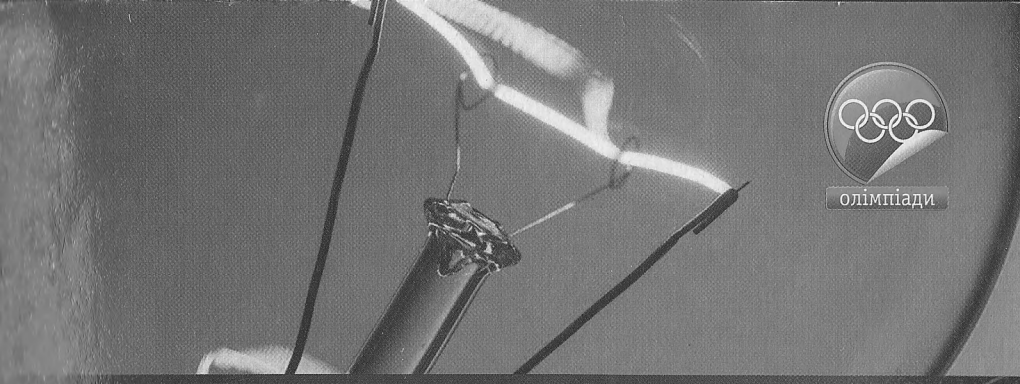


олімпіади

О. Ю. Орлянський

Готуємось до районних олімпіад з фізики

- Завдання
- Відповіді, вказівки та розв'язання для всіх задач

ОСНОВА
видавнича група

Умови задач Всеукраїнської олімпіади з фізики у Дніпропетровській області

II ЕТАП ОЛІМПІАДИ ЗА 1999–2013 РОКИ, 7–8 КЛАСИ

7 клас

XXXVII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 1999 р.

1 (7, 1999Р). Хлопчик відбиває м'яч від стінки, наближаючись до неї найкоротшим шляхом зі швидкістю $1\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Який шлях прокотився м'яч, якщо відстань між хлопчиком і стінкою скоротилася на 4 м? Швидкість м'яча в три рази більша, ніж швидкість хлопчика.

2 (7, 1999Р). Два автомобілі виїжджають одночасно назустріч один одному з двох міст, відстань між якими дорівнює 200 км. За дві години вони зустрічаються, після чого перший автомобіль прибуває в друге місто на 1 годину 40 хвилин пізніше, ніж другий автомобіль у перше місто. Визначте швидкості автомобілів.

3 (7, 1999Р). Корона виготовлена із золота й срібла. Визначте її середню густину, якщо маси золота й срібла однакові. Густина золота — $19{,}5\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, густина срібла — $10{,}5\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

4 (7, 1999Р). На стіл насипали дві гірки піску. Вони мають однакову форму й різні розміри. Висота однієї у два рази більша. У скільки разів у ній більше піщинок?

5 (7, 1999Р). На пачці паперу для лазерного принтера написано:

500 / A4 / 210 × 297 80 g/m^2

Спробуйте здогадатися, про що йдеться в цьому написі, і визначити масу пачки паперу. Зазначимо, що англійською мовою слова *грам* і *метр* записують як *gram* і *metre*.

XXXVII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 1999 р.

1 (7, 1999Д). Хлопчик відбиває м'яч від стінки, рухаючись уздовж неї зі швидкістю $50\,\frac{\text{см}}{\text{с}}$. Який шлях прокотився м'яч, якщо хлопчик пройшов так 3 м? Швидкість м'яча у вісім разів більша, ніж швидкість хлопчика.

2 (7, 1999Д). Два автомобілі виїжджають одночасно назустріч один одному з двох міст, відстань між якими дорівнює 200 км. Через дві години вони зустрічаються, після чого перший автомобіль прибуває в друге місто на 1 годину 40 хвилин пізніше, ніж другий автомобіль у перше місто. Визначте швидкості автомобілів.

3 (7, 1999Д). Корона виготовлена із золота і срібла. Визначте її середню густину, якщо маси золота й срібла однакові. Густина золота — $19{,}5\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, густина срібла — $10{,}5\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

4 (7, 1999Д). На стіл насипали дві гірки піску. Вони мають однакову форму та різні розміри. Висота однієї в чотири рази більша. У скільки разів у ній більше піщинок? У скільки разів відрізняється кількість піщинок, які ми можемо безпосередньо побачити, уважно роздивляючись більшу й меншу гірки?

5 (7, 1999Д). На пачці паперу для лазерного принтера написано:

500 / A4 / 210 × 297
80 g/m^2

Спробуйте здогадатися, про що йдеться в цьому написі, і визначити масу пачки паперу. Зазначимо, що англійською мовою слова *грам* і *метр* записують як *gram* і *metre*.

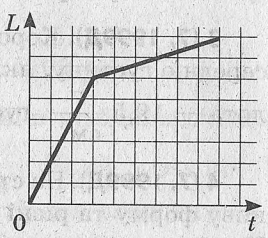
XLII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2004 р.

1 (7, 2004Р). Залізне відро, яке має масу 1,5 кг, по вінця наповнили водою (у відро увійшло 11,5 літрів води). Після цього у відро обережно занурили двокілограмову залізну гирю й шматок алюмінію об'ємом 200 см^3. Визначте масу відра разом із тим, що в ньому міститься. Густина заліза — $7{,}8\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, алюмінію — $2{,}7\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

2 (7, 2004Р). Дві дороги перетинаються під прямим кутом. Уздовж доріг у напрямку перехрестя їдуть два автомобілі. Коли перший автомобіль досяг перехрестя, відстань від нього до другого автомобіля становила 300 м. Коли через деякий проміжок часу другий автомобіль переїжджав перехрестя, відстань від нього до першого автомобіля становила 200 м. Визначте, якою буде відстань між автомобілями через такий самий проміжок часу після цього.

3 (7, 2004Р). На двох шальках терезів містяться срібні й золоті монети, які мають однакові розміри. Згідно з показами терезів, ліва шалька з монетами важча на 1 г. Після того, як із лівої шальки 5 срібних монет переклали на праву, а з правої дві золоті переклали на ліву, терези показали, що тепер уже права шалька важча від лівої на 2 г. Визначте об'єм однієї монети. Вважати, що густина срібної монети дорівнює $10\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, а золотої — $19\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

4 (7, 2004Р). Відомо, що першу частину шляху автомобіль їхав зі швидкістю $90\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Визначте швидкість автомобіля на другій частині шляху й середню швидкість на всьому шляху, якщо графік залежності шляху від часу має вигляд двох прямолінійних відрізків (для першої та другої частин).



5 (7, 2004Р). Пліт, що має форму прямокутника зі сторонами 5×10 м, рухається вночі за течією річки зі швидкістю $1\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Уздовж краю плоту ходить людина з гасовою лампою зі швидкістю $0{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Нарисуйте траєкторію руху ліхтарика відносно землі за 1 хвилину руху (саме вздовж цієї лінії буде рухатися світлова пляма, якщо спостерігати за місцевістю згори). Початкову точку руху виберіть самостійно.

XLII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2004 р.

1 (7, 2004Д). Залізне відро, яке має масу 1,5 кг, по вінця наповнили водою (у відро увійшло 11,5 літрів води). Після цього у відро обережно занурили шістнадцятикілограмову залізну гирю. Густина заліза — $7{,}8\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Визначте, якою стала вага відра разом із гирею й водою, що містяться в ньому. Як ви вважаєте, якщо на поверхню води обережно покласти шматок пінопласту, зміниться вага відра разом з усім, що є в ньому, чи ні?

Відповідь обґрунтуйте.

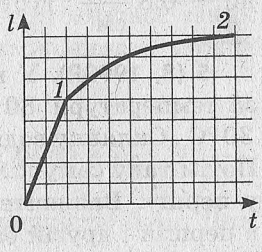
2 (7, 2004Д). Екран монітора комп'ютера має ширину 40 см. Електронний промінь дуже швидко пробігає рядок за рядком уздовж екрана й малює зображення. Кількість таких рядків дорівнює 1200. Після того, як промінь пробігає всі рядки, він повертається на початок, і все починається знову. Частота таких повторень дорівнює 100 Гц (100 разів за секунду).

Визначте швидкість, з якою електронний промінь пробігає вздовж екрану.

3 (7, 2004Д). На двох шальках терезів містяться срібні й золоті монети, які мають однакові розміри. Згідно з показами терезів, ліва шалька зі срібними монетами важча на 2 г від правої шальки із золотими монетами. Після того, як із лівої шальки п'ять срібних монет переклали на праву, а з правої дві золоті переклали на ліву, терези показали, що тепер уже права шалька важча від лівої на 4 г. Густина срібної монети дорівнює $10\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, золотої — $19\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Визначте об'єм однієї монети. Якою може бути загальна кількість срібних і золотих монет?

4 (7, 2004Д). Відомо, що першу частину шляху на під'їзді до міста автомобіль їхав зі швидкістю $100\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$ (*ділянка 0–1 на рисунку*).



Визначте середню швидкість автомобіля в місті (*ділянка 1–2 на рисунку*) і середню швидкість за весь час руху.

5 (7, 2004Д). Пліт, що має форму прямокутника зі сторонами 5×10 м, рухається вночі за течією річки зі швидкістю $0{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Уздовж краю плоту ходить людина з гасовою лампою зі швидкістю $1\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Нарисуйте траєкторію руху ліхтарика відносно землі за 30 секунд руху (саме вздовж цієї лінії буде рухатися світлова пляма, якщо спостерігати за місцевістю згори). Початкову точку руху виберіть самостійно.

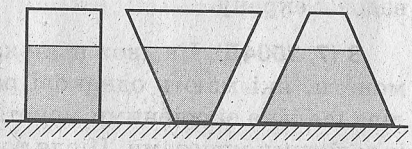
8 клас

XXXVII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 1999 р.

1 (8, 1999Р). Цирковий собака біжить поверхнею великої кулі зі швидкістю $1\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ відносно цієї поверхні. З якою швидкістю й куди котиться куля?

2 (8, 1999Р). Цеглину, яка має розміри $10 \times 5 \times 25$ см, ставлять на горизонтальну поверхню. З'ясувалося, що в одному положенні тиск на поверхню становить 10 кПа, в іншому — 6 кПа. Визначте тиск у третьому положенні.

3 (8, 1999Р). Як буде змінюватися тиск на дно трьох посудин різної форми (*див. рисунок*) за нагрівання води? Відповідь поясніть.



4 (8, 1999Р). Грані дерев'яного й гумового кубиків однакової маси склеїли так, що їхні центри співпали, а ребра виявилися паралельними. Після цього одержану «конструкцію» опустили у воду. Що станеться? Нарисуйте й поясніть. Густина деревини — $0{,}8\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, густина гуми — $1{,}2\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

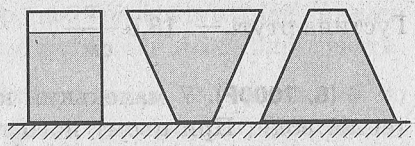
5 (8, 1999Р). У першій літровій банці міститься 1 літр води за температури $80\,^\circ\text{C}$, у другій — 800 мл води за температури $30\,^\circ\text{C}$. Склянку води (200 мл) з першої банки переливають у другу. Потім таку саму кількість води з другої банки переливають назад у першу. Визначте температуру, яка після цього встановиться в першій і другій банці. Втратами теплоти й теплоємністю банок знехтувати. Яка б температура встановилася в банках після багатьох таких переливань? Розгляньте випадки, коли втратами теплоти можна знехтувати і коли цього робити не можна.

XXXVII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 1999 р.

1 (8, 1999Д). Цирковий собака біжить поверхнею великої кулі зі швидкістю $1\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ відносно цієї поверхні. З якою швидкістю й куди котиться куля?

2 (8, 1999Д). Цеглину, яка має розміри $10 \times 15 \times 25$ см, ставлять на горизонтальну поверхню. З'ясувалося, що в одному положенні тиск на поверхню становить 5 кПа, в іншому — 3 кПа. Визначте густину цеглини.

3 (8, 1999Д). Як буде змінюватися тиск на дно трьох посудин різної форми (*див. рис.*) за охолодження води? Відповідь поясніть.



4 (8, 1999Д). Грані дерев'яного й гумового кубиків однакової маси склеїли так, що їхні центри співпали, а ребра виявилися паралельними. Після цього одержану «конструкцію» опустили у воду. Що станеться? Нарисуйте якомога точніше й поясніть. Густина деревини — $0{,}8\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, густина гуми — $1{,}2\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

5 (8, 1999Д). У першій літровій банці міститься 1 літр води за температури 80 °С, у другій — 800 мл води за температури 30 °С. Склянку води (200 мл) з першої банки переливають у другу. Потім таку саму кількість води з другої банки переливають у першу. Потім знову 200 мл води переливають із першої банки в другу. Визначте температуру, яка після цього встановиться в першій і другій банках. Втратами теплоти й теплоємністю банок знехтувати. Яка б температура встановилася в банках після багатьох таких переливань? Розгляньте випадки, коли втратами теплоти можна знехтувати й коли цього робити не можна.

XXXVIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2000 р.

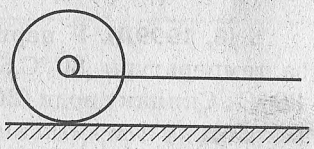
1 (8, 2000Р). Пароплав пливе на північ зі швидкістю $5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Дим піднімається зі швидкістю $3{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Визначте швидкість західного вітру, якщо смуга диму утворює кут 15° із поверхнею води. $\operatorname{tg}15° \approx 0{,}27$.

2 (8, 2000Р). Стрижень, один кінець якого шарнірно закріплений, підтримується в горизонтальному положенні за допомогою вертикально розташованого динамометра, який показує 10 Н. Якщо динамометр змістити на 10 см у бік закріпленого кінця, він покаже 15 Н. Що покаже динамометр, якщо його змістити ще на 15 см у тому ж напрямку?

3 (8, 2000Р). У двох сполучених посудинах площею перерізу $10\ см^2$ і $15\ см^2$ міститься ртуть. Як і на скільки зміниться рівень ртуті в першій посудині, якщо в обидві посудини долити по 150 грамів олії? Відповідь надати в мм із точністю до десятих. Густина ртуті — $13{,}6\ \frac{г}{см^3}$.

4 (8, 2000Р). У маленький калориметр наливають одну ложку теплої води. При цьому його температура підвищується на 5 °С. Після цього в калориметр наливають ще одну ложку такої самої води. Температура підвищується ще на 3 °С. Скільки ще ложок теплої води треба налити в калориметр, щоб температура підвищилася ще на 8 °С? Теплообміном калориметра з довкіллям знехтувати.

5 (8, 2000Р). Радіуси пластмасових дисків відомої іграшки йо-йо в п'ять разів більші за радіус внутрішньої дерев'яної втулки, на яку може намотуватися нитка. Йо-йо поставили на підлогу й натягли нитку в горизонтальному напрямку (*див. рис.*). На скільки треба відійти, утримуючи кінець нитки, щоб вона вся намоталася на втулку? Довжина нитки — 50 см, її товщиною можна знехтувати.



XXXVIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2000 р.

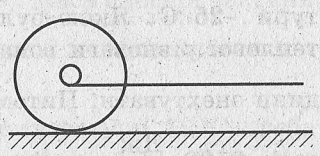
1 (8, 2000Д). Відомо, що Земля робить один оберт навколо осі за $T_0 = 23$ години 56 хвилин. З якою швидкістю віддаляється від неї космічний корабель інопланетян, якщо, згідно з їхніми візуальними спостереженнями, Земля робить повний оберт точно за $T = 24$ години? Швидкість світла — $300\,000\ \frac{км}{с}$.

2 (8, 2000Д). Стрижень, один кінець якого шарнірно закріплений, підтримується в горизонтальному положенні за допомогою вертикально розташованого шкільного динамометра, який показує 1 Н. Якщо динамометр змістити на 10 см у бік закріпленого кінця, він покаже 1,5 Н. Що покаже динамометр, якщо його змістити ще на 15 см у тому ж напрямку? Якою може бути маса стрижня?

3 (8, 2000Д). У двох сполучених посудинах площею перерізу $10\ см^2$ і $15\ см^2$ міститься ртуть. Як і на скільки зміниться рівень ртуті в другій посудині, якщо в обидві посудини долити по 150 грамів олії? Відповідь надати у мм із точністю до десятих. Густина ртуті — $13{,}6\ \frac{г}{см^3}$.

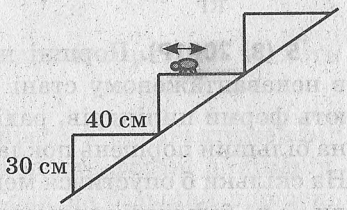
4 (8, 2000Д). У маленький калориметр наливають одну ложку теплої води. При цьому його температура підвищується на 5 °С. Після цього в калориметр наливають ще одну ложку такої самої води. Температура підвищується ще на 3 °С. Скільки ще ложок теплої води треба налити в калориметр, щоб температура підвищилася ще на 8 °С? Теплообміном калориметра з довкіллям знехтувати.

5 (8, 2000Д). Радіуси пластмасових дисків відомої іграшки йо-йо у п'ять разів більші за радіус внутрішньої дерев'яної втулки, на яку може намотуватися нитка. Йо-йо поставили на підлогу й натягли нитку в горизонтальному напрямку (*див. рис.*). На скільки треба відійти, утримуючи кінець нитки, щоб вона вся намоталася на втулку? Довжина нитки — 55 см, її товщиною можна знехтувати.

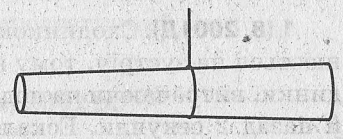


XXXIX Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2001 р.

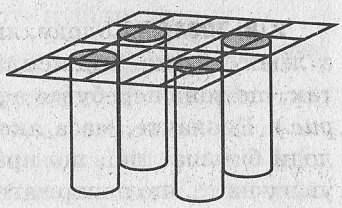
1 (8, 2001Р). Сходинкою ескалатора спускається жук. Він запізнюється на зустріч, тому нервується й бігає від краю до краю сходинки, витрачаючи на подорож туди й назад 2 секунди. Ескалатор налічує 90 сходинок. Побудуйте частину траєкторії (лінії руху) жука відносно землі. Відомо, що подорож ескалатором триває хвилину.



2 (8, 2001Р). Колоду, яка звужується з лівого краю, підвісили так, що вона перебуває в рівновазі (*див. рис.*). Визначте, маса якої частини колоди більша: тієї, що праворуч чи ліворуч від мотузки. Обґрунтуйте свою думку.



3 (8, 2001Р). Капітан Врунгель розповідав про сухий пліт власної конструкції. На цьому плоті йому довелося рятуватися від аборигенів-людожерів, пливучи серединою річки з хижими піраньями, «котрі, як відомо, вистрибують із води на висоту до 1 метра і хапають, що попадеться. Але я все розрахував. Ця задача, можливо, для когось і складна, але не для мене. Я завалив пальми, зробив із них



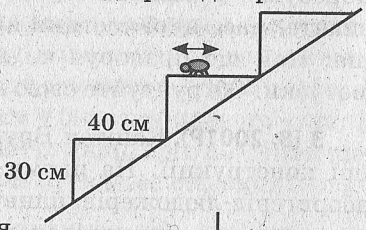
чотири однакові колоди довжиною 5 метрів і площею перерізу десь 1000 $см^2$ кожна, скріпив легкими гілками й вкрив пальмовим листям. Власне, я нічим не ризикував, оскільки добре знав густину цієї породи дерева — 750 $\frac{кг}{м^3}$ і власну вагу — 90 кг». Перевірте слова морського вовка. Якщо він був не зовсім точним, скажіть, де саме. Свою думку обґрунтуйте.

4 (8, 2001Р). У посудину з 1 кг води за температури 25 °С поклали вкриту шаром льоду залізну гирю масою 1 кг за температури –25 °С. Якою була маса льоду, якщо після встановлення теплової рівноваги вона зменшилась удвічі. Теплоємністю посудини знехтувати. Питома теплоємність води — 4200 $\frac{Дж}{кг \cdot К}$, льоду — 2100 $\frac{Дж}{кг \cdot К}$, заліза — 460 $\frac{Дж}{кг \cdot К}$, теплота плавлення льоду — 335 000 $\frac{Дж}{кг}$.

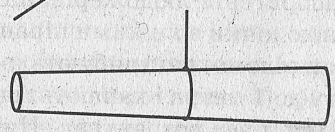
5 (8, 2001Р). Поршні наповненого водою гідравлічного пресу в ненавантаженому стані перебувають на однаковій висоті й мають форми циліндрів, радіуси яких відрізняються в 3 рази. Коли на більший поршень поклали вантаж, поршень опустився на 1 мм. На скільки б опустився менший поршень, якби цей вантаж поклали не на більший поршень, а на нього?

XXXIX Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2001 р.

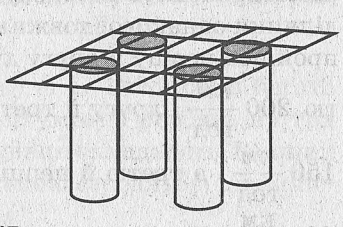
1 (8, 2001Д). Сходинкою ескалатора спускається жук. Він запізнюється на зустріч, тому нервується й бігає від краю до краю сходинки, витрачаючи на подорож туди й назад 2 секунди. Ескалатор налічує 90 сходинок. Побудуйте частину траєкторії (лінії руху) жука відносно землі. Відомо, що подорож ескалатором триває дві хвилини.



2 (8, 2001Д). Колоду, яка звужується з лівого краю, підвісили на мотузку так, що вона перебуває в рівновазі (*див. рис.*). Визначте, маса якої частини колоди більша: тієї, що праворуч чи ліворуч від мотузки. Зверніть увагу на те, що центр ваги (цент маси) всієї колоди й кожної її час-



тини окремо зміщений у бік більшого перерізу. Спробуйте виділити в обох частинах колоди однакові об'єми.



3 (8, 2001Д). Розрахуйте, якої довжини треба взяти колоди для «сухого плоту» (*див. рис.*), щоб його плоска частина перебувала на висоті 1 м над водою. Усі чотири колоди однакові, мають площу перерізу 1000 $см^2$ кожна й виготовлені з деревини густиною 750 $\frac{кг}{м^3}$. Маса плоскої частини плоту й вантажу — 100 кг. Які неприємності можуть чекати під час побудови й експлуатації такого плоту?

4 (8, 2001Д). Скільки літрів води за температури 10 °С треба налити у відро, щоб розтопити 1 кг льоду, який у ньому міститься. Температура льоду — –10 °С. Питома теплоємність води — 4200 $\frac{Дж}{кг \cdot К}$, льоду — 2100 $\frac{Дж}{кг \cdot К}$, питома теплота плавлення льоду — 335 000 $\frac{Дж}{кг}$. Теплоємністю відра й втратами теплоти знехтувати.

5 (8, 2001Д). Поршні гідравлічного пресу в ненавантаженому стані перебувають на однаковій висоті й мають форми циліндрів, радіуси яких відрізняються в 3 рази. Коли на більший поршень поклали вантаж, поршень опустився на 1 мм. На скільки мм після цього підніметься більший поршень, якщо, не знімаючи з нього вантажу, такий самий вантаж покласти на менший поршень? Згадайте про те, що стовп рідини створює гідростатичний тиск.

XL Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2002 р.

1 (8, 2002Р). Визначте, у скільки разів більше зерен у великому качані кукурудзи, ніж у малому. Відомо, що довжина великого качана більша у 2,5 рази, діаметр качана більший у 2 рази, а маса одного зерна більша у 8 разів. Густина й форма зерен однакові. Для спрощення можна вважати, що зерна мають кубічну форму.

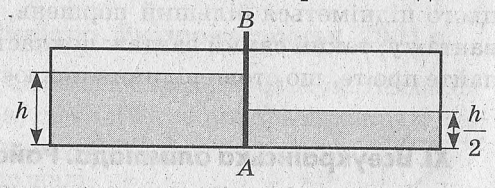


2 (8, 2002Р). Лінійка масою 50 г розташована на двох опорах, як показано на рисунку. На її краю лежить тягарець. Визначте, якою може бути маса тягарця, щоб лінійка з тягарцем перебували в стані рівноваги.

3 (8, 2002Р). Під час перегонів «Формула-1» автомобілі багато разів проходять кільцеву трасу. Ця траса умовно розбита на три ділянки однакової довжини, але різного рівня складності. Гонщик пройшов першу й другу ділянки із загальною середньою швидкістю $200\ \frac{км}{год}$, другу й третю — із загальною середньою швидкістю $150\ \frac{км}{год}$, а третю й першу — із загальною середньою швидкістю $225\ \frac{км}{год}$. На якій із ділянок — першій, другій чи третій окремо — середня швидкість автомобіля була найбільшою? Визначте цю швидкість.

4 (8, 2002Р). До якої температури слід охолодити алюмінієву кулю масою 1 кг, щоб після занурення у воду за температури 0 °С вона спливла внаслідок обмороження льодом? Куля має всередині порожнину об'ємом $600\ см^3$. Густина алюмінію — $2{,}7\ \frac{г}{см^3}$, густина льоду — $0{,}9\ \frac{г}{см^3}$, питома теплоємність алюмінію — $900\ \frac{Дж}{кг \cdot К}$, теплота плавлення льоду — $330\ \frac{кДж}{кг}$.

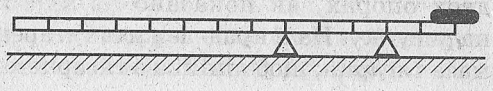
5 (8, 2002Р). Вертикальна пластина прямокутної форми AB перекриває наповнений водою акваріум. З одного боку пластини висота рівня води h, а з другого висота рівня води — $\frac{h}{2}$ (*див. рис.*). Знайдіть силу тиску води на пластину, якщо $h = 40$ см, а ширина пластини — 50 см.



XL Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2002 р.

1 (8, 2002Д). Визначте, у скільки разів більше зерен у великому качані кукурудзи, ніж у малому. Відомо, що довжина великого качана більша в 3 рази, діаметр качана більший у 2 рази, а маса одного зерна більша у 8 разів. Густина й форма зерен однакові. Для спрощення можна вважати, що зерна мають кубічну форму.

2 (8, 2002Д). Лінійка масою 50 г розташована на двох опорах, як показано



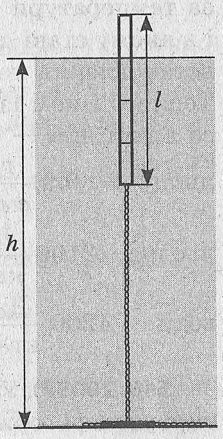
на рисунку. На її краю лежить тягарець. Визначте, якою може бути маса тягарця, щоб лінійка з тягарцем перебували в стані рівноваги.

3 (8, 2002Д). Під час перегонів «Формула-1» автомобілі багато разів проходять кільцеву трасу. Ця траса умовно розбита на три ділянки однакової довжини, але різного рівня складності. Гонщик пройшов першу й другу ділянки із загальною середньою швидкістю $200\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$, другу й третю — із загальною середньою швидкістю $225\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$, а третю й першу — із загальною середньою швидкістю $150\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$.

На якій із ділянок — першій, другій чи третій окремо — середня швидкість автомобіля була найбільшою? Визначте цю швидкість.

4 (8, 2002Д). У калориметр із 5 літрами бензину за температури $10\,^\circ\text{C}$ занурили шматок льоду масою 1 кг і температурою $-10\,^\circ\text{C}$. Визначте кінцеву температуру суміші. Як буде змінюватися рівень бензину в калориметрі? Густина бензину — $0{,}7\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, густина льоду — $0{,}9\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, питома теплоємність бензину — $1400\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, питома теплоємність льоду — $2100\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, питома теплота плавлення льоду — $330\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$.

5 (8, 2002Д). На дні басейну лежить довгий металевий ланцюжок, один кінець якого прикріплений до поплавка у вигляді циліндричної дерев'яної палички (*див. рис.*). Поплавок виглядає з води на $\frac{1}{4}$ частину довжини. Рівень води в басейні $h = 40$ см. Визначте, до якого рівня H треба налити воду в басейн, щоб увесь поплавок опинився під водою. Довжина поплавка $l = 20$ см, густина деревини $\rho = 700\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.



XLI Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2003 р.

1 (8, 2003Р). Тіло частково занурили у воду і, щоб утримати його в рівновазі, приклали спрямовану вгору силу F (*див. рис. 1*). Потім тіло перевернули й занурили у воду так, що підводна й надводна його частини помінялися місцями (*див. рис. 2*). З'ясувалося, що в цьому випадку для того, щоб утримати тіло в рівновазі, треба прикласти таку саму силу F, але спрямовану тепер униз. Визначте густину тіла.

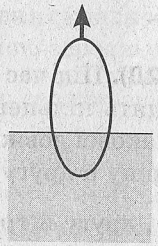


Рис. 1

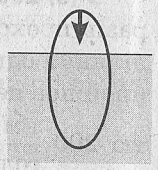


Рис. 2

2 (8, 2003Р). Рівномірно завантажений автофургон має п'ять пар коліс, які об'єднані у два блоки (у першому — дві пари, у другому — три). Запропонуйте, як їх слід розташувати, щоб рівномірно розподілити навантаження між усіма колесами. Зробіть рисунок. Довжина автофургона — 10 метрів.

3 (8, 2003Р). Турист пройшов перший відрізок шляху зі швидкістю $5\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$, другий — зі швидкістю $4\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$, а останній — зі швидкістю $3\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$. Визначте середню швидкість на всьому шляху, якщо відомо, що довжина першого відрізка становить третину від усього шляху, а на проходження другого відрізка турист витратив третину від часу, за який він пройшов другий і третій відрізки разом.

4 (8, 2003Р). У залізне відро із 7 літрами води за температури 5 °С опустили лід із вмороженим у нього шматком алюмінію за температури –50 °С. Визначте, яка температура встановиться і в якому стані перебуватимуть у відрі вода, лід та алюміній після встановлення теплової рівноваги (відповідь поясніть рисунком). Теплообміном із довкіллям знехтувати. Маса льоду — 900 г, маса алюмінію — 100 г, маса порожнього відра — 1,3 кг. Густина льоду — $0{,}9\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, алюмінію — $2{,}6\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, питома теплоємність льоду — $2100\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, алюмінію — $900\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, заліза — $460\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, води — $4200\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, питома теплота плавлення льоду — $330\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$.

5 (8, 2003Р). У будинку 60 квартир. У середньому в кожній квартирі увечері горять 2 лампочки потужністю 100 Вт кожна й працю-

ють холодильник і телевізор, які споживають потужність 200 Вт і 150 Вт відповідно. Скільки вугілля потрібно спалити на тепловій електростанції, щоб забезпечити будинок електроенергією протягом 2 годин? Питома теплота згоряння вугілля — $27\ \frac{\text{МДж}}{\text{кг}}$. Вважати, що на електроенергію перетворюється третина теплової енергії.

XLI Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2003 р.

1 (8, 2003Д). Тіло частково занурили у воду і, щоб утримати його в рівновазі, приклали спрямовану вгору силу F (*див. рис. 1*). Потім тіло перевернули й занурили у воду так, що підводна й надводна його частини помінялися місцями (*див. рис. 2*). З'ясувалося, що в цьому випадку для того, щоб утримати тіло в рівновазі, треба прикласти таку саму силу F, але спрямовану тепер униз. Визначте густину тіла.

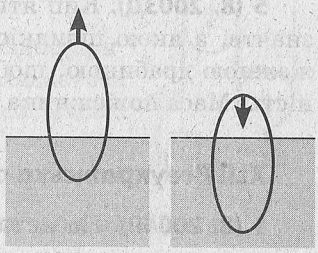
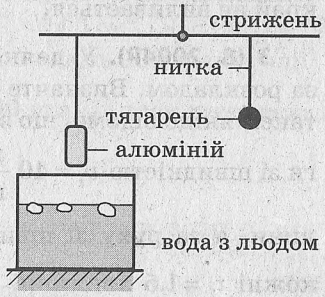


Рис. 1 *Рис. 2*

2 (8, 2003Д). Оцініть тиск на горизонтальну поверхню, який створює залізний куб, виготовлений із листів заліза товщиною 3 мм. Куб усередині порожній (товщина стінок — 3 мм). Густина заліза — $7{,}8\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

3 (8, 2003Д). Турист пройшов перший відрізок шляху зі швидкістю $5\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$, другий — зі швидкістю $4\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$, а останній — зі швидкістю $3\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Визначте середню швидкість на всьому шляху, якщо відомо, що довжина першого відрізка становить третину від усього шляху, а на проходження другого відрізка турист витратив третину від усього часу подорожі.

4 (8, 2003Д). Брусок алюмінію, охолоджений до температури –30 °С, врівноважили на однорідному тонкому стрижні тягарцем (*див. рис.*). Після цього брусок почали занурювати у воду з льодом, і рівновага порушилася. Для відновлення рівноваги відразу після повного занурення алюмінію, нитку з тягарцем змістили



вздовж стрижня на 11 см. Незважаючи на це, рівновага знову почала порушуватися, але тепер дуже повільно. Укажіть, як саме й чому другого разу почала порушуватися рівновага. Визначте, куди й на скільки для її відновлення потрібно ще раз змістити нитку з тягарцем. Густина льоду — $0{,}9\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, алюмінію — $2{,}7\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, питома теплоємність алюмінію — $900\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, питома теплота плавлення льоду — $330\ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$.

5 (8, 2003Д). Кип'ятильник споживав потужність 600 Вт. Визначте, з якою швидкістю пожежник має підніматися вгору пожежною драбиною, щоб витрачати на підйом таку саму потужність. Маса пожежника — 80 кг.

XLII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2004 р.

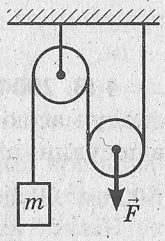
1 (8, 2004Р). На антарктичній станції набрали в казанок 1 кг снігу за температури $-10\ ^\circ\text{C}$. Визначте, яка температура встановиться в казанку після додавання в нього 2 літрів води за температури $100\ ^\circ\text{C}$. Теплоємністю казанка й теплообміном із довкіллям знехтувати. Питома теплоємність льоду — $2100\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, води — $4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, питома теплота плавлення льоду — $330\ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$.

2 (8, 2004Р). Частково заповнені водою три сполучені посудини мають форму циліндрів із площами перерізу $S_1 = 100\ \text{см}^2$, $S_2 = 200\ \text{см}^2$, $S_3 = 300\ \text{см}^2$ і стоять вертикально. У перший циліндр наливають 900 г олії густиною $0{,}9\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, у другий наливають 400 г гасу густиною $0{,}8\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Зробіть рисунок і визначте, на скільки підніметься рівень води в третьому циліндрі. Рідина з циліндрів через край не виливається.

3 (8, 2004Р). У деякому місті маршрутні таксі їздять точно за розкладом. Визначте інтервал часу t, через який рухаються ці таксі, якщо відомо, що за руху автомобілем стрічною смугою дороги зі швидкістю $v_1 = 40\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$ таксі проходять повз кожні $t_1 = 2$ хвилини, а за руху зі швидкістю $v_2 = 60\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$ таксі проходять повз кожні $t_2 = 1{,}5$ хвилини.

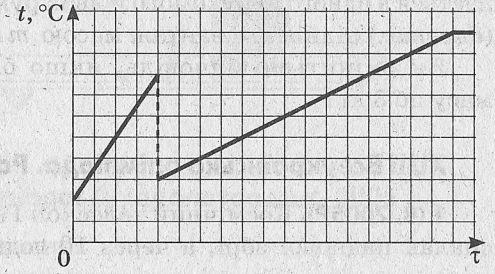
4 (8, 2004Р). У циліндричній посудині з водою плаває лід із вмороженими в нього дерев'яним бруском і шматком алюмінієвого дроту. Визначте, наскільки може змінитися рівень води в посудині після того, як лід розтане. Площа перерізу посудини — 500 см^2. Маса льоду $m_л = 900$ г, маса дерев'яного бруска $m_д = 400$ г, густина льоду — $0{,}9\ \frac{г}{см^3}$, густина дерев'яного бруска — $0{,}8\ \frac{г}{см^3}$, густина алюмінію — $2{,}7\ \frac{г}{см^3}$.

