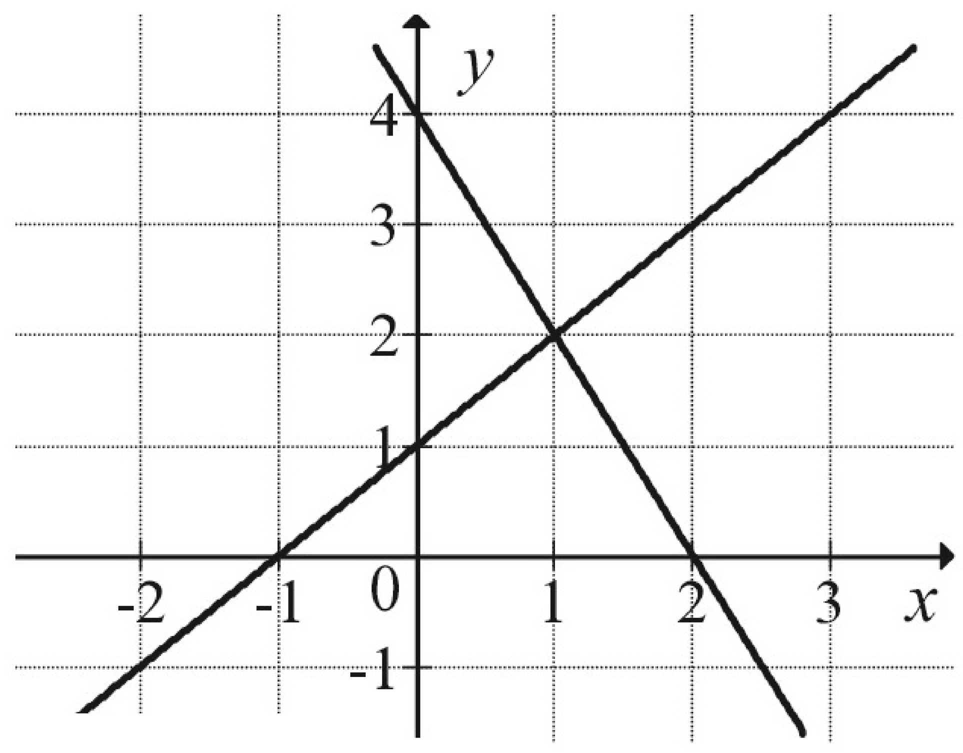
# MATURA PODSTAWOWA MAJ 2014

## Zadanie 1. *(1 pkt)*

Na rysunku przedstawiono geometryczną interpretację jednego z niżej zapisanych układów równań.




Wskaż ten układ.

**A.** $\begin{cases} y = x+1 \\ y = -2x+4 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} y = x-1 \\ y = 2x+4 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} y = x-1 \\ y = -2x+4 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} y = x+1 \\ y = 2x+4 \end{cases}$

## Zadanie 2. *(1 pkt)*

Jeżeli liczba 78 jest o 50% większa od liczby $c$, to

**A.** $c = 60$ **B.** $c = 52$ **C.** $c = 48$ **D.** $c = 39$

## Zadanie 3. *(1 pkt)*

Wartość wyrażenia $\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \frac{2}{\sqrt{3}+1}$ jest równa

**A.** $-2$ **B.** $-2\sqrt{3}$ **C.** $2$ **D.** $2\sqrt{3}$

## Zadanie 4.*(1 pkt)*

Suma $\log_8 16 + 1$ jest równa

**A.** $3$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\log_8 17$ **D.** $\frac{7}{3}$

## Zadanie 5. *(1 pkt)*

Wspólnym pierwiastkiem równań $(x^2-1)(x-10)(x-5) = 0$ oraz $\frac{2x-10}{x-1} = 0$ jest liczba

