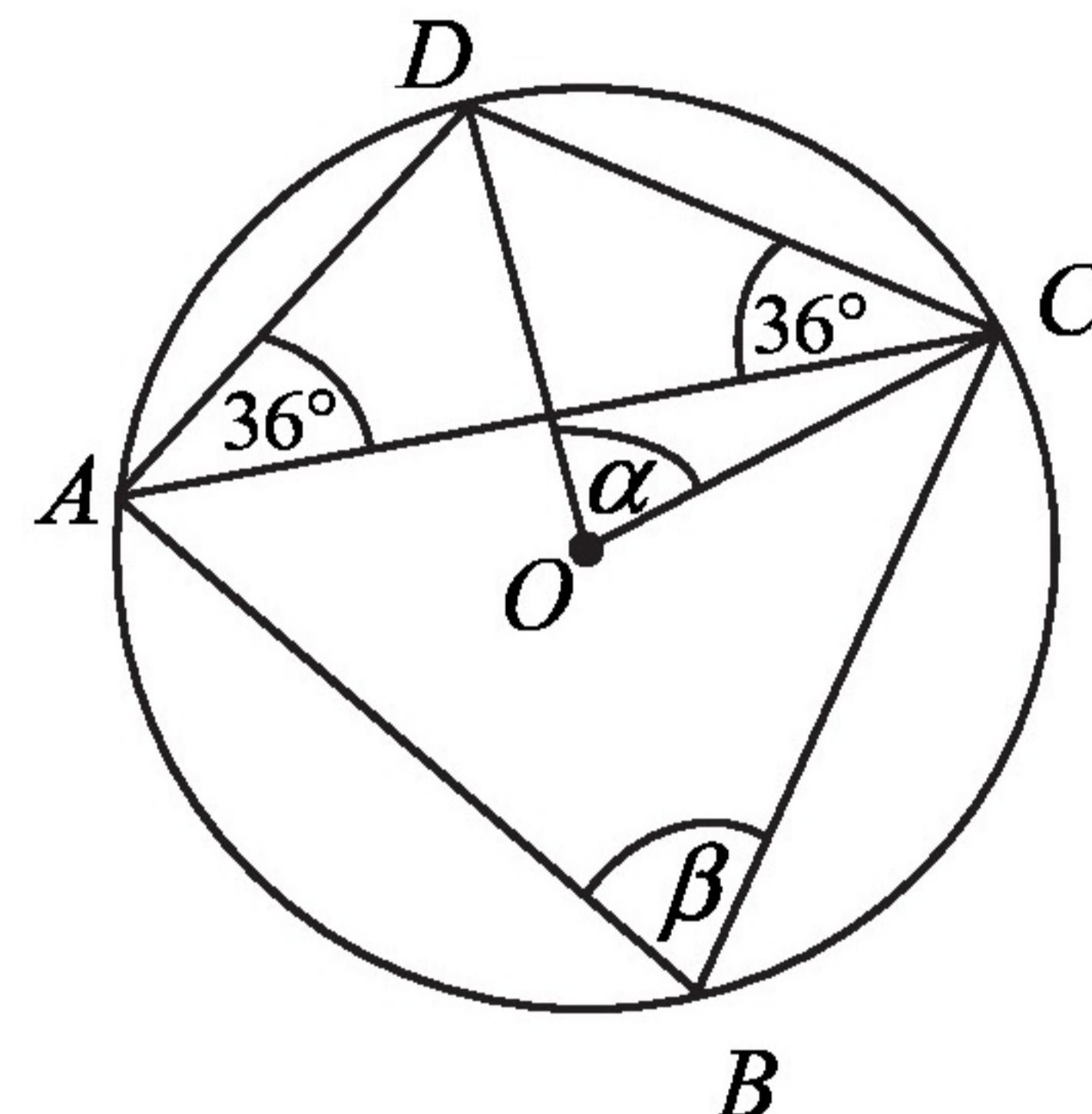
Stąd wynika, że

- A. $\beta = 100^\circ$
 B. $\beta = 120^\circ$
 C. $\beta = 110^\circ$
 D. $\beta = 130^\circ$

**Zadanie 14. (0–1)**

Punkty A, B, C i D leżą na okręgu o środku O (zobacz rysunek). Miary zaznaczonych kątów α i β są odpowiednio równe

- A. $\alpha = 36^\circ, \beta = 72^\circ$ B. $\alpha = 54^\circ, \beta = 72^\circ$
 C. $\alpha = 36^\circ, \beta = 108^\circ$ D. $\alpha = 72^\circ, \beta = 72^\circ$

**Zadanie 15. (0–1)**

Słoń waży 5 ton, a waga mrówki jest równa 0,5 grama. Ile razy słoń jest cięższy od mrówki?

