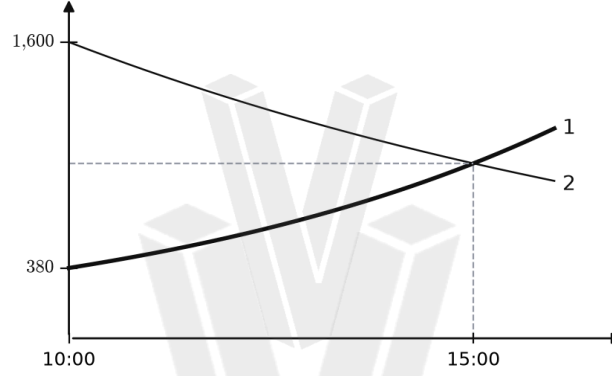


السؤال 1 من بجروت الرياضيات 3 وحدات — شتاء 2022، النموذج 35371

عنقود المجتمع والعلوم

السؤال 1

في كيبوتس توجد بركتا سباحة: بركة البالغين وبركة الأولاد.
في يوم معيّن قرّروا أن يُفْرغوا بركة البالغين وأن يملؤوا بركة الأولاد.
أمامكم الرسم البياني 1 والرسم البياني 2: كل واحد منهما يصف كميّة الماء التي كانت في إحدى البركتين من الساعة 10:00 حتّى الساعة 16:00.



(المحور العمودي: كميّة الماء (م³); المحور الأفقي: الزمن (بالساعات). 1: الرسم البياني 1، 2: الرسم البياني 2.)

أ. حدّدوا أيّ رسم بياني يصف كميّة الماء في بركة البالغين، وأيّ رسم بياني يصف كميّة الماء في بركة الأولاد.

ب. ما هي كميّة الماء التي كانت في كلّ واحدة من البركتين في الساعة 10:00؟
كميّة الماء في بركة البالغين تتناقص بشكل أُسّي. في كلّ ساعة تتناقص كميّة الماء بـ 10%.

ج. احسبوا كميّة الماء التي كانت في بركة البالغين في الساعة 15:00.

معطى: في الساعة 15:00 كانت كميّة الماء في البركتين متساوية.

كميّة الماء في بركة الأولاد تزداد بشكل أُسّي.

د. جدوا بكم ضعفًا تزداد كميّة الماء في بركة الأولاد في كلّ ساعة.

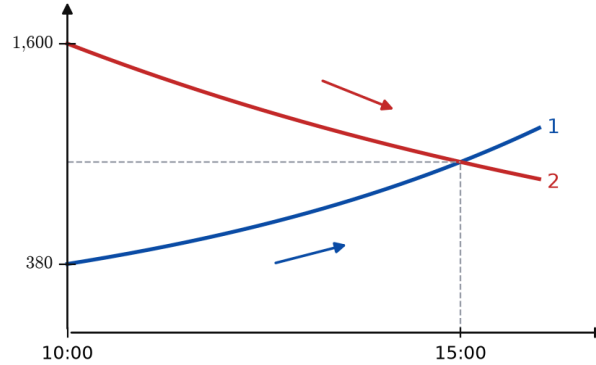
الحل: أ. الرسم 2 – بركة البالغين، الرسم 1 – بركة الأولاد ب. البالغين 1,600 م³، الأولاد 380 م³
ج. 944.784 م³ د. $q \approx 1.2$ ضعف في كلّ ساعة

(لا يوجد حلّ رسمي منشور من الوزارة لهذا الموعد؛ الأجوبة هنا مفحوصة حسابيًا.)

الحل الكامل:

البند أ

نرسم المعطيات:



(بالأحمر: الرسم 2 الذي ينزل؛ بالأزرق: الرسم 1 الذي يصعد).

بركة البالغين تُفَرِّغ، أي أنّ كميّة الماء فيها تقلّ مع مرور الوقت. لذلك رسمها البيانيّ ينزل من اليسار إلى اليمين. الرسم الذي ينزل هو الرسم 2 (يبدأ عاليًا ثمّ ينخفض):

إذن الرسم البيانيّ 2 يصف كميّة الماء في بركة البالغين.

بركة الأولاد تُملأ، أي أنّ كميّة الماء فيها تكبر مع مرور الوقت. لذلك رسمها البيانيّ يصعد. الرسم الذي يصعد هو الرسم 1:

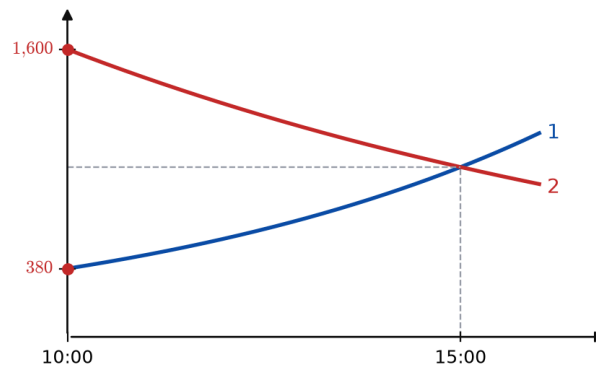
إذن الرسم البيانيّ 1 يصف كميّة الماء في بركة الأولاد.

