MATURA PODSTAWOWA POPRAWKOWA SIERPIEN 2015 (STARA WERSJA)

Zadanie 1. *(1 pkt)*

Niech $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{1}{2}$. Wtedy wartość wyrażenia $\frac{a+b}{a \cdot b}$ jest równa

A. $\frac{7}{2}$ **B.** $\frac{9}{5}$ **C.** $\frac{7}{18}$ **D.** $\frac{3}{2}$

Zadanie 2. *(1 pkt)*

Cenę pewnego towaru obniżano dwukrotnie, za każdym razem o 20%. Takie dwie obniżki ceny tego towaru można zastąpić równoważną im jedną obniżką

A. o 40%. **B.** o 36%. **C.** o 32%. **D.** o 28%.

Zadanie 3. *(1 pkt)*

Liczba $\frac{5^{12} \cdot 9^5}{15^{10}}$ jest równa

A. 25 **B.** 3^7 **C.** 3^3 **D.** $\frac{25}{27}$

Zadanie 4. *(1 pkt)*

W rozwinięciu dziesiętnym ułamka $\frac{2}{7}$ na trzydziestym miejscu po przecinku stoi cyfra

A. 7 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

Zadanie 5. *(1 pkt)*

Wskaż największą liczbę całkowitą spełniającą nierówność $\frac{x}{4} - \sqrt{3} < 0$.

A. 5 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 8

Zadanie 6. *(1 pkt)*

Wyrażenie $9 - (y-3)^2$ jest równe

A. $-y^2 + 18$ **B.** $-y^2 + 6y$ **C.** $-y^2$ **D.** $-y^2 + 6y + 18$

Zadanie 7. *(1 pkt)*

Iloczyn liczb spełniających równanie $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} = 0$ jest równy

A. 6 **B.** -5 **C.** 5 **D.** -6

Zadanie 8. *(1 pkt)*

Wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej $y = f(x)$ ma współrzędne $(2, 2)$. Wówczas wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji $g(x) = f(x+2)$ ma współrzędne

A. $(0, 2)$ **B.** $(4, 2)$ **C.** $(2, 0)$ **D.** $(2, 4)$

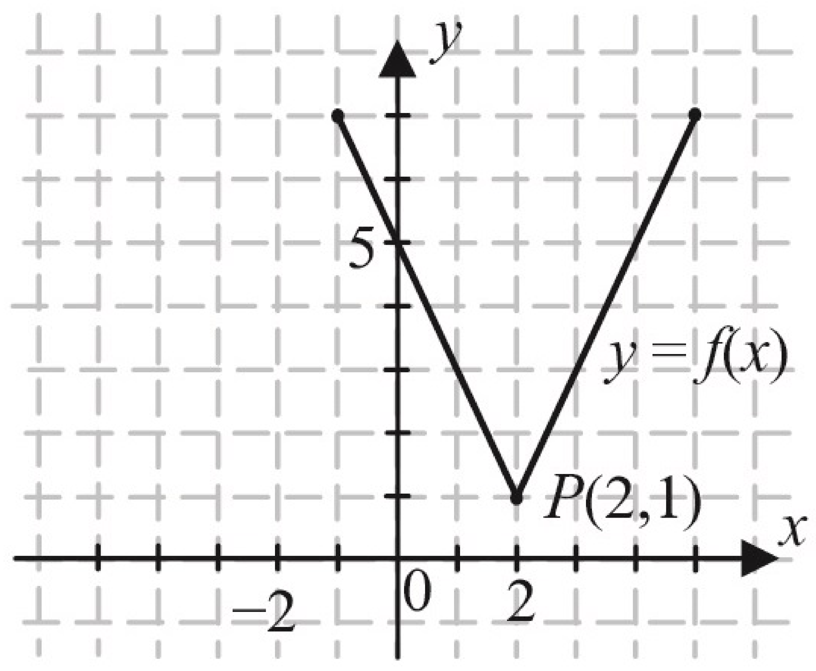
Zadanie 9. *(1 pkt)*

Miejsce zerowe funkcji liniowej $f(x) = x + 3m$ jest większe od 2 dla każdej liczby m spełniającej warunek

A. $m < -\frac{2}{3}$ **B.** $-\frac{2}{3} < m < \frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{3} < m < 1$ **D.** $m > 1$

Zadanie 10. *(1 pkt)*

Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji *f*.



Wskaż wzór funkcji, której wykres jest symetryczny do wykresu funkcji *f* względem osi *Oy* układu współrzędnych.

