

# MATURA PODSTAWOWA CZERWIEC 2011

## Zadanie 1. (1 pkt)

Liczbę  $\sqrt{20}$  można przedstawić w postaci

- A.  $5\sqrt{2}$                       B.  $5\sqrt{4}$                       C.  $4\sqrt{5}$                       D.  $2\sqrt{5}$

## Zadanie 2. (1 pkt)

Potęga  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-5}$  (gdzie  $a$  i  $b$  są różne od zera) jest równa

- A.  $-5 \cdot \frac{a}{b}$                       B.  $\left(\frac{b}{a}\right)^5$                       C.  $\frac{b^5}{a}$                       D.  $-\left(\frac{a}{b}\right)^5$

## Zadanie 3. (1 pkt)

Liczba  $\log_{\frac{1}{2}} 8$  jest równa

- A.  $-3$                       B.  $-\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $4$

## Zadanie 4. (1 pkt)

Wskaż liczbę, która spełnia równanie  $|4x - 5| = x$ .

- A.  $x = -1$                       B.  $x = 1$                       C.  $x = 2$                       D.  $x = -2$

## Zadanie 5. (1 pkt)

Cenę pewnego towaru najpierw obniżono o 20%, a następnie nową cenę podwyższono o 10%. W wyniku obu tych zmian cena towaru zmniejszyła się w stosunku do pierwotnej o

- A. 88%                      B. 15%                      C. 12%                      D. 10%

## Zadanie 6. (1 pkt)

Wielomian  $x^2 - 100$  jest równy

- A.  $(x - 10)^2$                       B.  $(x - 10)(x + 10)$                       C.  $(x - 50)^2$                       D.  $(x - 50)(x + 50)$

## Zadanie 7. (1 pkt)

Równanie  $\frac{x^2 + 25}{x - 5} = 0$

- A. nie ma rozwiązań.                      B. ma dokładnie jedno rozwiązanie.  
C. ma dokładnie dwa rozwiązania.                      D. ma dokładnie trzy rozwiązania.

## Zadanie 8. (1 pkt)

Najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą nierówność  $(3 - x)(3 + x) > (3 - x)^2$  jest

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

**Zadanie 9. (1 pkt)**

Funkcja liniowa  $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$

- A. jest rosnąca i jej wykres przechodzi przez punkt  $(0, 3)$ .
- B. jest malejąca i jej wykres przechodzi przez punkt  $(0, -3)$ .
- C. jest rosnąca i jej wykres przechodzi przez punkt  $(0, -3)$ .
- D. jest malejąca i jej wykres przechodzi przez punkt  $(0, 3)$ .