- A. 10^6 B. 10^7 C. 10 D. 10^8

Zadanie 16. (0–1)

Każde z ramion trójkąta równoramiennego ma długość 20. Kąt zawarty między ramionami tego trójkąta ma miarę 150° . Pole tego trójkąta jest równe

- A. 100 B. 200 C. $100\sqrt{3}$ D. $100\sqrt{2}$

Zadanie 17. (0–1)

Prosta określona wzorem $y = ax + 1$ jest symetralną odcinka AB , gdzie $A = (-3, 2)$ i $B = (1, 4)$. Wynika stąd, że

- A. $a = -\frac{1}{2}$ B. $a = \frac{1}{2}$ C. $a = -2$ D. $a = 2$

Zadanie 18. (0–1)

Układ równań $\begin{cases} y = -ax + 2a \\ y = \frac{b}{3}x - 2 \end{cases}$ nie ma rozwiązań dla

- A. $a = -1$ i $b = -3$
 B. $a = 1$ i $b = 3$
 C. $a = 1$ i $b = -3$
 D. $a = -1$ i $b = 3$

Zadanie 19. (0–1)

Do pewnej liczby a dodano 54. Otrzymaną sumę podzielono przez 2. W wyniku tego działania otrzymano liczbę dwa razy większą od liczby a . Zatem

- A. $a = 27$ B. $a = 18$ C. $a = 24$ D. $a = 36$

Zadanie 20. (0–1)

Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCDS$ jest kwadrat $ABCD$. Wszystkie ściany boczne tego ostrosłupa są trójkątami równobocznymi. Miara kąta ASC jest równa

- A. 45° B. 30° C. 75° D. 90°

Zadanie 21. (0–1)

Rzucamy trzy razy symetryczną monetą. Niech p oznacza prawdopodobieństwo otrzymania dokładnie jednego orła w tych trzech rzutach. Wtedy

- A. $0 \leq p < 0,25$ B. $0,25 \leq p \leq 0,4$ C. $0,4 < p \leq 0,5$ D. $p > 0,5$

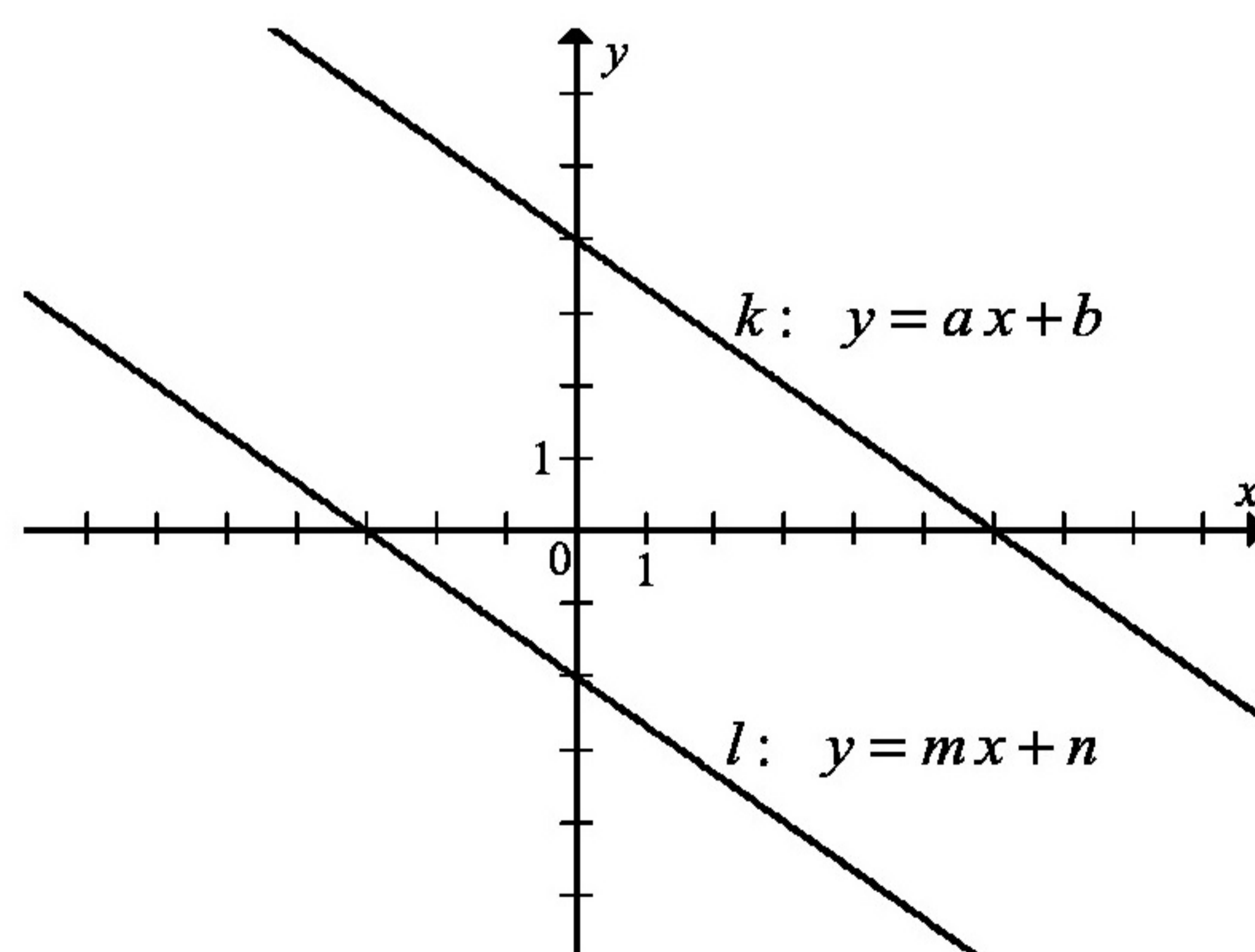
Zadanie 22. (0–1)