**A.** $-1$ **B.** $1$ **C.** $5$ **D.** $10$

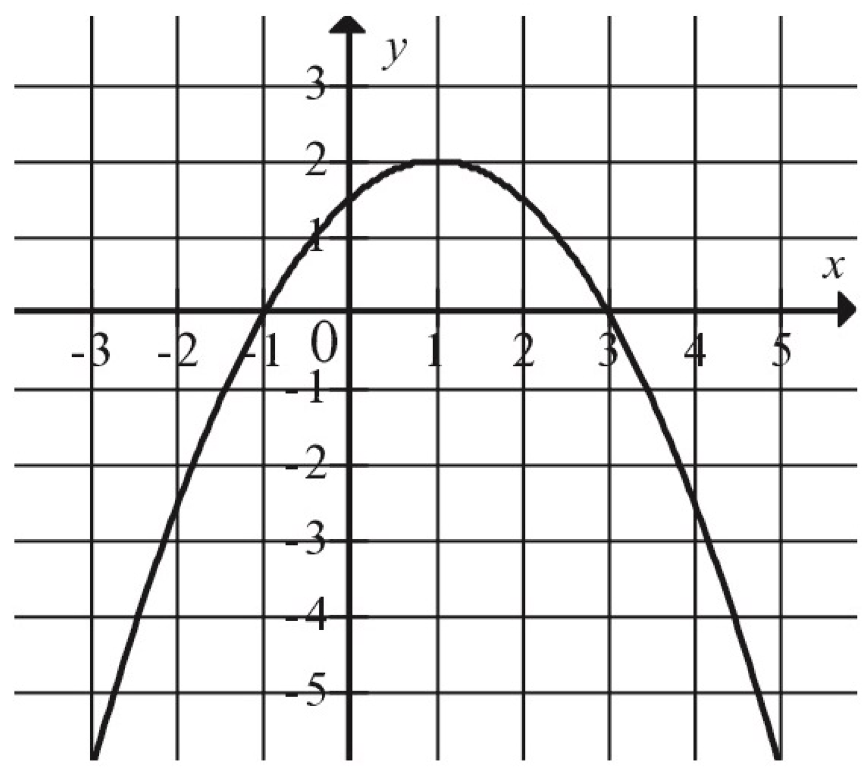
## Zadanie 6. *(1 pkt)*

Funkcja liniowa $f(x) = (m^2-4)x + 2$ jest malejąca, gdy

**A.** $m \in \{-2, 2\}$ **B.** $m \in (-2, 2)$ **C.** $m \in (-\infty, -2)$ **D.** $m \in (2, +\infty)$

## Zadanie 7. *(1 pkt)*

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej $f$.




Funkcja $f$ jest określona wzorem

**A.** $f(x) = \frac{1}{2}(x+3)(x-1)$ **B.** $f(x) = \frac{1}{2}(x-3)(x+1)$

**C.** $f(x) = -\frac{1}{2}(x+3)(x-1)$ **D.** $f(x) = -\frac{1}{2}(x-3)(x+1)$

**Zadanie 8.** ***(1 pkt)***
Punkt $C=(0,2)$ jest wierzchołkiem trapezu $ABCD$, którego podstawa $AB$ jest zawarta w prostej o równaniu $y=2x-4$. Wskaż równanie prostej zawierającej podstawę $CD$.

**A.** $y=\frac{1}{2}x+2$ **B.** $y=-2x+2$ **C.** $y=-\frac{1}{2}x+2$ **D.** $y=2x+2$

**Zadanie 9.** ***(1 pkt)***

Dla każdej liczby $x$, spełniającej warunek $-3<x<0$, wyrażenie $\frac{|x+3|-x+3}{x}$ jest równe

**A.** 2 **B.** 3 **C.** $-\frac{6}{x}$ **D.** $\frac{6}{x}$

**Zadanie 10.** ***(1 pkt)***
Pierwiastki $x_1$, $x_2$ równania $2(x+2)(x-2)=0$ spełniają warunek

**A.** $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=-1$ **B.** $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=0$ **C.** $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{2}$

**Zadanie 11.** ***(1 pkt)***
Liczby $2,-1,-4$ są trzema początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego $(a_n)$, określonego dla liczb naturalnych $n\geq 1$. Wzór ogólny tego ciągu ma postać
**A.** $a_n=-3n+5$ **B.** $a_n=n-3$ **C.** $a_n=-n+3$ **D.** $a_n=3n-5$

**Zadanie 12.** ***(1 pkt)***
Jeżeli trójkąty $ABC$ i $A'B'C'$ są podobne, a ich pola są, odpowiednio, równe $25\text{ cm}^2$ i $50\text{ cm}^2$, to skala podobieństwa $\frac{A'B'}{AB}$ jest równa

**A.** 2 **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\sqrt{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$

**Zadanie 13.** ***(1 pkt)***
Liczby: $x-2,\ 6,\ 12$, w podanej kolejności, są trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Liczba $x$ jest równa

**A.** 0 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 5

**Zadanie 14.** ***(1 pkt)***

Jeżeli $\alpha$ jest kątem ostrym oraz $\operatorname{tg}\alpha=\frac{2}{5}$, to wartość wyrażenia $\frac{3\cos\alpha-2\sin\alpha}{\sin\alpha-5\cos\alpha}$ jest równa

