السؤال 1 من بجروت الفيزياء — كهرباء ومغناطيسيّة — بجروت 1993

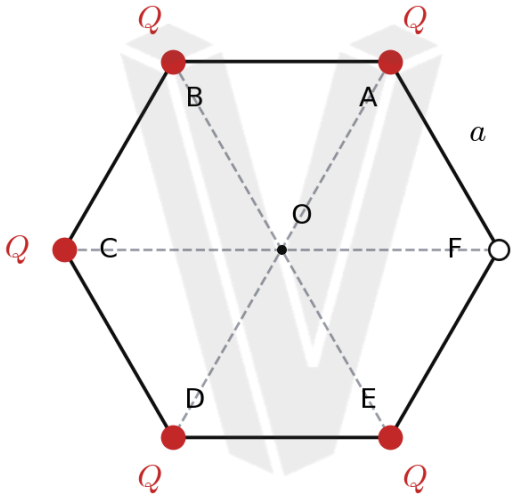
(هنا نحلّ هذا السؤال كاملًا.)

نصّ السؤال

لدينا مسدّس منتظم طول ضلعه a، ومركزه النقطة O. في خمسة من رؤوسه (A، B، C، D، E) توجد شحنة نقطيّة موجبة Q، والرأس السادس F فارغ. نعبّر عن كلّ الأجوبة بدلالة المعطيات.

المعطيات:

- طول ضلع المسدّس a، وهو أيضًا بعد كلّ رأس عن المركز O.
- في كلّ رأس من الرؤوس الخمسة شحنة موجبة مقدارها Q.
- الرأس F بلا شحنة، والمركز O بلا شحنة.



أ. المطلوب: الحقل الكهربائيّ المحصّل في المركز O (مقدارًا واتّجاهًا)، مع التعليل.

ب. المطلوب: ننقل شحنة إضافيّة Q من اللانهاية إلى المركز O. ما الشغل الذي نبذله ضدّ قوّة الحقل؟

ج. ننقل الآن الشحنة الإضافيّة من المركز إلى الرأس F.

المطلوب في ج(1): الحقل المحصّل في المركز O الآن.

المطلوب في ج(2): هل نحتاج الآن لبذل شغل لإحضار شحنة Q من اللانهاية إلى المركز؟ علّل.

د. نجعل الشحنة في الرأس A والرأس C والرأس E سالبة مقدارها Q. في باقي الرؤوس تبقى الشحنة موجبة مقدارها Q، والمركز بلا شحنة.

المطلوب في د: هل تؤدّي هذه العمليّة إلى تغيّر الجهد الكهربائيّ في المركز؟ علّل.

حقوق النشر محفوظة لدى فيفو. يُحظر نشر أو توزيع أو نسخ أو تصوير أو إعادة كتابة هذه الحلول بأيّ أداة أو أيّ صورة، كلّها أو جزء منها، بدون إذن خطّيّ من فيفو.

الحلّ: أ. $E_O = \frac{kQ}{a^2}$ نحو F ب. $W = \frac{5kQ^2}{a}$ ج(1). $E_O = 0$ ج(2). نعم، $W = \frac{6kQ^2}{a}$

د. نعم، يصبح $V_O = 0$

(صياغة السؤال والرسومات والحلّ: فيفو · vevo.)

الحلّ الكامل:

البند أ

الحقل الذي تنتجه شحنة نقطيّة على بعد r منها:

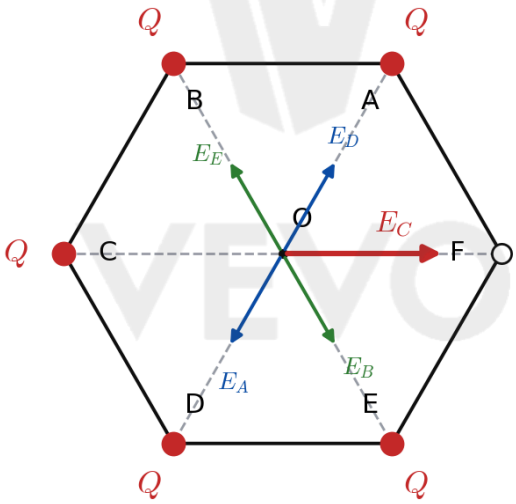
$$E = \frac{kQ}{r^2}$$

(القانون موجود في لائحة القوانين التي تكون معك في الامتحان.)