5 (8, 2004Р). Визначте силу F, яку необхідно прикласти, щоб за допомогою системи, яка складається з двох блоків (*див. рис.*), піднімати вантаж масою $m = 100$ кг.



XLII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2004 р.

1 (8, 2004Д). Господарка поставила на плиту чайник із водою за кімнатної температури. Через деякий час вона схаменулася, що чайник не повний, і долила його до заповнення холодною водою з-під крану. Залежність температури води в чайнику t від часу τ подана на графіку.



Визначте, яку масу холодної води долила господарка і яку температуру ця вода мала. Об'єм чайника — 3 літри. Теплова потужність, яка надходила до чайнику протягом усього нагрівання, не змінювалася. Втратами теплоти й теплоємністю чайника знехтувати.

2 (8, 2004Д). Частково заповнені водою сполучені посудини мають форму циліндрів із площами перерізу $S_1 = 100$ см^2, $S_2 = 200$ см^2 і стоять вертикально. У перший циліндр наливають 900 грамів олії густиною $0{,}9\ \frac{г}{см^3}$, у другий наливають 400 грамів гасу густиною $0{,}8\ \frac{г}{см^3}$.

Зробіть рисунок і визначте різницю між рівнями води в циліндрах.

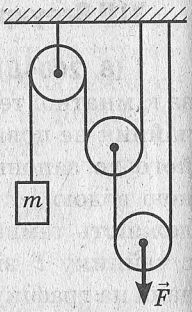
Рідина з циліндрів через край не виливається.

3 (8, 2004Д). У деякому місті маршрутні таксі їздять точно за розкладом. Визначте інтервал часу t, через який рухаються ці таксі, якщо відомо, що за руху автомобілем із певною невеликою швидкістю маршрутні таксі обходять автомобіль кожні $t_1 = 6$ хвилин, а за збільшення швидкості автомобіля утричі вже автомобіль обходить таксі кожні $t_2 = 6$ хвилин. Якою може бути найбільша відстань між маршрутними таксі, якщо обмеження на швидкість руху в місті — $60\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$?

4 (8, 2004Д). У циліндричній посудині з олією плаває шматок льоду масою $m_1 = 3$ кг. Визначте, наскільки зміниться рівень олії в посудині після того, як лід розтане. Площа перерізу посудини — $500\ \text{см}^2$. Густина льоду — $0{,}9\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, густина олії — $0{,}96\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Яку масу льоду m_2 після цього слід покласти до посудини, щоб відновити початковий рівень олії?

5 (8, 2004Д). Визначте силу F, яку необхідно прикласти, щоб за допомогою системи, яка складається з одного нерухомого й двох рухомих блоків (*див. рис.*) піднімати вантаж масою $m = 100$ кг.

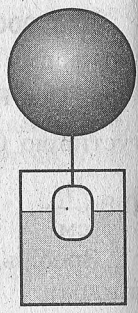
Як зміниться відповідь, якщо блоки мають масу по 3 кг?



XLIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2005 р.

1 (8, 2005Р). Космічний телескоп Габбла зареєстрував світловий спалах наднової зорі, а через 10 годин було зареєстровано потік частинок від цієї зорі, які рухалися зі швидкістю $0{,}99999c$, де $c = 300\,000\ \frac{\text{км}}{\text{с}}$ — швидкість світла. Визначте відстань до зорі.

2 (8, 2005Р). Шматок льоду, до якого прикріплено ниткою кульку з гелієм, плаває, наполовину занурившись у воду, у циліндричному стакані. Лід поступово тане. Як і на скільки може змінитися рівень води в стакані після того, як кулька злетить? Маса льоду — 100 г, густина — $0{,}9\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, площа перерізу стакана $S = 50\ \text{см}^2$.

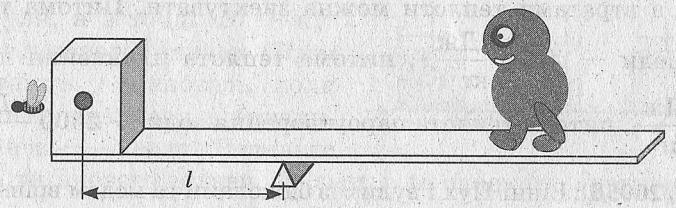


3 (8, 2005Р). У 10-літрове відро вміщається 14 кг сухого річкового піску (без гірки) і ще 4 літри води. Визначте густину матеріалу піску. Запропонуйте,

як можна встановити густину матеріалу цукру (кристалів цукру), і спробуйте її оцінити, якщо відомо, що в 3-літрову банку вміщається 2,5 кг сухого цукру.

4 (8, 2005Р). Каструлю з 3 літрами води й 1 кг льоду поставили на вогонь. Побудуйте залежність температури в каструлі від часу, якщо теплова потужність, яка передається каструлі, дорівнює 2 кВт, а втратами теплоти можна знехтувати. Питома теплоємність води — $4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, питома теплота плавлення льоду — $330\ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$, питома теплота пароутворення води — $2300\ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$.

5 (8, 2005Р). Вінні-Пух і вулик із бджолами та медом врівноважені на дошці (*див. рис.*). Щосекунди одна бджола вилітає з вулика. Визначте, з якою швидкістю повинен наближатися Вінні-Пух до вулика, щоб рівновага не порушилася. Маса бджоли $m = 10$ г, маса ведмедика $M = 2$ кг, відстань від вулика до опори $l = 1$ м.



XLIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2005 р.

1 (8, 2005Д). Фізичні запитання:

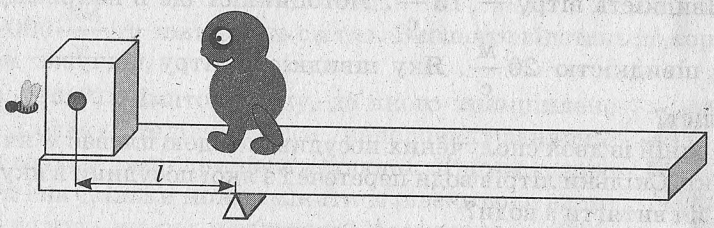
- Швидкість вітру — $15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Мотоцикліст їде в напрямку вітру зі швидкістю $20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Яку швидкість вітру відчуває мотоцикліст?
- В одній із двох сполучених посудин із водою плаває м'яч масою 1 кг. Скільки літрів води перетече і з якої посудини в яку, якщо м'яч витягти з води?
- У стакані з водою тане лід. Збільшиться, зменшиться чи не зміниться тиск води на дно стакану після того, як лід розтане?
- У металевій пластині зроблено отвір. Збільшаться, зменшаться чи не зміняться розміри отвору, якщо пластину рівномірно нагріти?
- Як за допомогою лінійки виміряти товщину тонкого дроту?

2 (8, 2005Д). Космічний телескоп Габбла зареєстрував світловий спалах наднової зорі, а через 10 годин було зареєстровано потік частинок від цієї зорі, які рухалися зі швидкістю $0{,}999999c$, де $c = 300\,000 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ — швидкість світла. Визначте відстань до зорі.

3 (8, 2005Д). Десятилітрове відро, по вінця наповнене пінопластовими кульками, накривають зверху сіткою і, притримуючи її, наливають воду. У відро входить 4 літри води. З якою силою треба тиснути зверху на сітку, щоб вона не піднялася під натиском кульок, які спливають? Який вигляд матиме відро з кульками ззовні й усередині після того, як сітку відпустили й обережно зняли з відра? Зробіть рисунок. Відомо, що густина пінопласту в 5 разів менша за густину води.

4 (8, 2005Д). Каструлю з 3 літрами води й 2 кг льоду поставили на вогонь. Побудуйте залежність температури в каструлі від часу, якщо теплова потужність, яка передається каструлі, дорівнює 2 кВт, а втратами теплоти можна знехтувати. Питома теплоємність води — $4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, питома теплота плавлення льоду — $330 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$, питома теплота пароутворення води — $2300 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$.

5 (8, 2005Д). Вінні-Пух і вулик із бджолами та медом врівноважені на дошці (*див. рис.*). Щосекунди одна бджола вилітає з вулика. Визначте, з якою швидкістю повинен наближатися Вінні-Пух до вулика, щоб рівновага не порушилася. Маса бджоли $m = 10$ г, маса ведмедика $M = 2$ кг, відстань від вулика до опори, над якою якраз міститься Пух, $l = 1$ м. За яких умов Пуху вдасться досягти своєї мети?

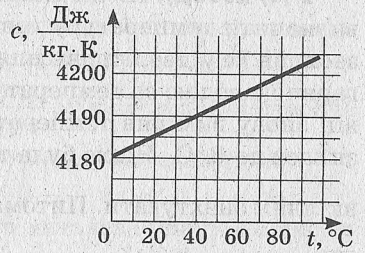


XLIV Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2006 р.

1 (8, 2006Р). Учень поспішає на олімпіаду зі швидкістю $2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ і робить за хвилину 200 кроків. Визначте довжину кроку учня.

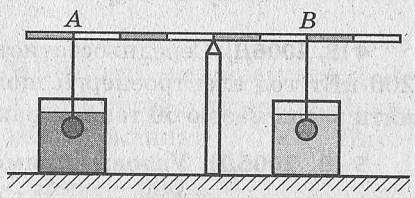
2 (8, 2006Р). В аквапарку можна спостерігати за тим, що відбувається під водою, зі спеціального приміщення, обладнаного прямокутним вікном двометрової ширини. Від верхнього краю вікна до поверхні води — 1,5 метра, від нижнього — 2,5 метри. Визначте силу тиску води на це вікно.

3 (8, 2006Р). Питома теплоємність c деякої рідини збільшується зі збільшенням температури, як показано на графіку. Визначте, яку кількість теплоти необхідно передати 2 кг цієї рідини, щоб нагріти її від 20 до 60 °С.



4 (8, 2006Р). Щосекунди з висоти 50 метрів Ніагарського водоспаду зривається 6 тис. кубічних метрів води. Визначте потужність, яка виділяється за її падіння.

5 (8, 2006Р). До важеля в точці A прикріплена на нитці алюмінієва куля, а в точці B — куля з титанового сплаву. Кулі перебувають у рівновазі, коли алюмінієва занурена в бензин, а титанова — у воду. Визначте густину титанового сплаву. Об'єми куль однакові. Густина бензину — $0{,}7\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, густина алюмінію — $2{,}7\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.



XLIV Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2006 р.

1 (8, 2006Д). Фізичні запитання:

- Заповнена водою півлітрова скляна пляшка важить 8 Н. Яка маса порожньої пляшки?
- У стакані з водою плаває лід. Як зміниться рівень води в стакані, коли лід розтане?
- За рахунок якої енергії повітряна куля піднімається вгору?
- Огірки мають однакову форму, але один у два рази довший за інший. У скільки разів він важчий?
- Чому колоду тим легше відірвати від землі, чим ближче до її краю ми беремося?

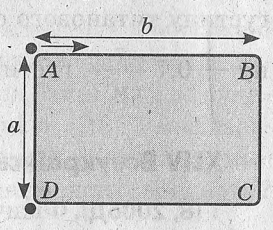
2 (8, 2006Д). В аквапарку можна спостерігати за тим, що відбувається під водою зі спеціального приміщення, обладнаного прямокутним вікном двометрової ширини. Від верхнього краю вікна

до поверхні води — 1,5 метра, від нижнього — 2,5 метра. Визначте силу тиску води на це вікно. На скільки треба знизити рівень води в басейні, щоб сила тиску на вікно зменшилась у 5 разів?

3 (8, 2006Д). Після сильного граду допитливий учень вирішив визначити температуру градин. Для цього він зібрав 1 кг градин, засипав їх у дволітрову пляшку з-під води й долив до заповнення гарячою водою за температури 97 °С. Після того, як лід розтанув, він знову виміряв температуру. Виявилося, що температура знизилася до 3 °С. Якою була температура льоду? Теплообміном із довкіллям знехтувати. Питома теплоємність води — $4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, льоду — $2100\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, питома теплота плавлення льоду — $330\ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$. Густина льоду — $900\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

4 (8, 2006Д). Середньостатистична українська родина споживає 200 кВт·год електроенергії щомісяця. На яку висоту можна підняти вагон масою 60 тонн за рахунок цієї енергії?

5 (8, 2006Д). Уздовж прямокутної клумби ходить садівник зі швидкістю $3\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$. У той момент часу, коли він повертає за кут A, хлопчик починає рухатися з точки D. У якому напрямку зі швидкістю $5\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$ має піти хлопчик, щоб зустрітися із садівником якнайшвидше? Через який час відбудеться ця зустріч? $a = 20$ м, $b = 30$ м.



XLV Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2007 р.

1 (8, 2007Р). Фізичні запитання:

- Яка швидкість більша: $13\ \frac{\text{дм}}{\text{хв}}$ чи $2\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$?
- Яка маса астронавта в скафандрі, що на Місяці важить 150 Н? Відомо, що прискорення вільного падіння на Місяці в 6 разів менше, ніж на Землі.
- За рахунок якої сили важкий вантажний автомобіль тримається над поверхнею дороги? Адже його колеса зроблені з досить м'якої гуми й наповнені майже невагомим повітрям.

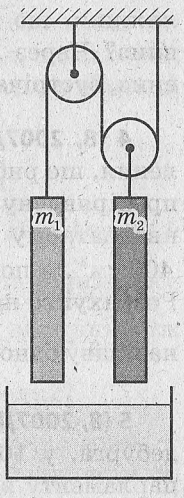
- Чи можна на терезах врівноважити дві банки з однаковою кількістю гарячої та холодної води? Що буде відбуватися з рівновагою?
- Пластикова картка має розміри 5,5 см × 8,5 см і товщину 1 мм. Визначте її об'єм у СІ.

2 (8, 2007Р). Хлопчик сходив до супермаркету й повернувся додому за 40 хвилин. Визначте відстань до супермаркету, якщо від дому до нього хлопчик ішов зі швидкістю $6\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$, у супермаркеті пробув 30 хвилин, а додому з пакунками повертався зі швидкістю $4\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$.

3 (8, 2007Р). На підлозі лежить важка металева пластина масою 30 кг, яка має форму прямокутного трикутника зі сторонами 60, 80 і 100 см. За який кут трикутника треба взятися, щоб було легше відірвати пластину від підлоги? За який кут трикутника треба взятися, щоб перевернути пластину, здійснивши найменшу роботу? Чому ця робота дорівнює?

4 (8, 2007Р). Склянка води в НВЧ-печі нагрівається з 20 до 80 °С за хвилину. Визначте, якою може бути потужність печі. Об'єм склянки — 200 мл, маса порожньої склянки — 100 г. Питома теплоємність води — $4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, скла — $800\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$.

5 (8, 2007Р). Два легкі блоки (нерухомий і рухомий) і дві лінійки (дерев'яна й металева) з'єднані нитками (як показано на рисунку) і перебувають у рівновазі. Чому дорівнює маса металевої лінійки, якщо маса дерев'яної $m_1 = 100$ г? Після повільного опускання системи у воду дерев'яна лінійка на одну шосту опинилася під водою. На яку частину своєї довжини занурилася при цьому металева? Густина деревини — $0{,}6\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, металу — $2{,}7\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.



XLV Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2007 р.

1 (8, 2007Д). Фізичні запитання:

- Яка густина більша: $30\ \frac{\text{кг}}{\text{дм}^3}$ чи $0{,}3\ \frac{\text{г}}{\text{мм}^3}$?
- На підлозі лежить дошка масою 20 кг. Яку силу треба прикласти до кінця дошки, щоб відірвати його від землі?

- За рахунок якої сили важкий вантажний автомобіль тримається над поверхнею дороги? Адже його колеса зроблені з досить м'якої гуми й наповнені майже невагомим повітрям.
- На терезах урівноважити дві банки з однаковою кількістю гарячої та холодної води? Що буде відбуватися з рівновагою?
- Два близнюки перемовляються один з одним. Андрій сидить на кухні, а Сергій — у кімнаті перед телевізором. Кому з них краще чути іншого? Чому?

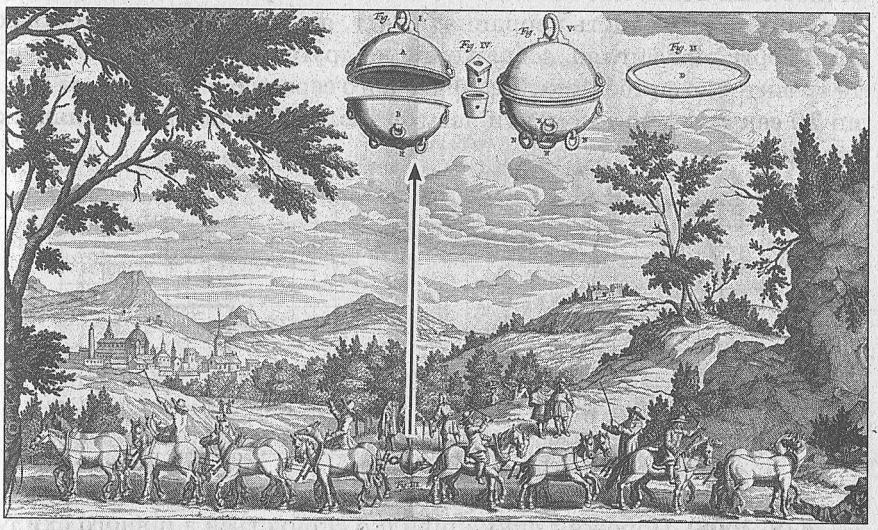
2 (8, 2007Д). Визначте питому теплоту згоряння палива, 1 кг якого дозволяє розплавити 1 кг льоду, узятого за $0\,^\circ\text{C}$, потім нагріти отриману воду до $100\,^\circ\text{C}$, після чого її випарувати. Питома теплота плавлення льоду — $330\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$, питома теплоємність води — $4200\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, питома теплота випаровування води — $2300\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$.

3 (8, 2007Д). На лижній трасі довжиною 2 км катаються 20 лижників. Через рівні проміжки часу вони спускаються вниз зі швидкістю $20\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, після чого відразу сідають на підйомник, який піднімає їх угору зі швидкістю $5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Через який інтервал часу t_1 лижник, що піднімається, зустрічає лижників, які спускаються вниз? Через який інтервал часу t_2 лижник, який спускаються вниз, зустрічає лижників, що піднімаються вгору?

4 (8, 2007Д). Наприкінці зими щороку з'являються повідомлення, що рибалок знову кудись віднесло на крижині. Уявіть таку продірявлену лунками крижину завтовшки 15 см. На кожному квадратному метрі крижини в середньому одна лунка площиною $400\ \text{см}^2$, а поряд із нею гірка льоду, який із цієї лунки витягли. Розрахуйте найменшу площу такої крижини, що може втримати на плаву одного рибалку масою 90 кг. Густина льоду — $900\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

5 (8, 2007Д). Отто фон Геріке, бургомістр німецького міста Магдебурга, у 1654 р. уперше продемонстрував членам німецького парламенту в присутності імператора Фердинанда III свій видатний експеримент. О. фон Геріке взяв дві мідні чаші (магдебурзькі півкулі) і склав їх разом, отримавши порожнисту сферу діаметром близько 35 см. Коли зі сфери відкачали повітря, дві вісімки коней не змогли розтягнути притиснуті одна до одної півкулі, що утри-

мувалися тільки атмосферним тиском. Оцініть силу, яку мав прикладати кожен кінь у горизонтальному напрямку, щоб розірвати півкулі. Атмосферний тиск — 100 кПа.



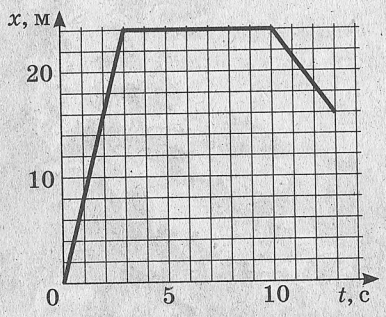
XLVI Всеукраїнська олімпіада. 2008 р.

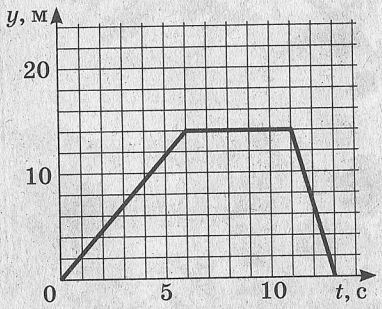
1 (8, 2008). Фізичні запитання:

- Учитель фізики вирішив виміряти свій пульс за допомогою метронома, який цокав кожні півсекунди. Виявилося, що за сорок ударів метронома серце робить 23 удари. Який пульс у вчителя (скільки ударів за хвилину робить його серце)?
- Що має більшу масу: літр олії чи кілограм води?
- Що має більший об'єм: літр олії чи кілограм води?
- Людина збігає сходами зі швидкістю $5\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$. Назустріч їй зі швидкістю $2\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$ несуть дзеркало, у якому вона бачить своє відображення. З якою швидкістю зменшується відстань між людиною та її відображенням?
- За рахунок яких фізичних явищ утворюється веселка?

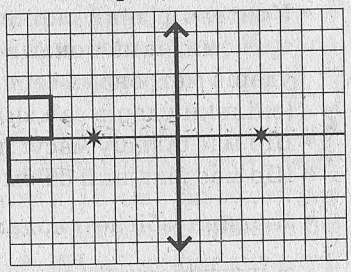
2 (8, 2008). Невеликий тягарець на нитці, довжина якої — 90 см, відхилили на кут 2° від положення рівноваги й відпустили. Визначте середню швидкість руху тягарця за період. Довідка: довжина кола радіуса R дорівнює $2\pi R$, де $\pi \approx 3$. Прискорення вільного падіння $g \approx 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

3 (8, 2008). Після подачі кутового футболіст побіг так, що залежність від часу його координати $x(t)$, яка відкладається вздовж бічної лінії поля, має вигляд, схематично зображений на першому рисунку, а залежність координати $y(t)$, яка відкладається вздовж лінії воріт, має вигляд, зображений на другому рисунку. Побудуйте траєкторію футболіста. Визначте його середню швидкість за перші 10 секунд. У які моменти часу футболіст докладав найбільших зусиль?





4 (8, 2008). Порожня діжка швидко скочується з рівного схилу гори в море. Навздогін їй стріляє ковбой, куля якого влучає всередину діжки. Після того як діжку витягли на берег, виявилося, що в ній лише один отвір, а кулі всередині немає. Спробуйте пояснити це явище й визначити швидкість, з якою рухалася куля всередині діжки, якщо швидкість діжки в момент попадання кулі становила $15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.



5 (8, 2008). Побудуйте в лінзі зображення двійки.

XLVII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2009 р.

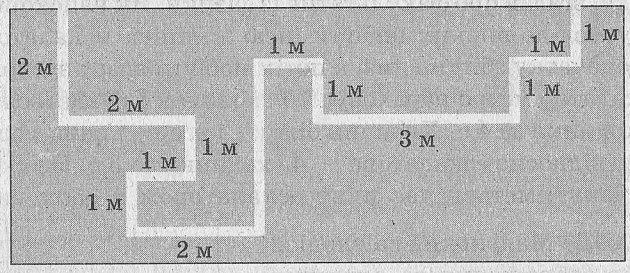
1 (8, 2009Р). Фізичні запитання:

- Нарисуйте приблизну траєкторію кінчика гвинта гелікоптера, який піднімається над землею.
- Завдяки яким фізичним явищам працює термометр?
- Чому, щоб зігріти руки взимку, ми стискаємо долоні в кулаки?
- Як відомо, вода має максимальну густину за $4\ ^\circ\text{C}$, а замерзає за $0\ ^\circ\text{C}$. Поясніть, як це допомагає рибам у ставках перезимувати.

◆ Ракета віддаляється від Землі зі швидкістю $8\,\frac{\text{км}}{\text{с}}$ і продовжує розганятися завдяки реактивному двигуну, з якого вилітають розжарені гази зі швидкістю $2\,\frac{\text{км}}{\text{с}}$ відносно корпуса ракети. Куди і з якою швидкістю рухаються ці гази відносно спостерігача на Землі?

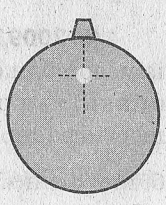
2 (8, 2009Р). Невірно налаштовані ваги показують масу тіл, збільшену на певну однакову величину. На них зважили диню, кавун та гарбуз. Диня затягнула на 2,5 кг, кавун — на 7,5 кг, а гарбуз — на 12 кг. Коли ж диню, кавун та гарбуз на цих вагах зважили разом, ті показали 21 кг. Яку масу покажуть ці ваги, якщо на них зважити п'ять яблук по 100 г кожне?

3 (8, 2009Р). Кріт заліз в один вхід нори й через 45 с виліз з іншого. Знайдіть, у скільки разів шлях, який подолав кріт, більший за переміщення. Знайдіть швидкість пересування крота горизонтальною дільницею нори, якщо відомо, що ця швидкість удвічі менша за швидкість, з якою кріт рухається вертикальною вниз, і удвічі більша за швидкість, з якою кріт піднімається вгору. На рисунку зображений переріз нори крота вертикальною площиною.



4 (8, 2009Р). Заповнена олією літрова банка має масу 1200 г. Така ж банка, наполовину заповнена медом, має масу 1 кг. Знайдіть густину меду, якщо густина олії — $900\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

5 (8, 2009Р). У ялинковій іграшці на рівні своїх очей юний фізик помітив віддзеркалення світильника, який висів прямо над його головою. Яскрава цятка на іграшковій кульці ніби ділила її вертикальний радіус навпіл (*див. рис.*). Юний фізик на деякий час замислився й подумки знайшов, у скільки разів відстань від цятки на поверхні іграшки до світильника



більша за відстань від цятки до його очей. Спробуйте зробити це й ви, але, звісно, у письмовій формі.

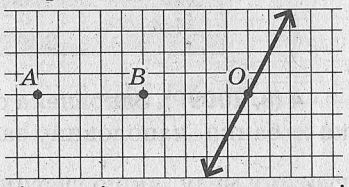
XLVII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2009 р.

1 (8, 2009Д). Фізичні запитання:

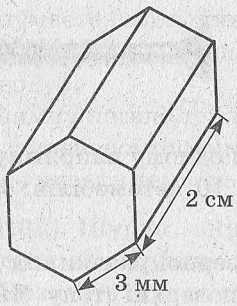
- За рахунок чого маленькі крапельки води, з яких складаються хмари, не падають?
- Лучник натягнув тятиву й підняв лук угору. Опишіть перетворення енергії під час пострілу й польоту стріли.
- Уночі на поверхні озера можна побачити місячну доріжку. Чи залежать розміри доріжки від вітру? Відповідь поясніть.
- Поясність, чому мобільний телефон під час вібродзвінка починає рухатися вниз похилою площиною парти, на якій доти лежав нерухомо.
- Дві рівні за силою команди перетягують канат. Куди спрямована й чому дорівнює сила тертя, що діє з боку підлоги на команду, яка міститься ліворуч? Частина каната між командами горизонтальна й натягнута із силою 2000 Н.

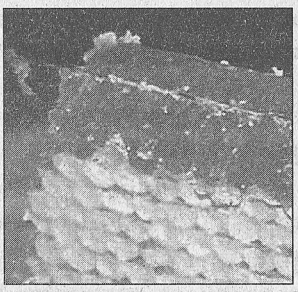
2 (8, 2009Д). Після школи учень зайшов до станції метро й почав спускатися ескалатором, стоячи на сходинці, але, проїхавши половину шляху, згадав про факультатив із фізики. Як найскоріше учневі повернутися до школи: побігти цією ж лінією ескалатора назад угору чи спочатку збігти вниз, а потім побігти вгору зустрічною лінією? Ескалатор метро нараховує 70 сходинок і рухається зі швидкістю 3 сходинки за 4 с. Хлопчик біжить і вгору, і вниз з однаковою швидкістю відносно ескалатора — 4 сходинки за 3 с. На скільки секунд відрізнятиметься час руху ескалатором в обох випадках?

3 (8, 2009Д). Маленький світлодіод, його уявне зображення та оптичний центр лінзи позначені на рисунку точками. Укажіть, яка точка чому відповідає. Перенесіть рисунок до зошита і, враховуючи, що головна оптична вісь лінзи міститься в площині рисунка, побудуйте її й знайдіть фокуси лінзи.

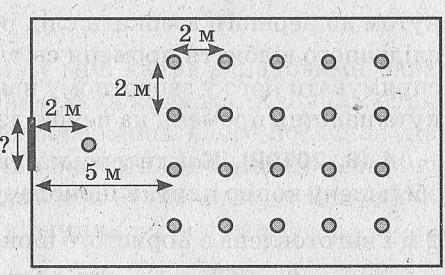


4 (8, 2009Д). На побудову бічних стінок 1000 комірок стільників із медом бджоли витрачають 12 г воску. Знайдіть товщину воскової стінки, яка розділяє мед у сусідніх комірках. Комірка має вигляд шестигранної призми зі стороною шестикутника 3 мм і довжиною бічної стінки 2 см. Густина воску — $960\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.





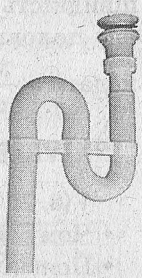
5 (8, 2009Д). Адміністрація школи доручила вчителеві фізики розрахувати мінімальну ширину дзеркала для обладнання залу для занять спортивними танцями. Керівник гуртка планує стояти обличчям до дзеркала, показувати вправи й бачити при цьому, як за ним їх виконують усі 20 учнів. Відстань від керівника до дзеркала — 2 м, від дзеркала до найближчих учнів — 5 м, відстань між учнями — 2 м (*див. рис.*). Допоможіть учителеві розрахувати мінімальну ширину дзеркала.



XLVIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2010 р.

1 (8, 2010Р). Фізичні запитання:

- Ноги великих істот, таких як слони, бегемоти, носороги, доволі товсті порівняно з їхніми розмірами, тоді як ноги косуль, собак, комах порівняно з їхніми розмірами значно тонші. Чому зі збільшенням живих істот не виконується пропорційність між товщиною й розміром ніг?
- Для чого під умивальниками й ваннами встановлюють так звані сифони, які мають вигляд двічі вигнутої трубки (*див. рис.*)? Проілюструйте свою думку рисунком.



- Іде рясний дощ. На великій відстані не видно. Уявіть, що у вас є дуже якісна швидкісна фотокамера. Ви зробили нею миттєве фото дощу. Що ви побачите на фото? Зробіть рисунок.
- Коли ми дивимося на риб в акваріумі, вони здаються трохи збільшеними. Як ви думаєте, змінюються чи ні наші розміри з точки зору акваріумних риб?

- Як відомо, шурупи закручують. Скільки обертів треба зробити, щоб повністю закрутити шуруп, зображений на фото?

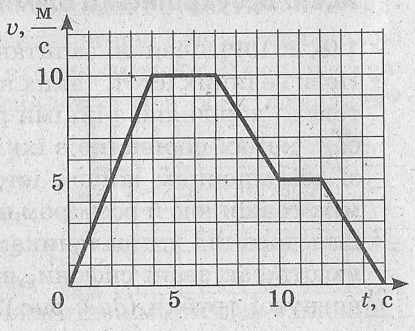


2 (8, 2010Р). Міжміською трасою в одному напрямку з різними швидкостями рівномірно рухаються 10 автомобілів. Якою може бути максимальна кількість обгонів?

3 (8, 2010Р). Промінь світла від лазерної указки під деяким кутом падає на дзеркало, що лежить на поверхні столу. Як і під яким кутом до першого дзеркала слід розташувати друге, щоб після послідовного відбиття променя світла від першого й другого дзеркал спрямувати його у зворотному напрямку (незалежно від величини кута падіння променя на перше дзеркало)?

4 (8, 2010Р). Кондитерська фабрика задля реклами зробила збільшену копію плитки шоколаду. Рекламна плитка має довжину 2 м і виготовлена з пористого шоколаду, густина якого — $600\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, тоді як густина звичайної плитки шоколаду — $1200\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Визначте масу рекламної плитки. Маса звичайної плитки — 100 г, довжина — 20 см.

5 (8, 2010Р). Велосипедист-початківець перші три секунди розганявся, потім 4 секунди їхав зі сталою швидкістю, потім гальмував, знову їхав рівномірно, нарешті загальмував і зупинився. Визначте середню швидкість велосипедиста за весь час руху (відповідь подати в $\frac{\text{км}}{\text{год}}$) і середню швидкість велосипедиста за першу половину шляху (відповідь подати в $\frac{\text{м}}{\text{с}}$).

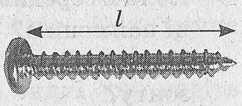


XLVIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2010 р.

1 (8, 2010Д). Фізичні запитання:

- Чому великі тіла, такі як планети й зорі, мають кулясту форму?
- Поясніть, чому вранці та ввечері, коли сонце перебуває біля горизонту, воно не таке яскраве, як удень.
- Чому, коли укладають кахлі, між плитками залишають проміжки?

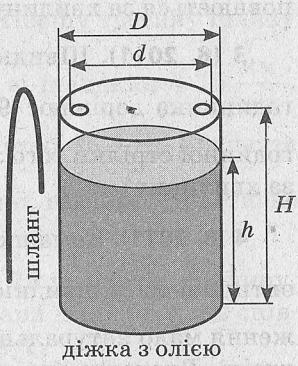
- Як ви думаєте, збільшиться, зменшиться чи залишиться незмінною фокусна відстань збиральної лінзи, якщо лінзу занурити у воду?
- Чому взимку погано теплоізольовані вікна намерзають льодом з боку заповненої теплим повітрям кімнати, а не ззовні, де повітря має низьку температуру?



2 (8, 2010Д). Шуруп закручують зі швидкістю 2 оберти за секунду. Довжина шурупа $l = 4{,}5$ см. Визначте швидкість, з якою шуруп вкручується в стінку.

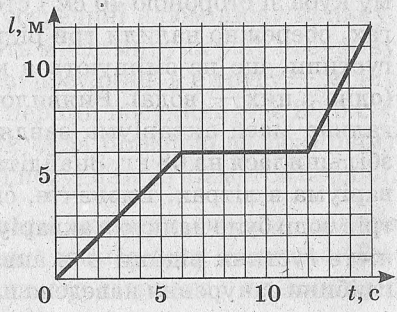
3 (8, 2010Д). Увечері після дощу між двома однаковими паралельними будинками з'явилася невелика калюжа. Хлопчик спрямував на неї світло ліхтарика, відображення якого побачила дівчинка з будинку навпроти. На якій відстані від будинку хлопчика утворилася калюжа, якщо відстань між будинками — 40 м, хлопчик живе на третьому поверсі, а дівчинка — на п'ятому.

4 (8, 2010Д). Циліндрична діжка з двома отворами заповнена олією (*див. рис.*). Необхідно, не нахиляючи діжку, злити з неї олію за допомогою гнучкого тонкого шланга, один кінець якого опускається в олію, а через другий відбирається повітря доти, доки шланг не заповниться олією й та далі під дією сили тяжіння не потече самостійно. Знайдіть найбільшу масу олії, яку таким чином можна злити з діжки. Діаметр діжки $D = 60$ см, висота $H = 90$ см, початковий рівень олії $h = 70$ см, відстань між зовнішніми краями отворів $d = 52$ см, довжина шланга — 1,5 м. Густина олії — $900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Площа кола радіусом R: $S = \pi R^2$, де, вважатимемо, що $\pi \approx 3{,}14$.