Średnia arytmetyczna czterech liczb: $x-1$, $3x$, $5x+1$ i $7x$ jest równa 72. Wynika stąd, że

- A. $x = 9$ B. $x = 10$ C. $x = 17$ D. $x = 18$

Zadanie 23. (0–1)

Na rysunku przedstawione są dwie proste równoległe k i l o równaniach $y = ax + b$ oraz $y = mx + n$. Początek układu współrzędnych leży między tymi prostymi.



Zatem

- A. $a \cdot m > 0$ i $b \cdot n > 0$ B. $a \cdot m > 0$ i $b \cdot n < 0$
 C. $a \cdot m < 0$ i $b \cdot n > 0$ D. $a \cdot m < 0$ i $b \cdot n < 0$

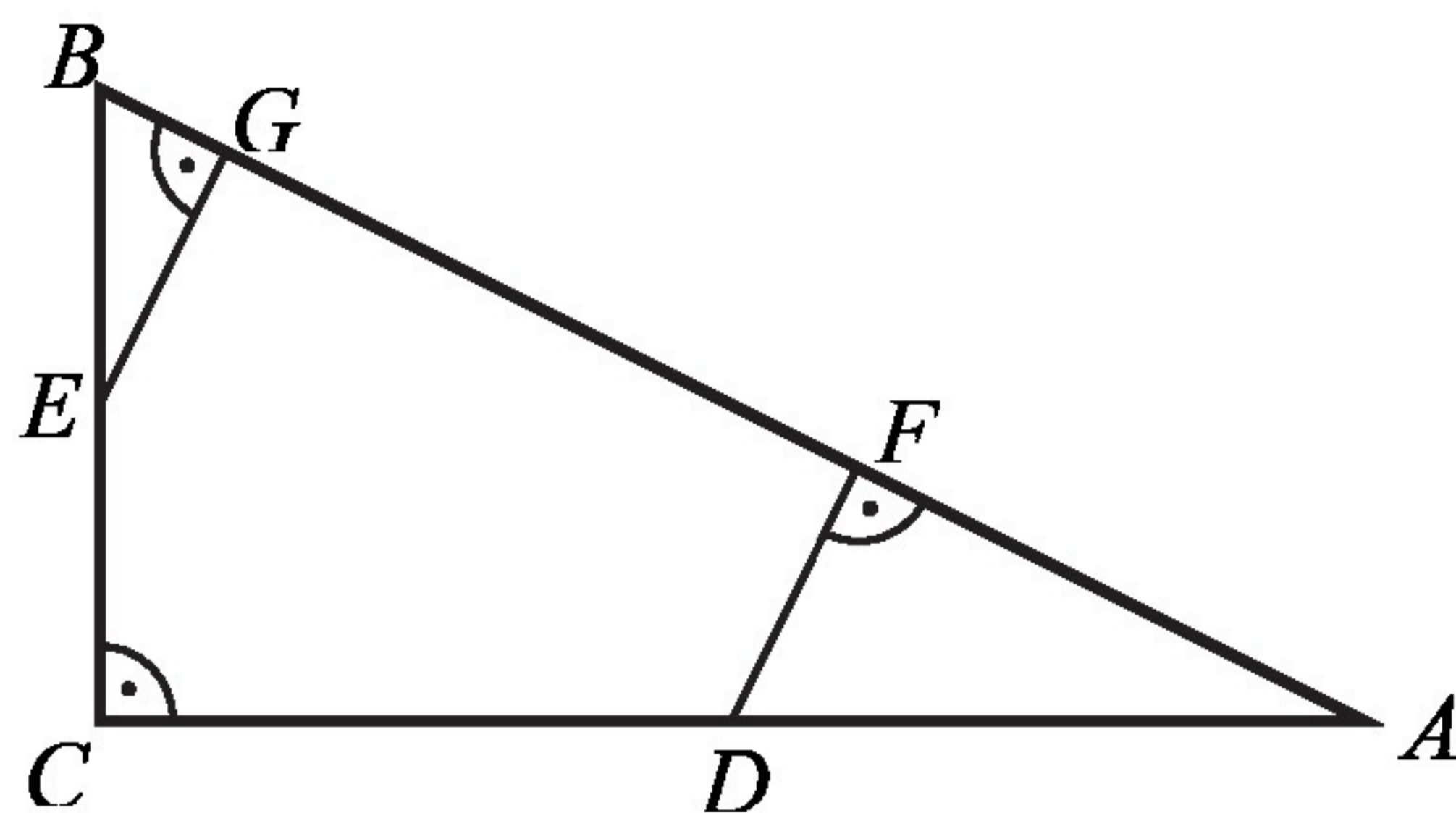
Zadanie 24. (0–1)

Dane są dwie sumy algebraiczne $3x^3 - 2x$ oraz $-3x^2 - 2$. Iloczyn tych sum jest równy

- A. $-9x^5 + 4x$ B. $-9x^6 + 6x^3 - 6x^2 + 4x$
 C. $-9x^5 + 6x^3 - 6x^2 + 4x$ D. $-9x^6 + 4x$

Zadanie 25. (0–1)

Punkty D i E są środkami przyprostokątnych AC i BC trójkąta prostokątnego ABC . Punkty F i G leżą na przeciwprostokątnej AB tak, że odcinki DF i EG są do niej prostopadłe (zobacz rysunek). Pole trójkąta BGE jest równe 1, a pole trójkąta AFD jest równe 4.



Zatem pole trójkąta ABC jest równe

- A. 12 B. 16 C. 18 D. 20

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż równanie $\frac{2x+1}{2x} = \frac{2x+1}{x+1}$, gdzie $x \neq -1$ i $x \neq 0$.

Zadanie 27. (0–2)

Dane są proste o równaniach $y = x + 2$ oraz $y = -3x + b$, które przecinają się w punkcie leżącym na osi Oy układu współrzędnych. Oblicz pole trójkąta, którego dwa boki zawierają się w danych prostych, a trzeci jest zawarty w osi Ox .