كلّ الرؤوس على البعد نفسه a من المركز، والشحنات متساوية. لذلك مقدار حقل كلّ شحنة في O هو نفسه:

$$E_1 = \frac{kQ}{a^2}$$

حقل شحنة موجبة يتّجه بعيدًا عنها. نرسم الحقول الخمسة في O:



الشحنة في A تقابلها الشحنة في D على القطر نفسه. حقلاهما متساويان ومتعاكسان، فيلغي أحدهما الآخر. وكذلك الشحنة في B مع الشحنة في E.

يبقى فقط حقل الشحنة في C، لأنّ الرأس المقابل لها F فارغ. حقلها في O يتّجه بعيدًا عن C، أي نحو F:

$$E_O = E_C = \frac{kQ}{a^2}$$

$E_O = \frac{kQ}{a^2}$ باتّجاه الرأس F

الجواب النهائيّ للبند أ

حقوق النشر محفوظة لدى فيفو. يُحظر نشر أو توزيع أو نسخ أو تصوير أو إعادة كتابة هذه الحلول بأيّ أداة أو أيّ صورة، كلّها أو جزء منها، بدون إذن خطّيّ من فيفو.

البند ب

الجهد الذي تنتجه شحنة نقطيّة على بعد r منها (الجهد في اللانهاية صفر):

$$V = \frac{kQ}{r}$$

(القانون موجود في لائحة القوانين التي تكون معك في الامتحان.)

الجهد كمّيّة عدديّة، فنجمع جهود الشحنات الخمس جمعًا عاديًّا:

$$V_O = 5 \cdot \frac{kQ}{a} = \frac{5kQ}{a}$$

الشغل الذي نبذله لنقل شحنة ببطء من اللانهاية إلى نقطة يساوي الشحنة مضروبة في جهد تلك النقطة:

$$W = q\,(V_O - V_\infty)$$

نعوّض الشحنة $q = Q$ والجهد في اللانهاية $V_\infty = 0$:

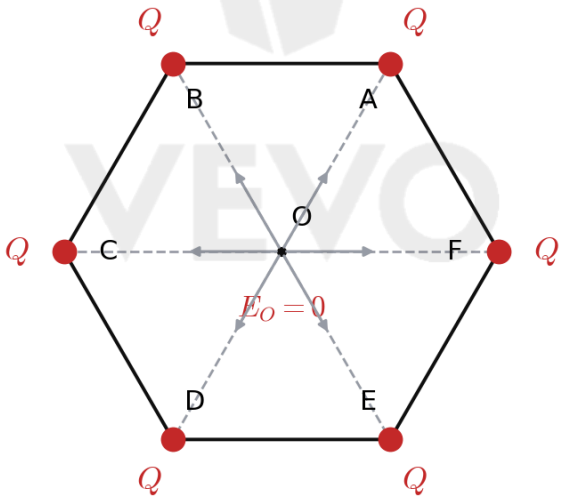
$$W = Q \cdot \frac{5kQ}{a} = \frac{5kQ^2}{a}$$

$$\boxed{W = \frac{5kQ^2}{a}}$$

الجواب النهائيّ للبند ب

البند ج(1)

الآن في الرؤوس الستّة شحنات متساوية Q، كلّها على البعد a من المركز:



كلّ شحنة تقابلها شحنة مساوية في الرأس المقابل. الحقول الستّة تلغي بعضها مثنى مثنى:

$$\vec{E}_O = 0$$

$$\boxed{E_O = 0}$$

الجواب النهائيّ للبند ج(1)

حقوق النشر محفوظة لدى فيفو. يُحظر نشر أو توزيع أو نسخ أو تصوير أو إعادة كتابة هذه الحلول بأيّ أداة أو أيّ صورة، كلّها أو جزء منها، بدون إذن خطّيّ من فيفو.