діжка з олією

5 (8, 2010Д). На графіку зображена залежність шляху від часу (за 15 с руху). Побудуйте залежність швидкості від часу. Визначте середню швидкість за першу половину часу; на другій половині шляху.



XLIX Всеукраїнська олімпіада. 2011 р.

1 (8, 2011). Фізичні запитання:

- Кондиціонер улітку охолоджує повітря в кімнаті. Зовні будинку встановлено блок із вентилятором, з якого дме гаряче повітря. Поясніть, чому повітря гаряче.
- Коли в середньому протягом доби температура повітря на вулиці найменша?
- Чому навіть у ясну ніч практично не видно зір поблизу горизонту?
- Чому бульбашки під час кипіння води, піднімаючись із глибини, збільшуються в розмірах?
- Як треба поставити дзеркало поряд із наведеним написом, щоб його прочитати? Що там написано?

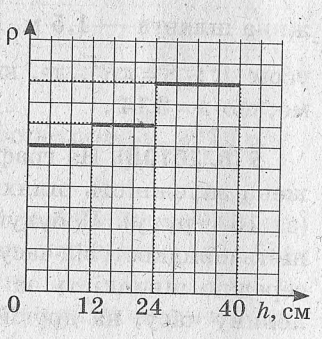
:АПІТОПОЛ АХАТП АНЖІН
!АПІТ ЄЗЭ АТІП !НОТОФ ХА

2 (8, 2011). Душ має 100 отворів площею 0,3 мм^2 кожен. З якою швидкістю вилітає вода з отворів душу, якщо 9-літрове відро наповнюється за хвилину?

3 (8, 2011). Швидкість кінця хвилинної стрілки настінного годинника дорівнює $9\,\frac{\text{мм}}{\text{хв}}$. З якою швидкістю рухається кінець годинної стрілки того ж годинника, якщо вона в 1,5 раза коротша за хвилинну?

4 (8, 2011). Комашка летить до тонкої лінзи вздовж її головної оптичної осі зі швидкістю $10\,\frac{\text{см}}{\text{с}}$. Через 1 с після того, як її зображення мало натуральну величину, розмір зображення збільшився удвічі. Визначте тип лінзи та її фокусну відстань. Яким стане зображення ще через 2 с польоту?

5 (8, 2011). В акваріум, який має форму куба зі стороною 40 см і стоїть на вагах, обережно налили три рідини різної густини, що не змішуються між собою (одна з них — вода). Виявилося, що загальна маса акваріума завдяки цьому збільшилася на 68 кг. Знайдіть об'єм акваріума в літрах. Визначте, скільки літрів води було налито в акваріум. Залежність густини рідини ρ в акваріумі від глибини занурення наведена на графіку.



L Всеукраїнська олімпіада. 2012 р.

1 (8, 2012). Фізичні запитання:

- Зважують великий прозорий закритий куб, на дні якого стоїть радіокерований гелікоптер. Що покажуть ваги, коли гелікоптер злетить і зависне в повітрі?
- У салоні автомобіля, що їде зі сталою швидкістю, відпустили кульку з гелієм. Та піднялася під самісінький дах. Куди почне рухатися кулька, коли автомобіль загальмує?
- У яких зонах поблизу Місяця (*див. рис.*) не видні зорі навіть у ясну погоду? Відповідь поясніть.
- На подвір'ї лежить колода. Де й чому слід узятися за колоду, щоб відірвати її від землі з найменшим зусиллям?
- За дослідження в якій галузі фізики була присуджена Нобелівська премія з фізики у 2012 році?

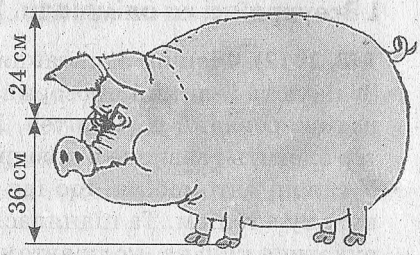
2 (8, 2012). Учитель фізики зупинив таксі. Для того, щоб вчасно потрапити в аеропорт, автомобіль, за розрахунками вчителя, мав їхати із середньою швидкістю $30\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Першу третину шляху таксі їхало через затори на вулицях міста зі швидкістю $15\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$, другу третину — через передмістя зі швидкістю $35\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Визначте середню швидкість на перших двох третинах шляху. Чи встигне вчитель в аеропорт? Відповідь обґрунтуйте.

3 (8, 2012). Частота пульсу хлопчика — 75 ударів за хвилину, а дівчинки — 85. У якийсь момент часу удари їхніх сердець співпали? Через який час удари співпадуть знову?

4 (8, 2012). Дві циліндричні посудини різних діаметрів стоять поряд на столі. Перша посудина заповнена водою до позначки 18,5 см і містить усередині мідну кульку. Друга посудина заповнена водою до позначки 19 см і містить усередині алюмінієву кульку. Кульки дістають із посудин й міняють місцями: у першу посудину опускають алюмінієву кульку з другої посудини, а в другу — мідну з першої. Після цього рівень води в першій посудині стає 20,5 см, а в другій — 18,5 см. Яка з кульок була більшою за розміром? Знайдіть відношення діаметра другої посудини до діаметра першої.

5 (8, 2012). Для того щоб виховати охайних свиней, родина фермера вирішила повісити на стінку свинарника дзеркало. Визначте, якою може бути найменша висота дзеркала і як його слід

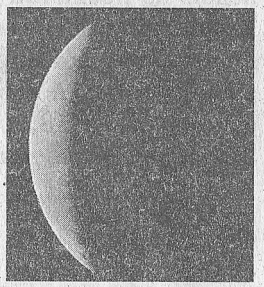
повісити, щоб наймолодша свиня, розміри якої наведені на рисунку, могла побачити себе в ньому на повний зріст. Відомо, що вага наймолодшої (і найменшої) свині у свинарнику становить тільки 21,6 % від ваги найбільшої свині. Визначте, якою має бути найменша висота дзеркала і як його слід повісити, щоб усі свині могли побачити себе в ньому на повний зріст.



LI Всеукраїнська олімпіада. 2013 р.

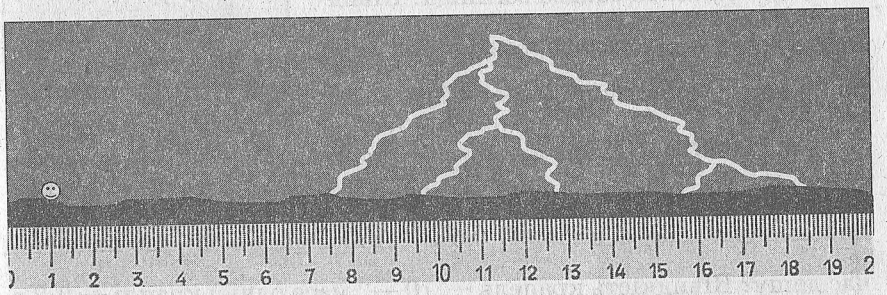
1 (8, 2013). Фізичні запитання на уяву й фантазію:

- Якщо поліетилен покласти на аркуш книжки, можна легко прочитати, що там написано. Але якщо його віддалити від тексту, букви розпливаються й на певній відстані дуже важко щось прочитати. Як ви думаєте, чому це відбувається?
- Чому й за яких умов повітряні змії не падають на землю.
- Франческо Інголі, звертаючись до Галілео Галілея, посилається на нібито добре відомий йому дослід. Коли корабель стоїть, то камінь, який відпускають із верхівки щогли, падає поряд із її підніжжям. Але коли корабель пливе, камінь, який відпускають із верхівки щогли, відстане від її підніжжя на багато ліктів назад, оскільки поки камінь летітиме вниз, корабель встигне проплисти цю відстань уперед. Як ви гадаєте, що на це відповів Г. Галілей?
- Мелену каву часто продають у вакуумній упаковці, яка має вигляд прямокутних пакетів-цеглинок. Ці пакети на дотик дуже тверді, але якщо їх проколоти й впустити повітря всередину, вони відразу м'якшають і втрачають форму. Поясніть, чому, якщо відкачати повітря, кавовий порошок «твердіє» й зберігає надану форму?
- На фотографії ми бачимо часткове місячне затемнення. Уявіть, що під час фотографування цього затемнення ви в скафандрі перебували на освітленій частині Місяця й дивилися на Землю. Що ви бачили? Наведіть у відповіді схематичний рисунок і дайте стисле пояснення.



2 (8, 2013). Надзвуковий пасажирський літак «Конкорд» першу восьму й останню восьму частини свого шляху рухається із середньою швидкістю v, а решту часу — з утричі більшою крейсерською швидкістю. Визначте крейсерську швидкість «Конкорда», якщо середня швидкість на всьому шляху дорівнює $1400\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$.

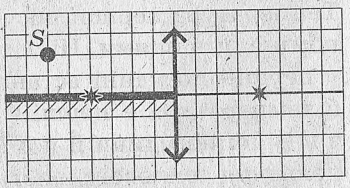
3 (8, 2013). На рисунку зображена блискавка, яка дуже швидко проходить шлях від хмари до землі. Упродовж якого часу буде чутно гуркіт грому людині, яка на рисунку зображена зліва над поділкою 1 см? Вважати масштаб рисунка таким, що 1 см на ньому відповідає 150 м. Швидкість звуку в повітрі — $330\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.



Припустимо тепер, що людина їде на автомобілі від блискавки зі швидкістю $30\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Упродовж якого часу вона чутиме гуркіт грому в цьому випадку?

4 (8, 2013). Усередині алюмінієвого куба зі стороною 60 см є порожнина, яка також має форму куба зі стороною 40 см. Знайдіть середню густину алюмінієвого куба. На скільки й як зміниться середня густина куба та об'єм порожнин, якщо куб нагріти від 0 до 400 °С? Густина алюмінію за 0 °С дорівнює $2{,}7\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Температурний коефіцієнт лінійного розширення алюмінію — $25 \cdot 10^{-6}\ °\text{C}^{-1}$.

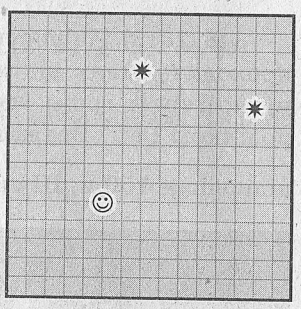
5 (8, 2013). Уздовж головної оптичної осі лінзи впритул до неї розташували дзеркало, а над ним на відстані 1 см точкове джерело світла (*див. рис.*, на якому також зображені фокуси лінзи). Перенесіть рисунок до роботи й побудуйте всі зображення джерела S.



III ЕТАП ОЛІМПІАДИ ЗА 1999, 2003, 2005–2007 РОКИ, 8 КЛАС

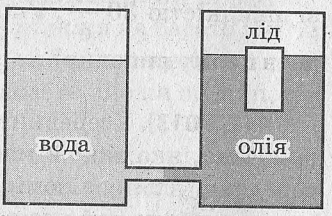
XXXVI Всеукраїнська олімпіада. Область, 1999 р.

1 (8, 1999О). Ви перебуваєте на квадратному острові зі стороною 150 м, на якому горять два вогнища (*див. рис.*). Для того щоб погасити вогнище, на нього потрібно вилити два відра води. У вас у руках порожнє відро. Який найменший час потрібен для того, щоб загасити обидва вогнища? Швидкість бігу — $5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, час набирання води у відро — 4 с, час виливання води з відра — 1 с.



2 (8, 1999О). Вважаючи, що густина повітря — $1\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, а висота атмосфери — 10 км, визначте, яка маса повітря міститься над жіночою парасолькою площею $0{,}5\,\text{м}^2$. А яка маса води, що падає під час дощу? Швидкість крапель — $10\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, маса однієї краплі — 0,2 г. Дощ барабанить по парасольці з частотою 50 ударів за секунду. Висота хмар — 1 км.

3 (8, 1999О). Одна зі сполучених посудин заповнена водою, а друга — олією (*див. рис.*). В олії плаває шматок льоду. Чи зміниться рівень води, коли лід розтане? Відповідь поясніть.



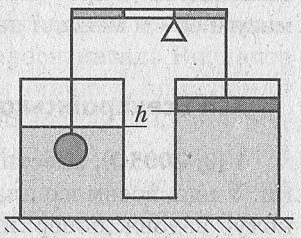
4 (8, 1999О). У вас є три резистори опорами 1, 2 й 3 Ом. Скільки різних опорів можна одержати, використовуючи їх?

5 (8, 1999О). Усередині двох однакових посудин міститься однакова кількість мастила й по залізній кульці однакової маси. Температура першої посудини — 60 °С, другої — 20 °С. Кульки поміняли місцями. Після того як встановилася теплова рівновага, у першій посудині встановилася температура 50 °С. Якою була б температура в першій посудині, якби спочатку дістали кулю з першої посудини й помістили її в другу посудину, а після встановлення теплової рівноваги кулю з другої посудини перемістили в першу? Втратами тепла знехтувати.

XL Всеукраїнська олімпіада. Область, 2003 р.

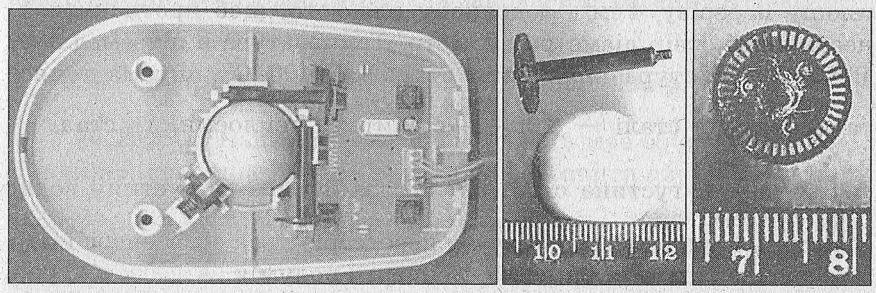
1 (8, 2003О). Альпініст вирішив приготувати чай. Для цього він дістав алюмінієвий казанок масою 500 г, набрав у нього таку саму масу снігу й поставив казанок на похідну плитку. Скільки палива необхідно витратити, щоб закип'ятити воду? Що може вплинути на точність відповіді? Температура навколишнього повітря — $-20\,^{\circ}\mathrm{C}$, питома теплоємність алюмінію — $900\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, льоду — $2100\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, води — $4200\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, питома теплота плавлення льоду — $330\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$, питома теплота згоряння палива — $4\cdot10^7\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$.

2 (8, 2003О). До лівого кінця легкого стрижня (*див. рис.*) прикріплено нитку з алюмінієвим тягарцем масою 1 кг, який повністю занурений у воду. До правого кінця стрижня прикріплено нитку, яка з'єднана з поршнем масою 1 кг і площею перерізу $100\ \text{см}^2$. Стрижень перебуває в рівновазі. Визначте силу натягу лівої нитки; різницю рівнів води в сполучених посудинах. Густина алюмінію — $2{,}7\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.



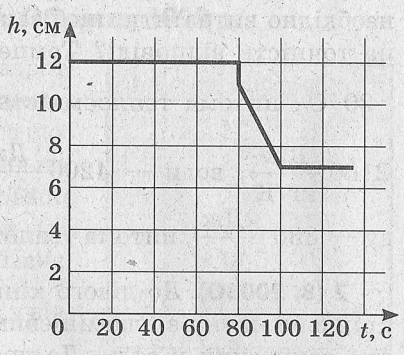
3 (8, 2003О). Від баржі, яка рухалася за течією річки, на човні на розвідку поплив Гек Фін. Спочатку він плив проти течії, потім розвернувся й плив за течією. Випередив баржу, через деякий час розвернувся й поплив назад. За час усієї розвідки баржа пропливла 2 км. Визначте швидкість течії, якщо за течією Гек плив 20 хвилин і розвертався по хвилині. Вважати, що під час руху Гек Фін веслував, докладаючи однакових зусиль.

4 (8, 2003О). Визначте чутливість комп'ютерної миші (найменшу відстань, на яку треба змістити мишу відносно комп'ютерного



килимка, щоб змістився курсор на екрані). Зображення миші та її окремих частин зроблені за допомогою сканера. Під час переміщення миші коліщатка обертаються й перекривають промені між випромінювачами й фотоелементами.

5 (8, 2003О). У великій циліндричній каструлі плаває порожня каструля меншого розміру. Рівень води у великій каструлі $h_0 = 12$ см. Воду починають обережно переливати з великої каструлі в малу (щосекунди переливають 20 г води). Залежність рівня води у великій каструлі від часу переливання наведено на графіку. Поясніть цю залежність. Спробуйте визначити масу й об'єм меншої каструлі.



XLII Всеукраїнська олімпіада. Область, 2005 р.

1 (8, 2005О). Шестигранний олівець лежить на поверхні книжки. Учень восьмого класу долонею обережно притискує його й прокочує вздовж поверхні книжки. Олівець рухається без проковзування, а долоня за 3 секунди переміщується на 12 см. Визначте середню швидкість руху нагостреного кінця олівця.

2 (8, 2005О). Вогнедишного дракона посадили в підземелля за ґрати й годують вівсяною кашею, яка йому обридла не менш ніж підземелля. Скільки вівсяної каші калорійністю 3600 $\frac{\text{ккал}}{\text{кг}}$ (1 кал = 4,18 Дж) додатково має з'їсти дракон, щоб вогнем зі своєї пащі розплавити прути сталевих ґрат і вислизнути на волю? Прути розташовані паралельно один до одного на відстані 80 см і мають площу перерізу 4 см^2, а дракону для того, щоб протиснутися, необхідний отвір діаметром 1 метр. Температура в підземеллі — 0 °С, температура плавлення сталі — 1400 °С, питома теплота плавлення сталі — 200 $\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$, питома теплоємність сталі — 500 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$, густина сталі в 7,8 раза більша за густину води. Вважати, що на енергію полум'я перетворюється 40 % енергії їжі, а на розплавлення сталі йде 10 % енергії полум'я.

3 (8, 2005О). На горизонтальній поверхні стоїть однорідний куб масою 20 кг. Куб необхідно перевернути на іншу грань. Ви прикладаєте силу до одного з верхніх ребер куба, напрямок якої може бути від горизонтального до вертикального. Визначте найбільшу й найменшу сили, які слід прикласти, щоб куб почав перевертатися через нижнє ребро. Розгляньте всі можливі випадки.

4 (8, 2005О). Відомо, що для поширення звуку необхідне якесь середовище, наприклад повітря. Колись вважали, що й світло потребує для свого поширення чогось подібного. Таке середовище отримало назву ефіру й мало заповнювати собою весь простір між зорями й планетами, а також пронизувати всі тіла у Всесвіті. Виникло запитання: «А з якою швидкістю ми рухаємося разом із Землею відносно цього середовища?» Для відповіді на це запитання Майкельсон і Морлі провели кілька точних вимірювань. Спрощено ідея їхніх дослідів зводилася до визначення часу проходження світлом однакової відстані у двох перпендикулярних напрямках. Світло відбивалося від дзеркала й поверталося назад. Визначте й порівняйте: **1)** час t_1 поширення світла для випадку, коли Земля нерухома відносно ефіру; **2)** час t_2 поширення світла для випадку, коли Земля рухається відносно ефіру зі швидкістю v, і напрямок поширення світла співпадає з напрямком руху; **3)** час t_3, коли напрямок поширення світла перпендикулярний до швидкості v. Відстань між випромінювачем і дзеркалом — L, швидкість поширення світла в ефірі — c. Між іншим, згідно з проведеними спостереженнями виявилося, що час поширення світла однаковий для всіх випадків. Який висновок можна з цього зробити?

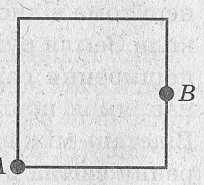
5 (8, 2005О). На дні порожнього басейну глибиною 4 метри лежить діжка масою 200 кг та об'ємом 100 літрів. Визначте силу, яку слід прикладати до діжки, щоб підняти її з басейну, та виконану при цьому роботу в таких випадках: діжку піднімають за допомогою мотузок; діжку викочують уздовж похилої площини довжиною 8 метрів; усе це роблять після заповнення басейну водою.

XLIII Всеукраїнська олімпіада. Область, 2006 р.

1 (8, 2006О). Надводна частина айсберга має об'єм 100 000 м^3. Яка кількість теплоти піде на те, щоб розтопити айсберг? Густина льоду — 900 $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, питома теплота плавлення — 332 $\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$. Температура айсберга — 0 °С.

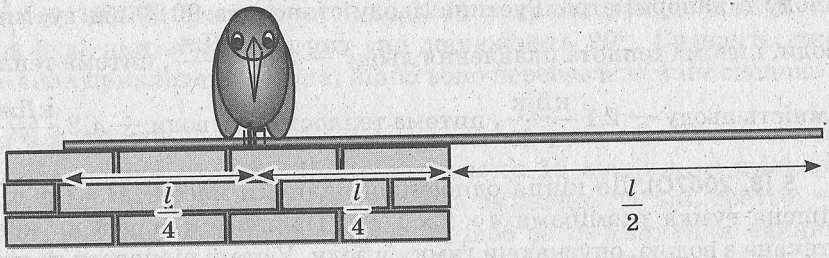
2 (8, 2006О). Геологорозвідна група складається з 7 осіб. За 7 годин до заходу сонця геологи вийшли до берега річки, звідки до бази залишилося 30 км униз уздовж течії. Середня швидкість руху людини каменистим берегом річки — $3\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$. Чи встигнуть усі геологи дістатися бази до заходу сонця, якщо в них є надувний моторний човен, розрахований на трьох осіб і швидкість $8\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$ у стоячій воді? Визначте найменший час, за який усі геологи зможуть дістатися бази. Швидкість течії річки — $4\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$.

3 (8, 2006О). З ніхромового дроту довжиною 4 м виготовили квадрат і до точок A і B підключили джерело постійної напруги 4,5 В. Визначте, на якій ділянці дроту сила струму буде більшою й у скільки разів. Через який час після підключення напруги коротша ділянка дроту нагріється на 5° ? Питомий опір ніхрому — 1 мкОм · м, густина ніхрому — $8400\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, питома теплоємність — $450\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$. Якщо ніхром і далі буде нагріватися такими темпами, через деякий час його температура має підвищитися настільки, що ніхром почне плавитися. Чи обов'язково це відбудеться? Чому?



4 (8, 2006О). 1715 року німецький фізик Д. Фаренгейт винайшов ртутний термометр і запропонував свою шкалу температур. Градусами Фаренгейта й сьогодні користуються в США та деяких інших країнах. Знайдіть формулу для перерахунку температури в градусах Цельсія в температуру в градусах Фаренгейта і назад, якщо відомо, що температура плавлення льоду дорівнює 32 °F, а температура кипіння води — 212 °F. Чому дорівнює температура загоряння паперу в градусах Цельсія, значення якої за шкалою Фаренгейта дало назву найвідомішому роману Рея Бредбері «451° за Фаренгейтом».

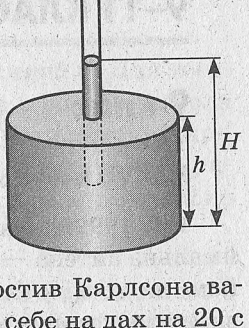
5 (8, 2006О). Ворона принесла паличку й всілася з нею на краю даху, як зображено на рисунку. Визначте мінімальну кількість горобців, які можуть, усівшись на цю паличку, порушити рівновагу, а також максимальну кількість горобців, які можуть всістися на цю паличку, не порушивши рівноваги. Маса горобця у вісім разів менша за масу ворони, а розміри — у два рази менші. Птахи можуть доторкатися один до одного крилами. Ширина горобця (відстань між його крилами) — 5 см. Довжина палички $l = 80$ см.



XLIV Всеукраїнська олімпіада. Область, 2007 р.

1 (8, 2007О). Відстань від Землі до Сонця — 150 млн км, вона називається однією астрономічною одиницею й позначається так: 1 а. о. Космічний зонд «Піонер» 1980 року віддалився від Сонця на відстань 20 а. о., а у 2000 р. — уже на 72 а. о. Визначте швидкість, з якою «Піонер» віддаляється від Сонця. На якій відстані від Сонця він міститься зараз? У якому році його було запущено? Чому відповіді на запитання задачі будуть не зовсім точними?

2 (8, 2007О). У дні циліндричної каструлі площею S_1 просвердлили отвір площею S_2 і герметично вставили довгу трубку. Каструлю поставили на рівну гумову поверхню догори дном і почали обережно наливати воду через трубку. До якого рівня H можна налити воду, щоб вона не почала виливалася знизу? Маса каструлі з трубкою дорівнює m, висота каструлі — h.



3 (8, 2007О). У той день, коли Малюк пригостив Карлсона варенням, Карлсон піднімався з вікна Малюка до себе на дах на 20 с довше, ніж зазвичай. Яку масу варення з'їв Карлсон, якщо потужність його моторчика, як і раніше, дорівнювала 15 Вт, а висота підйому — 10 м. $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

4 (8, 2007О). Теплоізольований циліндричний калориметр висотою $h = 75$ см, заповнений на $\frac{1}{3}$ льодом, який утворився після замерзання води. У калориметр швидко наливають воду за температури 10 °С, унаслідок чого він заповнюється на $\frac{2}{3}$ власного об'єму. Після встановлення теплової рівноваги рівень заповнення калориметра збільшується на $\Delta h = 5$ см. Знайдіть початкову температуру

льоду в калориметрі. Густина льоду становить 90 % від густини води, питома теплота плавлення льоду — $340\ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$, питома теплоємність льоду — $2{,}1\ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, питома теплоємність води — $4{,}2\ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$.

5 (8, 2007О). До кінця однорідної палички масою $M = 7$ г підвішена гумка розмірами $4 \times 2 \times 1$ см. Паличку кладуть на край стакана з водою, опускаючи гумку у воду. У стані рівноваги паличка горизонтальна, а гумка занурена у воду наполовину. Визначте силу Архімеда, яка при цьому діє на гумку. Визначте, у якому відношенні $\frac{y}{x}$ ділиться точкою опори довжина палички. Чи може паличка бути дуже довгою? Густина гуми — U_2.

II ЕТАП ОЛІМПІАДИ ЗА 1999–2013 РОКИ, 9–11 КЛАСИ

9 клас

XXXVII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 1999 р.

1 (9, 1999Р). Антена телецентру піднята на висоту 125 м, а приймальна антена — на висоту 45 м. На якій відстані можливий прийом, якщо між антенами рівний рельєф, а поверхню Землі можна вважати сферичною (радіус — 6400 км).

2 (9, 1999Р). Тіло рухається зі сталим прискоренням. За першу секунду воно проходить 1 м, за другу — $\frac{1}{2}$ м. Скільки метрів воно пройде за третю секунду?

3 (9, 1999Р). На столі лежить стос однакових книжок. Для того, щоб обережно почати витягувати зі стосу другу від поверхні стола книжку, притримуючи (але не піднімаючи й не притискаючи) інші, потрібно прикласти силу 27 Н. Для того, щоб почати витягувати третю від поверхні стола книжку, потрібно прикласти силу 25 Н. Яку силу потрібно прикласти, щоб почати витягувати другу й третю книжки разом? Скільки всього книжок у стосі?

4 (9, 1999Р). Три сили — 3, 4 і 12 Н — прикладені до тіла. Кути між будь-якими двома з цих сил дорівнюють 90°. Визначте, яка ще сила прикладена до тіла, якщо воно перебуває в стані спокою.

5 (9, 1999Р). Електрична плитка має три спіралі. За вмикання тільки першої спіралі чайник закипає за 15 хвилин, за вмикання лише другої — за 30 хвилин, а за вмикання тільки третьої — за 40 хвилин. Як з'єднати спіралі, щоб за їх вмикання чайник закипів за найменший час? Чому цей час дорівнює?

XXXVII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 1999 р.

1 (9, 1999Д). Антена телецентру піднята на висоту 80 м, а приймальна антена — на висоту 45 м. На якій відстані можливий прийом, якщо між антенами рівний рельєф, а поверхню Землі можна вважати сферичною (радіус — 6400 км).

2 (9, 1999Д). Тіло рухається зі сталим прискоренням. За першу секунду воно проходить 2 м, за другу — 1 м. Скільки метрів воно пройде за третю секунду?

3 (9, 1999Д). На столі лежить стос однакових книжок. Для того, щоб обережно почати витягувати зі стосу другу від поверхні стола книжку, притримуючи (але не піднімаючи й не притискаючи) інші книжки, потрібно прикласти силу 25 Н. Для того, щоб почати витягувати другу й третю від поверхні стола книжки разом, потрібно прикласти силу 24 Н. Скільки всього книжок у стосі?

4 (9, 1999Д). Три сили — 3, 4 і 12 Н — прикладені до тіла масою 1 кг. Кути між будь-якими двома з цих сил дорівнюють 90°. Визначте, яка ще сила прикладена до тіла, якщо воно рухається рівномірно й прямолінійно зі швидкістю $5\frac{\text{м}}{\text{с}}$ у напрямку цієї сили. Відповідь поясніть.

5 (9, 1999Д). Електрична плитка має три спіралі. За вмикання тільки першої спіралі чайник закипає за 15 хвилин, за вмикання лише другої — за 30 хвилин, а за вмикання лише третьої — за 40 хвилин. Як з'єднати спіралі, щоб за їх вмикання чайник закипів за найменший час? Чому цей час дорівнює? За якого з'єднання спіралей час закипання буде найбільшим? Чому він дорівнює?

XXXVIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2000 р.

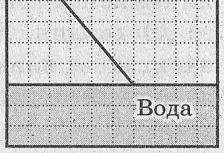
1 (9, 2000Р). Хлопчик, який стоїть на березі річки, кидає камінь під кутом $30°$ до горизонту якомога далі від берега. Початкова швидкість каменя — $15\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, швидкість течії всюди однакова й дорівнює $2\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, хвилі від каменя на поверхні води поширюються зі швидкістю $2{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Визначте, через який час після кидання хвиля від каменя досягне місця, де стоїть хлопчик. Опором повітря знехтувати.

2 (9, 2000Р). Спостереження допитливого учня за домашніми електричними приладами виявили, що для перетворення 1 л води за температури $20\,°\text{C}$ на лід за температури $-10\,°\text{C}$ холодильник додатково споживає 0,2 кіловат-години електроенергії. Яка кількість теплоти виділяється при цьому в повітря? Питомі теплоємності води й льоду — $4200\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ і $2100\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ відповідно, питома теплота плавлення льоду — $334\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$.

3 (9, 2000Р). Дріт від'єднали від джерела напруги і, з'єднавши кінці, зробили з нього правильний n-кутник. З'ясувалося, що, коли прикласти напругу до двох точок, що лежать у сусідніх кутах n-кутника, сила струму в колі збільшується в 7,2 раза порівняно з попереднім значенням, коли цю ж напругу подавали на кінці дроту. Визначте n.

4 (9, 2000Р). Дві кульки — сталева й алюмінієва — з'єднані тонкою ниткою, яка перекинута через блок. Алюмінієва кулька при цьому занурена у воду повністю, а сталева «плаває», виглядаючи над водою на $\frac{1}{3}$ свого об'єму. Визначте відношення маси алюмінієвої кульки до маси сталевої. Густина сталі — $7800\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, алюмінію — $2700\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

5 (9, 2000Р). Промінь падає з олії у воду, як зображено на рисунку. Перенесіть рисунок до роботи, побудуйте подальший хід променя, дайте пояснення. Коефіцієнт заломлення олії — 1,6, води — $\frac{4}{3}$.



XXXVIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2000 р.

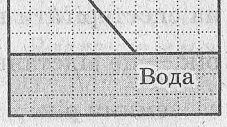
1 (9, 2000Д). Хлопчик, який стоїть на березі річки, кидає камінь якомога далі від берега. Початкова швидкість каменя — v_0, швидкість течії всюди однакова й дорівнює u, поверхневі хвилі від каменя у воді поширюються зі швидкістю c. Визначте, через який час після кидання хвиля від каменя досягне місця, де стоїть хлопчик. Опором повітря знехтувати. Розв'яжіть задачу в загальному випадку й визначте час для $v_0 = 15\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, $u = 2\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, $c = 2{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2 (9, 2000Д). Спостереження допитливого учня за домашніми електричними приладами виявили, що для перетворення 0,5 л води за температури 20 °С на лід за температури –10 °С холодильник додатково споживає 0,2 кіловат-години електроенергії. Яка кількість теплоти виділяється при цьому в повітря? Питомі теплоємності води й льоду — $4200\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ і $2100\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ відповідно, питома теплота плавлення льоду — $334\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$.

3 (9, 2000Д). Дріт від'єднали від джерела напруги і, з'єднавши кінці, зробили з нього правильний n-кутник. З'ясувалося, що коли прикласти напругу до двох точок, що лежать у сусідніх кутах n-кутника, потужність, яка виділяється в колі, збільшується в 12,1 раза порівняно з попереднім значенням, коли цю ж напругу подавали на кінці дроту. Визначте n.

4 (9, 2000Д). Дві кульки — дерев'яна й коркова — з'єднані тонкою ниткою, яка перекинута через занурений під воду блок. Коркова кулька при цьому повністю перебуває під водою, а дерев'яна плаває, виглядаючи над водою на $\frac{1}{3}$ частину свого об'єму. Визначте відношення маси дерев'яної кульки до маси коркової. Густина деревини — $600\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, корку — $240\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

5 (9, 2000Д). Промінь падає з олії у воду, як зображено на рисунку. Перенесіть рисунок до роботи, побудуйте подальший хід променя, дайте пояснення. Коефіцієнт заломлення олії — 1,6, води — $\frac{4}{3}$.

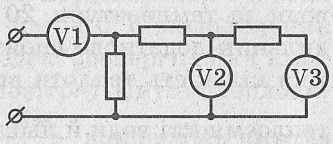


XXXIX Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2001 р.

1 (9, 2001Р). Хвилинна стрілка годинника у два рази довша за годинну. У скільки разів швидкість кінця хвилинної стрілки більша за швидкість кінця годинної?

2 (9, 2001Р). Під яким кутом до горизонту футболіст повинен відправити м'яч зі швидкістю $21\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, щоб той після пружного відбиття від вертикальної стінки влучив в інший м'яч, який лежить посередині між гравцем і стінкою? Відстань від футболіста до стінки — 15 м. Прискорення вільного падіння — $9{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Опором повітря знехтувати.

3 (9, 2001Р). Коло зібрано з однакових вольтметрів і резисторів. Визначте U_2, якщо $U_1 = 152$ В, $U_3 = 10$ В.



4 (9, 2001Р). Три мавпи несуть драбину довжиною 6 метрів і масою 10 кг. Попереду розумна, далі не дуже розумна, потім ледача. Розумна й ледача взялися за кінці драбини, а не дуже розумна — на відстані 4 м від розумної і за 2 м від ледачої. Ледача мавпа втомилася й вирішила повисіти на драбині. Яку силу до драбини має докладати при цьому розумна мавпа, щоб рух не зупинився? Маса кожної мавпи — 20 кг.

5 (9, 2001Р). З яких точок кімнати в дзеркалі можна побачити вікно повністю? Перенесіть рисунок до зошита й подайте графічний розв'язок.

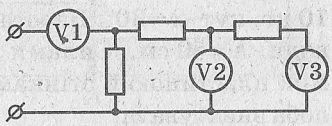


XXXIX Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2001 р.

1 (9, 2001Д). Колись більшість людей вважали, що Земля міститься в центрі Всесвіту, а Сонце, планети й зорі обертаються навколо неї. Визначте, з якою швидкістю за цією моделлю має рухатися зоря, відстань до якої становить 4 світлові роки і яку можна спостерігати вночі під кутом 30° до Полярної зорі. Світловий рік — це відстань, яку проходить світло зі швидкістю $300\,000\,\frac{\text{км}}{\text{с}}$ за земний рік.