**A.** $-\frac{11}{23}$ **B.** $\frac{24}{5}$ **C.** $-\frac{23}{11}$ **D.** $\frac{5}{24}$

**Zadanie 15.** ***(1 pkt)***
Liczba punktów wspólnych okręgu o równaniu $(x+2)^2+(y-3)^2=4$ z osiami układu współrzędnych jest równa
**A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

**Zadanie 16.** ***(1 pkt)***
Wysokość trapezu równoramiennego o kącie ostrym $60°$ i ramieniu długości $2\sqrt{3}$ jest równa
**A.** $\sqrt{3}$ **B.** 3 **C.** $2\sqrt{3}$ **D.** 2

**Zadanie 17.** ***(1 pkt)***

Kąt środkowy oparty na łuku, którego długość jest równa $\frac{4}{9}$ długości okręgu, ma miarę

**A.** $160°$ **B.** $80°$ **C.** $40°$ **D.** $20°$

**Zadanie 18.** ***(1 pkt)***

O funkcji liniowej $f$ wiadomo, że $f(1)=2$. Do wykresu tej funkcji należy punkt $P=(-2,3)$.
Wzór funkcji $f$ to

**A.** $f(x)=-\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}$ **B.** $f(x)=-\frac{1}{2}x+2$ **C.** $f(x)=-3x+7$ **D.** $f(x)=-2x+4$

**Zadanie 19.** ***(1 pkt)***

Jeżeli ostrosłup ma 10 krawędzi, to liczba ścian bocznych jest równa

**A.** 5 **B.** 7 **C.** 8 **D.** 10

**Zadanie 20.** ***(1 pkt)***

Stożek i walec mają takie same podstawy i równe pola powierzchni bocznych. Wtedy tworząca stożka jest

**A.** sześć razy dłuższa od wysokości walca.

**B.** trzy razy dłuższa od wysokości walca.

**C.** dwa razy dłuższa od wysokości walca.

**D.** równa wysokości walca.

**Zadanie 21.** ***(1 pkt)***

Liczba $\left(\frac{1}{\left(\sqrt[3]{729}+\sqrt[4]{256}+2\right)^0}\right)^{-2}$ jest równa

**A.** $\frac{1}{225}$ **B.** $\frac{1}{15}$ **C.** 1 **D.** 15

**Zadanie 22.** ***(1 pkt)***

Do wykresu funkcji, określonej dla wszystkich liczb rzeczywistych wzorem $y=-2^{x-2}$, należy punkt

**A.** $A=(1,-2)$ **B.** $B=(2,-1)$ **C.** $C=\left(1,\frac{1}{2}\right)$ **D.** $D=(4,4)$

**Zadanie 23.** ***(1 pkt)***

Jeżeli $A$ jest zdarzeniem losowym, a $A'$ – zdarzeniem przeciwnym do zdarzenia $A$ oraz zachodzi równość $P(A)=2\cdot P(A')$, to

**A.** $P(A)=\frac{2}{3}$ **B.** $P(A)=\frac{1}{2}$ **C.** $P(A)=\frac{1}{3}$ **D.** $P(A)=\frac{1}{6}$

**Zadanie 24.** ***(1 pkt)***

Na ile sposobów można wybrać dwóch graczy spośród 10 zawodników?

**A.** 100 **B.** 90 **C.** 45 **D.** 20

**Zadanie 25.** ***(1 pkt)***

Mediana zestawu danych 2, 12, $a$, 10, 5, 3 jest równa 7. Wówczas

**A.** $a=4$ **B.** $a=6$ **C.** $a=7$ **D.** $a=9$

**Zadanie 26.** ***(2 pkt)***

Wykresem funkcji kwadratowej $f(x)=2x^2+bx+c$ jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt $W=(4,0)$. Oblicz wartości współczynników $b$ i $c$.