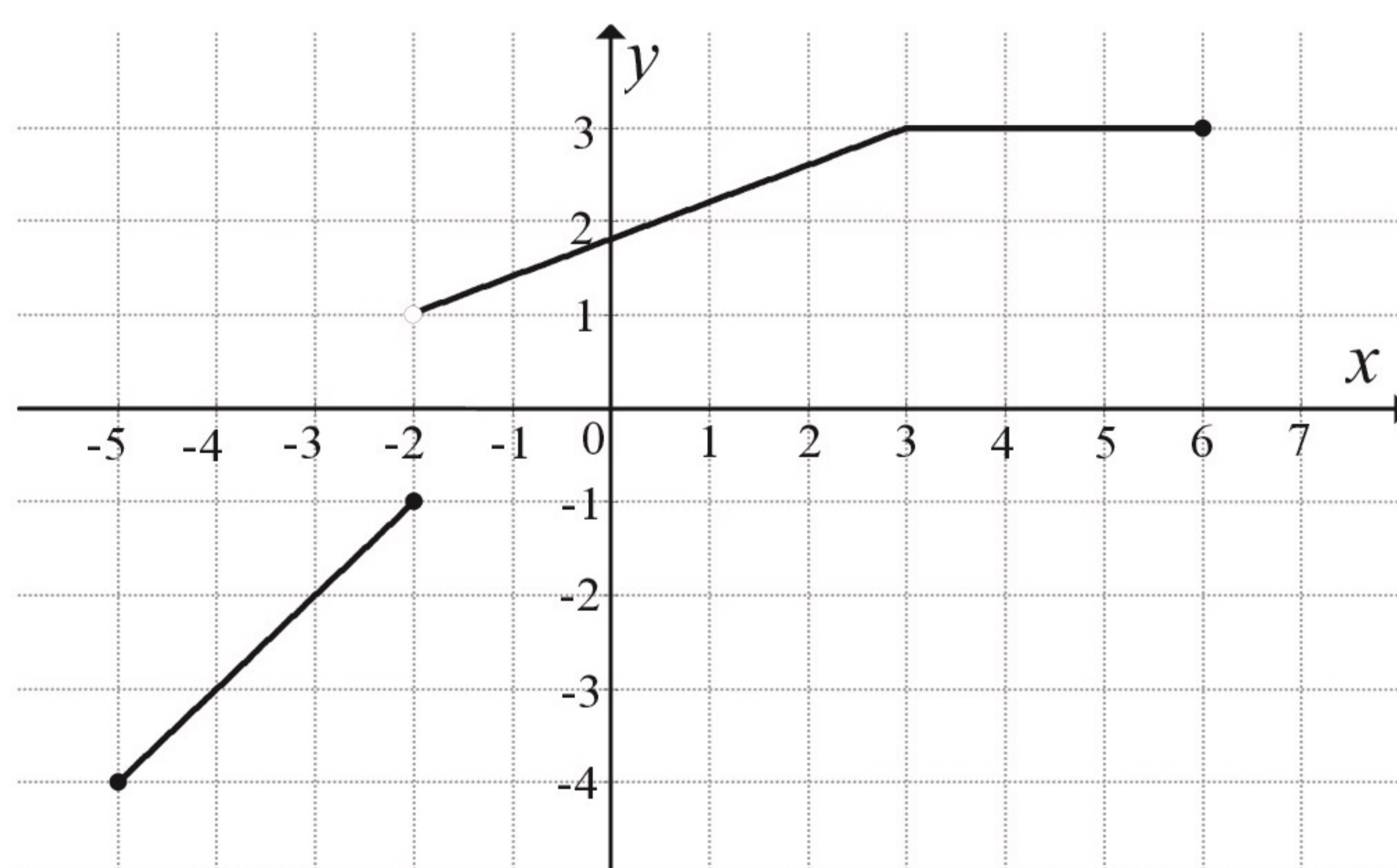
**Zadanie 10. (1 pkt)**

Liczby  $x_1, x_2$  są rozwiązaniami równania  $2(x-5)(x+7) = 0$ . Suma  $x_1 + x_2$  jest równa

- A. 2
- B. -2
- C. 12
- D. -12

**Zadanie 11. (1 pkt)**

Na rysunku jest przedstawiony wykres funkcji  $y = f(x)$ .



Zbiorem wartości tej funkcji jest

- A.  $\langle -4, 3 \rangle$
- B.  $\langle -4, -1 \rangle \cup \langle 1, 3 \rangle$
- C.  $\langle -4, -1 \rangle \cup (1, 3)$
- D.  $\langle -5, 6 \rangle$

**Zadanie 12. (1 pkt)**

W trójkącie prostokątnym dane są kąty ostre:  $\alpha = 41^\circ$  i  $\beta = 49^\circ$ . Wtedy  $\frac{\cos \alpha + \sin \beta}{\cos \alpha}$  równa się

- A.  $1 + \sin 49^\circ$
- B.  $\sin 49^\circ$
- C. 1
- D. 2

**Zadanie 13. (1 pkt)**

Ciąg arytmetyczny  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = 2n - 1$  dla  $n \geq 1$ . Różnica tego ciągu jest równa

- A. -1
- B. 1
- C. 2
- D. 3

**Zadanie 14. (1 pkt)**

W ciągu geometrycznym  $(a_n)$  dane są  $a_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$  i  $a_3 = -1$ . Wtedy wyraz  $a_1$  jest równy

- A.  $-\frac{1}{2}$
- B.  $\frac{1}{2}$
- C.  $-\sqrt{2}$
- D.  $\sqrt{2}$

**Zadanie 15. (1 pkt)**

Dane są punkty  $A = (-2, 2)$  i  $B = (4, -2)$ . Współczynnik kierunkowy prostej  $AB$  jest równy

- A.  $a = -\frac{2}{3}$
- B.  $a = -\frac{3}{2}$
- C.  $a = \frac{3}{2}$
- D.  $a = \frac{2}{3}$

**Zadanie 16. (1 pkt)**

Dany jest okrąg o równaniu  $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 5$ . Środek tego okręgu ma współrzędne

- A.  $(2, -3)$       B.  $(-\sqrt{2}, -\sqrt{3})$       C.  $(-2, 3)$       D.  $(\sqrt{2}, \sqrt{3})$

**Zadanie 17. (1 pkt)**

Obwód prostokąta jest równy 28. Stosunek długości jego boków jest równy 3:4. Dłuższy bok tego prostokąta jest równy

- A. 14      B. 8      C. 7      D. 6

**Zadanie 18. (1 pkt)**

Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 6 i 8. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy

