

السؤال 1

عنقود المجتمع والعلوم

في مخبز «الرغيف» يخبزون الخبز والكعك. لهذا الغرض يحضرون نوعين من العجين: عجينا للخبز، وعجينا للكعك.

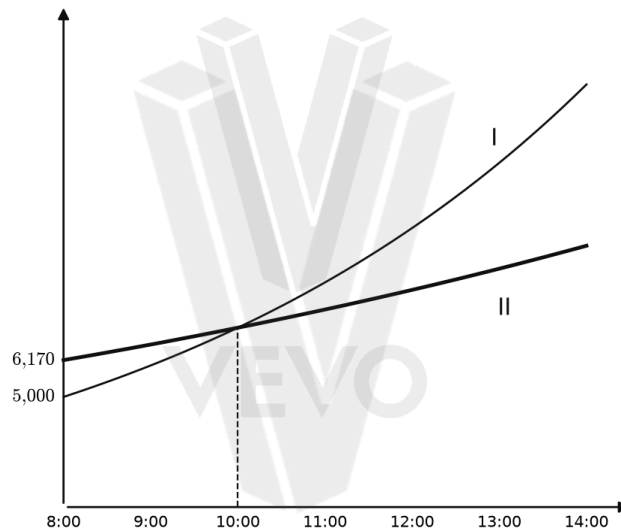
حجم كل واحد من نوعي العجين يكبر بشكل أسّي.

بدأت عملية انتفاخ نوعي العجين في الساعة 8:00.

في هذه الساعة كان حجم عجين الكعك أكبر من حجم عجين الخبز.

في الساعة 10:00 كان حجم نوعي العجين متساويًا.

الرسمان البيانيان I-II في الرسم الذي أمامكم يصفان حجم كل واحد من نوعي العجين، حسب الساعة.



(المحور العمودي: حجم العجين (سم³)؛ المحور الأفقي: الساعة.)

أ. أي رسم من بين الرسمين البيانيين، الرسم I أو الرسم II، يصف حجم عجين الخبز؟

ب. حسب الرسم البياني، ما هو حجم عجين الخبز في الساعة 8:00؟

معطى أنّ حجم عجين الخبز يكبر بـ 20% في كل ساعة.

ج. جدوا ما هو حجم عجين الخبز في الساعة 10:00.

د. جدوا بكم بالمتة يكبر حجم عجين الكعك في كل ساعة.

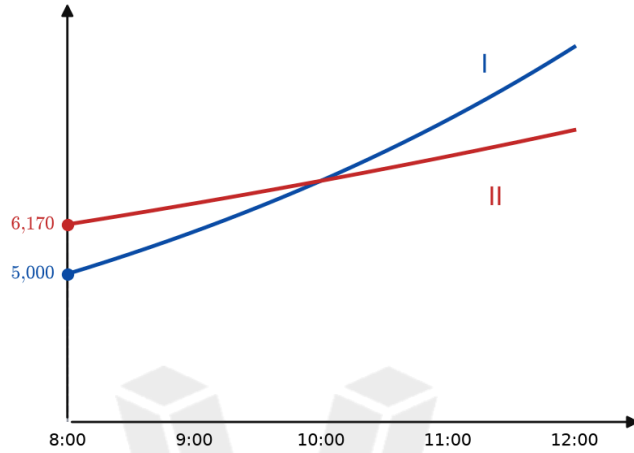
هـ. جدوا ما هو حجم عجين الكعك في الساعة 13:00.

الحل: أ. الرسم I. ب. 5,000 سم³. ج. 7,200 سم³. د. 8% تقريبًا. هـ. 9,076.2 سم³ تقريبًا

الحل الكامل:

البند أ

نرسم المعطيات:



(المحور الأفقي: الساعة، والمحور العمودي: حجم العجين بالسنتيمترات المكعبة).

في الساعة 8:00 يبدأ الرسمان من المحور العمودي. نقرأ الحجم في بداية كل رسم:

I : 5,000

II : 6,170

معطى أنه في الساعة 8:00 كان حجم عجين الكعك أكبر من حجم عجين الخبز. نقارن:

$$6,170 > 5,000$$

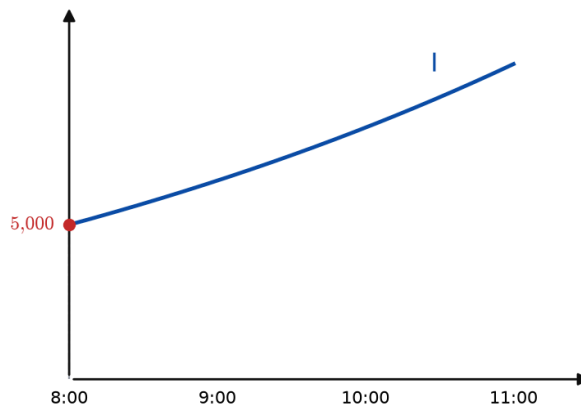
إذن الرسم II (الذي يبدأ أعلى) هو عجين الكعك، والرسم I (الذي يبدأ أسفل) هو عجين الخبز.