2 (9, 2001Д). Бізнесмен поливав город зі шланга протягом години й сорока хвилин. Після цього він подивився на лічильник води й підрахував, що води витрачено на 1 гривню 80 копійок. Визначте, якою була площа перерізу струменя води у вищій точці траєкторії, коли бізнесмен так спрямовував шланг, що дальність польоту води була максимальною й становила 20 метрів. Опором повітря знехтувати. Вартість 1 $м^3$ води становить 20 копійок.

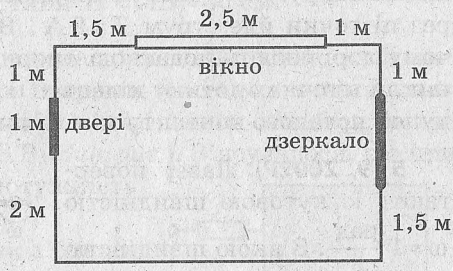
3 (9, 2001Д). Коло зібране з однакових вольтметрів і резисторів. Визначте U_3, якщо $U_1 = 152$ В, $U_2 = 60$ В.



4 (9, 2001Д). Дріт довжиною 40 см зігнули на відстані 10 см від лівого кінця й підвісили на нитці так, що вона перебуває в рівновазі (*див. рис.*). Яка відстань від точки A до точки кріплення нитки до дроту?



5 (9, 2001Д). З яких точок кімнати в дзеркалі не можна побачити ні вікна, ні дверей? Перенесіть рисунок до зошита й подайте графічний розв'язок.

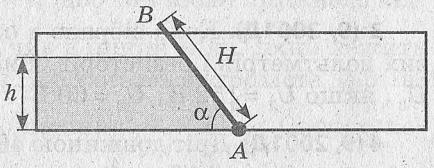


XL Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2002 р.

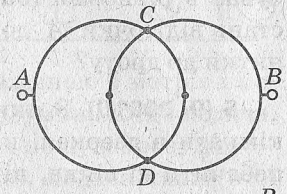
1 (9, 2002Р). Коли до інспектора ДАІ залишилося 50 метрів, автомобіль, який рухався зі швидкістю $90\ \frac{км}{год}$, почав гальмувати з прискоренням $6\ \frac{м}{с^2}$. Визначте, на якій відстані від інспектора автомобіль опиниться через 5 с після початку гальмування.

2 (9, 2002Р). Магніт прилип до вертикальної металевої стінки. До магніту приклали спрямовану вертикально вгору силу, яку почали повільно збільшували. Коли сила досягла значення $F_1 = 9$ Н, магніт почав рухатися. Потім до магніту приклали силу, спрямовану вертикально вниз, і також повільно її збільшували. Магніт почав рухатися, коли ця сила досягла значення $F_2 = 4$ Н. Визначте масу магніту. Встановити, яку мінімальну горизонтальну силу вздовж стінки необхідно прикласти до магніту, щоб зрушити його з місця.

3 (9, 2002Р). Пластина прямокутної форми перекриває жолоб, наповнений з одного боку водою. Знайдіть силу тиску води на пластину. Уявіть тепер, що пластина може вільно обертатися навколо горизонтальної осі, яка перпендикулярна до площини рисунка й проходить через точку A. Яку мінімальну силу треба прикласти до пластини в точці B, щоб утримувати її в нахиленому положенні? Висота пластини $H = 1{,}5$ м, ширина пластини — 1 м, маса — 10 кг, кут $\alpha = 30°$. Висота рівня води $h = 50$ см. Силами тертя між пластиною й стінками жолоба знехтувати.



4 (9, 2002Р). Два кільця були виготовлені з однакових шматків дроту опором 15 Ом кожен. Кільця поклали одне на одне так, що кожне проходить через центр іншого (*див. рис.*). Коли до точок A і B прикласли напругу $U = 12$ В, виявилося, що через ці точки йде струм $I = 2$ А. Визначте, чому дорівнюють додаткові опори, які виникли в точках дотику кілець C і D за рахунок поганого контакту між кільцями.



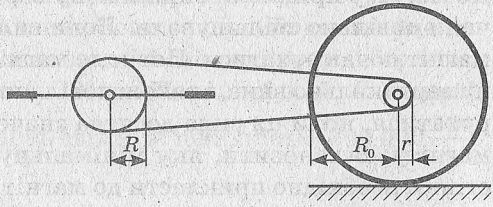
5 (9, 2002Р). Лазер повертають із кутовою швидкістю $\omega = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. З якою швидкістю буде рухатися світлова пляма на віддаленому екрані AB? Відстань до екрана R = 500 000 км значно перевищує розміри екрана. Нарисуйте світловий промінь у момент часу, коли пляма досягне точки B. Швидкість світла — 300 000 $\frac{\text{км}}{\text{с}}$.



XI. Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2002 р.

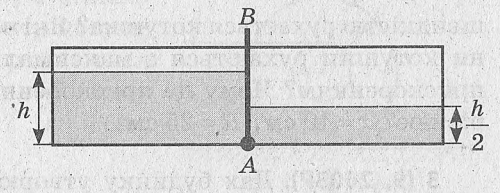
1 (9, 2002Д). Тіло кинули вертикально вгору зі швидкістю 45 $\frac{\text{км}}{\text{год}}$. Визначте шлях, який пройшло тіло за другу секунду руху.

2 (9, 2002Д). Велосипедист робить один оберт педалей за 2 секунди. Визначте, з якою швидкістю їде вело-



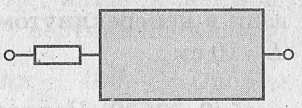
сипед. Радіус великої шестерні $R = 10$ см, радіус малої шестерні $r = 4$ см, радіус колеса $R_0 = 40$ см.

3 (9, 2002Д). Вертикальна пластина прямокутної форми AB перекриває наповнений водою акваріум. З одного боку пластини висота рівня води — h, з другого боку висота рівня води — $\frac{h}{2}$ (*див. рис.*). Знайдіть силу тиску води на пластину, якщо $h = 40$ см, а ширина пластини — 50 см. Уявіть тепер, що пластина може вільно обертатися навколо горизонтальної осі, яка перпендикулярна до площини рисунка і проходить через точку A. Яку мінімальну силу треба прикласти до пластини в точці B, щоб утримувати її у вертикальному положенні? Силами тертя між пластиною й стінками жолоба знехтувати. Висота пластини $H = AB = 60$ см.

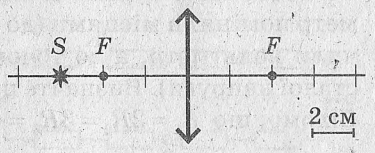


4 (9, 2002Д). На рисунку зображена чорна скринька, у якій містяться чотири однакові резистори опорами $R = 1$ Ом кожен. До цих резисторів послідовно під'єднали ще один такий самий резистор і підвели загальну напругу $U = 8$ В (*див. рис.*). З'ясувалося, що при цьому в скриньці виділяється потужність $P = 15$ Вт.

Визначте за цими даними, як з'єднані резистори в скриньці.



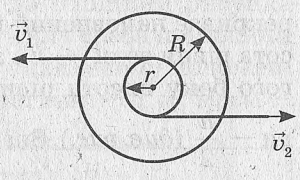
5 (9, 2002Д). На головній оптичній осі збиральної лінзи міститься невелике джерело світла (точка S). Побудуйте зображення цієї точки. На якій відстані від лінзи треба розташувати екран, щоб на ньому була світла кругла пляма з діаметром, удвічі меншим за діаметр лінзи?



XLI Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2003 р.

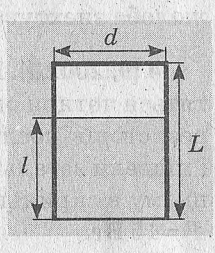
1 (9, 2003Р). Відомо, що Г. Галілей спостерігав за падінням важких тіл із Пізанської вежі. Уявіть, що Г. Галілей відпускає кулю масою 6 кг. Куля починає падати вниз із прискоренням вільного падіння. Опишіть рух Землі під дією сили притяжіння до кулі. Маса Землі — $6 \cdot 10^{24}$ кг. Як на рух тіл може вплинути сила опору повітря?

2 (9, 2003Р). На котушку намотані дві нитки, які тягнуть у протилежних напрямках зі сталими швидкостями $v_1 = 10\,\frac{\text{см}}{\text{с}}$ і $v_2 = 20\,\frac{\text{см}}{\text{с}}$. У якому напрямку і з якою швидкістю рухається котушка? Які частини котушки рухаються з максимальним прискоренням? Чому це прискорення дорівнює? $r = 10$ см, $R = 25$ см.

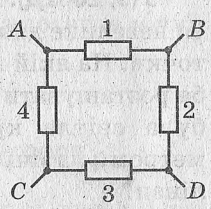


3 (9, 2003Р). Дах будинку утворює кут $\alpha = 30°$ із горизонтом. Хлопчик підходить до будинку, стає так, щоб дивитися вздовж площини даху, і кидає м'яча під кутом $\beta = 60°$ до горизонту (і кутом 30° до площини даху) зі швидкістю $15\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. На якій відстані від хлопчика м'яч вдариться об поверхню даху?

4 (9, 2003Р). Відомо, що циліндричний стакан може плавати в перекинутому стані, якщо він частково заповнений повітрям (*див. рис.*). Визначте, з якою максимальною кількістю води всередині цей стакан зможе плавати поверхнею води в неперекинутому стані. $d = 6$ см, $l = 6$ см, $L = 10$ см.



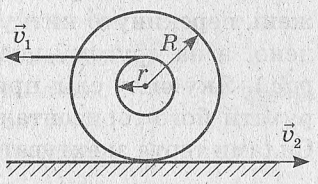
5 (9, 2003Р). Чотири резистори з'єднали, як показано на рисунку, і підключили до точок A і C джерело сталої напруги, а до точок B і D вольтметр. Вольтметр показав $U_1 = 50$ В. Після цього джерело напруги й вольтметр поміняли місцями (до точок A і C підключили вольтметр, а до точок B і D — джерело сталої напруги). Визначте покази вольтметра U_2. Відомо, що $R_1 = 2R_2 = 3R_3 = 4R_4$.



XLI Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2003 р.

1 (9, 2003Д). Мотоцикліст починає рухатись зі сталим прискоренням $2\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Перпендикулярно дорозі дме вітер зі швидкістю $6\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Визначте, через який час після початку руху швидкість вітру відносно мотоцикліста дорівнюватиме $10\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

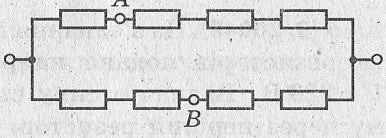
2 (9, 2003Д). Котушка з нитками без проковзування котиться поверхнею книжки. При цьому нитку тягнуть зі сталою швидкістю $v_1 = 2\,\frac{\text{см}}{\text{с}}$ в один бік, а книжку зі швидкістю $v_2 = 3\,\frac{\text{см}}{\text{с}}$ — в інший (*див. рис.*). У якому напрямку і з якою швидкістю переміщається центр котушки? Які частини котушки рухаються з максимальним прискоренням? Чому це прискорення дорівнює? $r = 3$ см, $R = 7$ см.



3 (9, 2003Д). Уявіть, що ви тримаєте в руках невеликого м'яча й перебуваєте в кімнаті, від стінок, стелі й підлоги якої м'яч пружно відскакує. Чи можна так кинути м'яча, щоб він повернувся назад вам у руки, послідовно відбившись раз від стінки, а другий — від стелі? А якщо замість відбиття від стелі розглянути відбиття від підлоги? Тобто чи можна так кинути м'яча, щоб від повернувся в руки, послідовно відбившись раз від стінки й раз від підлоги? Свою думку обґрунтуйте. Зробіть рисунок.

4 (9, 2003Д). Для того, щоб повністю занурити у воду дерев'яну кульку, необхідно прикласти до неї деяку силу. Визначте, з яким прискоренням буде рухатися кулька в повітрі, якщо до неї прикласти таку саму силу, але спрямовану: 1) вертикально вгору; 2) під кутом α до горизонту. Густина деревини — $400\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Опором повітря знехтувати.

5 (9, 2003Д). Вісім однакових резисторів з'єднали, як показано на рисунку, і підключили до джерела сталої напруги. До точок A і B схеми спочатку підключили вольтметр, а потім — амперметр. Вольтметр показав 70 В, а амперметр — 0,4 А. Визначте напругу, яку подано на з'єднання резисторів, і опір резисторів.

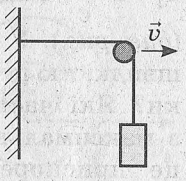


XLII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2004 р.

1 (9, 2004Р). Уздовж річки шириною 50 метрів поволі пливе напівзатоплена діжка, горизонтальне дно якої діаметром 2 метри ледь виглядає над водою. Відстань від діжки до берега, на якому стоїть хлопчик із тенісним м'ячем, становить 20 метрів. З якою найменшою швидкістю має кинути м'яча хлопчик, щоб після

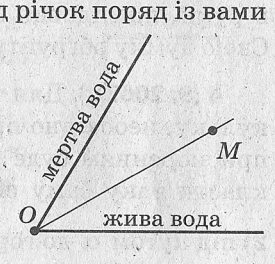
відбиття від поверхні діжки той перелетів на другий берег річки? Удар вважати пружним, опором повітря знехтувати. Чим ще вам довелося знехтувати під час розв'язування задачі?

2 (9, 2004Р). Через легкий горизонтальний стрижень перекинуто нитку, один кінець якої закріплено, а на другому висить тіло масою 2 кг (*див. рис.*). Яку силу слід прикладати до стрижня, щоб рухати його горизонтально зі сталою швидкістю? Силами тертя знехтувати.

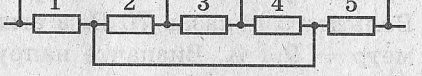


3 (9, 2004Р). Визначте радіус геліостаціонарної орбіти, тобто орбіти, на якій космічний апарат, що рухається навколо Сонця, увесь час перебуватиме над одним місцем сонячної поверхні. Період обертання Сонця навколо своєї осі — 25 діб, період обертання Землі навколо Сонця — рік. Відстань від Землі до Сонця — 150 млн км.

4 (9, 2004Р). Річки з живою й мертвою водою зливаються під кутом 60° (*див. рис.*). На однаковій відстані від річок поряд із вами лежить казковий герой (точка M на рисунку). За який найменший час ви можете привести його до тями, маючи два порожні глечики: один — для живої, другий — для мертвої води? Максимальне прискорення, з яким дозволяє рухатися сила тертя,— $3\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, максимальна швидкість руху — $6\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Для того, щоб набрати води в глечик, потрібно 2 секунди, для того, щоб вилити воду з глечика,— 1 секунда. Відстань від O до M $S=100$ м, поверхню можна вважати горизонтальною.



5 (9, 2004Р). На з'єднання п'яти резисторів подано напругу $U=220$ В. Визначте силу струму через перший резистор. $R_1=1$ кОм, $R_2=4$ кОм, $R_3=5$ кОм, $R_4=3$ кОм, $R_5=2$ кОм.

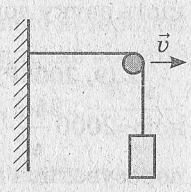


XLII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2004 р.

1 (9, 2004Д). Майданчик для гри у великий теніс має розміри 11×24 метри й навпіл перегороджений сіткою. Тобто від місця подачі м'яча до сітки відстань не менша, ніж 12 метрів. З якою найменшою горизонтальною швидкістю треба подати м'яча, щоб він

перелетів сітку, не зачепивши її? З якою найбільшою горизонтальною швидкістю можна подати м'яча з цього ж місця, щоб він влучив у поле супротивника? Висота посилання м'яча $H = 2{,}5$ м, висота сітки $h = 0{,}9$ м, $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

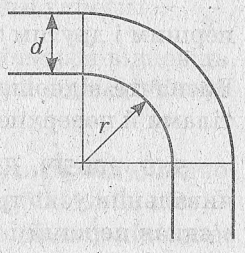
2 (9, 2004Д). Через горизонтальний стрижень перекинуто нитку, один кінець якої закріплено, а на другому висить тіло масою $m_1 = 3$ кг (*див. рис.*). Яку силу слід прикладати до стрижня, щоб рухати його горизонтально зі сталою швидкістю? Маса стрижня $m_2 = 1$ кг. Силами тертя знехтувати.



3 (9, 2004Д). Ретрансляційний супутник для підтримання зв'язку з полярними науково-дослідними станціями рухається на деякій висоті h над поверхнею Землі й періодично проходить над Південним і Північним полюсами. Швидкість супутника становить половину від першої космічної. Радіус Землі $R = 6400$ км.

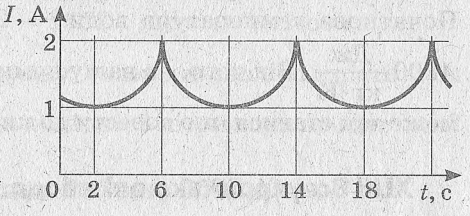
Визначте висоту h. На яких географічних широтах можуть бути прийняті сигнали безпосередньо з цього супутника в той момент часу, коли він проходить над північним полюсом? Відповідь пояснити рисунком.

4 (9, 2004Д). З якою найбільшою швидкістю мотоцикліст під час перегонів може подолати поворот (*див. рис.*), якщо буде рухатися вздовж дуги кола?



Перенесіть рисунок до зошита й пунктирною лінією позначте траєкторію мотоцикліста. Поверхня траси горизонтальна, коефіцієнт тертя $\mu = 0{,}8$. Ширина траси $d = 10$ м, $r = 15$ м.

5 (9, 2004Д). До джерела постійної напруги $U = 12$ В під'єднали послідовно з'єднані амперметр і реостат, опір якого почали періодично змінювати. Залежність сили струму через амперметр від часу у вказаному на діаграмі масштабі має вигляд ланцюжка однакових півкіл (*див. рис.*). Визначте кількість теплоти Q, яка виділяється на реостаті за перші 8 секунд часу. Опором амперметра й з'єднувального дроту знехтувати. Що ви можете сказати про швидкість руху повзунка реостата?



XLIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2005 р.

1 (9, 2005Р). Ви почули гуркіт грому через 6 секунд після спалаху блискавки. Гуркіт тривав 4 секунди. Визначте висоту, з якої вдарила блискавка, якщо вона була майже вертикальною. Швидкість звуку дорівнює $330\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2 (9, 2005Р). Астероїд має форму кулі діаметром 20 км і густиною $2000\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Визначте, з якою найбільшою швидкістю можна пересуватися вздовж поверхні астероїда на всюдиході?

3 (9, 2005Р). Під дією якої сили тіло масою 9 грамів набуває прискорення $9\ \frac{\text{км}}{\text{год}^2}$? На скільки зміниться кінетична енергія тіла за добу під дією цієї сили, якщо: 1) сила увесь час зберігає свій напрямок; 2) через 15 годин сила змінює свій напрямок на протилежний?

4 (9, 2005Р). Три тіла рухаються прямолінійно вздовж горизонтальної поверхні столу під дією горизонтальної сили F, яку прикладено до першого тіла. При цьому сила натягу нитки між першим і другим тілом дорівнює $\frac{F}{2}$, а між другим і третім — $\frac{F}{3}$. Визначте відношення мас тіл $m_1 : m_2 : m_3$. Коефіцієнти тертя між тілами й поверхнею столу однакові.

5 (9, 2005Р). Для того, щоб швидше закип'ятити воду, відпочивальник узяв три кип'ятильники,— на 600 Вт, 800 Вт і 1 кВт,— з'єднав перший і третій паралельно, послідовно до них під'єднав другий і підключив усе з'єднання до розетки. Яка потужність буде виділятися в посудині з водою? За який час вдасться довести до кипіння 3 літри води, якщо знехтувати тепловими втратами? Початкова температура води — 25 °С, питома теплоємність — $4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$. Від чого, на вашу думку, залежать теплові втрати і чи може так статися, що довести до кипіння 3 літри води не вдасться?

XLIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2005 р.

1 (9, 2005Д). У Вавилоні за одиницю довжини приймали відстань, яку проходила доросла людина за час виходу диска сонця з-під горизонту. Ця стародавня одиниця довжини називалася

стадієм. Спробуйте приблизно визначити довжину стадія. Диск сонця можна побачити під кутом $0{,}5°$

2 (9, 2005Д). Астероїд, який має форму кулі діаметром 20 км і густину $2000\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, обертається навколо своєї осі з періодом 10 годин. Визначте прискорення вільного падіння на полюсі астероїда; найбільшу швидкість, з якою можна пересуватися відносно поверхні астероїда на всюдиході. Гравітаційна стала $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$.

3 (9, 2005Д). Невелику коробку поставили на гладку похилу площину й відпустили. Одночасно з деякої точки над площиною відпустили кульку, яка через 1 секунду влетіла в коробку. Визначте початкове положення кульки й відстань від неї до коробки. Збільшиться, зменшиться чи не зміниться швидкість коробки після того, як у неї влучить кулька? Опором повітря, силами тертя знехтувати. Кут нахилу площини $\alpha = 30°$.

4 (9, 2005Д). Три тіла рухаються прямолінійно вздовж гладенької горизонтальної поверхні столу під дією горизонтальної сили F, яку прикладено до першого тіла. При цьому сила натягу нитки між першим і другим тілом дорівнює $\frac{F}{2}$, а між другим і третім — $\frac{F}{3}$. Визначте відношення мас тіл $m_1 : m_2 : m_3$. Як зміниться відповідь, якщо врахувати сили тертя між поверхнею столу й тілами? Коефіцієнт тертя дорівнює μ.

5 (9, 2005Д). Для того, щоб швидше закип'ятити воду, відпочивальник узяв три кип'ятильники,— на 600 Вт, 800 Вт і 1 кВт,— з'єднав перший і третій паралельно, послідовно до них під'єднав другий і підключив усе з'єднання до розетки. Яка потужність буде виділятися в посудині з водою? За який час вдасться довести до кипіння 3 літри води, якщо знехтувати тепловими втратами? Початкова температура води — 15 °С, питома теплоємність — $4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$. Від чого, на вашу думку, залежать теплові втрати, і чи може так статися, що довести до кипіння 3 літри води не вдасться?

XLIV Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2006 р.

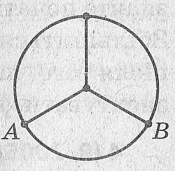
1 (9, 2006Р). Швидкість лівого ковзана фігуриста на $10\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$ більша за швидкість правого. Відстань між ковзанами — 30 см.

За який час фігурист повернеться на 180°? Фігуристр рухається таким чином, що ковзани весь час руху паралельні один одному.

2 (9, 2006Р). М'яч підстрибує над горизонтальною пружною поверхнею, піднімаючись на висоту 5 м. Визначте найбільший шлях, який він пролітає за такого руху за 1 с. Опором повітря знехтувати. Вважати, що $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

3 (9, 2006Р). На столі стоять дві високі циліндричні сполучені знизу посудини з водою. Площа перерізу першої посудини $S_1 = 10$ см^2, другої — $S_2 = 20$ см^2. Рівень води в посудинах — 20 см. У першу посудину наливають 1 кг олії. Яким буде гідростатичний тиск на дно другої посудин після встановлення рівноваги?

4 (9, 2006Р). Визначте опір між точками A і B емблеми відомої автомобільної фірми. Емблема виготовлена з вольфрамового дроту й має вигляд кільця з трьома радіусами (*див. рис.*). Радіус кільця — 20 см, площа перерізу дроту — 0,5 мм^2, питомий опір вольфраму — $5{,}5 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.



5 (9, 2006Р). Довжина тіні від стовпа висотою 4 м дорівнює 3 м. Визначте розміри тіні від м'яча, радіус якого — 20 см.

XLIV Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2006 р.

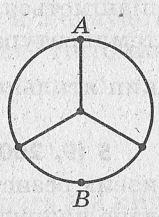
1 (9, 2006Д). Полем зі сталою швидкістю $0{,}2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ іде корова. По корові поперек напрямку її руху мандрує божа корівка зі швидкістю $0{,}3 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Визначте відносно поверхні землі довжину траєкторії божої корівки за 5 хвилин руху.

2 (9, 2006Д). З одного місця кільцевої траси одночасно запускають два іграшкові радіокеровані автомобілі, які весь час збільшують швидкості з прискореннями $a_1 = 0{,}1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ і $a_2 = 0{,}3 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ відповідно. Через який час після початку руху автомобілі знову порівняються один з одним? Відомо, що перший автомобіль пройшов трасу за 7 секунд.

3 (9, 2006Д). На столі стоять дві високі циліндричні сполучені знизу посудини з водою. Площа перерізу першої посудини $S_1 = 10$ см^2, другої — $S_2 = 20$ см^2. Рівень води в посудинах — 20 см.

У першу посудину наливають 200 г олії, у другу опускають шматок алюмінію масою 180 г. Яким буде гідростатичний тиск на дно першої посудини після встановлення рівноваги. Густина алюмінію — $2{,}7\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

4 (9, 2006Д). Емблема відомої автомобільної фірми виготовлена з вольфрамового дроту й має вигляд кільця з трьома радіусами (*див. рис.*). Визначте силу струму через радіуси, якщо до точок A і B емблеми прикласти напругу 100 мВ. Радіус кільця — 20 см, площа перерізу дроту — $0{,}5\ \text{мм}^2$, питомий опір вольфраму — $5{,}5 \cdot 10^{-8}\ \text{Ом} \cdot \text{м}$.



5 (9, 2006Д). Заповнена водою півлітрова скляна пляшка важить 9 Н. За зважування у воді її вага становила 2,4 Н. Визначте густину скла пляшки. На скільки відсотків слід заповнити пляшку водою, щоб вона плавала у воді в повністю зануреному стані?

Якщо дивитися крізь скло заповненої водою пляшки на розташовані поблизу предмети, їхні форма й розміри здаються спотвореними. Чому і як саме? Якими здаються розміри самої пляшки, коли вона плаває у воді?

XLV Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2007 р.

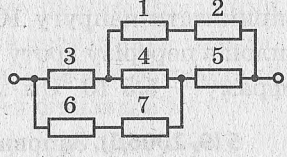
1 (9, 2007Р). Вертикально вгору зі швидкістю $15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ підкидають спочатку один тенісний м'яч, а через секунду вслід за ним другий. Визначте, на якій висоті м'ячі зіткнуться. Опором повітря знехтувати.

2 (9, 2007Р). Свердло робить 900 обертів за хвилину. Визначте максимальну швидкість точок свердла, діаметр якого — 1 см. Чому дорівнює доцентрове прискорення цих точок? Чи зміняться значення максимальної швидкості й прискорення, якщо свердло рухається з певною сталою швидкістю?

3 (9, 2007Р). Під час буревію швидкість вітру поривами змінюється від 30 до $50\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Мотоцикліст зі швидкістю $40\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ рухається перпендикулярно до напрямку вітру. Як змінюється швидкість і напрямок вітру, який відчуває під час цієї небезпечної подорожі мотоцикліст?

4 (9, 2007Р). Відро з водою за допомогою кип'ятильника потужністю 800 Вт вдається нагріти тільки до 90 °С, після чого, незважаючи на роботу кип'ятильника, температура води більше не піднімається. Якщо у відро занурити ще один такий кип'ятильник, температура води у відрі знову почне збільшуватися й за хвилину підніметься до 91 °С. Визначте масу води у відрі й час, за який температура води у відрі знизиться на 1 °С, якщо вимкнути кип'ятильники. Питома теплоємність води — $4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$.

5 (9, 2007Р). На з'єднання семи однакових резисторів опором 100 Ом кожен подано напругу 700 В. Визначте силу струму через четвертий резистор.



XLV Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2007 р.

1 (9, 2007Д). Зі звуження в пісочному годиннику цівка піску «витікає» зі швидкістю $1\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$. Визначте швидкість піщинок після того, як вони пролетять відстань 5 см. У скільки разів густина піщаної цівки в цьому місці буде меншою від густини на початку вільного падіння? Опором повітря знехтувати.

2 (9, 2007Д). Спідометр автомобіля має вигляд кругового сектора з кутом 120° і розрахований на швидкість $240\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Автомобіль починає рухатися з прискоренням $5\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. З якою кутовою швидкістю ω буде рухатися стрілка спідометра?



3 (9, 2007Д). Виготовлена з розірваних простирадл мотузка має необхідну довжину, але витримує вагу тільки 400 Н, тоді як маса Пеппі, яку утримують у високій башті,— 45 кг. З яким прискоренням має спускатися мотузкою Пеппі, щоб та не порвалася? Чи зможе дівчинка врятуватися, якщо висота башти — 20 м? На вашу думку, було б краще чи ні, якби Пеппі зробила коротшу, ніж потрібно, мотузку, але з більш широких смуг тканини і, повільно спустившись до її кінця, зістрибнула? Свою думку обґрунтуйте.

4 (9, 2007Д). Трубою з площею перерізу 3 см^2 вода втікає в батарею зі швидкістю $10\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$. Температура води при вході в батарею — 90 °С, при виході з батареї — 85 °С. Яку потужність повинен мати

електронагрівач, щоб замінити батарею в разі припинення подачі гарячої води? Питома теплоємність води — $4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$.

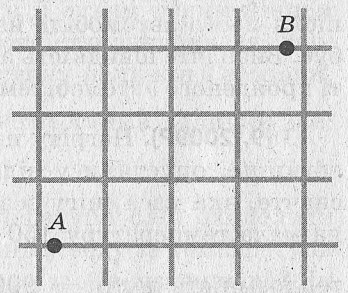
5 (9, 2007Д). Дріт опором 1 Ом складається з двох послідовних частин, алюмінієвої й мідної, однакової довжини й площі перерізу. Дріт розрізають на п'ять частин однакової довжини й з'єднують паралельно. Чому дорівнюватиме опір такого з'єднання? Питомий опір алюмінію — $2{,}8\cdot10^{-8}$ Ом·м, міді — $1{,}7\cdot10^{-8}$ Ом·м.

XLVI Всеукраїнська олімпіада. 2008 р.

1 (9, 2008). Побутовий електронагрівач має потужність 2,2 кВт. Визначте силу струму через електронагрівач, коли той працює на повну потужність. Як краще підключити два електронагрівачі — послідовно чи паралельно, щоб швидше нагріти повітря в кімнаті?

2 (9, 2008). На літніх канікулах хлопчик спочатку зважив дерев'яну лінійку в повітрі. Динамометр показав силу F_1. Потім він пірнув і під водою знову зважив лінійку. Динамометр показав силу F_2. Лінійка після цього відірвалася й спливла на поверхню води. Яка частина лінійки залишилася в зануреному стані?

3 (9, 2008). Таксі з точки A має за найменший час доправити пасажира до точки B. Після дощу таксі може розганятися й гальмувати з прискоренням, не більшим за $2\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, а повертати зі швидкістю, не більшою за $8\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Оцініть, за який найменший час таксі з точки A може доставити пасажира до точки B. Вулиці утворюють квадрати зі стороною 80 м, точки A і B перебувають на відстанях 16 м від найближчих перехресть (*див. рис.*).



4 (9, 2008). У калориметр з 1 літром води за температури 20 °С почали рівномірно вливати воду за температури 60 °С і за хвилину додали літр води. Знайдіть, яка температура після цього встановиться, і побудуйте графік залежності температури води в калориметрі від часу. Вважати, що під час вливання вода швидко перемішується, теплоємністю калориметра знехтувати.

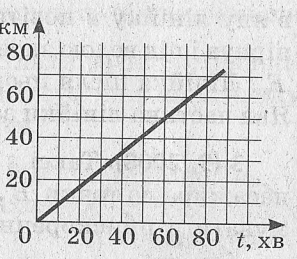
5 (9, 2008). На упаковці люмінесцентної енергозбережувальної лампи написано, що її потужність — 15 Вт, а світла вона дає, як 75-ватна лампа розжарювання. Також на упаковці стверджується, що термін служби лампи — 6000 годин, тоді як термін служби лампи розжарювання — 1000 годин. Оцініть за цими даними ККД лампи розжарювання, а також те, у скільки разів вигідніше користуватися енергозбережувальними лампами, якщо їхня ціна в 7,5 раза більша за ціну відповідних ламп розжарювання. (Цю задачу не слід розглядати як рекламу, оскільки питання безпечності випромінювання ламп і досі залишається відкритим.)



XLVII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2009 р.

1 (9, 2009Р). Батько й дочка спускаються з гори на лижах. Швидкість дівчинки удвічі більша. Знайдіть, у кого та в скільки разів більша кінетична енергія, якщо маса дівчинки — 40 кг, а маса її батька — 100 кг.

2 (9, 2009Р). Автобус та автомобіль рухаються в одному напрямку однією дорогою. За графіком залежності пройденого автобусом шляху від часу знайдіть швидкість автобуса. У деякий момент часу відстань між автобусом та автомобілем дорівнювала 1 км. Через 2 хвилини після цього автомобіль наздогнав автобус. Визначте швидкість автомобіля й побудуйте графік залежності пройденого автомобілем шляху від часу.

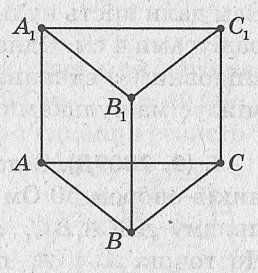


3 (9, 2009Р). Нагріту цеглину масою 4 кг, яка відгороджувала вогнище, опустили у відро зі снігом за температури 0 °С. Визначте, яка маса снігу розтане. Відомо, що з боку вогнища цеглина мала температуру 150 °С, а з протилежного — 70 °С. Питома теплоємність цегли — $900\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, питома теплота плавлення льоду — $330\ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$.

4 (9, 2009Р). Два заряди — $+9\cdot10^{-9}$ Кл і $+36\cdot10^{-9}$ Кл — перебувають на відстані 90 см один від одного. Третій заряд — $-4\cdot10^{-9}$ Кл — поміщають у таку точку між першими двома зарядами, у якій сили, що діють на нього, взаємно компенсуються. Знайдіть місце-

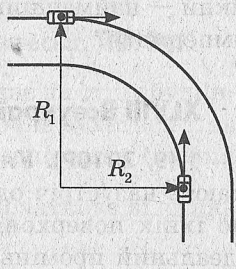
положення цієї точки, а також загальну силу, яка тепер діятиме на перший заряд із боку другого й третього.

5 (9, 2009Р). З дев'яти однакових провідників опором 15 Ом кожен спаяли трикутну призму $ABCA_1B_1C_1$, як зображено на рисунку. До точок A і B підключили джерело напруги 12 В та амперметр. Через який провідник проходитиме найбільший струм, а через який — найменший? Яку силу струму покаже амперметр?



XLVII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2009 р.

1 (9, 2009Д). Два автомобілі одночасно виїжджають на поворот (*див. рис.*). Визначте, через який час відстань між ними стане найменшою (автомобілі порівняються). Швидкості автомобілів однакові й дорівнюють $40\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$. Радіуси кіл, якими вони рухаються,— $R_1 = 40$ м і $R_2 = 30$ м.



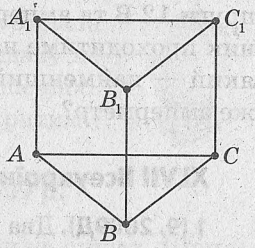
2 (9, 2009Д). Герміона обережно опускала чарівну паличку у вертикальному положенні гострим кінцем у воду, доки паличка не опинилась у хиткій рівновазі. Потім Герміона витягла паличку, перевернула й почала обережно опускати її сухим тупим кінцем в олію. Щойно суха частина палички повністю занурилася, знову встановилася рівновага. Визначте густину палички Герміони. Густина олії — $0{,}9\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Чарівними властивостями палички знехтувати.