- A. 14      B. 8      C. 6      D. 5

**Zadanie 19. (1 pkt)**

Dane są dwa okręgi o promieniach 12 i 17. Większy okrąg przechodzi przez środek mniejszego okręgu. Odległość między środkami tych okręgów jest równa

- A. 5      B. 12      C. 17      D. 29

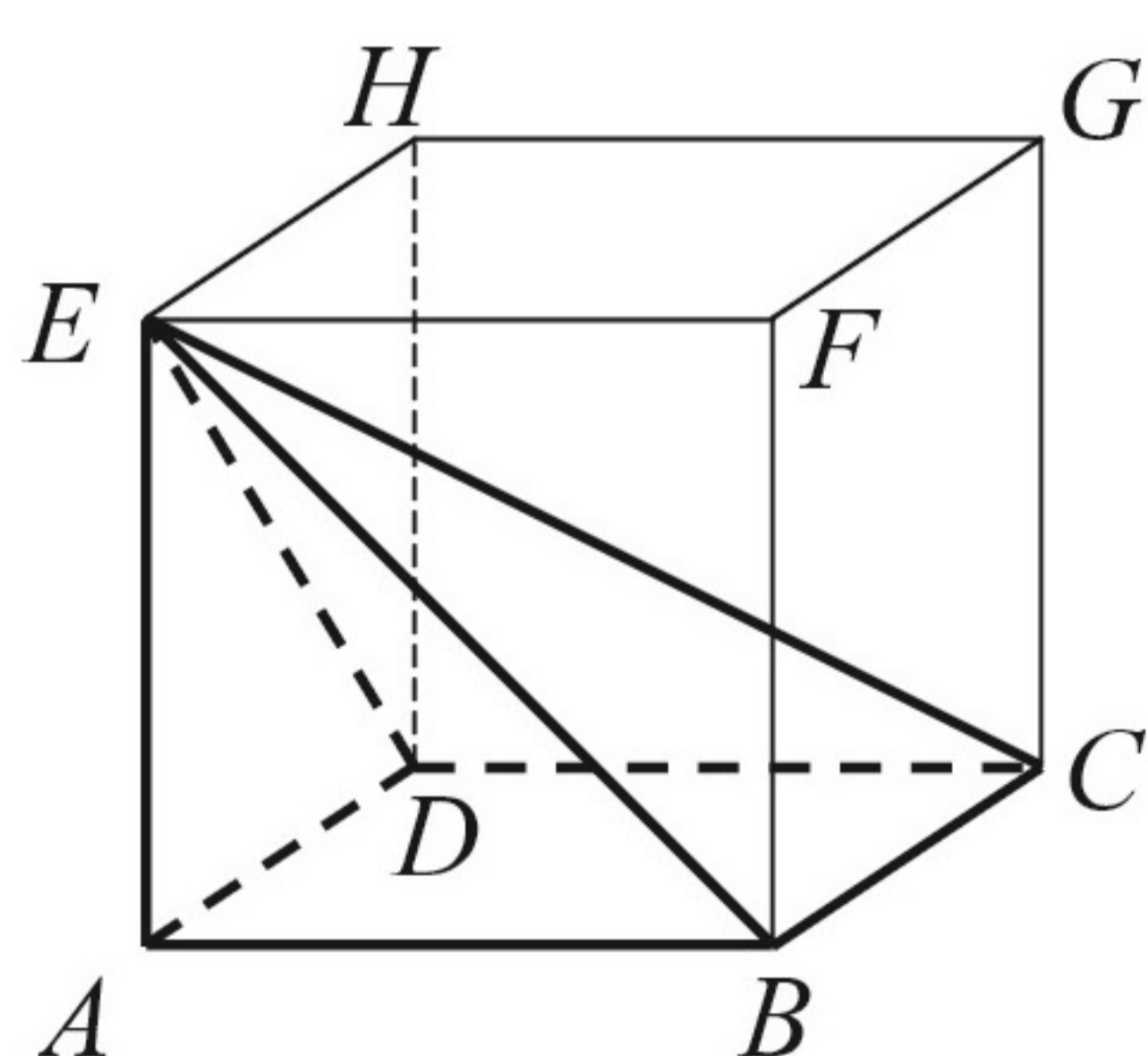
**Zadanie 20. (1 pkt)**

Stożek powstał w wyniku obrotu trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych 6 i 13 wokół krótszej przyprostokątnej. Promień podstawy tego stożka jest równy