الرسم I

الجواب النهائي للبند أ

البند ب

نرسم المعطيات:



عجين الخبز هو الرسم ا (البند أ). نقرأ القيمة المكتوبة عند نقطة بداية الرسم ا على المحور العمودي (الساعة 8:00):

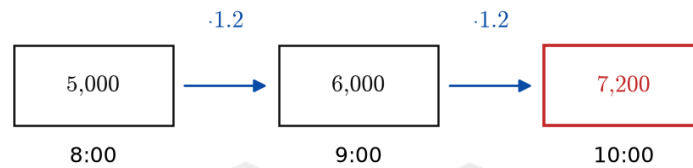
$$A_0 = 5,000$$

5,000 سم³

الجواب النهائي للبند ب

البند ج

نرسم المعطيات:



(في كل ساعة نضرب الحجم بمعامل التزايد نفسه).

حجم عجين الخبز يكثر كل ساعة بنسبة مئوية ثابتة، لذلك نستعمل قانون التزايد من لائحة القوانين:

$$A_t = A_0 \cdot q^t \quad q = \frac{100 \pm p}{100}$$

(القانون موجود في لائحة القوانين التي تكون معك في الامتحان).

هنا تزايد بنسبة $p = 20$ ، فنأخذ الإشارة «+» ونجد معامل التزايد:

$$q = \frac{100 + 20}{100} = \frac{120}{100} = 1.2$$

من الساعة 8:00 حتى الساعة 10:00 مرّت ساعتان، أي $t = 2$. نعوض $A_0 = 5,000$ (البند ب):

$$A_2 = 5,000 \cdot 1.2^2 = 5,000 \cdot 1.44 = 7,200$$

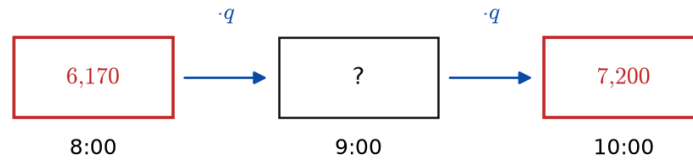
فحص ساعة بعد ساعة:

$$5,000 \cdot 1.2 = 6,000 \rightarrow 6,000 \cdot 1.2 = 7,200 \checkmark$$

7,200 سم³

الجواب النهائي للبند ج

نرسم المعطيات:



(عجين الكعك: يبدأ بـ 6,170 في الساعة 8:00، وبعد ساعتين يصل إلى 7,200.)

في الساعة 10:00 كان حجم نوعي العجين متساويًا، فحجم عجين الكعك في الساعة 10:00 هو أيضًا 7,200 (البند ج). وفي الساعة 8:00 كان حجمه 6,170 (الرسم ا، البند أ).

نعوّض في قانون التزايد $A_t = A_0 \cdot q^t$ القيم التالية (من 8:00 حتّى 10:00 مرّت ساعتان):

$$A_0 = 6,170 \quad t = 2 \quad A_2 = 7,200$$

$$6,170 \cdot q^2 = 7,200$$

نقسم الطرفين على 6,170:

$$q^2 = \frac{7,200}{6,170} \approx 1.16694$$

نأخذ الجذر التربيعي (معامل التزايد موجب):

$$q = \sqrt{1.16694} \approx 1.08025$$

نجد النسبة المئوية من $q = \frac{100+p}{100}$:

$$\frac{100+p}{100} \approx 1.08025 \rightarrow 100+p \approx 108.025 \rightarrow p \approx 8.02 \approx 8$$

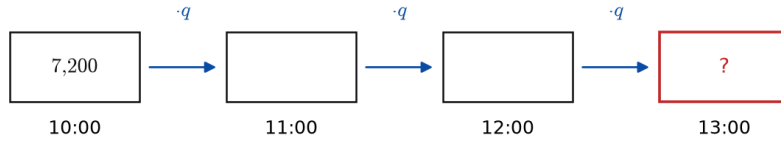
فحص بالمعامل المدوّر $q = 1.08$:

$$6,170 \cdot 1.08^2 = 6,170 \cdot 1.1664 \approx 7,196.7 \approx 7,200 \quad \checkmark$$

8% تقريبًا

الجواب النهائي للبند د

نرسم المعطيات:



(نبدأ من الساعة 10:00، حيث نعرف حجم عجين الكعك بالضبط: 7,200.)

من الساعة 10:00 حتى الساعة 13:00 مرّت 3 ساعات، أي $t = 3$. نعوّض في قانون التزايد $A_0 = 7,200$ ومعامل التزايد من البند د:

$$A_3 = 7,200 \cdot q^3$$

نستعمل قيمة q غير المدوّرة من البند د ($q = \sqrt[3]{\frac{7,200}{6,170}} \approx 1.080248$) ونحسب بالحاسبة:

$$q^3 \approx 1.26058 \rightarrow A_3 \approx 7,200 \cdot 1.26058 \approx 9,076.2$$

(لو عوّضنا المعامل المدوّر 1.08 لحصلنا على $7,200 \cdot 1.08^3 \approx 9,069.9$. الفرق ناتج عن التدوير فقط، لذلك نحسب بالقيمة غير المدوّرة.)

فحص بطريقة ثانية: من الساعة 8:00 حتى الساعة 13:00 مرّت 5 ساعات:

$$6,170 \cdot q^5 \approx 6,170 \cdot 1.47101 \approx 9,076.2 \checkmark$$

9,076.2 سمّ تقريبًا

الجواب النهائي للبند هـ

نص السؤال والأجوبة النهائية: وزارة التربية والتعليم، النموذج 35371، موعد أ، صيف 2023 (الورقة الرسمية بالعبرية؛ الترجمة إلى العربية: فيفو). الحل بالخطوات: فيفو · vevo. حقوق الطبع للوزارة: «النسخ أو النشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة التربية والتعليم».