A. $y = f\left(x-4\right)$ **B.** $y = f\left(x\right)-4$ **C.** $y = f\left(x+4\right)$ **D.** $y = f\left(x\right)+4$

Zadanie 11. *(1 pkt)*

Osią symetrii wykresu funkcji kwadratowej $f(x) = -2x^2 - 8x + 6$ jest prosta o równaniu

A. $y = 2$ **B.** $y = -2$ **C.** $x = 2$ **D.** $x = -2$

Zadanie 12. *(1 pkt)*

Ciąg $\left(a_n\right)$ jest określony dla $n \geq 1$ wzorem: $a_n = 2n - 1$. Suma jedenastu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

A. 101 **B.** 121 **C.** 99 **D.** 81

Zadanie 13. *(1 pkt)*

Dany jest ciąg arytmetyczny $\left(a_n\right)$ dla $n \geq 1$, w którym $a_{10} = 11$ oraz $a_{100} = 111$. Wtedy różnica *r* tego ciągu jest równa

A. $\frac{9}{10}$ **B.** -100 **C.** $\frac{10}{9}$ **D.** 100

Zadanie 14. *(1 pkt)*

W trójkącie prostokątnym o długościach przyprostokątnych 2 i 5 cosinus większego z kątów ostrych jest równy

A. $\frac{5}{2}$ **B.** $\frac{2}{5}$ **C.** $\frac{2}{\sqrt{29}}$ **D.** $\frac{5}{\sqrt{29}}$

Zadanie 15. *(1 pkt)*

Kąt α jest ostry oraz $3\sin\alpha - \sqrt{3}\cos\alpha = 0$. Wtedy

A. $\mathrm{tg}\alpha = \frac{1}{3}$ **B.** $\mathrm{tg}\alpha = 3$ **C.** $\mathrm{tg}\alpha = \sqrt{3}$ **D.** $\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 16. *(1 pkt)*

Dłuższa przekątna sześciokąta foremnego ma długość $2\sqrt{2}$. Pole tego sześciokąta jest równe

A. $12\sqrt{3}$ **B.** $6\sqrt{3}$ **C.** $2\sqrt{3}$ **D.** $3\sqrt{3}$

Zadanie 17. *(1 pkt)*

Obwody dwóch trójkątów podobnych, których pola pozostają w stosunku $1:4$, mogą być równe

A. 9 i 36 **B.** 18 i 36 **C.** 9 i 144 **D.** 18 i 144

Zadanie 18. *(1 pkt)*

Punkty $A=(3,2)$ i C są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$, a punkt $O=(6,5)$ jest środkiem okręgu opisanego na tym kwadracie. Współrzędne punktu C są równe

A. $(9,8)$ **B.** $(15,12)$ **C.** $\left(4\frac{1}{2},3\frac{1}{2}\right)$ **D.** $(3,3)$

Zadanie 19. *(1 pkt)*

Okrąg opisany równaniem $(x-3)^2+(y+2)^2=r^2$ jest styczny do osi Oy. Promień r tego okręgu jest równy

A. $\sqrt{13}$ **B.** $\sqrt{5}$ **C.** 3 **D.** 2

Zadanie 20. *(1 pkt)*

Każda krawędź ostrosłupa prawidłowego trójkątnego ma długość 9 (ostrosłup taki jest nazywany czworościanem foremnym). Wysokość tego ostrosłupa jest równa

A. $3\sqrt{6}$ **B.** $3\sqrt{3}$ **C.** $2\sqrt{6}$ **D.** $3\sqrt{2}$

Zadanie 21. *(1 pkt)*

Dane są punkty $A=(2,3)$ oraz $B=(-6,-3)$. Promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny ABC jest równy

A. $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{40\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 22. *(1 pkt)*

Pole podstawy graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest równe 36, a miara kąta nachylenia przekątnej graniastosłupa do płaszczyzny jego podstawy jest równa $30°$. Wysokość tego graniastosłupa jest równa

A. $3\sqrt{2}$ **B.** $6\sqrt{2}$ **C.** $2\sqrt{6}$ **D.** $3\sqrt{6}$

Zadanie 23. *(1 pkt)*

Ze zbioru $\{0, 1, 2, ..., 15\}$ losujemy jedną liczbę. Prawdopodobieństwo wylosowania liczby pierwszej jest równe

A. $\frac{7}{16}$ **B.** $\frac{3}{8}$ **C.** $\frac{6}{15}$ **D.** $\frac{7}{15}$

Zadanie 24. *(1 pkt)*

Medianą zestawu danych $9, 1, 4, x, 7, 9$ jest liczba 8. Wtedy x może być równe

A. 8 **B.** 4 **C.** 7 **D.** 9

Zadanie 25. *(1 pkt)*

Ile jest wszystkich liczb czterocyfrowych, większych od 3000, utworzonych wyłącznie z cyfr 1, 2, 3, przy założeniu, że cyfry mogą się powtarzać, ale nie wszystkie z tych cyfr muszą być wykorzystane?