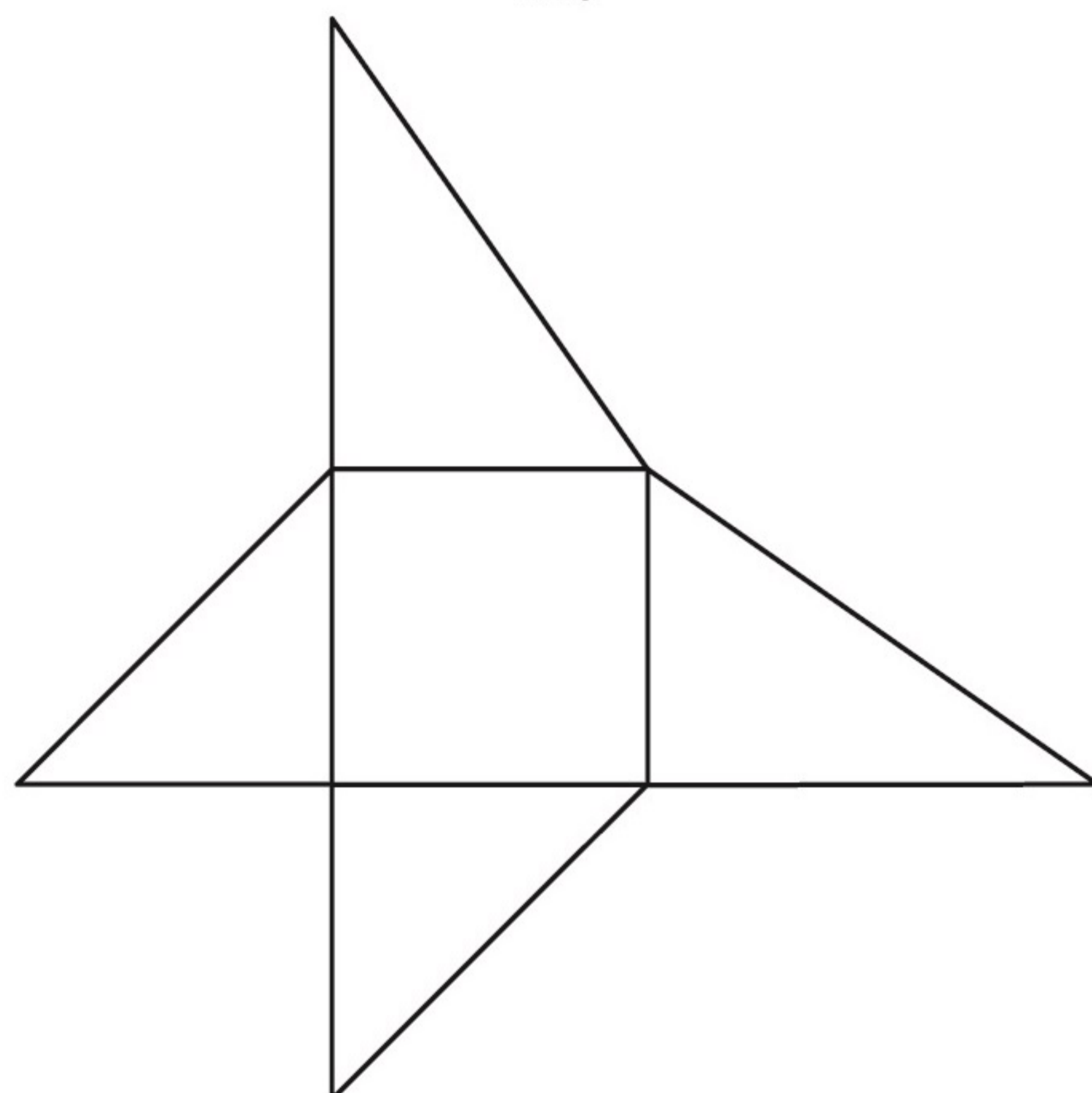
- A. 6      B. 13      C. 6,6      D. 3

**Zadanie 21. (1 pkt)**