## Zadanie 27. *(2 pkt)*

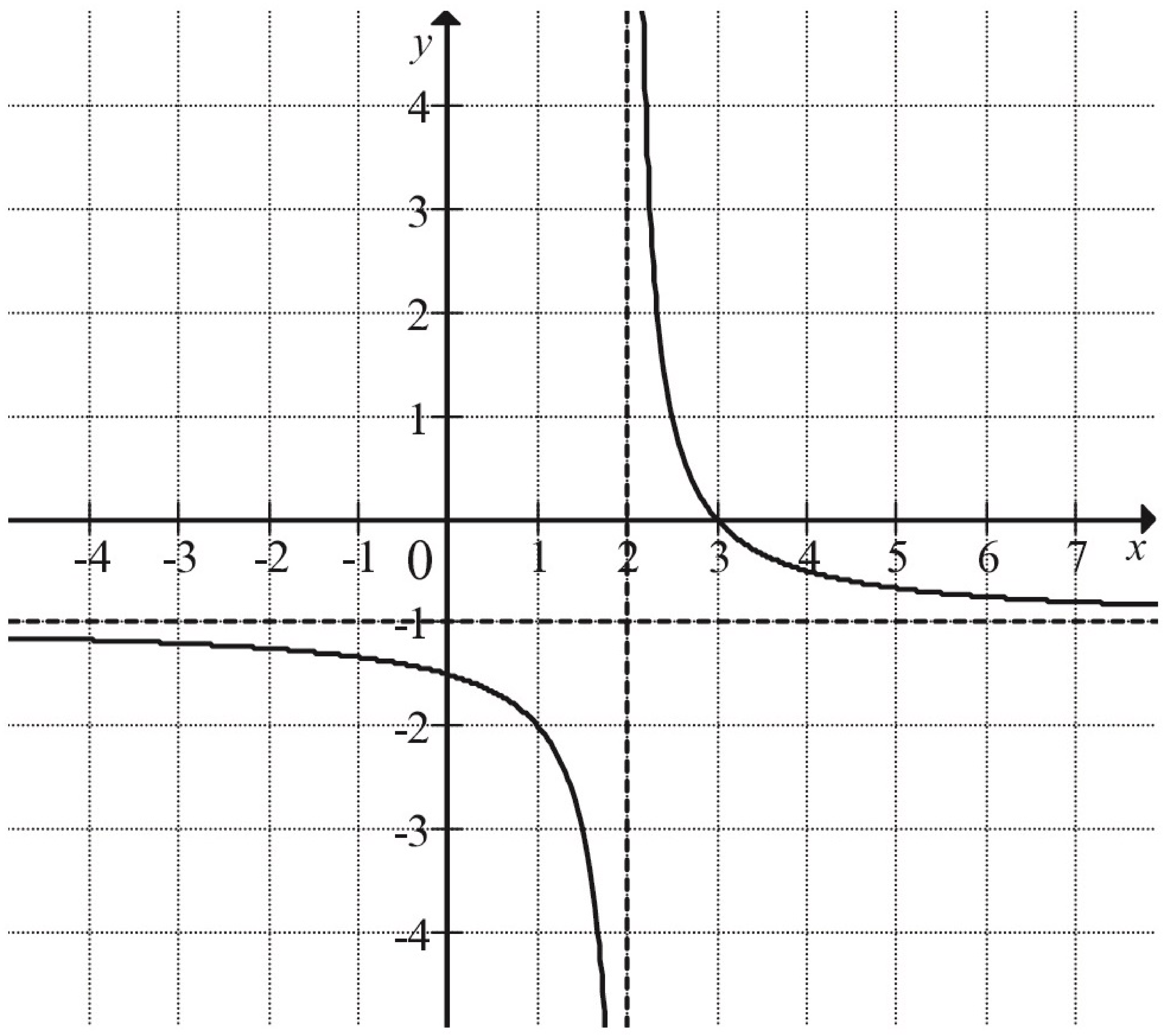
Rozwiąż równanie $9x^3+18x^2-4x-8=0$.

## Zadanie 28. *(2 pkt)*

Udowodnij, że każda liczba całkowita *k*, która przy dzieleniu przez 7 daje resztę 2, ma tę własność, że reszta z dzielenia liczby $3k^2$ przez 7 jest równa 5.

## Zadanie 29. *(2 pkt)*

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji *f*, który powstał w wyniku przesunięcia wykresu funkcji określonej wzorem $y=\frac{1}{x}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x\neq 0$.




a) Odczytaj z wykresu i zapisz zbiór tych wszystkich argumentów, dla których wartości funkcji *f* są większe od 0.