A. 3 **B.** 27 **C.** 9 **D.** 6

Zadanie 26. *(2 pkt)*

Rozwiąż równanie $8x^3+8x^2-3x-3=0$.

Zadanie 27. *(2 pkt)*

Rozwiąż nierówność $5x^2-45\leq 0$.

Zadanie 28. *(2 pkt)*

Ze zbioru liczb naturalnych dwucyfrowych losowo wybieramy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że otrzymamy liczbę podzielną przez 9 lub podzielną przez 12.

Zadanie 29. *(2 pkt)*

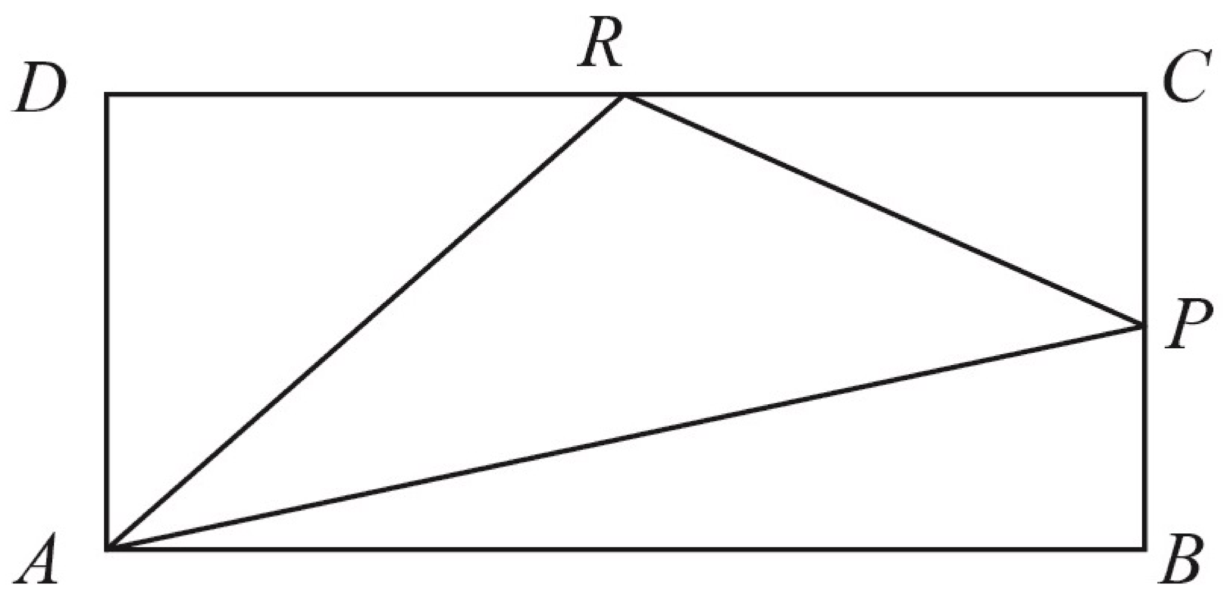
Kąt α jest ostry i spełnia równość $\operatorname{tg}\alpha + \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{7}{2}$. Oblicz wartość wyrażenia $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$.

Zadanie 30. *(2 pkt)*

Udowodnij, że dla wszystkich nieujemnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność $x^3 + y^3 \geq x^2 y + xy^2$.

Zadanie 31. *(2 pkt)*

W prostokącie *ABCD* punkt *P* jest środkiem boku *BC*, a punkt *R* jest środkiem boku *CD*. Wykaż, że pole trójkąta *APR* jest równe sumie pól trójkątów *ADR* oraz *PCR*.



Zadanie 32. *(4 pkt)*

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) o różnicy $r \neq 0$ i pierwszym wyrazie $a_1 = 2$. Pierwszy, drugi i czwarty wyraz tego ciągu są odpowiednio pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu geometrycznego. Oblicz iloraz tego ciągu geometrycznego.

Zadanie 33. *(4 pkt)*

Wyznacz równanie osi symetrii trójkąta o wierzchołkach $A = (-2, 2)$, $B = (6, -2)$, $C = (10, 6)$.

Zadanie 34. *(5 pkt)*

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym ściana boczna o polu równym 10 jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60°. Oblicz objętość tego ostrosłupa.