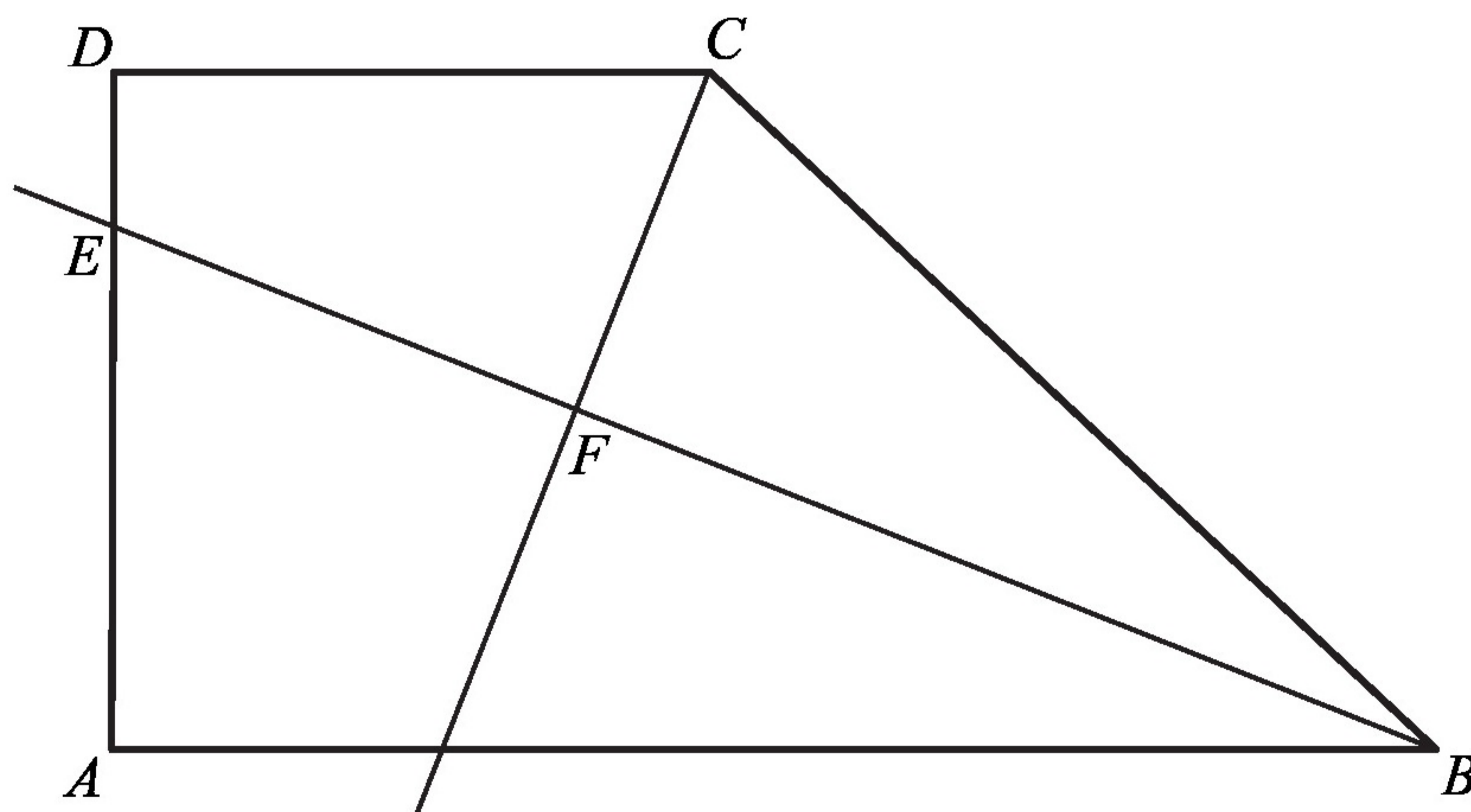
Zadanie 28. (0–2)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność

$$x^4 + y^4 + x^2 + y^2 \geq 2(x^3 + y^3).$$

Zadanie 29. (0–2)