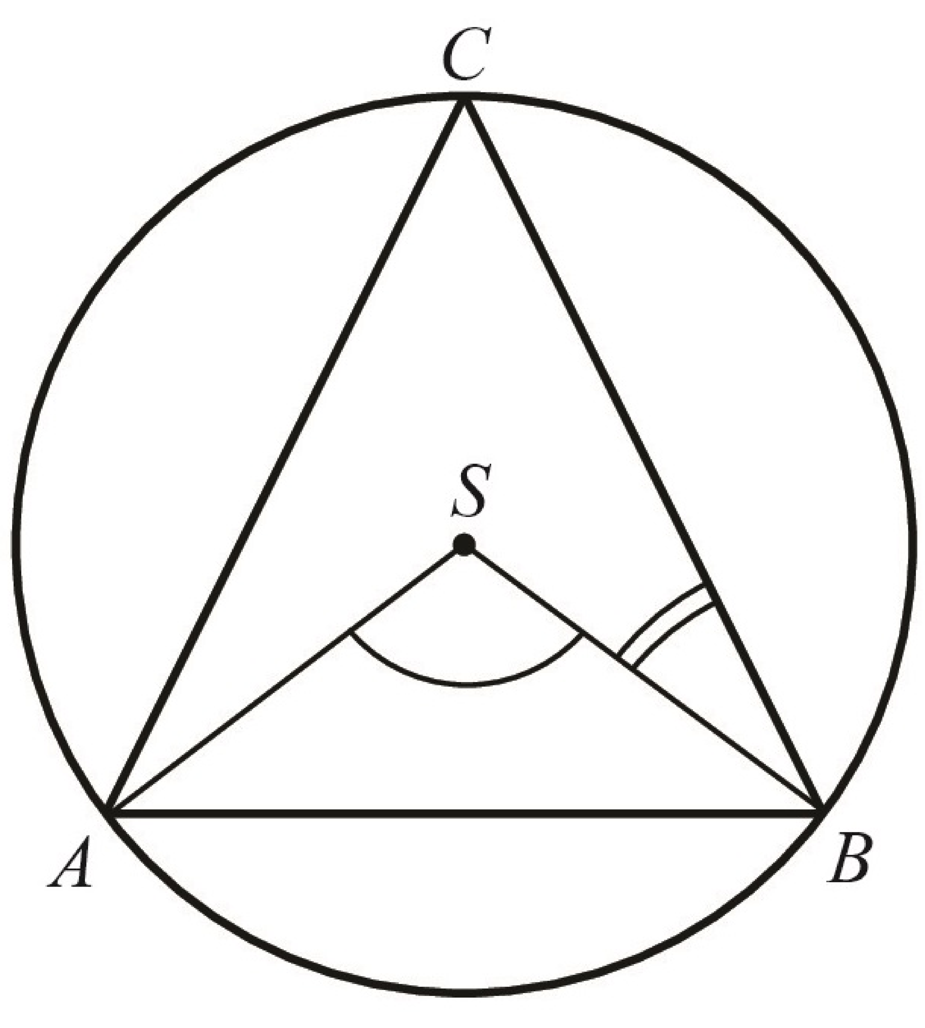
b) Podaj miejsce zerowe funkcji *g* określonej wzorem $g(x)=f(x-3)$.

## Zadanie 30. *(2 pkt)*

Ze zbioru liczb $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia *A*, polegającego na wylosowaniu liczb, z których pierwsza jest większa od drugiej o 4 lub 6.

## Zadanie 31. *(2 pkt)*

Środek *S* okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym *ABC*, o ramionach *AC* i *BC*, leży wewnątrz tego trójkąta (zobacz rysunek).




Wykaż, że miara kąta wypukłego *ASB* jest cztery razy większa od miary kąta wypukłego *SBC*.

**Zadanie 32.** ***(4 pkt)***
Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu jest równe 198. Stosunki długości krawędzi prostopadłościanu wychodzących z tego samego wierzchołka prostopadłościanu to $1:2:3$. Oblicz długość przekątnej tego prostopadłościanu.

**Zadanie 33.** ***(5 pkt)***
Turysta zwiedzał zamek stojący na wzgórzu. Droga łącząca parking z zamkiem ma długość 2,1 km. Łączny czas wędrówki turysty z parkingu do zamku i z powrotem, nie licząc czasu poświęconego na zwiedzanie, był równy 1 godzinę i 4 minuty. Oblicz, z jaką średnią prędkością turysta wchodził na wzgórze, jeżeli prędkość ta była o 1 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ mniejsza od średniej prędkości, z jaką schodził ze wzgórza.

**Zadanie 34.** ***(4 pkt)***
Kąt *CAB* trójkąta prostokątnego *ACB* ma miarę $30°$. Pole kwadratu *DEFG*, wpisanego w ten trójkąt (zobacz rysunek), jest równe 4. Oblicz pole trójkąta *ACB*.