3 (9, 2009Д). Визначте, до якої температури слід охолодити алюмінієву монету, щоб після її занурення у воду за температури 0 °С на неї могло намерзнути стільки льоду, щоб вона спливла? Як ви вважаєте, наскільки реально це зробити? Густина алюмінію — $2700\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, питома теплоємність алюмінію — $880\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, густина льоду — $900\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, питома теплота плавлення льоду — $330\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$.

4 (9, 2009Д). Відомо, що за з'єднання декількох заряджених металевих кульок однакового радіусу заряд розподіляється між ними

порівну. Якщо ж кульки мають різні радіуси, заряд розподіляється пропорційно до їхніх радіусів (щоб вирівнялися потенціали). Вам дали шість кульок: дві радіусами 1 см, дві радіусами 2 см і дві радіусами 4 см. Одна з цих кульок заряджена, інші — ні. Як їх послідовним з'єднанням між собою розподілити початковий заряд між усіма кульками порівну?

5 (9, 2009Д). З дев'яти однакових провідників опором 50 Ом кожен спаяли трикутну призму $ABCA_1B_1C_1$, як зображено на рисунку. До точок A і A_1 підключили джерело напруги 12 В та амперметр. Через який провідник проходитиме найбільший струм, а через який — найменший? Яку силу струму покаже амперметр?



XLVIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2010 р.

1 (9, 2010Р). Уявіть два ідеальні паралельні дзеркала, які рухають назустріч одне одному. Між дзеркалами перпендикулярно до їхніх поверхонь без поглинання й розсіювання відбивається ідеальний промінь світла. Яку відстань пройде світло за час наближення дзеркал? Початкова відстань між дзеркалами — 10 см, швидкість кожного — $1\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Швидкість світла — $300\,000\,\frac{\text{км}}{\text{с}}$.

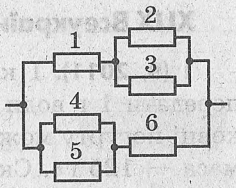
2 (9, 2010Р). Відомо, що щосекунди на площу $1\ \text{м}^2$, розташовану перпендикулярно до сонячних променів поблизу Землі, надходить 1370 Дж сонячної енергії. 37 % цієї енергії Земля відбиває в космічний простір, від чого її диск має яскраве блакитно-біле забарвлення. Визначте потужність, яку отримує Земля від Сонця, і порівняйте її з проектною потужністю Чорнобильської АЕС у 6000 МВт. Радіус Землі — 6370 км.

3 (9, 2010Р). Коли певну кількість теплоти Q передали першій рідині, вона нагрілася на $40\ ^\circ\text{C}$, коли таку саму кількість теплоти Q передали другій рідині, вона нагрілася на $60\ ^\circ\text{C}$. На скільки підвищиться температура суміші, яку отримали, змішавши 40 % маси першої рідини й 60 % маси другої рідини, якщо суміші передати ту саму кількість теплоти Q?

4 (9, 2010Р). Ви маєте дві однакові маленькі металеві кульки із зарядами $q_1 = 8\cdot10^{-8}$ Кл і $q_2 = -4\cdot10^{-8}$ Кл. Запропонуйте спо-

сіб, у який можна отримати силу відштовхування цих кульок $F = 1$ мН. Стала в законі Кулона — $9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$.

5 (9, 2010Р). На схемі зображено з'єднання шести резисторів з опорами $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 30$ Ом, $R_4 = 40$ Ом, $R_5 = 10$ Ом, $R_6 = 20$ Ом. Знайдіть загальний опір з'єднання резисторів. Визначте найбільший і найменший опори, які можна отримати з наведеного з'єднання, якщо: 1) випаяти один із резисторів і таким чином розірвати в цьому місці електричне коло; 2) закоротити один із резисторів шматочком дроту, опором якого можна знехтувати.



XLVIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2010 р.

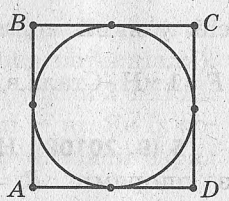
1 (9, 2010Д). У ясну місячну ніч людина відкидає на стіну будинку тінь висотою 1 м. Куди й із якою швидкістю почне рухатися тінь на стіні будинку, якщо людина піде стежкою в напрямку Місяця зі швидкістю $1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$? Зріст людини — 1 м 80 см. Початкова відстань від людини до вертикальної частини тіні — 2 м.

2 (9, 2010Д). Алюмінієвий стрижень, прикріплений одним кінцем до нитки з динамометром, спочатку зважують у повітрі, а потім повністю занурюють у глибоку посудину з водою й олією. Визначте, яка частина стрижня міститься у воді, якщо покази динамометра зменшилися на 36 % порівняно зі зважуванням у повітрі? Густина олії — $900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, густина алюмінію — $2700 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

3 (9, 2010Д). Деталь зроблена із золота й срібла, узятих у рівних об'ємах. Визначте середню питому теплоємність матеріалу деталі. Питома теплоємність срібла — $230 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, золота — $130 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, густина срібла — $11\,000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, золота — $19\,000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

4 (9, 2010Д). Дві маленькі різнойменно заряджені кульки зарядами q_1 і $q_2 = -q_1$ закріплені на відстані 1 м одна від одної. Де й на якій відстані від точки A, що міститься посередині між кульками, слід розташувати третю кульку із зарядом $q_3 = 8q_1$, щоб у точці A електричне поле було компенсоване (рівнодійна сила на будь-який заряд, розташований у точці A, дорівнювала нулю)?

5 (9, 2010Д). Дріт опором 20 Ом розрізали на дві частини, з яких зробили квадрат і коло та з'єднали їх у чотирьох точках, як показано на рисунку. Визначте силу струму, який проходитиме через точку B, якщо до точок A і C прикласти напругу 40 В.



XLIX Всеукраїнська олімпіада. 2011 р.

1 (9, 2011). 1 калорія — це кількість теплоти, яку необхідно передати 1 г води для підвищення температури на 1 °С. На упаковці йогурту можна прочитати: «Калорійність — 80 ккал/100 г, маса — 125 г». Скільки джоулів енергії може отримати організм із такої упаковки йогурту? Вважаючи, що взимку потужність теплових втрат людини — 120 Вт, а ККД організму — 60 %, визначте, на який час вистачить упаковки йогурту для компенсації теплових втрат. Питома теплоємність води — $4200\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$.

2 (9, 2011). Відстань між стартом і фінішем — 175 м. Але вони перебувають по різні боки круглого озера. Старт — на відстані 100 м від центра озера, а фініш — на відстані 75 м. За який найменший час можна пробігти від старту до фінішу, якщо швидкість бігу — $5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, а радіус озера — 60 м. Бігти по воді, плисти або пірнати заборонено. Зробіть рисунок, розв'язок поясніть.

3 (9, 2011). Дві однакові невеликі заряджені металеві кульки ($|q_1| = |q_2|$) притягуються із силою 1 мН, перебуваючи на відстані 3 м одна від одної. Знайдіть заряди кульок q_1, q_2. На короткий проміжок часу ($t = 0{,}1$ мс) кульки з'єднують тонким дротом. Виявилося, що після цього сила взаємодії між кульками зменшилась у 9 разів. Визначте середнє значення сили струму, який пройшов через дріт. Стала в законі Кулона $k = 9\cdot10^9\,\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}$.

4 (9, 2011). Наполовину заповнене водою десятилітрове відро зважують на динамометрі. Під час зважування у воду на мотузці опускають п'ятикілограмову залізну гирю так, щоб вона була повністю занурена, але не дотикалася до стінок і дна відра. Чи зміняться покази динамометра? Якщо зміняться, то як саме? Густина заліза — $7800\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

5 (9, 2011). Маятник зроблений із невеликої кульки, яка підвішена на тонкому мідному дроті. Чому і як відрізнятимуться періоди коливань такого математичного маятника в різних умовах: узимку за температури $-30\,^{\circ}C$ і влітку за температури $+30\,^{\circ}C$. Спробуйте приблизно визначити лінійний коефіцієнт α теплового розширення міді, якщо відомо, що за однаковий час цей маятник в одних умовах робить 2000 коливань, а в інших — 2001 коливання.

I Всеукраїнська олімпіада. 2012 р.



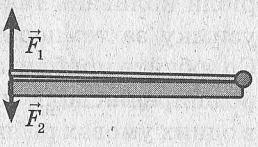
1 (9, 2012). Фізичні запитання:

- Поясніть будову й принцип дії саморобного електроскопа (*фото із сайту http://www.sdelaysam-svoimirukami.ru/*).
- Поясніть, чому незаряджені клаптики паперу притягуються до наелектризованої пластмасової лінійки.
- Поясніть, чому амперметри роблять із малим опором, а вольтметри — з великим.
- Поясніть, чому провідники гріються за проходження через них електричного струму.
- За дослідження в якій галузі фізики була присуджена Нобелівська премія з фізики у 2012 році?

2 (9, 2012). Два стаєри (спортсмени-бігуни на довгі дистанції) під час тренування одночасно починають бігти з двох протилежних точок бігової доріжки навколо стадіону. Швидкість одного з них в 1,1 раза більша за швидкість другого. Скільки кіл зробить менш тренований спортсмен до того, як його наздожене більш тренований? Скільки кіл після цього зробить більш тренований спортсмен до того, як знову наздожене менш тренованого?

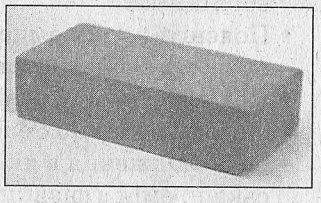
3 (9, 2012). На вулиці температура трохи вища за $0\,^{\circ}C$. На столі стоїть стакан з олією, а поряд лежать шматочки поколотого льоду. Один такий шматочок масою 0,4 г беруть й обережно опускають в олію. Через деякий час лід в олії починає танути. Вода збирається знизу шматочка льоду у вигляді досить великої краплі, і через деякий час лід з утвореною водою починає тонути. Поясніть, чому лід спочатку плавав, а потім потонув. Визначте кількість теплоти, яку отримав лід перед тим, як почав тонути. Густина олії — $920\,\frac{кг}{м^3}$, густина льоду — $900\,\frac{кг}{м^3}$, питома теплота плавлення льоду — $335\,\frac{кДж}{кг}$.

4 (9, 2012). На рисунку зображений горизонтально розташований ноутбук (вигляд збоку), у якого верхня частина з екраном трохи відкрита. На рисунку також вказані дві мінімальні сили, які слід прикласти до краю верхньої частини, щоб кришку або відкрити ще більше (сила $F_1 = 5$ Н), або закрити (сила $F_2 = 3$ Н). Знайдіть масу кришки з екраном. Якими будуть найменші сили, необхідні, щоб відкривати або закривати кришку ноутбука, у положенні, коли вона утворюватиме кут 60° з горизонтом?



Довідка. Ноутбуки роблять так, щоб користувач міг залишати екран у будь-якому зручному для нього положенні. Саме тому, щоб змінити нахил екрана, ми маємо докладати певні зайві зусилля.

5 (9, 2012). На горизонтальній поверхні лежить цеглина (*див. фото*), розміри якої — $250 \times 120 \times 90$ мм, а маса — 5 кг. Знайдіть густину цеглини. Як треба поставити цеглину, щоб її тиск на поверхню був найбільшим, і чому він дорівнюватиме? Яку мінімальну роботу слід виконати, щоб перевернути цеглину навколо найдовшого ребра?



LI Всеукраїнська олімпіада. 2013 р.

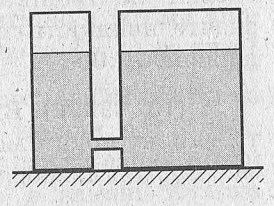
1 (9, 2013). Міні-задачі:

- Відстань від предмета до лінзи утричі більша за фокусну. Знайдіть відстань від лінзи до зображення. Оптична сила лінзи — 6 діоптрій.
- Коефіцієнт лінійного розширення міді $\alpha = 17 \cdot 10^{-6}$ К$^{-1}$. На скільки відсотків збільшиться товщина мідного дроту за підвищення температури на 200 °С ?
- Маса легкового автомобіля — 1 т. Площа дотику колеса з асфальтом — 20 см^2. Знайдіть середнє значення тиску колеса на асфальт.
- Густина повітря у 800 разів менша за густину води. Визначте приблизне значення сили Архімеда, що діє в повітрі на учня масою 60 кг.
- Супутники Марса — Фобос і Деймос — обертаються навколо нього в одному напрямку з періодами 7 годин 40 хвилин і 30 годин 20 хвилин відповідно. Поясніть, чому за спостереження з поверхні планети один із супутників сходить на сході, а другий — на заході.

2 (9, 2013). Скільки надлишкових електронів мають дві маленькі однаково заряджені кульки, які на відстані 4 см відштовхуються із силою 9 мН? Стала в законі Кулона $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$, елементарний заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Як ви думаєте, чи змінилася б відповідь, якби кульки мали більші розміри (наприклад, діаметри по 3 см) і були виготовлені з металу? При цьому інші умови задачі (відстань між центрами кульок — 4 см, сила відштовхування — 9 мН) залишилися незмінними.

3 (9, 2013). Відомо, що переохолодження або перегрів для теплокровних істот вкрай небезпечні. Коли температура довкілля вища за температуру тіла, теплокровні істоти, щоб не перегрітися, інтенсивно випаровують воду. Оцініть масу води, що має випаровуватися з поверхні шкіри людини щогодини, коли навколишня температура на 5 °С вища за температуру тіла людини. Коли навколишня температура на 5 °С нижча за температуру тіла, теплові втрати людини забезпечуються теплопровідністю, конвекцією та випромінюванням і становлять 50 Вт. Кількість теплоти, що виділяється в організмі внаслідок окислення поживних речовин, в обох випадках вважати однаковою. Питома теплота випаровування води за температури 37 °С дорівнює $2400 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$.

4 (9, 2013). Дві циліндричні сполучені посудини наповнені водою. Діаметр першої посудини удвічі менший за діаметр другої. На скільки треба підняти меншу посудину, щоб рівень води в більшій піднявся на 1 см? Вважаючи, що вода перетікала з першої посудини в другу протягом 5 с, знайдіть середню швидкість, з якою вода рухалася трубкою, поперечний переріз якої має діаметр, удесятеро менший за діаметр першої посудини.



5 (9, 2013). Під вагою тягарця тонка гумова стрічка розтягнулася на 12 см. Коли тягарець занурили в дистильовану воду, видовження стрічки зменшилося до 4 см. Коли ж у цій воді розчинили кухонну сіль, видовження почало дорівнювати 3 см. Знайдіть густину солоної води. Скориставшись таблицею, визначте концентрацію солі в розчині.

Концентрація, %	2	6	10	14	18	22	26
Густина, кг/л	1,012	1,041	1,071	1,101	1,132	1,164	1,197

10 клас

XXXVII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 1999 р.

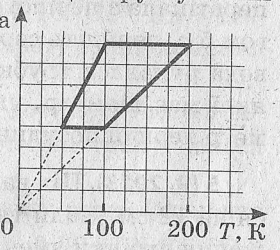
1 (10, 1999Р). Куб масою $m = 5$ кг зі стороною $a = \sqrt{2}$ м лежить на одній із граней на горизонтальній поверхні. Яку найменшу роботу необхідно виконати, щоб перекинути його на іншу грань? Умови нормальні.

2 (10, 1999Р). Відомо, що срібний дріт площею перерізу $0{,}5$ мм^2 рветься, коли його розтягують із силою 70 Н. За якої найбільшої довжини срібний дріт площею перерізу $0{,}6$ мм^2 не розірветься під власною вагою? Густина срібла — $10{,}5\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

3 (10, 1999Р). Три однакові пластини, розташовані одна над одною, мають різну поверхневу густину заряду: $\sigma_1 = 1\ \frac{\text{нКл}}{\text{м}^2}$, $\sigma_2 = -4\ \frac{\text{нКл}}{\text{м}^2}$, $\sigma_3 = 3\ \frac{\text{нКл}}{\text{м}^2}$. Діелектриком з якою діелектричною проникністю треба заповнити простір між другою й третьою пластинами, щоб значення напруженості електричного поля між першою й другою та другою й третьою пластинами були однакові? Пластини паралельні, відстань між ними мала порівняно з їхніми розмірами.

4 (10, 1999Р). На аноді електронної лампи за рахунок кінетичної енергії електронів виділяється 16 Дж теплоти за 20 хвилин. Визначте швидкість електронів катодного пучка, якщо струм у лампі дорівнює $0{,}006$ А.

5 (10, 1999Р). Визначте, яку роботу виконує один моль ідеального газу за один цикл, зображений на рисунку.



XXXVII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 1999 р.

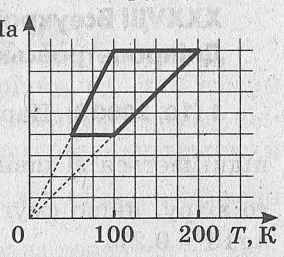
1 (10, 1999Д). Два тіла розлітаються в протилежних напрямках із початковими швидкостями 3 і 12 $\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Знайдіть відстань між тілами в той момент, коли вектори їхніх швидкостей виявляться перпендикулярними. Початкові швидкості тіл горизонтальні. Опором повітря знехтувати.

2 (10, 1999Д). Куб масою $m = 5$ кг зі стороною $a = \sqrt{2}$ м лежить на одній із граней на горизонтальній поверхні. Яку найменшу роботу необхідно виконати, щоб перекинути його на іншу грань? Умови нормальні.

3 (10, 1999Д). Відомо, що срібний дріт площею перерізу 0,5 мм^2 рветься, коли його розтягують із силою 70 Н. За якої найбільшої довжини срібний дріт площею перерізу 0,7 мм^2 не розірветься під власною вагою на Місяці? Вважати прискорення вільного падіння на Місяці в 6 разів меншим, ніж на Землі. Густина срібла — $10{,}5\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Наскільки коректною, на вашу думку, є задача?

4 (10, 1999Д). На аноді електронної лампи за рахунок кінетичної енергії електронів виділяється 16 Дж теплоти за 20 хвилин. Визначте швидкість електронів катодного пучка, якщо струм у лампі дорівнює 0,006 А.

5 (10, 1999Д). Визначте ККД теплової машини, яка працює за циклом, зображеним на рисунку. Процес відбувається з ідеальним одноатомним газом.

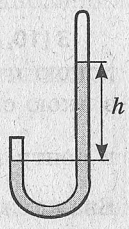


XXXVIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2000 р.

1 (10, 2000Р). Відомо, що Земля робить один оберт навколо осі за $T_0 = 23$ години 56 хвилин. З якою швидкістю віддаляється від неї космічний корабель інопланетян, якщо, згідно з їхніми спостереженнями, Земля робить повний оберт точно за $T = 24$ години?

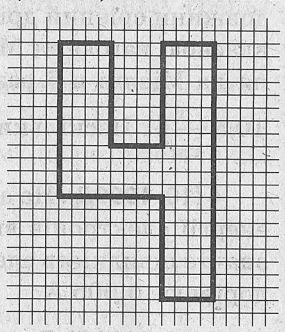
2 (10, 2000Р). У восьми кутах правильного дев'ятикутника зі стороною $a = 10$ см розташовані однакові заряди по 1 нКл. Визначте, з якою силою вони діють на такий самий заряд, який помістили в центр дев'ятикутника. Стала в законі Кулона $k = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$. Вважати, що $\cos 40^\circ = 0{,}766$.

3 (10, 2000Р). Яку роботу над ртуттю в барометрі виконує атмосферний тиск, змінюючись від $h = 760$ мм рт. ст. до $H = 770$ мм рт. ст. Барометр має форму зігнутої трубки площею перерізу 0,5 см^2. Густина ртуті — $13{,}6\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.



4 (10, 2000Р). Кульова блискавка є невеликою газовою кулею, яка світиться й вільно плаває в повітрі. Згідно з однією з наявних моделей, вона складається з йонів азоту, до яких приєдналося по кілька молекул води. Температура кульової блискавки — 600 °С, температура навколишнього повітря — 20 °С. Визначте, скільки молекул води приєднуються до одного йона азоту. Блискавку в цілому вважати електронейтральною, а газ, з якого вона складається, ідеальним.

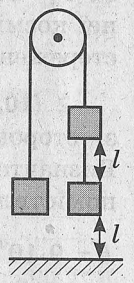
5 (10, 2000Р). Визначте побудовою положення центра ваги четвірки, яка виготовлена з металевої пластини й зображена на рисунку. Рисунок перенести до зошита. Дати необхідні пояснення.



XXXVIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2000 р.

1 (10, 2000Д). Пароплав пливе на північ зі швидкістю $5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Дим піднімається зі швидкістю $3{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Визначте швидкість західного вітру, якщо смуга диму утворює кут $15°$ із поверхнею води. $\operatorname{tg}15° \approx 0{,}27$.

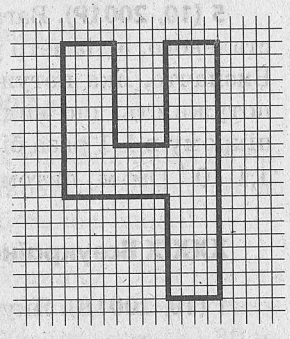
2 (10, 2000Д). Через невагомий блок перекинуто нитку, яка з'єднує тягарець масою 300 г і два тягарці масами по 200 г, які, своєю чергою, з'єднані ниткою довжиною $l = 35$ см. Тягарці порівняли, як зображено на рисунку (з'ясувалося, що відстань до підлоги теж дорівнює l) і відпустили. Визначте, через який час рух тягарців зовсім припиниться. Нарисуйте, у якому положенні зупиниться система. Удари вважати абсолютно непружними, нитки — невагомими, тонкими й нерозтяжними. Опором повітря й розмірами тягарців знехтувати. Чим ще треба знехтувати, щоб розв'язати задачу?



3 (10, 2000Д). У восьми кутах правильного дев'ятикутника зі стороною $a = 10$ см розташовані однакові заряди по 1 нКл. Визначте, з якою силою вони діють на такий самий заряд, який помістили в центр дев'ятикутника. Стала в законі Кулона $k = 9 \cdot 10^9\,\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$. Вважати, що $\cos 40° = 0{,}766$.

4 (10, 2000Д). Кульова блискавка є невеликою газовою кулею, яка світиться й вільно плаває в повітрі. Згідно з однією з наявних моделей, вона складається з йонів азоту, до яких приєдналося по кілька молекул води. Температура кульової блискавки — 600 °С, температура навколишнього повітря — 20 °С. Визначте, скільки молекул води приєднуються до одного йона азоту. Блискавку в цілому вважати електронейтральною, газ, з якого вона складається,— ідеальним.

5 (10, 2000Д). Визначте побудовою положення центра ваги четвірки, яка виготовлена з металевої пластини й зображена на рисунку. Рисунок перенести до зошита. Дати необхідні пояснення.



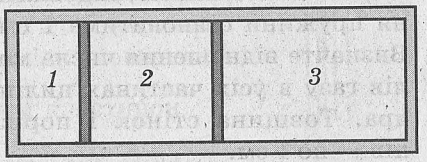
XXXIX Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2001 р.

1 (10, 2001Р). Хлопець двічі перепливав річку під тим самим кутом до берегів, і обидва рази його зносило течією на ту саму відстань уздовж берега річки $l = 90$ м. Але другого разу, незважаючи на те, що швидкість течії $3\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ і швидкість хлопця відносно води $2\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ залишилися незмінними, подорож тривала довше на $\frac{4}{5}$ хвилини. Визначте ширину річки.

2 (10, 2001Р). Згідно зі спостереженням, радіус кола r, уздовж якого рухається Деймос (супутник планети Марс), у сім разів більший за радіус Марса, а період обертання Деймоса становить 31 годину. Визначте середню густину Марса. Вважати, що Марс має форму кулі (об'єм кулі — $\frac{4}{3}\pi R^3$). Гравітаційна стала — $6{,}7 \cdot 10^{-11}\,\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$.

3 (10, 2001Р). Шайба масою m_1 налітає на нерухому шайбу масою m_2 і після пружного удару відлітає з удвічі меншою швидкістю під кутом 90° до попереднього напрямку. Знайдіть відношення мас шайб.

4 (10, 2001Р). Два рухомі поршні ділять циліндр довжиною 30 см на три частини. Коли температура газів в усіх трьох частинах однакова, об'єми відно-



сяться, як 1:2:3. Якою буде відстань між поршнями, якщо в першій частині підтримувати температуру 300 К, у другій — 400 К, у третій — 500 К? Товщина стінок циліндра й поршнів — по 1 см. Силами тертя між поршнями й стінками циліндра знехтувати.

5 (10, 2001Р). Вага ніхромового дроту в 6 разів більша за вагу сталевого, а діаметр у 2 рази більший. Дроти з'єднали послідовно. Визначте, яка потужність виділяється на сталевому дроті, якщо потужність, що виділяється на ніхромовому,— 50 Вт. Густина ніхрому в 1,1 раза більша за густину сталі, його питомий опір — $1{,}1\cdot10^{-6}$ Ом·м, питомий опір сталі — $12\cdot10^{-8}$ Ом·м.

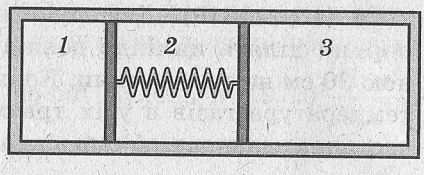
XXXIX Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2001 р.

1 (10, 2001Д). Яку частину шляху автомобіль рухався зі швидкістю $20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, якщо, пересуваючись далі зі швидкістю $30\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, подолав увесь шлях завдовжки 45 км за півгодини?

2 (10, 2001Д). На похилу площину поклали тягарець. Коефіцієнт тертя — 0,5, кут нахилу площини — α, $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}6$. Зробіть акуратний рисунок, укажіть сили, які діють на тіло, і графічно (за допомогою лінійки) визначте прискорення тіла. Графічний розв'язок перевірте аналітичним.

3 (10, 2001Д). Маленька куля падає з висоти $h = 10$ см на горизонтальну поверхню й відскакує. Удари об поверхню не є абсолютно пружними, і за кожного відбиття куля втрачає 19 % механічної енергії. Через який час вона зупиниться? Часом ударів знехтувати.

4 (10, 2001Д). Два рухомі поршні з'єднані пружиною й ділять циліндр довжиною 40 см на три частини. Коли температура газу в першій частині дорівнює 200 К, у другій — 300 К, а в третій — 400 К, об'єми всіх трьох частин однакові, пружина розтягнута, і її видовження становить 2 см. Якщо температуру газу в першій частині підвищити до 400 К, у третій зменшити до 200 К, а в другій залишити незмінною, видовження пружини становитиме 1 см. Визначте відношення числа молів газу в усіх частинах циліндра. Товщина стінок і поршнів — по 1 см.



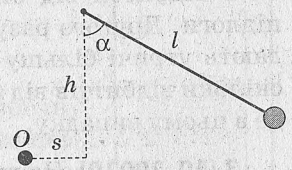
5 (10, 2001Д). У посудині міститься 2 літри води за температури 20 °С. До якої температури нагріє воду кип'ятильник за 15 хвилин? Кип'ятильник розрахований на струм 5 А за напруги 220 В. Питома теплоємність води — $4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$. Теплоємністю посудини й втратами теплоти на нагрівання довкілля знехтувати.

XL Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2002 р.

1 (10, 2002Р). За якого відношення мас двох тіл вони після пружного центрального удару розлітаються з однаковими за величиною швидкостями? Перед ударом одне з тіл перебувало в спокої.

2 (10, 2002Р). З якою швидкістю з вікна будинку треба кинути тіло під кутом 45° до горизонту, щоб влучити в ціль, яка міститься на землі на відстані $l = 15$ м від будинку. Висота вікна $h = 30$ м. Опором повітря знехтувати.

3 (10, 2002Р). Математичний маятник відхилили на кут $\alpha = 60°$ від вертикалі й відпустили. На шляху руху маятника міститься перпендикулярний до площини його руху стрижень (точка O на рисунку). На яку найбільшу висоту H (відносно рівня, який проходить через точку O) підніметься тягарець маятника після того, як його нитка зачепиться за стрижень. $h = 24$ см, $s = 10$ см, $l = 36$ см.



4 (10, 2002Р). У герметичній посудині об'ємом $V = 20$ л певний час міститься 0,4 г льоду за температури $t_1 = -5$ °С. Потім температуру в посудині підвищують до $t_2 = 100$ °С. Визначте відносну вологість повітря за 100 °С. Тиск насиченої водяної пари за температури −5 °С становить 400 Па. Універсальна газова стала $R = 8{,}3\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$.

5 (10, 2002Р). Дві вертикальні паралельні скляні пластинки наполовину занурені у воду. Визначте, на яку висоту піднялася вода між пластинками. Пластинки утримують на відстані $d = 0{,}2$ мм одна від одної. Змочування повне. Коефіцієнт поверхневого натягу води — $73\ \frac{\text{мН}}{\text{м}}$. Висота пластинок — 20 см, ширина — 40 см, товщина — 3 мм. Оцініть

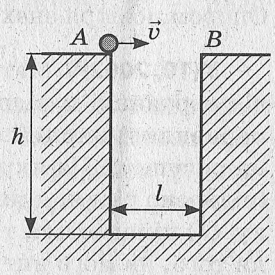


горизонтальні сили, які необхідно прикласти, щоб утримувати пластинки. Густина скла — $2{,}5\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

XL Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2002 р.

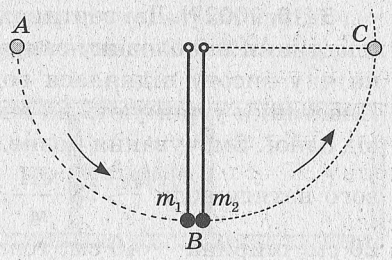
1 (10, 2002Д). Пасажирський потяг рухався зі швидкістю $v_1 = 20\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ у тому ж напрямку, що й товарний потяг, швидкість якого становила $v_2 = 15\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Пасажир, який дивився у вікно, відзначив, що товарний потяг закривав краєвид протягом 3 хвилин. Визначте довжину товарного потяга.

2 (10, 2002Д). Дві паралельні одна одній вертикальні стінки мають однакову висоту й тверду поверхню. Першого разу кулька з горизонтальною швидкістю v влітає в простір між стінками в точці A (*див. рис.*) і після пружних зіткнень із поверхнями стінок і твердою горизонтальною підлогою викочується на сусідню стінку в точці B. При цьому відбуваються 2 відбиття від стінок і 2 відбиття від підлоги. Другого разу кульці в точці A надають утричі більшу швидкість. Визначте, скільки відбиттів від стінок і від підлоги буде в цьому випадку.



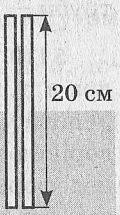
3 (10, 2002Д). На випробування привезли повітряну кулю, маса оболонки якої й усього обладнання $m_1 = 400$ кг. Куля має знизу отвір, через який наповнюється гарячим повітрям. До якої температури слід нагріти повітря всередині кулі, щоб та відірвалася від землі з вантажем масою $m_2 = 300$ кг? Об'єм кулі $V = 6000$ м^3, температура навколишнього повітря — 17 °С, зовнішній тиск $p = 10^5$ Па.

4 (10, 2002Д). Дві однакові за розмірами кульки підвісили на нитках однакової довжини так, що кульки опинилися на одній висоті й ледь дотикалися одна до одної. Потім першу кульку відвели вбік на 90° (у точку A) і відпустили. Після пружного удару в точці B друга кулька почала рухатися вздовж дуги BC. Визначте силу натягу нитки другої кульки, коли вона проходитиме точку C.

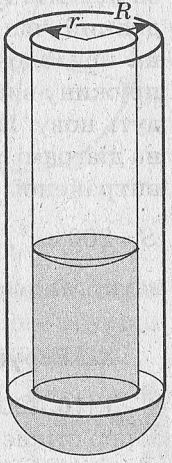


Густина матеріалу, з якого виготовлена перша кулька, удвічі перевищує густину матеріалу, з якого виготовлена друга кулька, маса першої кульки $m_1 = 50$ г.

5 (10, 2002Д). Дві вертикальні паралельні скляні пластинки наполовину занурені у воду. Визначте, на яку висоту піднялася вода між пластинками. Пластинки утримують на відстані $d = 0{,}2$ мм одна від одної. Змочування повне. Коефіцієнт поверхневого натягу води — $73\,\frac{\text{мН}}{\text{м}}$. Оцініть сили, які необхідно прикласти, щоб утримувати пластинки. Висота пластинок — 20 см, ширина — 40 см, товщина — 3 мм; густина скла — $2{,}5\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.



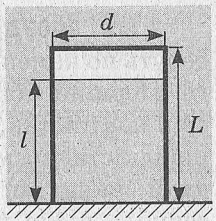
XLI Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2003 р.

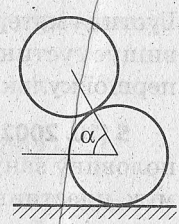


1 (10, 2003Р). Яка найбільша маса води може утриматись у вертикальній капілярній трубці (*див. рис.*)? Внутрішній і зовнішній радіуси $r = 1$ мм і $R = 1{,}5$ мм, коефіцієнт поверхневого натягу води $\sigma = 72\,\frac{\text{мН}}{\text{м}}$. Змочування повне.

2 (10, 2003Р). Хлопці грають у досить небезпечну гру. Вони беруть по каменю в руки й стають на певній відстані один від одного. Перший підкидає камінь вертикально вгору, а другий кидає свій камінь так, щоб влучити в камінь першого. Визначте, з якою швидкістю v_1 повинен кинути свій камінь другий хлопець, щоб влучити, якщо він кидає камінь під кутом 45° до горизонту через секунду після того, як кинув перший. Відстань між хлопцями $s = 7$ м, швидкість, з якою кинув камінь перший хлопець, $v_1 = 11\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

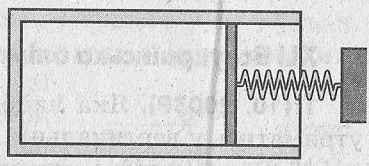
3 (10, 2003Р). На дні басейну стоїть перевернутий стакан із повітрям (*див. рис.*). На яку відстань h від дна басейну його слід підняти, щоб далі він самостійно зміг сплисти? Глибина басейну $H = 6$ м, маса стакана $m = 200$ г, густина скла — $2{,}5\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. $d = 6$ см, $l = 7$ см, $L = 10$ см.





4 (10, 2003Р). Дві однакові труби поклали одна на одну. Від легенького поштовху труби почали роз'їжджатися. Визначте швидкість нижньої труби в той момент часу, коли відрізок між осями симетрії труб утворюватиме кут $\alpha = 60°$ з горизонтом. Опором повітря й силами тертя знехтувати. Радіус труби — 10 см.

5 (10, 2003Р). Теплову машину у вигляді горизонтального циліндра з рухомим поршнем використовують для стиснення пружин. У початковому стані довжина частини циліндра, яку займає газ, дорівнює $l_0 = 40$ см. Впритул до поршня з другого боку вставляють недеформовану пружину й фіксують її правий кінець. Після цього газ під поршнем нагрівають доти, доки пружина не стиснеться на $x = 10$ см. Обидва кінці пружини зв'язують. Газ охолоджується, через деякий час поршень повертається на початкове місце, тоді стиснуту пружину виймають і замість неї кладуть нову. Процес повторюється. Побудуйте графік цього процесу на діаграмі $p(V)$. Визначте ККД такої машини, якщо тільки 40 % витраченої теплової енергії отримує газ. Площина поршня $S = 200$ см^2, жорсткість пружини $k = 50 \dfrac{\text{кН}}{\text{м}}$. Силами тертя знехтувати, газ вважати одноатомним. Зовнішній тиск атмосферний.



XLI Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2003 р.