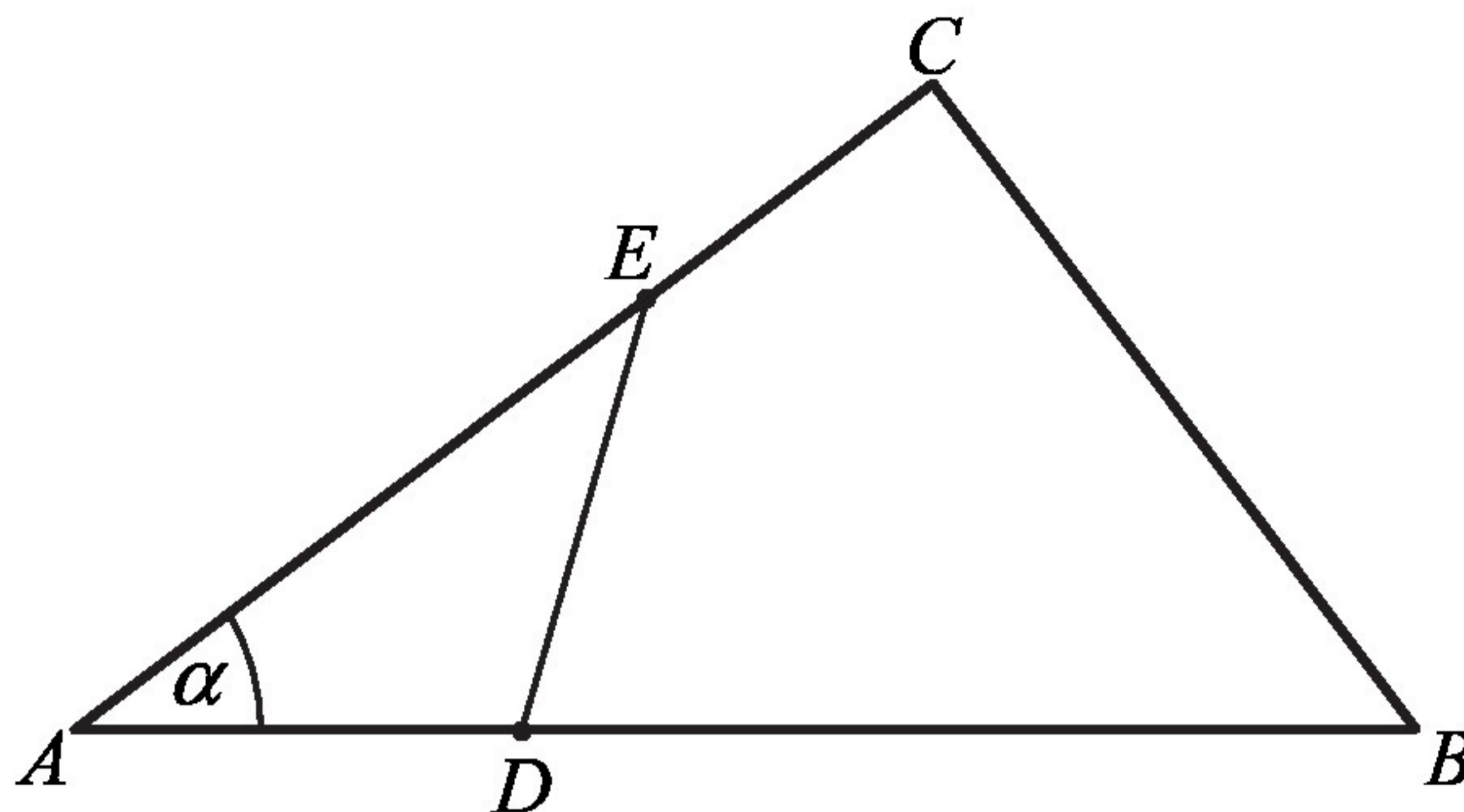
Dany jest trapez prostokątny $ABCD$ o podstawach AB i CD oraz wysokości AD . Dwusieczna kąta ABC przecina ramię AD w punkcie E oraz dwusieczną kąta BCD w punkcie F (zobacz rysunek).



Wykaż, że w czworokącie $CDEF$ sumy miar przeciwległych kątów są sobie równe.

Zadanie 30. (0–4)

W trójkącie ABC dane są długości boków $|AB|=15$ i $|AC|=12$ oraz $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, gdzie $\alpha = \sphericalangle BAC$. Na bokach AB i AC tego trójkąta obrano punkty odpowiednio D i E takie, że $|BD|=2|AD|$ i $|AE|=2|CE|$ (zobacz rysunek).



Oblicz pole

- trójkąta ADE .
- czworokąta $BCED$.

Zadanie 31. (0–5)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 2016$ oraz $a_5 + a_6 + a_7 + \dots + a_{12} = 2016$. Oblicz pierwszy wyraz, różnicę oraz najmniejszy dodatni wyraz ciągu (a_n) .

Zadanie 32. (0–4)

Dany jest stożek o objętości 8π , w którym stosunek wysokości do promienia podstawy jest równy $3:8$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego stożka.

Zadanie 33. (0–4)

Rejsowy samolot z Warszawy do Rzymu przelatuje nad Austrią każdorazowo tą samą trasą z taką samą zakładaną prędkością przelotową. We wtorek jego średnia prędkość była o 10% większa niż prędkość przelotowa, a w czwartek średnia prędkość była o 10% mniejsza od zakładanej prędkości przelotowej. Czas przelotu nad Austrią w czwartek różnił się od wtorkowego o 12 minut. Jak długo trwał przelot tego samolotu nad Austrią we wtorek?