

السؤال 1 من بجروت الفيزياء — كهرباء ومغناطيسية — بجروت 2004

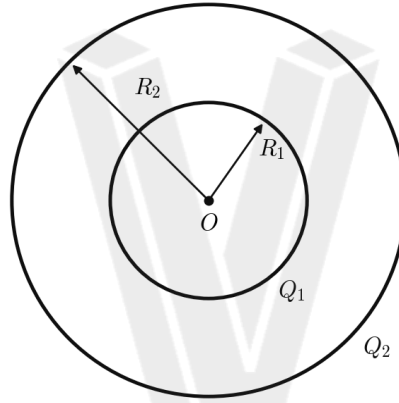
(هنا نحلّ هذا السؤال كاملاً.)

نص السؤال

قشرتان كرويتان رقيقتان من مادّة موصلة لهما مركز مشترك 0. القشرة الداخلية موجودة داخل القشرة الخارجية، وكلّ قشرة مشحونة بشحنة موجبة.

المعطيات:

- نصف قطر القشرة الداخلية R_1 ، وشحنتها $Q_1 > 0$.
- نصف قطر القشرة الخارجية R_2 ، وشحنتها $Q_2 > 0$ ، حيث $R_2 > R_1$.
- القشرتان من مادّة موصلة، والمركز المشترك هو النقطة 0.



أ. المطلوب: التعبير بالمعطيات عن مقدار الحقل الكهربائي الكلي الذي تكوّنه القشرتان في كلّ نقطة من النقاط الثلاث:

النقطة (1) هي المركز 0. النقطة (2) خارج القشرة الداخلية وقريبة جدّاً منها (بعدها عن المركز يُعتبر R_1). النقطة (3) خارج القشرة الخارجية وقريبة جدّاً منها (بعدها عن المركز يُعتبر R_2).

ب. المطلوب: التعبير بالمعطيات عن مقدار الجهد الكهربائي الكلي في كلّ نقطة من النقاط الثلاث:

النقطة (1) هي المركز 0، والنقطة (2) على سطح القشرة الداخلية، والنقطة (3) على سطح القشرة الخارجية.

ج. المطلوب: على أيّ القشرتين يكون الجهد الكهربائي أكبر؟ مع التعليل.

د. نصل القشرتين بسلك موصل رقيق مقاومته مهملة، فتستطيع الشحنات أن تنتقل بينهما. المطلوب: التعبير بالمعطيات عن الشحنة على كلّ قشرة بعد أن يتوقّف التيار في السلك.

الحل: أ. في المركز: $E = 0$ قرب الداخلية: $E = \frac{kQ_1}{R_1^2}$ قرب الخارجية: $E = \frac{k(Q_1+Q_2)}{R_2^2}$
 ب. في المركز وعلى الداخلية: $V = \frac{kQ_1}{R_1} + \frac{kQ_2}{R_2}$ على الخارجية: $V = \frac{k(Q_1+Q_2)}{R_2}$
 ج. جهد القشرة الداخلية أكبر د. الداخلية بلا شحنة شحنة الخارجية $Q_1 + Q_2$

(صياغة السؤال والرسومات والحل: فيفو · vevo)

الحل الكامل:

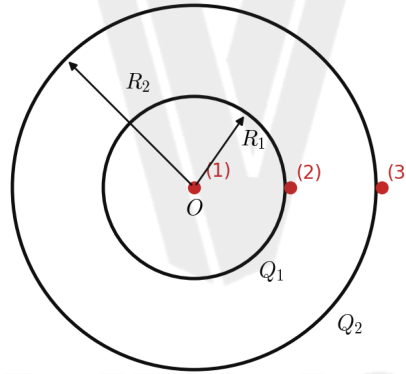
البند أ

نستعمل مبدأ التراكب: الحقل الكلي هو مجموع حقل القشرة الداخلية وحقل القشرة الخارجية.

حقل قشرة كروية مشحونة: داخلها صفر، وخارجها مثل حقل شحنة نقطية في مركزها:

$$E = 0 \quad (r < R), \quad E = \frac{kQ}{r^2} \quad (r \geq R)$$

(القانون موجود في لائحة القوانين التي تكون معك في الامتحان.)