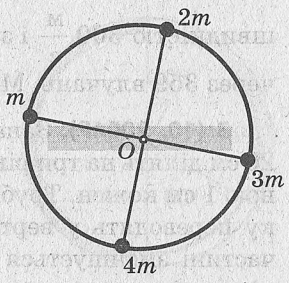
1 (10, 2003Д). Уздовж вертикальної частини дроту рівномірно стікає вода (1 г води за кожні 5 хвилин) і час від часу відривається вниз у вигляді крапель (*див. рис.*). Визначте інтервал часу, через який відриваються краплі води. Діаметр дроту $d = 1$ мм, коефіцієнт поверхневого натягу води $\sigma = 72 \dfrac{\text{мН}}{\text{м}}$.

2 (10, 2003Д). Хлопці грають у досить небезпечну гру. Вони беруть по каменю в руки й стають на певній відстані один від одного. Перший підкидає камінь вертикально вгору, а другий кидає свій камінь так, щоб влучити в камінь першого. Визначте, з якою швидкістю v_2 має кинути свій камінь другий хлопець, щоб влучити, якщо він кидає камінь під кутом 45° до горизонту через секунду після того, як камінь кинув перший хлопець. Відстань

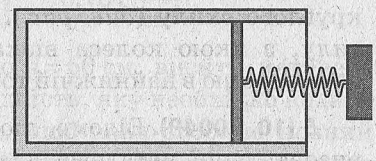
між хлопцями $s = 5$ м, швидкість, з якою кинув камінь перший хлопець, $v_1 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вважати $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

3 (10, 2003Д). Хлопець масою 75 кг стрибає з парашутом. Через деякий час зниження з відкритим парашутом встановлюється стала швидкість падіння $5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Після хлопця з цим самим парашутом стрибає дівчина масою 45 кг. Швидкість, яка встановлюється, дорівнює $4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Визначте масу парашута. Вважати, що сила опору повітря пропорціональна квадрату швидкості.

4 (10, 2003Д). Чотири тягарці масами m, $2m$, $3m$, $4m$ з'єднані кільцем масою $10m$ і легкими перпендикулярними стрижнями, які можуть вільно обертатися навколо осі, що проходить через їхні середини (*див. рис.*). Систему виводять із положення рівноваги, повертаючи на кут $90°$, і відпускають. Визначте прискорення тягарців у момент проходження ними положення рівноваги.



5 (10, 2003Д). Теплову машину у вигляді горизонтального циліндра з рухомим поршнем використовують для розтягнення пружин. У початковому стані довжина частини циліндра, яку займає нагрітий газ, дорівнює $l_0 = 20$ см. Упритул до поршня з другого боку вставляють недеформовану пружину і фіксують її кінці. Газ поступово охолоджується, пружина розтягується, поки її видовження не становитиме $x = 2$ см. Після цього кінці пружини з'єднують спеціальним стрижнем і газ починають нагрівати. Коли тиск під поршнем підвищується до атмосферного, пружину виймають, а газ продовжують нагрівати. Коли поршень зміщується до початкового положення, нагрівання припиняють і вставляють нову пружину. Процес повторюється. Визначте ККД такої машини. Площина поршня $S = 200$ см^2, жорсткість пружини $k = 50 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$. Силами тертя знехтувати, газ вважати одноатомним. Зовнішній тиск атмосферний.



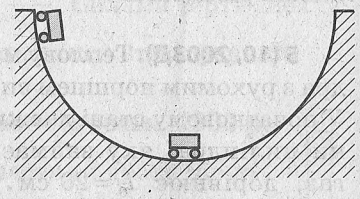
XLII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2004 р.

1 (10, 2004Р). У складському приміщенні, яке має розміри $20 \times 50 \times 10$ м — увечері була температура 18 °С і відносна вологість 60 %. Уранці температура знизилася до 2 °С. Чи випаде роса в приміщенні? Якщо так, визначте масу води, яка сконденсується. Якщо ні, визначте відносну вологість повітря вранці. Тиск насиченої пари за температури 18 °С дорівнює 2 кПа, а за температури 2 °С — 0,7 кПа.

2 (10, 2004Р). Об'ємна мішень масою 10 кг міститься на гладенькій горизонтальній площині й може вільно по ній ковзати. У мішень починають стріляти по черзі з різних напрямків, що утворюють один з одним кут 1°. Кулі влучають у тіло з горизонтальною швидкістю $300 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ і застрягають у ньому. Визначте швидкість тіла через 359 влучань. Маса кулі — 10 г.

3 (10, 2004Р). Запаяну з обох кінців скляну трубку довжиною 20 см ділять на три рівні об'єми два однакові стовпчики ртуті довжиною 1 см кожен. Трубка лежить горизонтально. Після того, як трубку переводять у вертикальне положення, об'єм повітря в нижній частині зменшується в чотири рази. Визначте довжину всіх стовпчиків повітря у вертикально розташованій трубці. Зробіть рисунок.

4 (10, 2004Р). Візок масою 5 кг без початкової швидкості відпускають, і він починає рухатися вздовж напівкруглого схилу (*див. рис.*). Визначте силу, з якою колеса візка тиснуть на поверхню в найнижчій точці схилу.



5 (10, 2004Р). Відомо, що для того, щоб відірвати магніт від горизонтальної металевої пластини, необхідно прикласти до нього спрямовану вертикально вгору силу 4 Н. Пластину з магнітом починають нахиляти. Визначте кут α нахилу пластини до горизонту, за якого магніт сам почне зісковзувати. Коефіцієнт тертя $\mu = \frac{1}{4}$, маса магніту — 100 г.

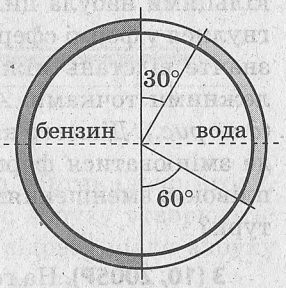
XLII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2004 р.

1 (10, 2004Д). У складському приміщенні, яке має розміри $20 \times 40 \times 10$ м, увечері була температура 18 °С і відносна вологість 60 %. Уранці температура знизилася до 2 °С. Чи випаде роса в при-

міщенні? Якщо так, визначте масу води, яка сконденсується. Якщо ні, визначте відносну вологість повітря вранці. Тиск насиченої пари за температури 18 °С — 2 кПа, а за температури 2 °С — 0,7 кПа.

2 (10, 2004Д). З висоти 10 метрів під кутом до горизонту кидають м'яча зі швидкістю $10\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. На якій висоті його швидкість становитиме $15\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$? Опором повітря знехтувати. Як може змінитися відповідь, якщо врахувати опір повітря?

3 (10, 2004Д). На горизонтальній поверхні столу лежить виготовлене зі скляної трубки кільце радіусом $R = 50$ см, у якому бензин і вода розділені стовпчиками повітря (на рисунку зображено вигляд згори). Кільце піднімають і переводять у вертикальну площину.



Нарисуйте кільце в новому положенні й укажіть розташування бензину, води й стовпчиків повітря. Діаметр трубки кільця достатньо малий, щоб рідина не перетікала вздовж стінок, але не настільки, щоб трубку кільця можна було вважати капілярною.

Знайдіть значення тиску (у мм рт. ст.) в обох повітряних стовпчиках після переведення кільця у вертикальне положення, якщо початковий тиск у стовпчиках дорівнював $P_0 = 39$ мм рт. ст.

Густина ртуті — $13{,}6\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, бензину — $0{,}707\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

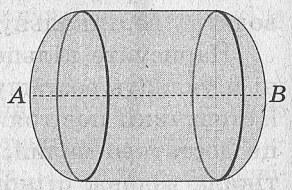
4 (10, 2004Д). На нитці довжиною $l = 50$ см висить металева кулька масою $m = 50$ г. Визначте швидкість, яку необхідно надати кульці в горизонтальному напрямку, щоб вона зробила повний оберт у вертикальній площині (траєкторія — вертикальне коло радіусом 50 см). Максимальна сила натягу, яку витримує нитка, $T_{\max} = 5$ Н.

5 (10, 2004Д). До горизонтальної металевої пластини приліплено магніт. Якщо пластину поволі нахиляти, магніт починає ковзати, коли пластина утворює кут $\alpha = 45°$ із горизонтом. Притримуючи магніт, пластину нахиляють далі до кута $\beta = 60°$, після чого надають магніту швидкість $v_0 = 50\,\frac{\text{см}}{\text{с}}$, спрямовану вгору вздовж поверхні пластини. Визначте час t, через який магніт повернеться до початкової точки руху. Коефіцієнт тертя $\mu = 0{,}5$.

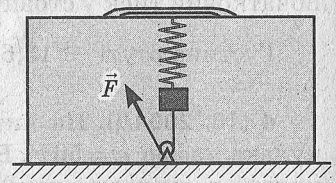
XLIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2005 р.

1 (10, 2005Р). Під яким кутом до горизонту може стрибнути коник із точки A, яка міститься посередині траншеї, щоб вибратися з неї на поверхню землі? Початкова швидкість коника — $7\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, ширина траншеї — 2 м, глибина — 0,8 м. Прискорення вільного падіння — $9{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Вважати, що під час польоту коник рухається тільки під дією сили тяжіння.

2 (10, 2005Р). Коли відстань між двома однаковими змоченими в мильній воді кільцями збільшили до 10 см, мильна плівка між кільцями набула циліндричної форми, а протилежні частини вигнулися у формі сферичних поверхонь. Визначте відстань між діаметрально протилежними точками A і B цих поверхонь (*див. рис.*). Діаметр кільця — 10 см. Як буде змінюватися форма поверхні мильних плівок зі зменшенням зовнішньої температури?



3 (10, 2005Р). На горизонтальній підлозі стоїть валіза, у якій зачинено мишеня Джеррі. З якою силою Джеррі має натягти нитку, яку перекинуто через блок і прикріплено до тягарця на пружині, щоб після розриву нитки валіза почала підстрибувати? Маса валізи з усім, що в ній міститься, $M = 3$ кг, маса тягарця $m = 200$ г, масою пружини можна знехтувати. Які умови мають виконуватися, щоб Джеррі вдалося це зробити?



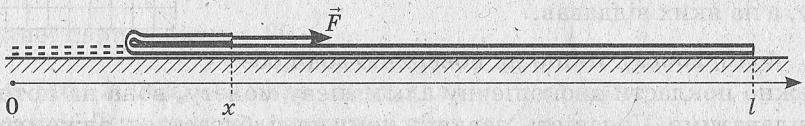
4 (10, 2005Р). Визначте, у скільки разів збільшився тиск азоту після збільшення його температури в 4 рази й зменшення його об'єму в 3 рази. Як зміниться відповідь, якщо вважати, що половина молекул азоту при цьому дисоціювала на атоми?

5 (10, 2005Р). На нерухому шайбу масою 25 г, яка лежить на горизонтальній поверхні гладенького столу, зі швидкістю $5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ налітає монета масою 5 г. Вона відбивається під кутом $90°$ до попереднього напрямку руху зі швидкістю $3\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Визначте, яка кількість теплоти виділилася під час удару.

XLIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2005 р.

1 (10, 2005Д). Тіло кинули під кутом $60°$ до горизонту зі швидкістю $40\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Схематично зобразити траєкторію тіла за четверту й п'яту секунди руху. Опором повітря знехтувати.

2 (10, 2005Д). Гнучку ковдру тягнуть за край зі швидкістю $v = 2\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, прикладаючи горизонтальну силу F (*див. рис.*). Побудуйте залежність сили F від часу. Коефіцієнт тертя між усіма поверхнями $\mu = 0{,}1$. Маса ковдри $m = 20$ кг, довжина $l = 4$ м.



3 (10, 2005Д). Ракета, яку було запущено вертикально вгору, вибухає в найвищій точці траєкторії. Під час вибуху утворюються три уламки масами 1, 2 і 3 т. Відомо, що відразу після вибуху швидкість першого уламка дорівнювала $400\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, а швидкість другого — $100\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Визначити найбільше й найменше значення, яке після вибуху могла мати швидкість третього уламка. Якою могла бути енергія вибуху?

4 (10, 2005Д). Пляшку з-під шампанського наполовину заповнили водою, герметично закрили й занурили в каструлю з водою, що стоїть на плиті. Визначте тиск у пляшці після того, як вода в каструлі почне кипіти. Температура повітря на кухні — 27 °С, атмосферний тиск — 100 кПа.

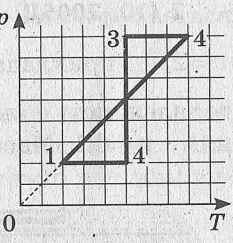
5 (10, 2005Д). Оцініть радіус повітряної кульки, яку П'ятачок наповнив теплим повітрям за температури 37 °С, щоб підняти Вінні-Пуха до дупла з бджолами. Температура зовнішнього повітря — 27 °С, атмосферний тиск — 96 кПа, маса Пуха — 15 кг. Відомо, що за рахунок пружних властивостей гуми тиск усередині кульки перевищує атмосферний на $p = \frac{4\sigma}{R}$, де $\sigma = 800\,\frac{\text{Н}}{\text{м}}$, R — радіус кульки.

XLIV Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2006 р.

1 (10, 2006Р). Відстань від Землі до Місяця — 380 000 км. Визначте швидкість, з якою Місяць рухається навколо Землі.

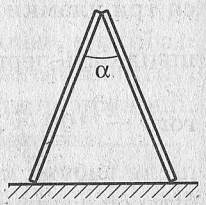
2 (10, 2006Р). До якої мінімальної швидкості має розігнатися джип, щоб заїхати під час ожеледиці на гірку довжиною 20 м, яка утворює кут 30° із горизонтом? Коефіцієнт тертя між гумою коліс і поверхнею гірки — 0,4.

3 (10, 2006Р). Стан 1 моля ідеального газу змінюється так, як показано на діаграмі $p(T)$. Побудуйте залежність $p(V)$ і визначте, на яких ділянках циклу газ отримував теплоту, а на яких віддавав.



4 (10, 2006Р). Якщо на поверхню води обережно покласти двокопієчну алюмінієву монету, вона на потоне, а плаватиме. Поясність, завдяки чому це відбувається, адже густина алюмінію в 2,7 раза більша за густину води. Пояснення обґрунтуйте розрахунками. Діаметр монети — 17,5 мм, товщина — 1 мм, коефіцієнт поверхневого натягу води — $72\ \frac{\text{мН}}{\text{м}}$.

5 (10, 2006Р). Дві однакові драбини приставили одна до одної на льодовому майданчику, як зображено на рисунку. Виявилося, що драбини не роз'їжджаються, коли кут α між ними не перевищує 30°. Визначте коефіцієнт тертя між драбинами й поверхнею льодового майданчика. $\operatorname{tg}15° \approx 0{,}268$.



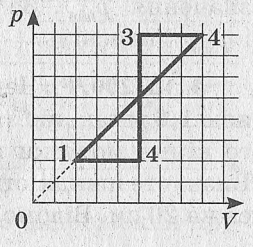
XLIV Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2006 р.

1 (10, 2006Д). Відстань від Землі до Сонця — 150 млн км. Визначте швидкість, з якою Земля рухається навколо Сонця. Чому дорівнює її доцентрове прискорення?

2 (10, 2006Д). У дачному будиночку обігрівач потужністю $P = 6$ кВт підтримує температуру $t = 15$ °С. Коли температура на вулиці $t_1 = 5$ °С, він періодично вмикається на півхвилини, після чого хвилину «відпочиває». Коли температура на вулиці $t_2 = -5$ °С, він, навпаки, хвилину працює, а півхвилини — ні. Визначте середню потужність нагрівача в першому й другому випадках. За якої навколишньої температури обігрівач працюватиме неперервно? Приблизно через який час τ у приміщенні почне за-

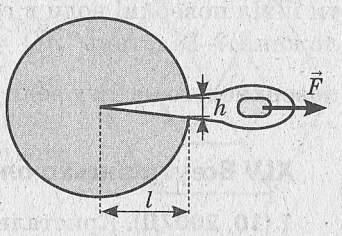
мерзати вода під час хрещенських морозів ($t_з = -25\,°C$) після того, як обігрівач перегорить? Теплоємність будиночка — $3 \cdot 10^7 \frac{Дж}{К}$.

3 (10, 2006Д). Стан 1 моля ідеального газу змінюється так, як показано на діаграмі $p(V)$. Побудуйте залежність $p(T)$ і визначте, у скільки разів максимальна температура газу перевищувала мінімальну.



4 (10, 2006Д). Відносна вологість повітря в спортивній залі розмірами $25 \times 10 \times 6$ м дорівнює 80 %. Визначте масу водяної пари в повітрі. Відомо, що за цієї температури й 100-відсоткової відносної вологості густина водяної пари дорівнює $20 \frac{г}{м^3}$.

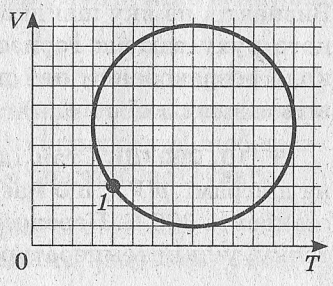
5 (10, 2006Д). Сокира застрягла в колоді. Лезо сокири стиснуте з обох боків силами по 5000 Н. Визначте силу F, яку слід прикласти до сокири (*див. рис.*), щоб витягти її з колоди. Коефіцієнт тертя між колодою й поверхнею сокири — 0,5. $l = 12$ см, $h = 7$ см.



XLV Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2007 р.

1 (10, 2007Р). Кристалик цукру, який мав форму куба зі стороною 1 мм, під час розтирання перетворився на мільйон крупинок цукрової пудри. Визначте середню масу й середньоквадратичну швидкість однієї крупинки. Температура повітря — 300 К, густина кристалика цукру — $1{,}6 \frac{г}{см^3}$.

2 (10, 2007Р). Двоє санчат починають рухатися з гірки, схил якої утворює кут 30°. Визначте, у скільки разів прискорення, з яким почнуть рухатися перші санчата, більше за прискорення других, якщо коефіцієнт тертя перших санчат об сніг — 0,2, а других — 0,4. У скільки разів перші санчата швидше спустяться з гірки?

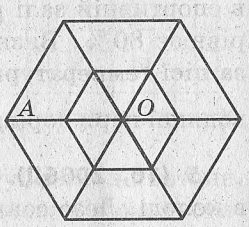


3 (10, 2007Р). Стан ідеального газу змінюється, як показано на діаграмі $V(T)$.

У точці 1 тиск газу становить 10 атм. Перенесіть діаграму до зошита й знайдіть ще одну точку, у якій тиск дорівнює 10 атм, а також точки, у яких тиск набуває максимального p_{max} і мінімального значення p_{min}. За допомогою діаграми визначте значення p_{max} і p_{min} і поясніть.

4 (10, 2007Р). Через невеликий блок перекинута мотузка довжиною 1,6 м так, що з обох боків блока звисають її половини. До одного кінця мотузки підвішують тягарець і обережно відпускають. Визначте швидкість тягарця в той момент часу, коли він опуститься на 20 см. Відомо, що маса тягарця дорівнює масі мотузки.

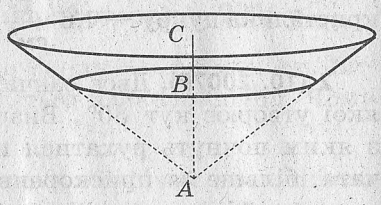
5 (10, 2007Р). На спокійній горизонтальній поверхні води лежить «павутинка», зроблена з тонкого дроту. Яку спрямовану вгору силу слід прикласти до «павутинки», щоб відірвати її від поверхні води в горизонтальному положенні? Відстань $AO = 10$ см, коефіцієнт поверхневого натягу води — $72 \frac{\text{мН}}{\text{м}}$.



XLV Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2007 р.

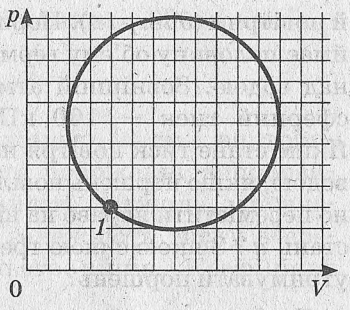
1 (10, 2007Д). Кристалик цукру, який мав форму куба зі стороною 1 мм, під час розтирання перетворився на мільярд крупинок цукрової пудри. Визначте середню масу й середньоквадратичну швидкість однієї крупинки. Густина кристалика цукру — $1{,}4 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, температура повітря — 300 К, стала Больцмана — $1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

2 (10, 2007Д). Проект кільцевого велотреку має форму усіченого конусу, по внутрішній поверхні якого рухаються велосипедисти (*див. рис.*). Визначте, на яку швидкість безпечного руху вздовж горизонтального кола розрахований цей проект (навіть за слизької погоди). $AB = 40$ м, $AC = 60$ м.



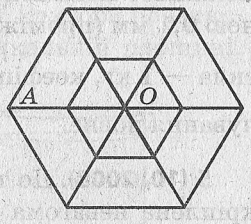
3 (10, 2007Д). Стан ідеального газу змінюється, як показано на діаграмі $p(V)$, що має вигляд кола. У точці *1* температура газу становить 300 К. Перенесіть діаграму до зошита й знайдіть ще одну точку, у якій температура дорівнює 300 К, а також точки, у яких

вона набуває максимального занчення T_{max} і мінімального значення T_{min}. Знайдіть T_{max} і T_{min} і поясніть.



4 (10, 2007Д). До нижнього кінця легкої підвішеної за верхній кінець пружини обережно прикріпили тягарець масою 1 кг і відпустили. Тягарець на пружині почав коливатися. Через деякий час коливання припинилися й тягарець зупинився. Визначте остаточне видовження пружини. Яку максимальну швидкість міг мати тягарець під час коливань? Коефіцієнт жорсткості пружини — $100\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

5 (10, 2007Д). На спокійній горизонтальній поверхні води лежить «павутинка», зроблена з тонкого дроту. Яку спрямовану вгору силу слід прикласти до «павутинки», щоб відірвати її від поверхні води в горизонтальному положенні? Відстань $AO = 10$ см, коефіцієнт поверхневого натягу води — $72\ \frac{\text{мН}}{\text{м}}$.



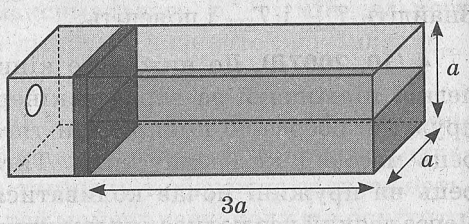
XLVI Всеукраїнська олімпіада. 2008 р.

1 (10, 2008). Уявіть, що йде дощ. Вітру немає, краплі падають вертикально вниз і летять паралельно до стін будинків. На бічному склі нерухомого автомобіля вони штрихують вертикальні відрізки. Але якщо автомобіль поїде, струмені дощу змінять напрямок руху й почнуть «малювати» похилі лінії. Ми всі стикалися з цим явищем, коли, нахилившись уперед, починали бігти під дощем. Струмені дощу змінювали напрямок, намагаючись залити нам обличчя. Але ж до початку бігу струмені були паралельні до стін будинків. Поясніть, чому струмені дощу нахиляються, а струмінь води, що стікає з даху будинку,— ні.

2 (10, 2008). Тіло кидають вертикально вгору зі швидкістю v_0. На яку висоту h воно підніметься? Під яким кутом до горизонту слід кинути тіло з такою самою початковою швидкістю, щоб дальність його польоту дорівнювала h? Опором повітря знехтувати.

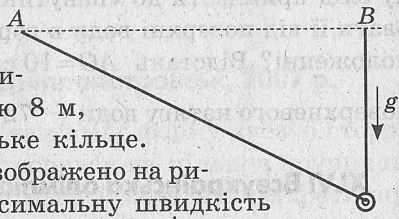
3 (10, 2008). Поршень квадратного перерізу зі стороною $a = 20$ см перекриває герметичну частину посудини, заповнену водою

й повітрям (*див. рис.*). Поршень перебуває в рівновазі, коли вода займає половину об'єму герметичної частини. Визначте тиск повітря над водою. Зовнішній атмосферний тиск — 100 кПа. Яким стане тиск повітря над водою, якщо поршень повільно перемістити вправо на відстань a? З якою силою треба утримувати поршень?



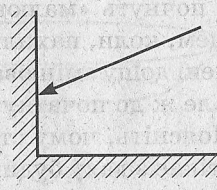
4 (10, 2008). Відомо, що два шматки скла, коли між ними потрапляє вода, мовби зліплюються. Уявіть, що ви утримуєте верхнє скло в горизонтальному положенні, а нижнє висить і не падає. За якої найменшої маси води між верхнім і нижнім склом це можливо? Вважати, що вода набуває форми тонкого диска товщиною 0,1 мм (проміжок між скляними поверхнями). Маса кожного скла — 1 кг, коефіцієнт поверхневого натягу води — $72\ \frac{\text{мН}}{\text{м}}$, змочування повне.

5 (10, 2008). До точок A і B прикріплена невагома нитка довжиною 8 м, уздовж якої може ковзати гладеньке кільце. Кільце відводять у положення, яке зображено на рисунку, і відпускають. Знайти максимальну швидкість кільця під час руху. Куди в цей момент часу буде спрямоване прискорення кільця? Відстань між точками A і B дорівнює 4 м.

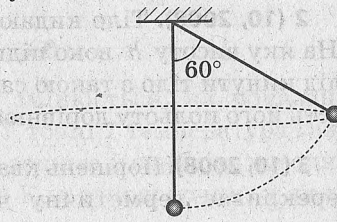


XLVI Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2009 р.

1 (10, 2009Р). Два дзеркала утворюють кут 90°. У перпендикулярній до дзеркал площині на поверхню першого дзеркала падає промінь світла від лазерної указки (*див. рис.*). Перенесіть рисунок до зошита й побудуйте подальший хід променя. Проаналізуйте отриманий результат.



2 (10, 2009Р). Тягарець, який висить на легкій нерозтяжній нитці, відвели від положення рівноваги на кут 60° (*див. рис.*). Визначте, у якому напрямку і яку швидкість слід надати тягарцю, щоб він почав рухатися уздовж

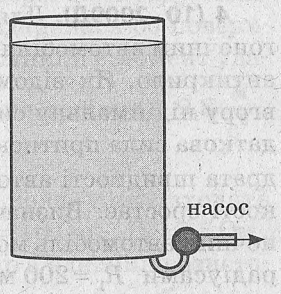


кола в горизонтальній площині. Довжина нитки — 60 см, прискорення вільного падіння $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

3 (10, 2009Р). Капілярну трубку довжиною 40 см і внутрішнім діаметром 0,2 мм у вертикальному положенні наполовину занурили в акваріум із водою. Знайдіть довжину заповненої водою частини трубки. Побудуйте залежність тиску всередині трубки від відстані до її нижнього кінця. Коефіцієнт поверхневого натягу води — $72\ \frac{\text{мН}}{\text{м}}$, атмосферний тиск — 100 кПа.

4 (10, 2009Р). Два тіла одночасно кидають із різних точок земної поверхні, що перебувають на одній висоті, під кутами 30° і 60° до горизонту. У скільки разів повинні відрізнятися їхні початкові швидкості, щоб тіла могли зіткнутися в повітрі? Вектори початкових швидкостей тіл перебувають в одній вертикальній площині. Опором повітря знехтувати.

5 (10, 2009Р). Герметична циліндрична цистерна заповнена на 90 % водою й на 10 % повітрям за атмосферного тиску (*див. рис.*). Насос, який відкачує воду, може створювати перед собою тиск, знижений до $\frac{1}{4}$. Поясніть, чому цим насосом не можна відкачати всю воду з цистерни? Розрахуйте, яка частина цистерни залишиться заповненою водою, скільки б не працював насос? Перед початком роботи насосу тиск води біля дна цистерни дорівнював $\frac{25}{16}$ атм.



XLVI Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2009 р.

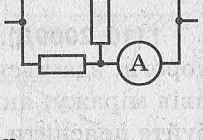
1 (10, 2009Д). Якщо спекотного літнього дня подивитися вздовж дороги, здається, що вдалині вона вкрита водою. Це один із проявів міражу, який у пустелі вводить в оману мандрівників. Спробуйте пояснити, чому нам здається, ніби асфальт дороги вкритий водою? Визначте, на скільки відсотків густина повітря поблизу розпеченої поверхні асфальту менша за густину повітря на висоті 1 м. Температура повітря на висоті 1 м — 30 °С, температура поверхні асфальту — 60 °С.

2 (10, 2009Д). Капілярну трубку довжиною 40 см і внутрішнім діаметром 0,2 мм у вертикальному положенні наполовину занурили в акваріум із водою. Визначте довжину заповненої водою частини трубки. Матеріал трубки водою не змочується. Чи однаковим буде тиск насиченої пари над поверхнею води всередині трубки й зовні за встановлення в приміщенні 100-відсоткової вологості? Відповідь обґрунтуйте. Коефіцієнт поверхневого натягу води — $72\ \frac{\text{мН}}{\text{м}}$.

3 (10, 2009Д). На довгій легкій нерозтяжній ліані у вертикальній площині гойдається мавпа, піднімаючись у крайніх точках на висоту 2,5 м. Визначте максимальну швидкість руху мавпи під час таких коливань. У яких положеннях сила натягу ліани набуває максимального й мінімального значень? Знайдіть довжину ліани, якщо максимальна сила натягу ліани удвічі перевищує мінімальну. Вважати, що прискорення вільного падіння дорівнює $9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

4 (10, 2009Д). Для збільшення зчеплення з поверхнею дороги гоночним автомобілям надають спеціальної форми, яка працює як антикрило. Як відомо, на літаках крило забезпечує спрямовану вгору підіймальну силу, а на гоночних автомобілях, навпаки, додаткова сила притискає їх до дороги. Ця сила пропорційна до квадрата швидкості автомобіля ($F = kv^2$), тому зі збільшенням швидкості зростає. Визначте, з якими найбільшими швидкостями гоночний автомобіль може проходити повороти горизонтальної траси радіусами $R_1 = 200$ м і $R_2 = 1$ км, якщо для повороту радіусом $R_0 = 100$ м максимальна швидкість дорівнює $v_0 = 30\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Коефіцієнт тертя в усіх випадках однаковий і дорівнює 0,8. Вважати, що прискорення вільного падіння $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

5 (10, 2009Д). До ділянки кола, яка складається з чотирьох однакових резисторів опором 40 Ом кожен та ідеального амперметра, прикладена напруга 30 В. Яку силу струму показує амперметр?



XLVIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2010 р.

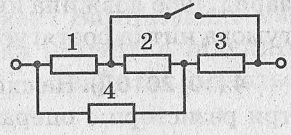
1 (10, 2010Р). Швидкість північного вітру — $6\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Визначте швидкість вітру, яку відчуває велосипедист, який їде на південь

зі швидкістю $8\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Яку швидкість вітру він відчуватиме, якщо повернe на схід і їхатиме далі з тією самою швидкістю?

2 (10, 2010Р). Згідно з моделлю Бора, ядро атома водню утворює протон (заряд $+1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл), навколо якого вздовж кола радіусом $5{,}3\cdot10^{-11}$ м зі швидкістю $2{,}2\cdot10^{6}\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ рухається електрон (заряд — $-1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл). Оскільки електричний струм — це спрямований рух заряджених частинок, орбіту електрона можна сприймати як маленьке коло зі струмом. Визначте напрямок і величину відповідної сили струму. Уявіть тепер, що атом водню перебуває в магнітному полі. Зробіть рисунок і поясніть, як до напрямку магнітного поля має розташуватися площина орбіти електрона в атомі водню.

3 (10, 2010Р). Дві однакові невеликі металеві кульки з'єднані легкою пружинкою. На висоті 5 м над горизонтальною поверхнею утримують верхню кульку. Нижня при цьому розтягує пружину на 14 см (14 см — довжина пружинки). Рівно через 1 секунду після того, як верхню кульку відпустили, нижня вдарилася об поверхню. Визначте, чому дорівнювала довжина пружинки в момент удару. Вважати, що прискорення вільного падіння дорівнює $9{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Опором повітря знехтувати.

4 (10, 2010Р). На схемі зображено ділянку кола, у яку входять чотири резистори з опорами $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 15$ Ом, $R_4 = 30$ Ом і вимикач. Знайдіть загальний опір з'єднання резисторів за обох положень вимикача. Яка потужність буде виділятися на другому резисторі в обох випадках, якщо до ділянки кола підключено джерело напругою 90 В?



5 (10, 2010Р). На збиральну лінзу з фокусною відстанню 6 см уздовж її головної оптичної осі падає світловий пучок радіусом $R = 4$ см. Знайдіть відстань від лінзи до екрана, на якому відбивається світла пляма радіусом $r = 2$ см. Площина екрана перпендикулярна до головної оптичної осі лінзи.

XLVIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2010 р.

1 (10, 2010Д). Коли під час дощу доводиться бігти, ми спрямовуємо парасольку трохи вперед, щоб краще захиститися — таке враження, наче дощ змінив напрямок і заливає нам обличчя. Така

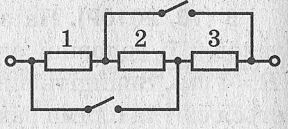
ж історія зі світлом. Земля рухається навколо Сонця зі швидкістю $30\,\frac{\text{км}}{\text{с}}$, і зорі наче зміщуються вперед у напрямку руху Землі. Це явище має назву «аберація світла», а відкрив його в 1727 р. Джеймс Брадлей. Поясніть фізичну природу зміни напрямку дощу й світла для спостерігачів, які рухаються. Визначте, на який кут мав нахиляти свій телескоп Джеймс Брадлей, щоб побачити зорю γ Дракона, справжній напрямок на яку утворює 90° із напрямком руху Землі. Швидкість світла — $300\,000\,\frac{\text{км}}{\text{с}}$.

α	0,002°	0,004°	0,006°	0,008°	0,01°	0,012°
$\sin\alpha$	$3{,}49\cdot10^{-5}$	$6{,}98\cdot10^{-5}$	$1{,}05\cdot10^{-4}$	$1{,}40\cdot10^{-4}$	$1{,}75\cdot10^{-4}$	$2{,}09\cdot10^{-4}$
$\text{tg}\alpha$	$3{,}49\cdot10^{-5}$	$6{,}98\cdot10^{-5}$	$1{,}05\cdot10^{-4}$	$1{,}40\cdot10^{-4}$	$1{,}75\cdot10^{-4}$	$2{,}09\cdot10^{-4}$

2 (10, 2010Д). Велосипедист починає рухатися з прискоренням $0{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Знайдіть швидкість велосипедиста в момент часу, коли колеса велосипеда зроблять п'ять повних обертів. Чому дорівнюватиме доцентрове прискорення крайніх точок ободу колеса в цей момент часу? Радіус колеса — 31,4 см.

3 (10, 2010Д). З'єднані тонкою гумовою ниткою дві однойменно заряджені кульки перебувають у рівновазі в невагомості. Коли один із зарядів збільшили у 2 рази, нитка розтягнулася з 1 м до 1 м 25 см. У скільки разів тепер необхідно збільшити другий заряд, щоб довжина нитки збільшилася ще на 25 см? Вважати, що гумова нитка розтягується за законом Гука.

4 (10, 2010Д). На схемі зображено ділянку кола, до якої входять три резистори з опорами $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 30$ Ом, $R_3 = 60$ Ом і два вимикачі. Визначте загальний опір з'єднання резисторів за всіх можливих положень вимикачів. Уявіть тепер, що замість верхнього вимикача в схему включено ідеальний амперметр, а замість нижнього — ідеальний вольтметр. Якими будуть покази амперметра й вольтметра, якщо на ділянку кола подати напругу 20 В?







5 (10, 2010Д). На схематичному рисунку можна побачити предмет та його зображення (предмет та зображення перебувають у площині ри-

сунка) у системі двох плоских дзеркал. Перенесіть рисунок до зошита й укажіть можливе розташування цих дзеркал.