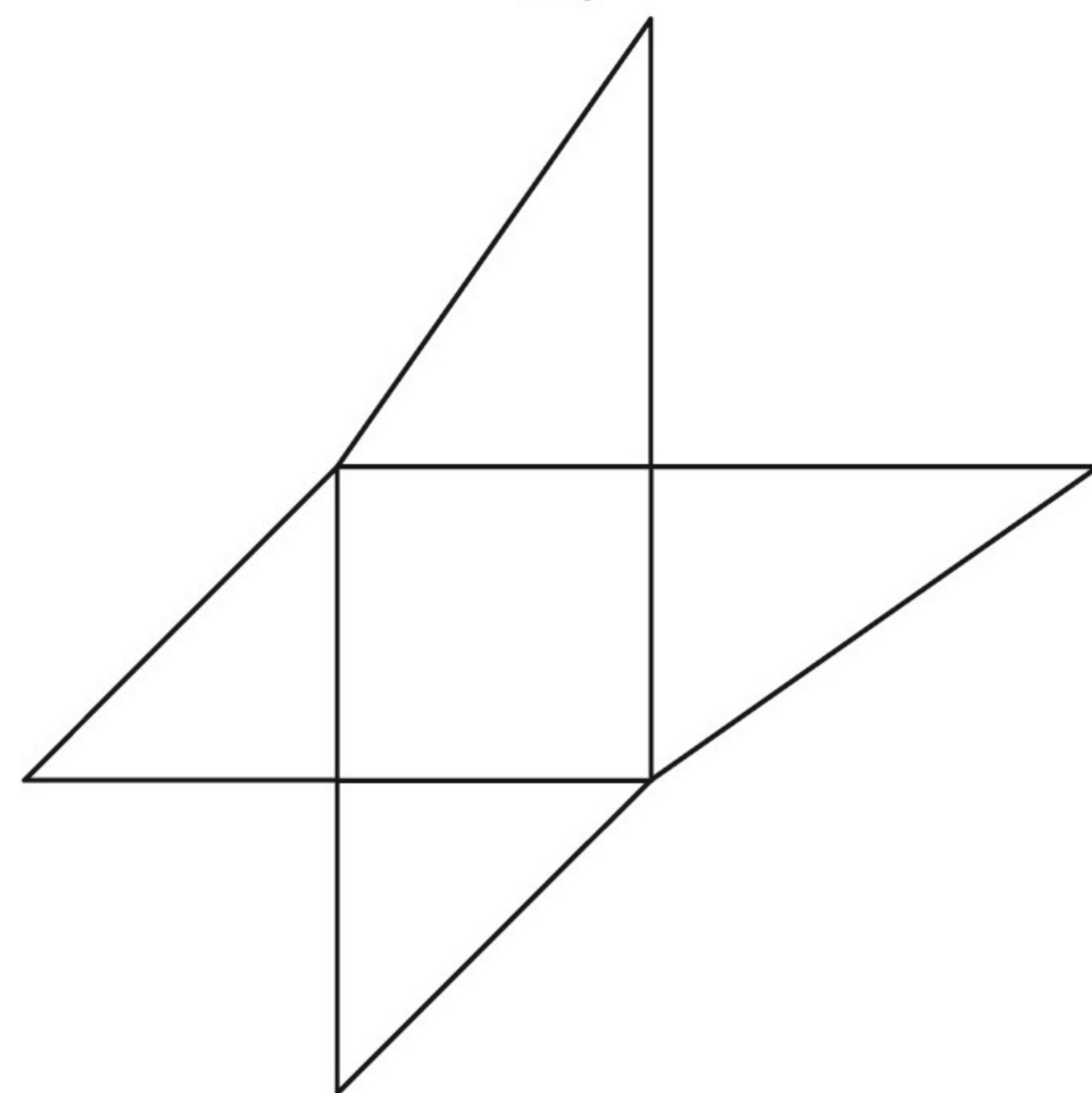
Dany jest sześcian  $ABCDEFGH$ . Siatką ostrosłupa czworokątnego  $ABCDE$  jest