(1) النقطة 0 داخل القشرتين كليهما، فحقل كل قشرة فيها صفر:

$$E_O = 0 + 0 = 0$$

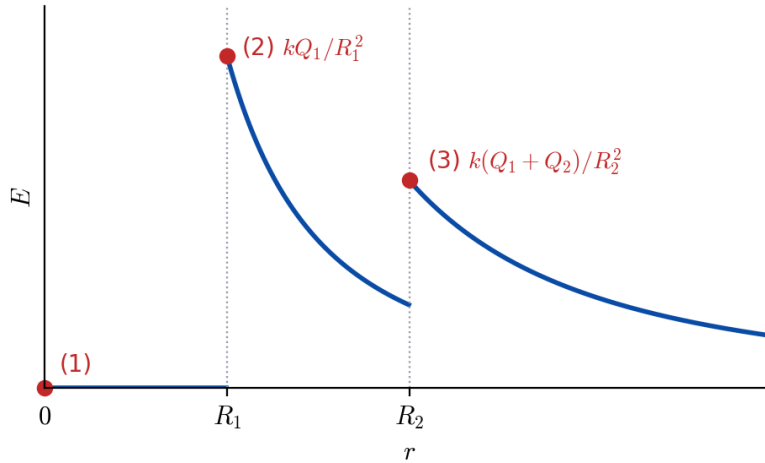
(2) النقطة خارج القشرة الداخلية، لكنها داخل القشرة الخارجية. فقط القشرة الداخلية تكون حقلًا فيها:

$$E_2 = \frac{kQ_1}{R_1^2} + 0 = \frac{kQ_1}{R_1^2}$$

(3) النقطة خارج القشرتين كليهما. الحقلان في الاتجاه نفسه (من المركز إلى الخارج)، لأن الشحنتين موجبتان:

$$E_3 = \frac{kQ_1}{R_2^2} + \frac{kQ_2}{R_2^2} = \frac{k(Q_1 + Q_2)}{R_2^2}$$

الرسم البياني لمقدار الحقل كدالة للبعد عن المركز:



الحقل يقفز عند كل قشرة، لأن على سطحها شحنة.

$$E_O = 0, \quad E_2 = \frac{kQ_1}{R_1^2}, \quad E_3 = \frac{k(Q_1+Q_2)}{R_2^2}$$

الجواب النهائي للبند أ

البند ب

جهد قشرة كروية مشحونة: داخلها وعلى سطحها ثابت ويساوي جهد سطحها، وخارجها مثل جهد شحنة نقطية:

$$V = \frac{kQ}{R} \quad (r \leq R), \quad V = \frac{kQ}{r} \quad (r \geq R)$$

(القانون موجود في لائحة القوانين التي تكون معك في الامتحان.)

الجهد كميّة عددية، فنجمع جهدي القشريتين.

(1) النقطة 0 داخل القشريتين كليهما:

$$V_O = \frac{kQ_1}{R_1} + \frac{kQ_2}{R_2}$$

(2) نقطة على سطح القشرة الداخلية: هي على سطح الأولى وداخل الثانية:

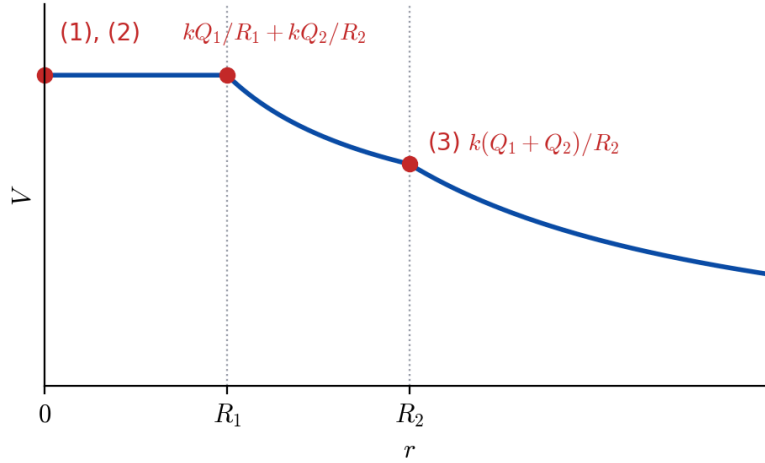
$$V_1 = \frac{kQ_1}{R_1} + \frac{kQ_2}{R_2}$$

(النتيجة نفسها كما في النقطة 0، لأن الحقل داخل القشرة الداخلية صفر، فالجهد لا يتغير من المركز حتى سطحها.)