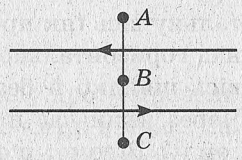
XLIX Всеукраїнська олімпіада. 2011 р.

1 (10, 2011). Супутник планети обертається навколо неї по круговій орбіті радіусом 500 000 км зі швидкістю $1\,\frac{\text{км}}{\text{с}}$. Через який час вектор його швидкості повертається на кут 90°? Уявіть тепер, що з центра планети в площині орбіти виходять дві перпендикулярні координатні осі OX і OY. Чому дорівнюватимуть проекції прискорення супутника a_x і a_y в той момент часу, коли він матиме координати $x = 300000$ км, $y = 400\,000$ км?

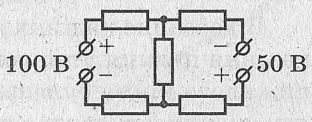
2 (10, 2011). Правий берег струмка на 35 см вищий за лівий. Ширина струмка — 1,2 м. З якою мінімальною швидкістю має відштовхнутися жабка, щоб перестрибнути струмок? Опором повітря знехтувати.

3 (10, 2011). Титановий ланцюжок зважили спочатку в повітрі, а потім зважили, зануривши наполовину у воду. Покази динамометра другого разу виявилися на $\frac{1}{9}$ меншими. Визначте густину титану.

4 (10, 2011). По двох паралельних провідниках тече струм, однаковий за значенням, але протилежний за напрямком. Точки A, B, C лежать у площині провідників так, як зображено на рисунку. Куди спрямоване магнітне поле в цих точках? Вимірювання магнітного поля показало, що його величина (магнітна індукція) у точках A і C дорівнює 1 мТл, а в точці B — 3 мТл. Як зміняться напрямок і значення магнітної індукції в точках A, B, C, якщо змінити напрямок струму в найближчому до точки A провіднику? А якщо цей провідник повернути навколо осі, що проходить через точки A, B, C, на кут 90°?

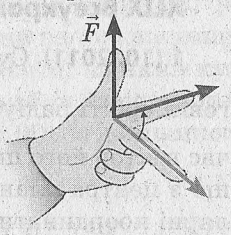


5 (10, 2011). Два джерела сталої напруги $U_1 = 100$ В і $U_2 = 50$ В з'єднали з п'ятьма однаковими резисторами, як показано на схемі. Визначте напрямки струмів через усі резистори, а також кількість теплоти, що виділиться на центральному резисторі за 1 хвилину. Опір кожного резистора — 250 Ом.

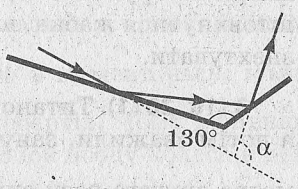


І. Всеукраїнська олімпіада. 2012 р.

1 (10, 2012). Для визначення напрямку сили, що діє на провідник зі струмом у магнітному полі, використовують правило лівої руки. Це правило запропонував англійський учений Джон Флемінг. В Англії правило лівої руки використовують дещо інакше, ніж в Україні. На рисунку зображена ліва рука з трьома відставленими пальцями, що вказують на три напрямки, один із яких є напрямком сили. З'ясуйте, чому відповідають інші два напрямки. Відповідь обґрунтуйте.

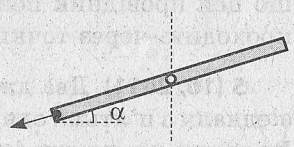


2 (10, 2012). Промінь світла послідовно відбивається від двох дзеркал, чиї відбивні поверхні утворюють кут 130° і перпендикулярні до площини рисунка. На який кут α внаслідок цього відхиляється промінь від попереднього напрямку? Як зміниться відповідь, якщо систему дзеркал повернути на 1° відносно осі, що проходить через лінію дотикання дзеркал? Поширення променя відбувається в площині рисунка.



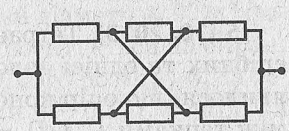
3 (10, 2012). Однорідний ланцюжок підвісили за кінці так, що один виявився вищим за другий, а кути, які в точках підвісу утворює ланцюжок із вертикаллю 30° і 45°. Після цього ланцюжок розрізали в нижній точці. Визначте відношення мас двох частин ланцюжка.

4 (10, 2012). Палиця довжиною 1 м має посередині невеликий круглий отвір. Цим отвором палицю наділи на гладеньку горизонтальну вісь (як пропелер літака), що розташована на висоті 5,5 м над горизонтальною поверхнею. Після цього палицю розкрутили, вісь швидко й без поштовху витягли, і палиця почала падати. Через який час палиця може торкнутися землі? Відомо, що під дією сили земного тяжіння центри мас усіх тіл поблизу Землі падають із прискоренням $g \approx 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.



Відеозапис падіння палиці показав, що через 1 с після початку падіння палиця утворювала кут 30° із горизонтом, а швидкість її нижнього кінця була спрямована вздовж палиці (*див. рис.*). Знайдіть швидкості центра палиці та її кінців у цей момент часу.

5 (10, 2012). Юний фізик придбав на базарі шість однакових електрокип'ятильників і вирішив з'ясувати, які потужності вони мають. Для цього він з'єднав їх за наведеною схемою, обережно занурив у посудину з трьома літрами води за температури 20 °С і підключив схему до джерела напруги 220 В. Через 21 хвилину вода почала кипіти. Нехтуючи тепловими втратами, знайдіть загальну потужність з'єднання, а також потужність одного електрокип'ятильника. Питома теплоємність води — $4200\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$. Усі дроти ізольовані, місця з'єднання на схемі позначені точками.

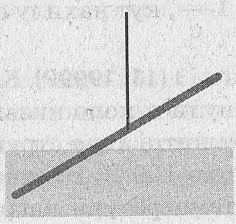


LI Всеукраїнська олімпіада. 2013 р.

1 (10, 2013). Частинка рухається вздовж кола. Виявилося, що її переміщення за будь-яку одну секунду руху становить 1 м, і за будь-які дві секунди руху — також 1 м. Знайдіть період руху частинки, а також радіус кола, уздовж якого вона рухається. Чи можна стверджувати, що частинка рухається зі сталою швидкістю? Відповідь обґрунтуйте.

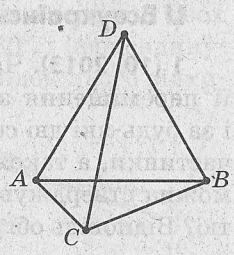
2 (10, 2013). Від невдалого удару ключкою для гольфу з однаковими швидкостями полетіли два камінці. Перший під кутом 30° до горизонту, другий — під кутом 60° до горизонту. Через який час та на якій відстані від точки удару перший камінець упаде на землю? Побудуйте схематичний графік залежності відстані між камінцями від часу. Вважати, що траєкторії камінців лежать в одній вертикальній площині, поверхня землі горизонтальна, $g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Опором повітря знехтувати. Початкові швидкості камінців — $20\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

3 (10, 2013). Для визначення густини матеріалу дроту провели експеримент. Прямий відрізок дроту підвісили на нитці в точці, що ділить його у відношенні 4:5. У повітрі дріт повиснув у вертикальному положенні. Після цього, утримуючи дріт за нитку, його почали повільно опускати у воду. Коли під водою опинилося 40 % довжини дроту, той почав відхилятися від вертикалі, весь час залишаючись під водою на 40 % своєї довжини (*див. рис.*). Поясніть дивну поведінку дроту. Визначте густину матеріалу дроту.



4 (10, 2013). На лампі з вольфрамовою ниткою розжарення вказано: «230 В, 100 Вт». Якщо ж до лампи прикласти напругу 2,3 В, амперметр показує струм 50 мА. Визначте опір лампи згідно з указаним на ній технічним даним та згідно з показами приладів. На скільки температура вольфрамової нитки розжарення в робочому стані більша за температуру за напруги 2,3 В? Вважати, що температурний коефіцієнт опору вольфраму $\alpha = 5 \cdot 10^{-3}$ К$^{-1}$.

5 (10, 2013). Тетраедр (*див. рис.*) зробили, спаявши кінці п'яти срібних та однієї золотої дротинок, однакових за розмірами. Виявилося, що опір конструкції між точками A і B дорівнює 1 Ом, між точками C і D — 1,2 Ом, а між усіма іншими парами точок опір однаковий і дорівнює деякому значенню R. Визначте за наведеними даними, де в тетраедрі золота дротинка. Визначте відношення питомого опору золота до питомого опору срібла. Знайдіть значення R із точністю до сотих. Відомо, що срібло краще, ніж золото, проводить електричний струм.



11 клас

XXXVII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 1999 р.

1 (11, 1999Р). Після проведення експериментальної частини іспиту з фізики в 10 класі з визначення поверхневого натягу води деякі учні вирішили підвищити вологість повітря в кабінеті фізики за допомогою наповнених водою одноразових шприців. З якою швидкістю вилітає вода з отвору шприца в горизонтальному напрямку, якщо хлопець тисне на шприц із силою 30 Н? Діаметр поршня — 2 см. Тертям і в'язкістю знехтувати.

2 (11, 1999Р). Яку роботу виконує людина, що піднімається на висоту $h = 20$ м по ескалатору, який рухається вниз. Швидкість ескалатора — $0{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, швидкість людини відносно ескалатора — $1\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, кут нахилу ескалатора — 45°, маса людини — 75 кг.

3 (11, 1999Р). Електричну лампу з вольфрамовою ниткою увімкнули в коло низької напруги. З'ясувалося, що за напруги 10 мВ у нитці тече струм 4 мА. Коли лампу увімкнули в коло з напругою 120 В, з'ясувалося, що в нитці проходить струм 4 А. До якої температури нагрівається нитка лампи за напруги 120 В, якщо

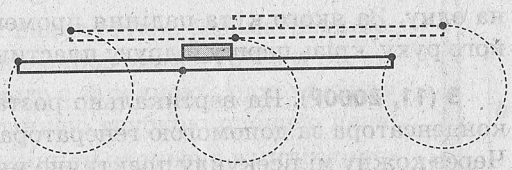
в першому випадку температура становила 25 °С? Температурний коефіцієнт опору вольфраму — 0,005 град$^{-1}$.

4 (11, 1999Р). За вибуху гримучого газу виділяється 145 кДж енергії на кожен грам водню, який взаємодіяв із киснем. Знайдіть, за якої найменшої ЕРС джерела струму може відбуватися електроліз води.

5 (11, 1999Р). За допомогою збиральної лінзи діаметром 9 см і фокусною відстанню 50 см зображення сонця проектується на екран, розташований у фокальній площині лінзи. Якого розміру буде зображення сонця, якщо кутовий розмір сонця — 0,5°? У скільки разів потужність сонячного випромінювання, що падає на площу зображення, більша за потужність сонячного випромінювання, що падає безпосередньо від сонця на ту ж площу, якщо лінзу прибрати?

XXXVII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 1999 р.

1 (11, 1999Д). Кожна точка горизонтально розташованої дошки рівномірно рухається у вертикальній площині по колу радіусом 15 см із періодом 1 с. Яким має бути коефіцієнт тертя, щоб цеглина, яку поклали на дошку, не проковзувала в будь-якому положенні?



2 (11, 1999Д). Яку роботу виконує людина, що піднімається ескалатором довжиною $h = 20$ м, який рухається вниз. Швидкість ескалатора — $0{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, швидкість людини відносно ескалатора — $1\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, кут нахилу ескалатора — 45°, маса людини — 75 кг.

3 (11, 1999Д). Три сферичні краплі ртуті радіусами 3, 4 і 5 мм, заряджені до потенціалу 100 В кожна, зливаються в одну каплю. Визначте її потенціал. Потенціал електричного поля зовні сферичного заряду на відстані r від його центра визначається за формулою $\varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$.

4 (11, 1999Д). Коли й у скільки разів більша абсолютна вологість повітря (густина водяних парів): у листопаді після дощу за температури 0 °С і вологості 95 % чи в липні в сонячну погоду за температури 35 °С і вологості 40 %? Тиск насиченої пари за 0 °С дорівнює 600 Па, а за 35 °С — 5500 Па.

5 (11, 1999Д). За допомогою збиральної лінзи діаметром 8 см і фокусною відстанню 50 см зображення сонця проектується на екран, розташований у фокальній площині лінзи. Якого розміру буде зображення сонця, якщо кутовий розмір сонця — 0,5°? У скільки разів потужність сонячного випромінювання, що падає на площу зображення, більша за потужність сонячного випромінювання, що падає безпосередньо від сонця на ту саму площу, якщо лінзу прибрати?

XXXVIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2000 р.

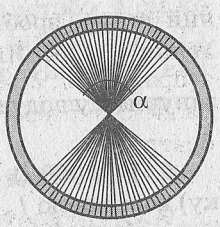
1 (11, 2000Р). Схил гори утворює кут 30° із горизонтом. Уздовж схилу під кутом 45° до поверхні схилу кидають тіло масою 1 кг, надавши йому кінетичну енергію 27 Дж. Визначте час польоту. $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, опором повітря знехтувати.

2 (11, 2000Р). Дві плоскопаралельні пластинки однакової товщини, але з різними коефіцієнтами заломлення n_1 і n_2 поклали одна на одну. За якого кута падіння променя на першу пластинку час його руху крізь першу й другу пластинки буде однаковим?

3 (11, 2000Р). На вертикально розташовані пластини плоского конденсатора за допомогою генератора подається напруга 1000 В. Через кожну мілісекунду практично миттєво полярність конденсатора змінюється на протилежну. У момент увімкнення генератора в просторі конденсатора рухалася заряджена частинка з горизонтальною швидкістю $75\ \frac{\text{мм}}{\text{с}}$ паралельно до пластин і на однаковій відстані від них. Визначте модуль переміщення частинки за 20 мс. Взаємодією частинки з молекулами повітря знехтувати. Відношення заряду частинки до її маси — $9\ \frac{\text{мКл}}{\text{кг}}$. Відстань між пластинами конденсатора — 1,5 см.

4 (11, 2000Р). На вольфрамовий провідник подано деяку напругу. Виявилося, що за температури повітря 10 °С провідник нагрівається до 30 °С. Визначте, до якої температури нагріється вольфрамовий провідник за температури повітря 30 °С, якщо подана на нього напруга не змінилася. Температурний коефіцієнт опору вольфраму — 0,005 град^{-1}. Вважати, що швидкість теплових втрат провідника пропорційна різниці його температури й температури навколишнього повітря.

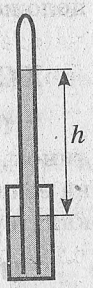
5 (11, 2000Р). На важкий мідний барабан (циліндричну оболонку) довжиною l, радіусом R і масою m намотано N витків тонкого дроту, які мають форму прямокутників (із серединами двох протилежних сторін на осі барабана) і рівномірно вкривають його половину ($\alpha = 90°$). Барабан може вільно обертатися навколо осі симетрії й перебуває в однорідному магнітному полі з індукцією B, яка перпендикулярна цій осі. Дротом пропущено струм I, витки ізольовані. Визначте період малих коливань циліндра навколо положення рівноваги.



XXXVIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2000 р.

1 (11, 2000Д). Тіло кинули під кутом α до горизонту. Під яким кутом β до горизонту в місці падіння тіла слід розташувати площину, щоб після пружного відбиття від неї тіло повернулося в точку, з якої його кинули? Опором повітря знехтувати. Обидві точки перебувають на однаковій висоті.

2 (11, 2000Д). Яку роботу над ртуттю в барометрі здійснює атмосферний тиск, змінюючись від $h = 760$ мм рт. ст. до $H = 770$ мм рт. ст. Барометр є запаяною з одного кінця наповненою ртуттю тонкостінною трубкою площею перерізу $0{,}5\ \text{см}^2$, яка відкритим кінцем занурена в циліндричний стакан із ртуттю вдвічі більшого радіуса (*див. рис.*). Густина ртуті — $13{,}6\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

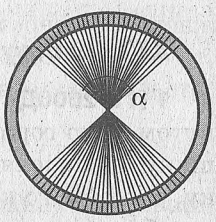


3 (11, 2000Д). На вертикально розташовані пластини плоского конденсатора за допомогою генератора подається напруга 1000 В. Через кожну мілісекунду практично миттєво полярність конденсатора змінюється на протилежну. У момент вмикання генератора в просторі конденсатора рухалася заряджена частинка з горизонтальною швидкістю $75\ \frac{\text{мм}}{\text{с}}$ паралельно до пластин і на однаковій відстані від них. Визначте модуль переміщення частинки за 20 мс. Взаємодією частинки з молекулами повітря знехтувати. Відношення заряду частинки до її маси — $9\ \frac{\text{мКл}}{\text{кг}}$. Відстань між пластинами конденсатора — 1,5 см.

4 (11, 2000Д). У наш час оптичні системи обробки й передачі інформації набувають усе більшого поширення, заміняючи

електричні. Визначте, яким найменшим повинен бути час між світловими імпульсами за передачі інформації за допомогою оптоволокна на відстань 10 км. Оптоволокно — це тонкий циліндричний шнур, зроблений із прозорого матеріалу (коефіцієнт заломлення — 1,5). Як зміниться відповідь у задачі, якщо оптоволокно занурити у воду (коефіцієнт заломлення — $\frac{4}{3}$)?

5 (11, 2000Д). На важкий мідний барабан (циліндричну оболонку) довжиною l, радіусом R і масою m намотано N витків тонкого дроту, які мають форму прямокутників (із серединами двох протилежних сторін на осі барабана) і рівномірно вкривають його половину ($\alpha = 90°$). Барабан може вільно обертатися навколо осі симетрії й перебуває в однорідному магнітному полі з індукцією B, яка перпендикулярна цій осі. Дротом пропущено струм I, витки ізольовані. Визначте період малих коливань циліндра навколо положення рівноваги.



XXXIX Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2001 р.

1 (11, 2001Р). Хлопчик, збігаючи ескалатором, нарахував 40 сходинок, а піднімаючись ним,— 80 сходинок. Скільки сходинок на ескалаторі, якщо швидкість підіймання хлопчика відносно ескалатора була удвічі меншою (підніматися завжди важче)?

2 (11, 2001Р). Тарзан на міцній нерозтяжній ліані довжиною 15 м розгойдується у вертикальній площині. Найвища точка його руху вища від найнижчої на половину довжини ліани. Визначте, яка максимальна і яка мінімальна рівнодійні сили діють на Тарзана під час руху. Маса Тарзана — 100 кг.

3 (11, 2001Р). З точки, яка перебуває в подвійному фокусі збиральної лінзи, зі швидкістю v летить до оптичного центра лінзи вздовж її головної оптичної осі маленька комаха. Побудувати графік залежності від часу швидкості її зображення. Фокусна відстань лінзи — F.

4 (11, 2001Р). Позитроній — це атомна система, яка складається з електрона й позитрона (античастинка електрона, яка має таку саму масу $9 \cdot 10^{-31}$ кг і додатний заряд $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл). Можна вважати, що частинки рухаються коловими орбітами навколо центра мас. Визначте період обертання такої системи, якщо відомо, що для

маси, швидкості й радіуса орбіти частинки виконується співвідношення $mvr = \hbar$, де $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с — стала Планка.

5 (11, 2001Р). Котушка, яка має 500 витків діаметром 4 см кожен, перебуває в однорідному магнітному полі з індукцією 2 Тл. Котушку рівномірно повертають на 180° за 0,2 с. Визначте найбільше значення ЕРС, яка може виникнути при цьому в котушці.

XXXIX Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2001 р.

1 (11, 2001Д). Хлопець двічі перепливав річку під одним і тим самим кутом до берегів, і обидва рази його зносило течією на одну відстань уздовж берега річки $l = 45$ м. Але другого разу, незважаючи на те, що швидкість течії — $1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ і швидкість хлопця відносно води — $1\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, залишилися незмінними, подорож зайняла більше часу на $\frac{4}{5}$ хвилини. Визначте ширину річки. Вважати, що береги річки прямі й паралельні один одному.

2 (11, 2001Д). Алюмінієва куля влучає в шматок свинцю, що вільно падає, і застряє в ньому. Маса кулі — m, маса свинцю — M. За якого відношення мас $\frac{M}{m}$ температура, до якої нагріються за рахунок цього обидва тіла, буде найбільшою? Теплообміном із довкіллям знехтувати. Питома теплоємність алюмінію — $920\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, свинцю — $120\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$. Початкова температура тіл однакова.

3 (11, 2001Д). Із точки, яка перебуває в подвійному фокусі збиральної лінзи (фокусна відстань — F), зі швидкістю v летить до оптичного центра лінзи вздовж її головної оптичної осі маленька комаха. Побудувати графік залежності координати зображення комахи від часу. За початок системи координат узяти оптичний центр лінзи, вісь спрямувати в напрямку руху комахи.

4 (11, 2001Д). В однорідному горизонтальному електричному полі напруженістю $20\ \frac{\text{кВ}}{\text{м}}$ на легкій нитці висить кулька масою 10 грамів, яка має заряд 5 мкКл. Визначте, який кут утворює нитка з напрямком прискорення вільного падіння.

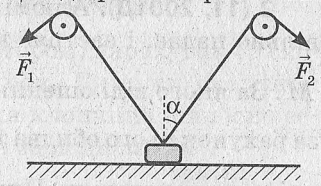
5 (11, 2001Д). За вмикання кип'ятильника в коло змінного струму ($U = 220$ В, $\nu = 50$ Гц) потужність, яка виділяється на ньому, дорівнює $P = 1$ кВт. Щоб отримати більшу потужність, цей кип'ятильник з'єднали паралельно з котушкою індуктивністю $L = 50$ мГн, а потім послідовно з конденсатором ємністю $C = 200$ мкФ (*див. рис.*). Визначте активний опір кип'ятильника, індуктивний опір котушки та ємнісний опір конденсатора. Яка потужність буде виділятися на кип'ятильнику, якщо це з'єднання увімкнути в коло змінного струму ($U = 220$ В, $\nu = 50$ Гц)? Залежністю опору кип'ятильника від температури знехтувати.



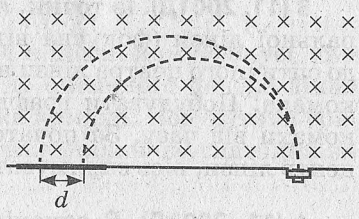
XL Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2002 р.

1 (11, 2002Р). Після того, як через невеликий отвір у балоні вийшла половина газу, температура всередині балона зменшилася на 20 %. Визначте, на скільки відсотків при цьому зменшився тиск у балоні.

2 (11, 2002Р). Чи можуть дві постійні й рівні за величиною сили F_1 і F_2 ($F_1 = F_2 = F$) підняти вантаж масою m до рівня верхніх точок блоків (*див. рис.*)? Якщо ні, чому? Якщо так, за яких умов? Мотузки можна вважати нерозтяжними, а їхні маси — малими порівняно з масою вантажу. Вантаж перебуває на однаковій відстані від блоків.



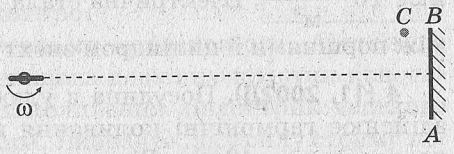
3 (11, 2002Р). У мас-спектрометрі йони після проходження прискорювальної різниці потенціалів $U = 10$ кВ влітають у магнітне поле перпендикулярно до ліній магнітної індукції $B = 0{,}1$ Тл. Після руху в магнітному полі вони потрапляють на фотопластинку (*див. рис.*). Визначте відстань d на фотопластинці між смугами від однократно йонізованих атомів вуглецю $^{12}C^+$ і кисню $^{16}O^+$. 1 а. о. м. $= 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг, елементарний заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.



4 (11, 2002Р). Посудина з улюбленим напоєм кота Леопольда здійснює гармонічні коливання вздовж горизонтального відрізка довжиною 40 см. Від посудини відриваються краплі молока й під дією сили тяжіння падають униз. Як унизу повинен бігати з глечи-

ком кіт Леопольд, щоб піймати ним усі краплі? Відомо, що в повітрі перебуває удвічі більше крапель, ніж відривається від посудини за період. Визначте відстань, яку пробігатиме кіт в одному напрямку.

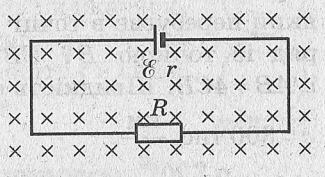
5 (11, 2002Р). Лазер повертають із кутовою швидкістю $\omega = 1\,\frac{\text{рад}}{\text{с}}$. З якою швидкістю буде рухатися світлова пляма на віддаленому екрані AB? Відстань до екрана $l = 500$ тис. км значно перевищує розміри екрана.



Як ця пляма буде рухатися з точки зору спостерігача, який перебуває в точці C поряд із точкою B? $CB \perp AB$ і $AB = 4CB$. Швидкість світла $c = 300$ тис. $\frac{\text{км}}{\text{с}}$.

XL Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2002 р.

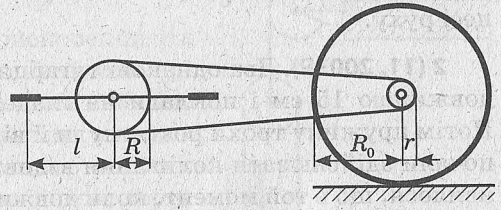
1 (11, 2002Д). Електричне коло складається з батареї (ЕРС $\mathscr{E} = 4{,}5$ В, внутрішній опір $r = 1$ Ом), резистора (опір $R = 2$ Ом) і з'єднувального дроту, опором якого можна знехтувати. Визначте силу струму в колі.



Перпендикулярно до площини кола з'являється однорідне магнітне поле, яке рівномірно збільшується від нуля до $B = 0{,}1$ Тл за час $\Delta t = 0{,}01$ с. Визначте силу струму в колі в цей проміжок часу.

З'єднувальний дріт утворює прямокутник площею $0{,}3\ \text{м}^2$.

2 (11, 2002Д). Яку мінімальну силу повинен прикладати велосипедист до педалей, щоб рівномірно підніматися вгору вздовж похилої ділянки шосе (кут нахилу — α). Відстань від осі педалі до осі шестерні — l. Радіус шестерні — R, радіус малої шестерні — r, радіус колеса — R_0. Маса велосипедиста з велосипедом — m. Оцініть, за якого кута підйом неможливий.



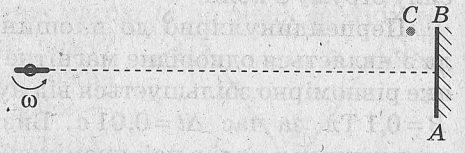
3 (11, 2002Д). У горизонтальному відкритому з обох боків діелектричному циліндрі два однакові рухомі металеві поршні перебувають на невеликій відстані один від одного (відстань значно менша від розмірів поршнів). Поршні заряджають різнойменними електричними зарядами. Визначте, на скільки тиск між поршнями

буде перевищувати зовнішній атмосферний тиск. Абсолютне значення поверхневої густини зарядів обох поршнів однакове й дорівнює $10\ \frac{\text{мкКл}}{\text{м}^2}$. Електрична стала $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\Phi}{\text{м}}$. Силами тертя між поршнями й циліндром знехтувати.

4 (11, 2002Д). Посудина з улюбленим напоєм кота Леопольда здійснює гармонічні коливання вздовж горизонтального відрізка довжиною 40 см. Від посудини відриваються краплі молока й під дією сили тяжіння падають униз. Як унизу повинен бігати з глечиком кіт Леопольд, щоб піймати ним усі краплі? Відомо, що в повітрі перебуває втричі більше крапель, ніж відривається від посудини за період. Визначте відстань, яку пробігатиме кіт в одному напрямку.

5 (11, 2002Д). Лазер повертають із кутовою швидкістю $\omega = 2\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. З якою швидкістю буде рухатися світлова пляма на віддаленому екрані AB?

Відстань до екрана $l = 300$ тис. км значно перевищує розміри екрана. Як ця пляма буде рухатися з точки зору спостерігача, який перебуває в точці C поряд із точкою B? $CB \perp AB$ і $AB = 4CB$. Швидкість світла $c = 300$ тис. $\frac{\text{км}}{\text{с}}$.



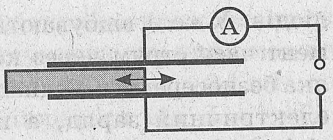
XLI Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2003 р.

1 (11, 2003Р). Тіло кинули під кутом $60°$ до горизонту з початковою швидкістю $50\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Визначте найменшу швидкість тіла в процесі руху.

2 (11, 2003Р). Два однакові тягарця з'єднали легкою пружиною довжиною 15 см і поклали на гладенький горизонтальний стіл. Потім пружину трохи розтягнули й відпустили, після чого тягарці почали здійснювати коливання вздовж осі симетрії пружини. Виявилося, що в той момент, коли довжина пружини дорівнює 18 см, потенціальна енергія пружини в дев'ять разів перевищує кінетичну енергію тіл. Визначте, за якої довжини пружини її потенціальна енергія буде в дев'ять разів менша за кінетичну енергію тіл.

3 (11, 2003Р). Плоский повітряний конденсатор ємністю $C = 0{,}1$ мкФ через амперметр з'єднаний із джерелом сталої напру-

ги $U = 100$ В. У просторі між пластинами конденсатора здійснює гармонічні коливання з частотою 50 Гц пластина діелектрика ($\varepsilon = 4$), товщина якої трохи менша за відстань між пластинами конденсатора. Амплітуда коливань діелектрика утричі менша за довжину пластин конденсатора, тож у будь-який момент коливання діелектрик частково перекриває пластини конденсатора. Визначте, яку силу струму покаже амперметр, розрахований на вимірювання змінного струму.



4 (11, 2003Р). α-частинка (ядро атома гелію) перебуває в однорідному електричному й однорідному магнітному полях. Напруженість електричного поля E співпадає за напрямком із магнітною індукцією B. Початкова швидкість v_0 частинки утворює кут $\alpha = 60°$ із цим напрямком. Як буде рухатися частинка? Визначте, на якій відстані від початкової точки руху опиниться α-частинка в момент часу, коли її швидкість буде утворювати кут $\beta = 30°$ із напрямком напруженості електричного поля й магнітної індукції.

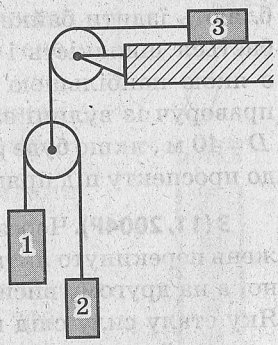
5 (11, 2003Р). Дві однакові труби поклали одна на одну. Від легенького поштовху труби почали роз'їжджатися. Визначте швидкість нижньої труби після того, як верхня досягне горизонтальної підлоги. Опором повітря й силами тертя знехтувати. Радіус труби — 20 см.



XLI Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2003 р.

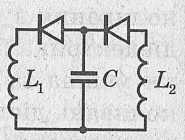
1 (11, 2003Д). Тіло кинули під кутом $60°$ до горизонту з початковою швидкістю $50\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Визначте найменшу швидкість тіла в процесі руху. Опором повітря знехтувати.

2 (11, 2003Д). Визначте прискорення тіл (початкові швидкості тіл дорівнюють нулю). $m_1 = 4$ кг, $m_2 = 2$ кг, $m_3 = 3$ кг. Масою блоків і ниток, які з'єднують тіла, а також силами опору повітря й силами тертя в осях блоків можна знехтувати. Коефіцієнт тертя ковзання між горизонтальною поверхнею й третім тілом $\mu = 0{,}4$.



3 (11, 2003Д). Електричне коло складається з конденсатора ємністю $C = 200$ мкФ, двох котушок з індуктивностями $L_1 = 0{,}8$ мГн і $L_2 = 0{,}2$ мГн, а також двох ідеальних

діодів. У колі відбуваються електричні коливання. У певний момент часу струм через котушки не тече, пластина конденсатора, яка безпосередньо з'єднана з діодами, має додатний електричний заряд, а протилежна пластина — від'ємний. Визначте, через які проміжки часу після цього знаки зарядів на пластинах: 1) зміняться на протилежні; 2) знову набудуть початкових значень.



4 (11, 2003Д). α-частинка (ядро атома гелію) перебуває в однорідному електричному й однорідному магнітному полях. Напруженість електричного поля E перпендикулярна до магнітної індукції B. У певний момент часу швидкість частинки дорівнює нулю. Як буде далі рухатися частинка? Визначте найбільшу швидкість, яку вона зможе отримати під час такого руху.

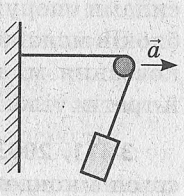
5 (11, 2003Д). Поверхнею дзеркала повзе маленький жук. На якій відстані він бачить своє відображення? Товщина скла — 6 мм, показник заломлення скла — $\frac{4}{3}$.

XLII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2004 р.

1 (11, 2004Р). Заряджена частинка рухається в електричному й магнітному полях. Напруженість електричного поля — $3\,\frac{\text{кВ}}{\text{м}}$, індукція магнітного — 4 мТл. Яка швидкість частинки, якщо сили з боку електричного й магнітного полів дорівнюють одна одній? Кут між вектором швидкості частинки й магнітною індукцією становить 90°.

2 (11, 2004Р). Як відомо, уночі вулицями великих міст полюбляють їздити байкери (круті хлопці на мотоциклах, яким подобається швидкість і не подобаються інспектори ДАІ). Визначте, з якою найбільшою швидкістю байкер зможе подолати поворот праворуч із вулиці завширшки $d = 20$ м на проспект завширшки $D = 40$ м, якщо буде рухатися вздовж дуги кола. Вулиця підходить до проспекту під прямим кутом. Коефіцієнт тертя — 0,8.

3 (11, 2004Р). Через легкий горизонтальний стрижень перекинуто нитку, один кінець якої закріплено, а на другому висить тіло масою 2 кг (*див. рис.*). Яку сталу силу слід прикладати до стрижня, щоб рухати його горизонтально зі сталим прискоренням $a = 2\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$? Силами тертя знехтувати.



4 (11, 2004Р). Коливальний контур радіоприймача складається з конденсатора й котушки, ємність та індуктивність яких можна змінювати. Ємність конденсатора змінюється від $C_1 = 0{,}1$ пФ до $C_2 = 0{,}8$ пФ. Індуктивність котушки змінюється від $L_1 = 1$ мГн до $L_2 = 2$ мГн. Визначте діапазон хвиль радіоприймача, тобто всі можливі значення довжини електромагнітної хвилі, на яку приймач може бути налаштований.

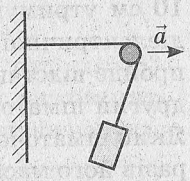
5 (11, 2004Р). З висоти 10 см над верхньою частиною вертикально розташованої пружини відпускають тіло масою 1 кг. Тіло пружно відскакує від пружини й через деякий час повертається в точку початку руху (масою пружини й опором повітря нехтуємо), де його ловлять. Визначте час руху тіла. Жорсткість пружини — $900\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, прискорення вільного падіння — $9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

XLII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2004 р.

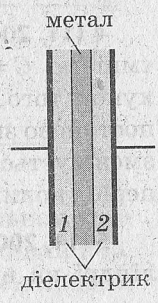
1 (11, 2004Д). У невагомості на відстані 1 м одна від одної утримують дві невеликі кульки, які мають заряди $q_1 = 2$ нКл, $q_2 = -5$ нКл і маси $m_1 = 2$ мг, $m_2 = 3$ мг. Кульки одночасно відпускають. Визначте початкове прискорення кульок. Стала в законі Кулона $k = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$. Чому будуть дорівнювати швидкості кульок, коли їхні прискорення збільшаться в сто разів?

2 (11, 2004Д). З деякої висоти тіло кидають під кутом α до горизонту з початковою швидкістю v_0. Через який час після цього швидкість тіла утворюватиме кут β із горизонтом?