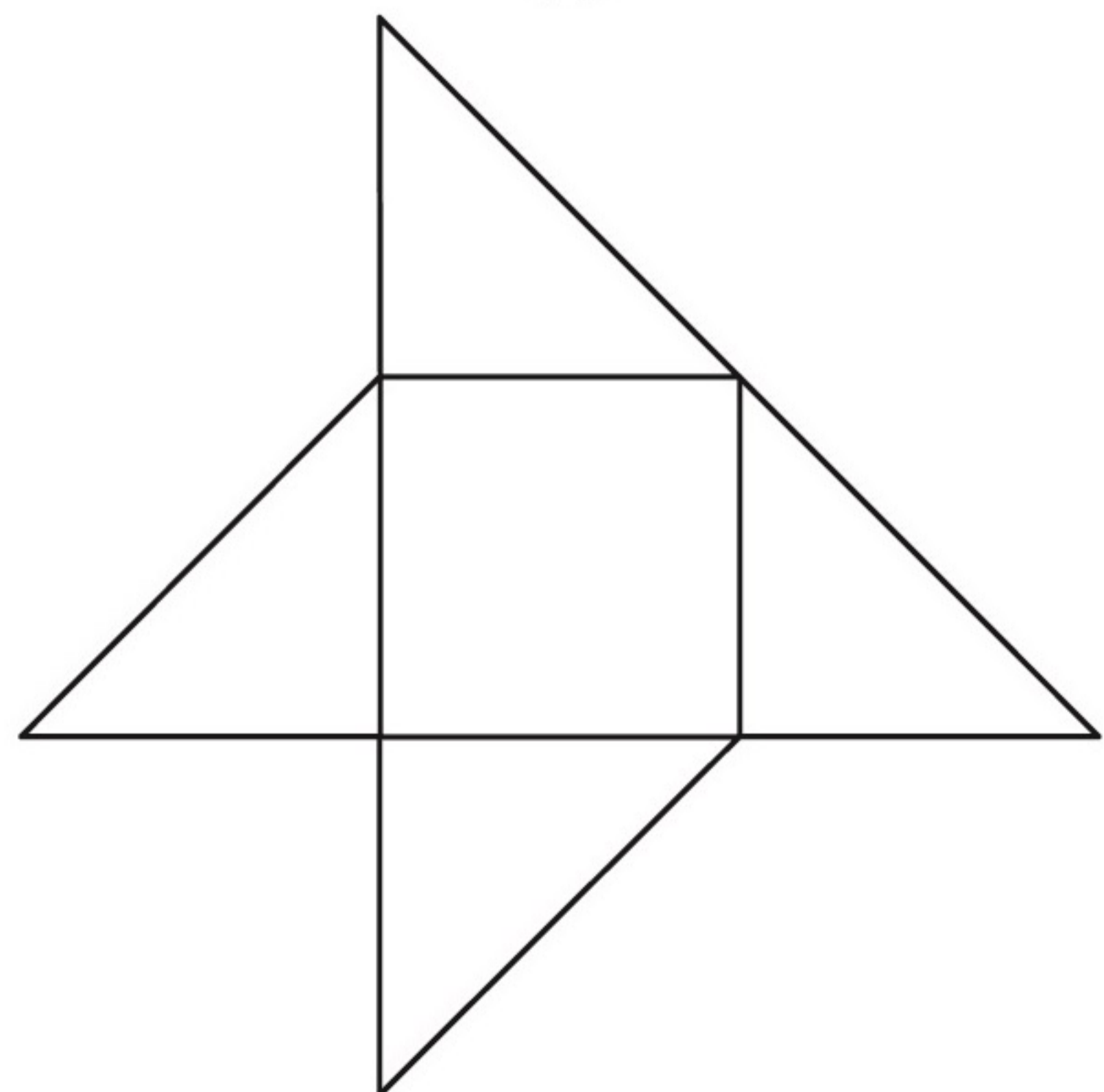
A.