(3) نقطة على سطح القشرة الخارجية: بعدها عن المركز R_2 ، وهي خارج القشرة الداخلية:

$$V_2 = \frac{kQ_1}{R_2} + \frac{kQ_2}{R_2} = \frac{k(Q_1 + Q_2)}{R_2}$$

الرسم البياني للجهود كدالة للمسافة عن المركز:



الجهود ثابتة من المركز حتى القشرة الداخلية، ثم يتناقص.

$$V_0 = V_1 = \frac{kQ_1}{R_1} + \frac{kQ_2}{R_2}, \quad V_2 = \frac{k(Q_1 + Q_2)}{R_2}$$

الجواب النهائي للبند ب

البند ج

نطرح جهد القشرة الخارجية من جهد القشرة الداخلية:

$$V_1 - V_2 = \frac{kQ_1}{R_1} + \frac{kQ_2}{R_2} - \frac{kQ_1}{R_2} - \frac{kQ_2}{R_2} = kQ_1 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

نصف القطر R_1 أصغر من R_2 ، والشحنة Q_1 موجبة، فالفرق موجب:

$$V_1 - V_2 > 0$$

تعليل آخر: بين القشرتين يوجد حقل اتجاهه من الداخل إلى الخارج (من الشحنة الموجبة على الداخلية). الجهود يتناقص في اتجاه الحقل، فجهود الداخلية أكبر.

جهد القشرة الداخلية أكبر

الجواب النهائي للبند ج

البند د

الشحنات تنتقل في السلك ما دام بين طرفيه فرق جهد. التيار يتوقف عندما يتساوى جهد القشرتين.

نرمز للشحنة النهائية على القشرة الداخلية بالرمز q . الشحنة الكلية محفوظة، فالشحنة على الخارجية هي $Q_1 + Q_2 - q$.

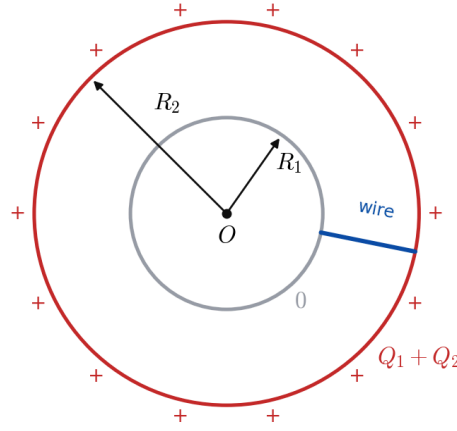
نكتب شرط تساوي الجهود بالقانون من البند ج (مع الرمز q مكان الشحنة الداخلية):

$$V_1 - V_2 = kq \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = 0$$

القوس لا يساوي صفرًا، لأن $R_1 \neq R_2$. إذن:

$$q = 0$$

كلّ الشحنة تنتقل إلى القشرة الخارجية، وتتوزّع على سطحها الخارجي:



هذا يتّفق مع قاعدة الموصل: القشّرتان مع السلك صارتا موصلًا واحدًا، والشحنة الزائدة على موصل تكون على سطحه الخارجي فقط.

$$q_1 = 0, \quad q_2 = Q_1 + Q_2$$

الجواب النهائي للبند د: الداخليّة بلا شحنة

نصّ الأسئلة والصور: وزارة التربية والتعليم، النموذج قديم، بجروت 2004، صياغة الأسئلة والرسومات والحلّ: فيفو · vevo. حقوق الطبع للوزارة: «النسخ أو النشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة التربية والتعليم».

VEVO