البند ج(2)

الحقل في المركز صفر، لكنّ الشغل لا يتعلّق بالحقل في النقطة الأخيرة فقط. الشغل يتعلّق بفرق الجهد بين اللانهاية والمركز.

الجهد في المركز الآن هو مجموع جهود ستّ شحنات موجبة، وهو ليس صفرًا:

$$V_O = 6 \cdot \frac{kQ}{a} = \frac{6kQ}{a}$$

في الطريق من اللانهاية إلى المركز يوجد حقل يدفع الشحنة الموجبة إلى الخارج. لذلك نعم، علينا أن نبذل شغلًا:

$$W = Q \cdot \frac{6kQ}{a} = \frac{6kQ^2}{a}$$

$$\boxed{W = \frac{6kQ^2}{a}}$$

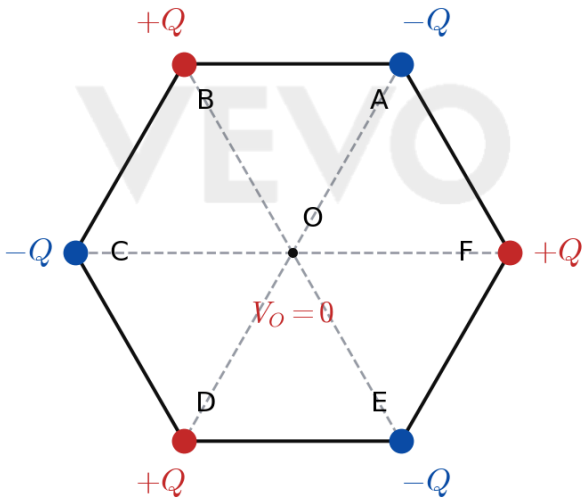
الجواب النهائيّ للبند ج(2)

البند د

نتابع من وضع البند ج: في كلّ الرؤوس الستّة شحنة موجبة Q، فالجهد في المركز قبل التغيير:

$$V_O = \frac{6kQ}{a}$$

بعد التغيير: الشحنات السالبة في الرأس A والرأس C والرأس E، والشحنات الموجبة في الرأس B والرأس D والرأس F:



كلّ الشحنات على البعد a من المركز، فنجمع الجهود مع إشاراتها:

$$V'_O = \frac{k}{a}(3Q - 3Q) = 0$$

حقوق النشر محفوظة لدى فيفو. يُحظر نشر أو توزيع أو نسخ أو تصوير أو إعادة كتابة هذه الحلول بأيّ أداة أو أيّ صورة، كلّها أو جزء منها، بدون إذن خطّيّ من فيفو.

الجهد في المركز انخفض من $\frac{6kQ}{a}$ إلى صفر، إذن العمليّة تغيّر الجهد.

(لو بدأنا من الوضع الأصليّ بخمس شحنات فقط، فالجهد قبل التغيير وبعده:)

$$\frac{5kQ}{a} \;\rightarrow\; \frac{k}{a}\,(2Q-3Q) = -\frac{kQ}{a}$$

(فيتغيّر الجهد في هذه القراءة أيضًا.)

نعم، يصبح الجهد في المركز صفرًا

الجواب النهائيّ للبند د

نصّ الأسئلة والصور: وزارة التربية والتعليم، النموذج قديم، بجروت 1993. صياغة الأسئلة والرسومات والحلّ: فيفو · vevo. حقوق الطبع للوزارة: «النسخ أو النشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة التربية والتعليم».

حقوق النشر محفوظة لدى فيفو. يُحظر نشر أو توزيع أو نسخ أو تصوير أو إعادة كتابة هذه الحلول بأيّ أداة أو أيّ صورة، كلّها أو جزء منها، بدون إذن خطّيّ من فيفو.