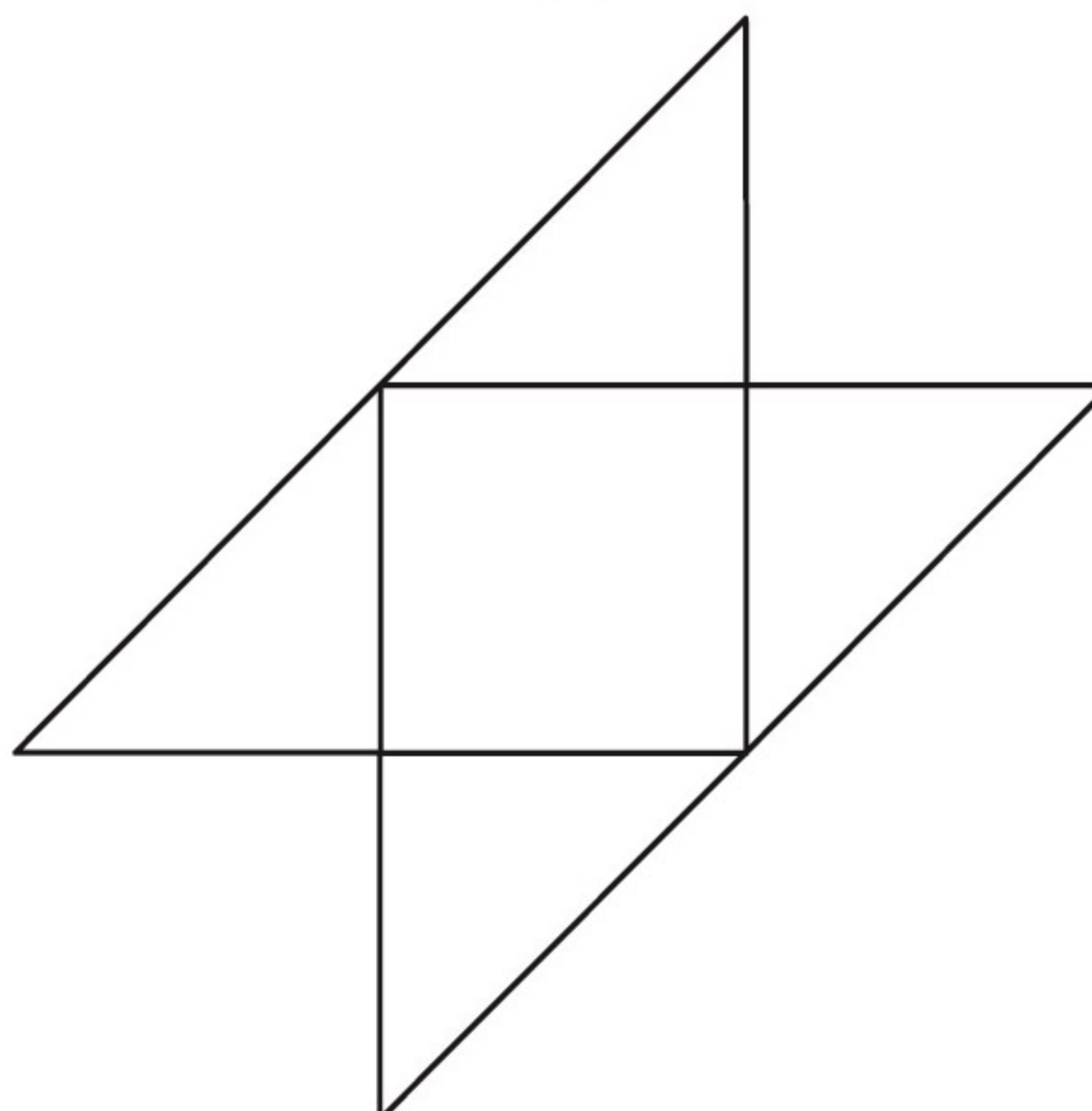
B.



C.



D.



**Zadanie 22. (1 pkt)**

Jeżeli  $A$  jest zdarzeniem losowym takim, że  $P(A) = 6 \cdot P(A')$ , oraz  $A'$  jest zdarzeniem przeciwnym do zdarzenia  $A$ , to prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$  jest równe

- A.  $\frac{5}{6}$                       B.  $\frac{1}{6}$                       C.  $\frac{1}{7}$                       D.  $\frac{6}{7}$