الرسم 2 – بركة البالغين، الرسم 1 – بركة الأولاد

الجواب النهائيّ للبند أ

البند ب

نرسم المعطيات:



(النقطتان الحمراءوان: بداية كلّ رسم بيانيّ عند الساعة 10:00).

الساعة 10:00 هي بداية الرسمين (عند المحور العمودي). نقرأ القيمة المكتوبة عند النقطة التي يبدأ منها كل رسم. الرسم 2 (بركة البالغين) يبدأ من (بالأمتار المكعبة):

1,600

الرسم 1 (بركة الأولاد) يبدأ من (بالأمتار المكعبة):

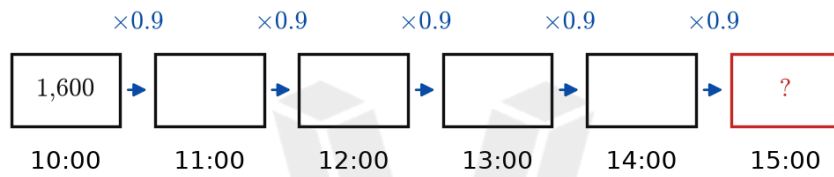
380

بركة البالغين: 1,600 م³ · بركة الأولاد: 380 م³

الجواب النهائي للبند ب

البند ج

نرسم المعطيات:



(في كل ساعة نضرب كمّية الماء بمعامل التضاؤل نفسه 0.9).

كمّية الماء في بركة البالغين تتناقص بنسبة مئوية ثابتة في كل ساعة، لذلك نستعمل قانون التضاؤل من لائحة القوانين:

$$A_t = A_0 \cdot q^t \quad q = \frac{100 \pm p}{100}$$

(القانون موجود في لائحة القوانين التي تكون معك في الامتحان).

هنا تضاؤل بنسبة $p = 10$ ، فنأخذ الإشارة «-» ونجد معامل التضاؤل:

$$q = \frac{100 - 10}{100} = \frac{90}{100} = 0.9$$

الكمّية في البداية هي كمّية الساعة 10:00 (من البند ب)، ومن الساعة 10:00 حتّى الساعة 15:00 مرّت 5 ساعات:

$$A_0 = 1,600 \quad t = 15 - 10 = 5$$

نعوّض في قانون التضاؤل:

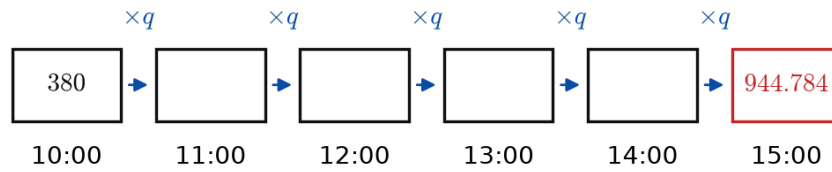
$$A_5 = 1,600 \cdot 0.9^5 = 1,600 \cdot 0.59049 = 944.784$$

(فحص: لو طرحنا 10% ساعة بعد ساعة: 1,600 ← 1,440 ← 1,296 ← 1,166.4 ← 1,049.76 ← 944.784)

944.784 م³

الجواب النهائي للبند ج

نرسم المعطيات:

(معامل التزايد في بركة الأولاد q مجهول؛ في الساعة 15:00 الكمية مثل بركة البالغين.)

في الساعة 15:00 كانت الكميتان متساويتين، فكمية الماء في بركة الأولاد في الساعة 15:00 هي ما وجدناه في البند ج. في الساعة 10:00 كانت 380 م³ (البند ب)، ومزّت 5 ساعات:

$$A_0 = 380 \quad t = 5 \quad A_5 = 944.784$$

كمية الماء تزداد بشكل أسّي، فنعوّض في قانون التزايد $A_t = A_0 \cdot q^t$:

$$380 \cdot q^5 = 944.784$$

نقسم الطرفين على 380:

$$q^5 = \frac{944.784}{380} \approx 2.4863$$

نأخذ الجذر الخامس بالحاسبة:

$$q = \sqrt[5]{2.4863} \approx 1.1998 \approx 1.2$$

نتحقّق بالتعويض:

$$380 \cdot 1.2^5 = 380 \cdot 2.48832 \approx 945.6 \approx 944.8 \checkmark$$

(الفرق الصغير ناتج عن تقريب q إلى 1.2. معنى الجواب: في كلّ ساعة نضرب كمية الماء بـ 1.2، أي أنّها تزداد بـ 20% تقريبًا في كلّ ساعة.)

في كلّ ساعة تكبر الكمية بـ 1.2 ضعف تقريبًا: $q \approx 1.2$

الجواب النهائي للبند د

نص السؤال والأجوبة النهائية: وزارة التربية والتعليم، النموذج 35371، شتاء 2022 (الورقة الرسمية بالعربية؛ الترجمة إلى العربية؛ فيفو؛ لا حلّ رسمي منشور لهذا الموعد). الحلّ بالخطوات: فيفو · vevo. حقوق الطبع للوزارة: «النسخ أو النشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة التربية والتعليم».