**Zadanie 23. (2 pkt)**

Rozwiąż nierówność

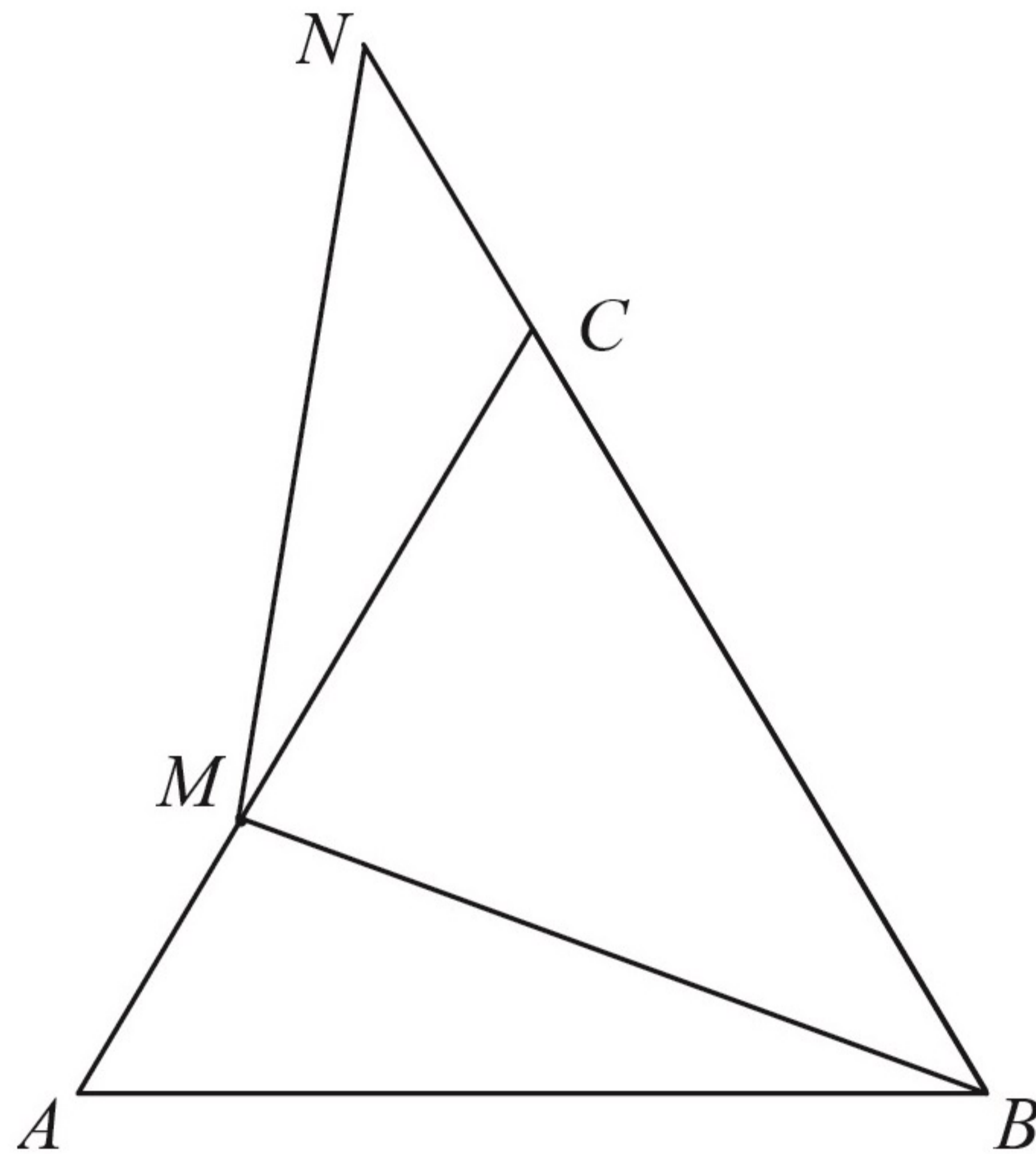
$$-2x^2 + 2x + 24 \geq 0.$$

**Zadanie 24. (2 pkt)**

Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = \frac{2x-b}{x-9}$  dla  $x \neq 9$ , a  $f(14) = 5$ . Oblicz współczynnik  $b$ .

**Zadanie 25. (2 pkt)**

Trójkąt  $ABC$  przedstawiony na poniższym rysunku jest równoboczny, a punkty  $B, C, N$  są współliniowe. Na boku  $AC$  wybrano punkt  $M$  tak, że  $|AM| = |CN|$ . Wykaż, że  $|BM| = |MN|$ .

**Zadanie 26. (2 pkt)**

Dane są wielomiany  $P(x) = -2x^3 + 3x^2 - 1$ ,  $Q(x) = 2x^2 - x - 1$  oraz  $W(x) = ax + b$ . Wyznacz współczynniki  $a$  i  $b$ , tak aby wielomian  $P(x)$  był równy iloczynowi  $W(x) \cdot Q(x)$ .

**Zadanie 27. (2 pkt)**

Uzasadnij, że dla każdej dodatniej liczby całkowitej  $n$  liczba  $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$  jest wielokrotnością liczby 10.

**Zadanie 28. (2 pkt)**

Tabela przedstawia wyniki uzyskane na sprawdzianie przez uczniów klasy III.

Oceny	6	5	4	3	2	1
Liczba uczniów	1	2	6	5	4	2

Oblicz medianę i średnią arytmetyczną uzyskanych ocen.

**Zadanie 29. (2 pkt)**

Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$  polegającego na tym, że liczba oczek w pierwszym rzucie jest o 1 mniejsza od liczby oczek w drugim rzucie.

**Zadanie 30. (2 pkt)**

Liczby 27,  $x$ , 3 są odpowiednio pierwszym, drugim i trzecim wyrazem malejącego ciągu geometrycznego. Oblicz ósmy wyraz tego ciągu.

**Zadanie 31. (4 pkt)**

Oblicz sumę wszystkich liczb trzycyfrowych zapisanych wyłącznie za pomocą cyfr 1, 2, 3, 4 (cyfry mogą się powtarzać).

**Zadanie 32. (4 pkt)**

Podstawą ostrosłupa  $ABCDS$  jest romb  $ABCD$  o boku długości 4. Kąt  $ABC$  rombu ma miarę  $120^\circ$ ,  $|AS| = |CS| = 10$  i  $|BS| = |DS|$ . Oblicz sinus kąta nachylenia krawędzi  $BS$  do płaszczyzny podstawy ostrosłupa.

**Zadanie 33. (4 pkt)**

Wyznacz równanie okręgu przechodzącego przez punkt  $A = (1, 8)$  i stycznego do obu osi układu współrzędnych. Rozważ wszystkie przypadki.