3 (11, 2004Д). Через горизонтальний стрижень перекинуто нитку, один кінець якої закріплено, а на другому висить тіло масою $m_1 = 2$ кг (*див. рис.*). Яку сталу силу слід прикладати до стрижня, щоб рухати його горизонтально зі сталим прискоренням $a = 2\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$? Маса стрижня $m_2 = 1$ кг. Силами тертя знехтувати.



4 (11, 2004Д). Плоский конденсатор складається з двох металевих пластин площею $S = 200$ см^2 кожна, між якими перебувають два однакові за товщиною шари діелектрику й шар металу (*див. рис.*). На конденсатор подається змінна напруга 220 В



з електромережі. Визначте, чому дорівнює максимальне значення заряду на пластині конденсатора. Через який час це значення змінюється за знаком? Діелектрична проникність шарів діелектрику $\varepsilon_1 = 4$ і $\varepsilon_2 = 6$, товщина одного шару $d = 2$ мм.

5 (11, 2004Д). До невеликого тягарця прикріплено дві нитки різної довжини ($l_1 = 30$ см, $l_2 = 40$ см). Інші кінці ниток закріплені на різній висоті (довша нитка — вище, коротша — нижче, різниця висот $h = 30$ см). Відстань між точками закріплення ниток $l = 50$ см. Визначте період малих коливань тягарця в полі земного тяжіння.

XLIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2005 р.

1 (11, 2005Р). Тіло кинули під кутом $60°$ до горизонту зі швидкістю $50 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Побудуйте траєкторію тіла за п'яту й шосту секунди його руху. Опором повітря знехтуйте.

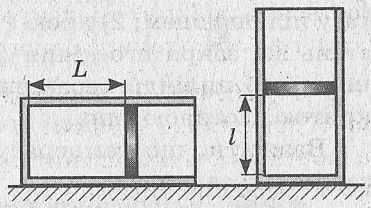
2 (11, 2005Р). Хлопець і дівчина йдуть назустріч одне одному вздовж скляних вітрин супермаркету на відстані 3 метри від них. Швидкість хлопця — $5 \frac{\text{км}}{\text{год}}$, швидкість дівчини — $3 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Визначте швидкість хлопця відносно дівчини й швидкість зображення хлопця, яке дівчина бачить у вітрині супермаркету, відносно дівчини. З якою швидкістю скорочується відстань між дівчиною й зображенням хлопця, коли відстань між дівчиною та хлопцем становить 8 метрів?

3 (11, 2005Р). На горизонтальній поверхні столу на відстані 10 см утримують два невеликі однойменно заряджені шматочки діелектричної пластини. Якщо відпустити перший шматочок, від пройде відстань 30 см і зупиниться. Якщо після цього відпустити другий шматочок, він також пройде відстань 30 см і зупиниться. Який шматочок діелектрика має більшу масу? Визначте, у скільки разів його маса більша.

4 (11, 2005Р). Коливальний контур складається з конденсатора ємністю $C = 1$ мкФ і котушки індуктивністю $L = 0{,}4$ мГн. За рахунок того, що котушка має опір $R = 0{,}1$ Ом, енергія коливань поступово зменшується. Визначте приблизно, на скільки відсотків зменшується енергія коливань за кожен період і чому дорівнює період коливань.

5 (11, 2005Р). У відкритому з одного кінця горизонтальному циліндрі на відстані L від закритого кінця перебуває масивний

поршень. Циліндр переводять у вертикальне положення, і відстань від закритого кінця до поршня стає рівною l. Визначте: 1) у скільки разів збільшився тиск газу під поршнем; 2) період малих коливань поршня відносно положення рівноваги. Вважати, що температура повітря увесь час залишається сталою.

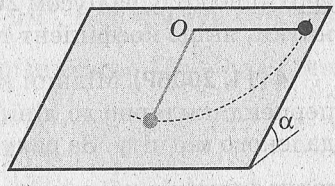


XLIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2005 р.

1 (11, 2005Д). Хлопець і дівчина йдуть назустріч одне одному вздовж скляних вітрин супермаркету на відстані 2 метри від них. Швидкість хлопця — $5\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$, швидкість дівчини — $4\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$. Визначте швидкість дівчини відносно хлопця й швидкість зображення дівчини, яке хлопець бачить у вітрині, відносно хлопця. З якою швидкістю скорочується відстань між хлопцем і зображенням дівчини в той момент, коли відстань між ними (хлопцем і зображенням дівчини) становить 5 метрів?

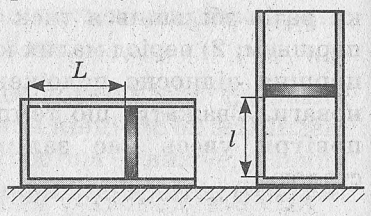
2 (11, 2005Д). Під яким кутом до горизонту може стрибнути коник із точки A, яка перебуває посередині траншеї, щоб вибратися з неї на поверхню землі? Початкова швидкість коника — $7\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, ширина траншеї — 2 м, глибина — 0,8 м. Прискорення вільного падіння — $9{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Вважати, що під час польоту коник рухається тільки під дією сили тяжіння.

3 (11, 2005Д). На похилій площині, яка утворює кут $\alpha = 45°$ із горизонтом, перебуває маленька шайба, прив'язана легкою ниткою до нерухомої точки O. Шайбу відводять так, що нитка набуває горизонтального положення, після чого відпускають. Визначте коефіцієнт тертя між шайбою й площиною, якщо шайба зупиняється в найнижчій точці кола, уздовж якого вона може рухатися (*див. рис.*). Тертям між ниткою й площиною знехтувати.



4 (11, 2005Д). У відкритому з одного кінця горизонтальному циліндрі на відстані L від закритого кінця перебуває масивний поршень. Циліндр переводять у вертикальне положення відкритим

кінцем угору, і відстань від закритого кінця до поршня стає рівною l. Визначте: 1) у скільки разів при цьому збільшився тиск газу під поршнем; 2) якою стане відстань від закритого кінця до поршня, якщо циліндр перевернути відкритою частиною вниз.



Вважати, що температура газу залишається сталою.

5 (11, 2005Д). Коливальний контур складається з конденсатора ємністю $C = 1$ мкФ і котушки індуктивністю $L = 0{,}4$ мГн. За рахунок того, що котушка має опір $R = 0{,}01$ Ом, енергія коливань поступово зменшується. Визначте приблизне значення періоду коливань і з'ясуйте, на скільки відсотків зменшується енергія коливань за кожен період.

XLIV Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2006 р.

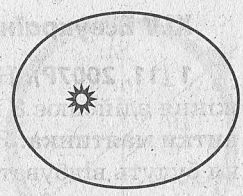
1 (11, 2006Р). Визначте вагу, яку повинен мати тягарець, щоб період його малих коливань на нитці довжиною 30 см в однорідному полі тяжіння дорівнював періоду пружних коливань цього ж тягарця на пружині жорсткістю $k = 100 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Чи зміниться відповідь на запитання задачі, якщо досліди провести на іншій планеті?

2 (11, 2006Р). Легкоатлет кидає списа зі швидкістю $30 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Для того, щоб кинути його якомога далі, він розбігається до швидкості $5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Якою може бути найбільша дальність польоту списа, якщо знехтувати впливом повітря?

3 (11, 2006Р). Монету масою 5 г за допомогою прикріпленої до неї горизонтальної нитки рухають уздовж горизонтальної поверхні по колу радіусом 20 см із періодом 2 с. Визначте силу натягу нитки, якщо коефіцієнт тертя — 0,2.

4 (11, 2006Р). Мідний контур має форму кільця й розташований перпендикулярно до ліній магнітної індукції магнітного поля віддаленого магніту. За рахунок наближення магніту до контура магнітна індукція збільшується зі швидкістю $1 \frac{\text{мТл}}{\text{с}}$. Визначте силу струму в контурі. Питомий опір міді — $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, густина міді — $8{,}9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, маса дроту, з якого виготовлене кільце,— 5 г.

5 (11, 2006Р). Як відомо, планети рухаються навколо Сонця вздовж еліптичних траєкторій, то наближаючись до нього, то віддаляючись (*див. рис.*). Перенесіть рисунок до зошита й укажіть точки траєкторії, у яких швидкість планети максимальна й мінімальна. Поясніть? чому.

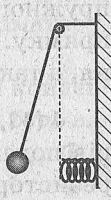


XLIV Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2006 р.

1 (11, 2006Д). Вправний кухар перевертає млинці на сковорідці, підкидаючи їх угору. Яку найменшу кутову швидкістю повинен мати такий млинець, щоб перевернутися, якщо він підлітає на висоту 40 см над поверхнею сковорідки. Опором повітря можна знехтувати.

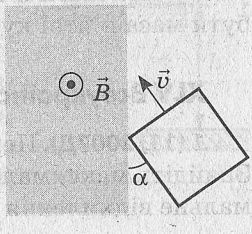
2 (11, 2006Д). До якої мінімальної швидкості повинен розігнатися джип, щоб заїхати під час ожеледиці на гірку довжиною 26 м і висотою 10 м? Коефіцієнт тертя між гумою коліс і поверхнею гірки — 0,2.

3 (11, 2006Д). Тягарець масою 1 кг на нитці довжиною 40 см відхиляють на невеликий кут від положення рівноваги й відпускають. Тягарець після проходження рівноваги стискає пружину жорсткістю $100\,\frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Визначте період коливань такого маятника.

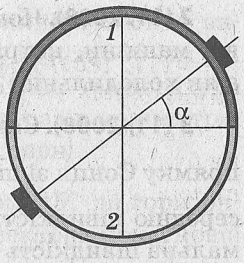


4 (11, 2006Д). Дві однакові металеві кульки мають заряди 1 і 5 нКл. У скільки разів зменшиться сила їхньої взаємодії, якщо кульки з'єднати, а потім розвести на відстань, удвічі більшу за попередню?

5 (11, 2006Д). Квадратний контур зі стороною 20 см виготовлений із мідного дроту площею перерізу $2\ \text{мм}^2$. Цей контур вносять в однорідне магнітне поле ($B = 1$ мТл) зі швидкістю $10\,\frac{\text{см}}{\text{с}}$ так, як показано на рисунку. Визначте опір дроту, з якого виготовлений контур. Побудувати залежність сили струму в контурі від часу. Площина контура й швидкість його руху перпендикулярні до ліній магнітної індукції, кут між вектором швидкості й границею поля $\alpha = 30°$. Питомий опір міді — $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.



2 (11, 2007Д). Кільце складається з двох половин опорами $R_1 = 2$ Ом і $R_2 = 3$ Ом. До двох діаметрально протилежних частин кільця прикладають напругу (*див. рис.*). Визначте кут α, за якого магнітна індукція в центрі кільця буде найбільшою. Знайдіть залежність загального опору R кільця від α і перевірте її для $\alpha = 0$ і $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

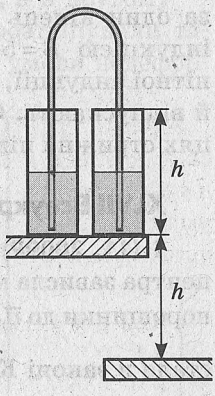


3 (11, 2007Д). Кульку масою 100 г кинули під кутом 60° до горизонту зі швидкістю $20\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. У верхній точці траєкторії кулька пружно зіткнулася з вертикальною стінкою. Визначте середню силу, з якою кулька тиснула на стінку під час зіткнення, якщо час зіткнення дорівнював 1 мс.

4 (11, 2007Д). Радіоаматору знадобився конденсатор ємністю $C = 6$ мкФ. У нього є багато алюмінієвої фольги й однакових конденсаторів ємністю $C_0 = 5$ мкФ кожен. Допоможіть радіоаматору. Підкажіть:

1) яку площу фольги слід узяти, щоб зробити повітряний конденсатор потрібної ємності, якщо відстань між пластинами буде витримуватися близько 1 мм (електрична стала — $8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\text{Ф}}{\text{м}}$);
2) яку найменшу кількість конденсаторів ємністю $C_0 = 5$ мкФ слід узяти і як їх з'єднати, щоб отримати $C = 6$ мкФ.

5 (11, 2007Д). На столі стоять дві однакові герметичні циліндричні посудини, наповнені до половини водою й з'єднані тонкою наповненою водою трубкою (*див. рис.*). Після того, як одну посудину переставили на стілець, рівень води в ній збільшився на 1 см. Визначте тиск повітря, який був у посудинах. $h = 40$ см.



XLVI Всеукраїнська олімпіада. 2008 р.

1 (11, 2008). Планета Марс обертається навколо Сонця в тому ж напрямку, що й Земля, і робить повний оберт за 1,9 земного року. Через який проміжок часу відбувається протистояння, тобто Земля проходить між Сонцем і Марсом?

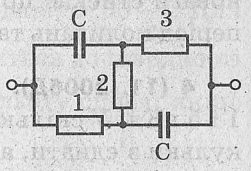
XLV Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2007 р.

1 (11, 2007Р). Невеликий тягарець на нитці в полі земного тяжіння здійснює 8 малих коливань за 5 секунд. Визначте довжину нитки маятника. Як зміниться кількість коливань, якщо коливання будуть відбуватися в ліфті, що рухається зі спрямованим угору прискоренням?

2 (11, 2007Р). Магнітне поле Землі має магнітну індукцію $B = 85$ мкТл. Визначте максимальну силу, яка буде діяти на провідник, до якого приклали напругу 0,01 В. За якої умови сила з боку магнітного поля набуває максимального значення? Площа перерізу провідника — 0,1 мм^2, питомий опір міді — $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

3 (11, 2007Р). Дві однакові шайби масами 1 кг кожна лежать на гладенькій горизонтальній площині, з'єднані легкою пружиною жорсткістю $200 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Третя така шайба налітає на першу зі швидкістю $10 \frac{\text{см}}{\text{с}}$, яка спрямована вздовж осі симетрії пружини. Після пружного зіткнення перша шайба починає рухатися у цьому ж напрямку. Визначте швидкість третьої шайби відразу після зіткнення, а також швидкості першої й другої шайби через 1 с руху.

4 (11, 2007Р). На з'єднання двох конденсаторів і трьох резисторів подано постійну напругу 120 В. Визначте сили струму через резистори й заряди конденсаторів, якщо $C = 200$ мкФ, $R_1 = 1$ кОм, $R_2 = 2$ кОм, $R_3 = 3$ кОм. З яким періодом будуть змінюватися сили струму через резистори й заряди на конденсаторах, якщо на з'єднання подати змінну напругу частотою 50 Гц?



5 (11, 2007Р). Чотири однакові заряджені кульки розташовані у вершинах горизонтального квадрата зі стороною a. П'ята така сама кулька утримується в повітрі силами електростатичного відштовхування на однаковій відстані від перших чотирьох. Запишіть умову рівноваги п'ятої кульки. Визначте, якою найбільшою може бути маса п'ятої кульки. Усі кульки мають однакові заряди q.

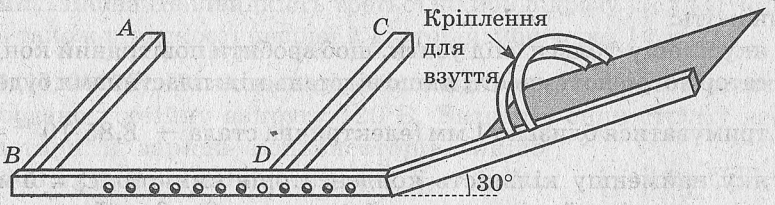
XLV Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2007 р.

1 (11, 2007Д). Період коливань тягарця на пружині дорівнює 1 с. Знайдіть максимальну швидкість руху тягарця, якщо його максимальне відхилення від положення рівноваги — 5 см.

2 (11, 2008). Чому дорівнює максимально можливий ККД теплової машини, котра як нагрівник використовує воду, що кипить, а як холодильник — лід, що тане.

3 (11, 2008). Сонце перебуває під кутом $60°$ до горизонту. У напрямку Сонця зі швидкістю $20\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ спортсмен кидає ядро. Визначте середню швидкість тіні ядра за час його руху. Якою буде максимальна швидкість тіні?

4 (11, 2008). Електромонтери в сільській місцевості використовують для підняття на стовпи старовинне пристосування, яке називається «кігті». Конструкція виготовлених із металу монтажних «кігтів» передбачає можливість зміни відстані між планками AB і CD залежно від товщини стовпа (на рисунку відстань між внутрішніми частинами планок дорівнює $l_0 = 50$ см, відстань між отворами — 5 см). Поясніть, як користуються «кігтями». Знайдіть відстань між планками AB і CD, яку слід встановити для підняття на стовп товщиною $d = 50$ см. За якого коефіцієнта тертя це напевно можливе? Вважати, що під час підйому людина тримає свій центр ваги на відстані $h = 40$ см від поверхні стовпа.



5 (11, 2008). Металевий стрижень довжиною $l = 1$ м підвішений за один кінець і перебуває в горизонтальному магнітному полі індукцією $B = 5$ Тл. У площині, перпендикулярній до ліній магнітної індукції, стрижень відводять у горизонтальне положення й відпускають. Оцініть максимальну різницю потенціалів на кінцях стрижня під час його руху.

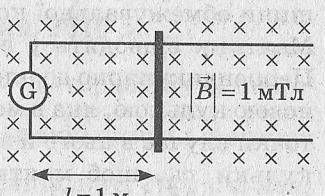
XLVII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2009 р.

1 (11, 2009Р). Над зарядженою кулькою на висоті 9 см від її центра зависла маленька порошинка. Знайдіть відношення заряду порошинки до її маси (питомий заряд). Заряд кульки — $3 \cdot 10^{-10}$ Кл, стала в законі Кулона $k = 9 \cdot 10^9\,\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$. Прискорення вільного падіння $g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

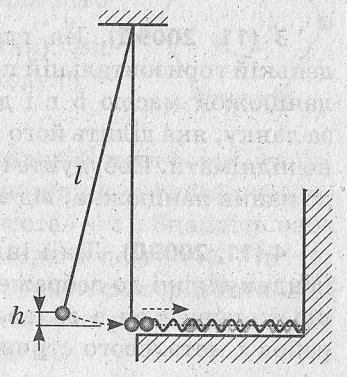
2 (11, 2009Р). У салоні пасажирського літака, який летить на висоті 10 000 м, підтримується температура 20 °С і тиск 600 мм рт. ст. За повідомленням стюардеси, за бортом літака температура –50 °С і тиск 200 мм рт. ст. Визначте, у скільки разів концентрація молекул повітря в салоні літака більша, ніж зовні.

3 (11, 2009Р). Спортсмен кидає спис під кутом 45° до горизонту. У момент кидка спис спрямований уздовж вектора початкової швидкості $\vec{v}_0$. Яку кутову швидкість ω спортсмен повинен надати спису, щоб той у кінцевий момент польоту також був спрямований уздовж вектора швидкості й завдяки цьому легко увійшов у землю? Впливом повітря на рух списа знехтувати. Прискорення вільного падіння — g.

4 (11, 2009Р). Індукція магнітного поля, яке рівномірно пронизує зображений на рисунку прямокутний контур, збільшується зі швидкістю $0{,}2\ \frac{\text{мТл}}{\text{с}}$. У якому напрямку слід рухати металевий стрижень, який замикає дві паралельні провідні рейки, щоб струм через гальванометр G не йшов? Яку швидкість руху вздовж рейок повинен мати стрижень у момент часу, коли магнітна індукція дорівнює 1 мТл (*див. рис.*)? Лінії магнітної індукції перпендикулярні до площини контура.



5 (11, 2009Р). Дві однакові кульки використали для виготовлення двох маятників: математичного й пружинного. У першому до кульки прикріпили нитку довжиною $l = 80$ см, а в другому — легку пружину довжиною $L = 40$ см. Маятники розташували таким чином, щоб кульки дотикалися одна одної за умови недеформованої пружини й вертикального положення нитки математичного маятника. Після цього математичний маятник відвели вбік так, що кулька піднялася на висоту $h = 2{,}5$ см, і відпустили. Кулька математичного маятника пружно зіткнулася з кулькою пружинного маятника, яка від удару почала рухатися, стискуючи пружину до довжини 30 см, після чого розпочався зворотний рух. Нехтуючи силами тертя, знайдіть період коливань такої двомаятникової

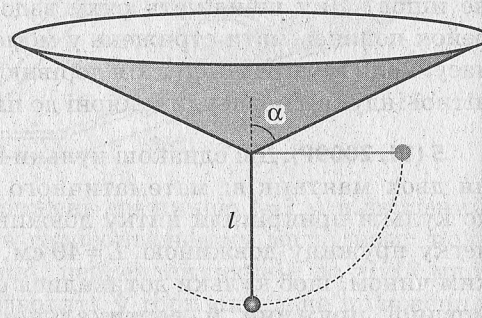


системи. Рух кульок весь час відбувається в одній вертикальній площині. Прискорення вільного падіння $g = 9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

XLVII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2009 р.

1 (11, 2009Д). На борту МКС (Міжнародної космічної станції) астронавт розводить на відстань 1 м дві маленькі різнойменно заряджені кульки й відпускає. Чому і в яких напрямках почнуть рухатися кульки? Чи буде змінюватися їхнє прискорення в процесі руху? Яку відстань пролетить перша кулька до моменту зіткнення з другою? Маса першої кульки — 3 г, другої — 1 г.

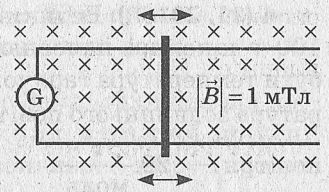
2 (11, 2009Д). Балістичний маятник складається з легкої нерозтяжної нитки довжиною $l = 2$ м і пластилінового тягарця масою $m_1 = 0{,}5$ кг. У спеціальному приміщенні маятник кріпиться до вершини обмежувальної конічної поверхні, як показано на рисунку. Маятник відводять у горизонтальне положення й відпускають. Перпендикулярно до площини коливань роблять постріл пластиліновою кулькою, яка в момент проходження маятником найнижчої точки влучає в нього й застряє. Визначте, якою повинна бути маса кульки m_2, щоб маятник після цього піднявся на найбільшу висоту. За якої маси кульки висота, на яку підніматиметься маятник, буде найменшою? Швидкість, з якою вилітають кульки, — $50\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Опором повітря знехтувати, $\alpha = 60°$.



3 (11, 2009Д). На гладенькій горизонтальній поверхні столу лежить тоненький золотий ланцюжок масою 5 г і довжиною 30 см. Ланцюжок піддівають за ланку, яка ділить його в співвідношенні 1:2, і починають повільно піднімати. Побудуйте графік залежності сили, яку прикладають до ланки ланцюжка, від висоти цієї ланки над рівнем столу.

4 (11, 2009Д). Лінії індукції однорідного магнітного поля перпендикулярні до зображеного на рисунку прямокутного контура, що складається з гальванометра, двох паралельних провідних рейок і металевого стрижня, який рухають уздовж рейок за гар-

монічним законом $x = 0{,}1\sin(20t)$ (СІ). Укажіть напрямок струму через гальванометр залежно від напрямку руху стрижня. Визначте максимальну силу струму через гальванометр, якщо його опір разом з опором з'єднувальних провідників і частини стрижня між рейками дорівнює 0,2 Ом. Відстань між рейками — 30 см, опором рейок можна знехтувати.



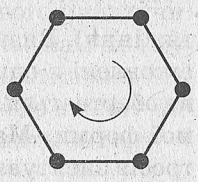
5 (11, 2009Д). Після увімкнення опалення температура повітря в кімнаті збільшилася від 17 до 27 °С . На скільки зменшилася при цьому маса повітря в кімнаті (кімната не герметична)? Атмосферний тиск 100 кПа не змінювався. Об'єм кімнати — 50 м^3, молярна маса повітря — 29 $\frac{\text{г}}{\text{моль}}$.

XLVIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2010 р.

1 (11, 2010Р). Тіло кинули під кутом 45° до горизонту зі швидкістю 40 $\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Визначте дальність польоту. На якій висоті кінетична енергія тіла була: 1) удвічі більшою за потенціальну; 2) удвічі меншою за потенціальну?

Вважати, що $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Опором повітря знехтувати.

2 (11, 2010Р). Шість однакових модулів космічної станції з'єднані між собою тросами, як показано на рисунку, і утворюють правильний шестикутник. Шестикутник обертається навколо осі, що проходить через його центр так, що доцентрове прискорення модулів дорівнює 9,8 $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ (для створення на станції умов штучного тяжіння). Визначте силу натягу тросів. Маса одного модуля — 25 т, масою тросів знехтувати.



3 (11, 2010Р). На нерухомій горизонтальній платформі стоїть заповнена водою до глибини h відкрита посудина у формі паралелепіпеда (довжина — x, ширина — y, висота — z). Знайдіть найбільше значення гідростатичного тиску води в посудині. Уявіть, що платформа з посудиною деякий час рухається горизонтально уздовж сторони x із прискоренням a . Яким тепер може бути найбільший гідростатичний тиск води в посудині?

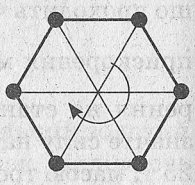
4 (11, 2010Р). Великий пакет для сміття об'ємом 300 л і масою 100 г школярі наповнюють знизу гарячим повітрям. Якою має бути температура гарячого повітря, щоб пакет злетів угору? Температура зовнішнього повітря — 27 °С, тиск — 10^5 Па, молярна маса повітря — $29\,\frac{\text{г}}{\text{моль}}$.

5 (11, 2010Р). На плоский конденсатор подано напругу 200 В. Знайдіть заряд та енергію конденсатора, а також тиск із боку різнойменно заряджених пластин на прошарок діелектрика між ними. Площа кожної пластини — 10 см^2, відстань між пластинами — 0,1 мм, діелектрична проникність діелектрика $\varepsilon = 4$. Електрична стала $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\Phi}{\text{м}}$.

XLVIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2010 р.

1 (11, 2010Д). Маса Місяця у 81 раз менша за масу Землі, а радіус відповідно менший у 3,6 раза. Знайдіть прискорення вільного падіння на Місяці. Уявіть, що на Місяці тіло відпустили з висоти 2,5 м. Яку відстань воно пролетить за останню секунду руху? Вважати, що прискорення вільного падіння на Землі $g = 9{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2 (11, 2010Д). Шість однакових модулів космічної станції з'єднані між собою тросами, як показано на рисунку, і утворюють правильний шестикутник. Шестикутник обертається навколо осі, що проходить через його центр, так, що доцентрове прискорення модулів дорівнює $9{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ (для створення на станції умов штучного тяжіння). Визначте сили натягу тросів. Троси виготовлені з однакового матеріалу і, коли станція не обертається, утворюють шестикутник такої самої форми. Маса одного модуля — 25 т, масою тросів знехтувати.

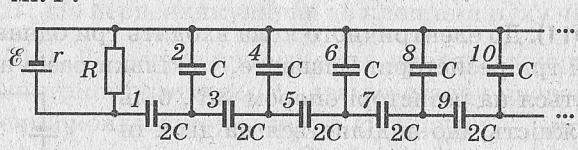


3 (11, 2010Д). Пластиковий стакан об'ємом 200 мл повільно піднімають з-під води догори дном. Визначте, як змінюється при цьому прикладена до стакана сила. Дно стакана весь час горизонтальне, повітря всередині відсутнє. Після того, як стакан повністю опиниться в повітрі і вода з нього виллється, стакан починають повільно опускати у воду. Визначте, на якій глибині об'єм повітря в стакані зменшиться на чверть. Яку силу при цьому слід докладa-

ти, щоб утримувати стакан? Маса стакана — 20 г, густина пластику, з якого виготовлений стакан, дорівнює густині води.

4 (11, 2010Д). Відомо, що магнітне поле Землі захищає від космічних променів. Перпендикулярно до ліній магнітної індукції магнітного поля Землі влітає частинка сонячного вітру (протон) зі швидкістю $500\,\frac{\text{км}}{\text{с}}$. Визначте радіус кривини траєкторії частинки. Магнітна індукція $B = 10^{-5}$ Тл. Маса протона — $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг, елементарний заряд — $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Як надалі можуть рухатися протони, враховуючи неоднорідність магнітного поля Землі?

5 (11, 2010Д). До джерела живлення з ЕРС $\mathscr{E} = 12$ В і внутрішнім опором $r = 2$ Ом підключили резистор з опором $R = 10$ Ом, а паралельно йому з'єднання дуже великої (можна вважати — нескінченної) кількості конденсаторів (див. електричну схему). Зайдіть струм через резистор і заряд на 100-му конденсаторі. Конденсатори з парними номерами (на схемі зображені на вертикальних ділянках кола) мають ємності по $C = 100$ мкФ кожен, а з непарними номерами (на горизонтальних ділянках) мають удвічі більші ємності по $2C = 200$ мкФ.



XLIX Всеукраїнська олімпіада. 2011 р.

1 (11, 2011). Існує легенда, що Г. Галілей з оглядового майданчика Пізанської вежі скидав тіла різної маси. За який час кам'яна куля падала на землю? Якби Г. Галілей одночасно відпустив кам'яну й коркову кулі однакових розмірів, яка б із них раніше впала? Чому? Вважайте, що висота, з якої падали кулі, становить 50 м.

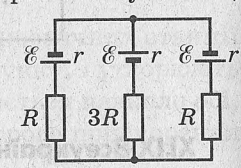
2 (11, 2011). Астронавт побачив, що віддаляється від навколоземної космічної станції (зі швидкістю $20\,\frac{\text{см}}{\text{с}}$). Куди і з якою швидкістю відносно себе астронавт повинен відштовхнути відпрацьований балон з-під кисню, щоб почати з такою самою швидкістю наближатися до станції. Маса астронавта в скафандрі — 100 кг, маса балона — 20 кг. Яку механічну роботу астронавт при цьому виконає?

3 (11, 2011). Повітря в запаяній з обох кінців вертикальній скляній трубці ділять на три рівні об'єми два стовпчики ртуті, як показано на рисунку. Знайдіть, на скільки кількість молекул у нижньому об'єму повітря перевищує кількість молекул у верхньому. Вважати, що температура повітря — 7 °С, густина ртуті — $14\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, стала Больцмана — $1{,}4\cdot10^{-23}\,\frac{\text{Дж}}{\text{К}}$, прискорення вільного падіння — $9{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, площа перерізу трубки — 25 мм^2, $l = 20$ см.



4 (11, 2011). В однорідне електричне поле напруженістю $\vec{E} = 100\,\frac{\text{В}}{\text{м}}$ поміщають точковий заряд $q = 10^{-9}$ Кл (точка A). Знайдіть, на якій відстані від точкового заряду напруженість електричного поля дорівнюватиме нулю (точка B). Визначте тепер напруженість електричного поля на такій самій відстані від заряду, але в напрямках, які утворюють кути 60°, 120° і 180° з напрямком AB. Спробуйте зобразити картину силових ліній електричного поля. Стала в законі Кулона $k = 9\cdot10^9\,\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}$.

5 (11, 2011). До електричного кола входять три однакові джерела струму й три резистори. Визначте, у скільки разів потужність, що виділяється на резисторі опором $3R$, більша за потужність, що виділяється на двох інших резисторах разом. Знайдіть ці потужності. $R = 11$ Ом, внутрішній опір джерела струму $r = 1$ Ом, ЕРС $\mathscr{E} = 2$ В.



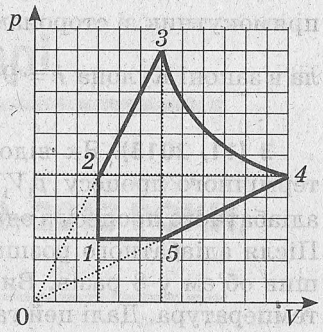
I Всеукраїнська олімпіада. 2012 р.

1 (11, 2012). На подвір'ї лежить колода, яка трохи звужується з одного краю. Відірвати колоду від землі можна, приклавши до одного її краю спрямовану вгору силу $F_1 = 400$ Н або приклавши до другого краю спрямовану вгору силу $F_2 = 500$ Н. Знайдіть масу колоди. Визначте, яку силу слід прикласти посередині колоди (у тому місці, що ділить її довжину навпіл), щоб знову ж таки відірвати її від землі.

2 (11, 2012). Акробат спускається по канату зі сталою швидкістю, тримаючись за нього однією рукою в спеціальній рукавичці. Визначте швидкість спуску акробата, якщо його теплові відчуття такі самі, немов він стискає рукою в рукавичці кип'ятильник по-

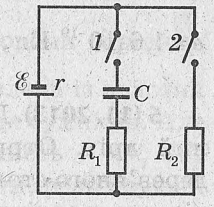
тужністю 1 кВт. Вважати, що під час спуску половина теплоти йде на нагрівання канату, а половина — на рукавичку акробата. Маса акробата — 80 кг.

3 (11, 2012). Стан одного моля ідеального газу змінюється так, як показано на pV-діаграмі. Ділянка *3–4* відповідає ізотермі з температурою 800 К. Визначте, якої найменшої температури набуває газ під час проходження зображеного циклу. Знайдіть роботу газу на ділянці *1–2–3*. Визначте приблизне значення коефіцієнта корисної дії теплової машини, яка працює за таким циклом. Універсальна газова стала — $8{,}3\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$.



4 (11, 2012). У вакуумі навколо нерухомого додатного заряду q обертається по колу радіусом R матеріальна точка масою m із від'ємним зарядом $-q$. Знайдіть швидкість її руху. Розв'яжіть задачу за умови наявності однорідного магнітного поля з магнітною індукцією B, що перпендикулярна до площини руху частинки.

5 (11, 2012). До електричного кола входять джерело струму з ЕРС $\mathcal{E}$ і внутрішнім опором r, два резистори опорами R_1 і R_2 і незаряджений конденсатор ємністю C. Спочатку замикають перший вимикач. Знайдіть заряд на пластинах конденсатора через значний проміжок часу, а також кількість теплоти, що виділиться на резисторі R_1.



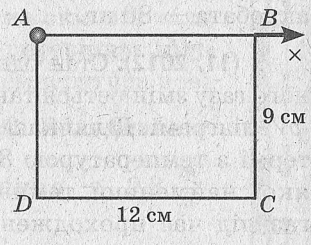
Потім замикають і другий вимикач. Визначте заряд, який після цього пройде через резистор R_1.

LI Всеукраїнська олімпіада. 2013 р.

1 (11, 2013). Тіло рухається так, що залежність його швидкості від часу в СІ має вигляд $\upsilon = 4 - 2t$. Знайдіть шлях, який тіло подолає за 5 с руху. Визначте силу, що діяла на тіло в моменти часу $t_1 = 1$ с і $t_2 = 2$ с, якщо тіло: а) рухалося прямолінійно; б) рухалося вздовж дуги кола радіуса 2 м. Маса тіла — 50 г.

2 (11, 2013). У точці A перебуває точковий заряд, який створює в точці B напруженість електричного поля $E_A = 16\ \frac{\text{кВ}}{\text{м}}$ (*див. рис.*).

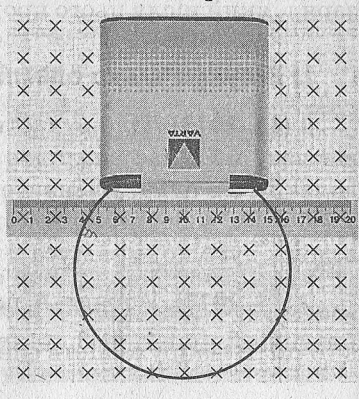
Визначте знак і величину заряду в точці A. Які заряди слід додатково розташувати в точках C і D, щоб загальна напруженість електричного поля в точці B дорівнювала нулю? Точки A, B, C, D утворюють прямокутник зі сторонами 12 і 9 см. Стала в законі Кулона $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$.



3 (11, 2013). Як відомо, під час ізотермічного процесу $p_1V_1 = p_2V_2$, а під час адіабатного процесу з одноатомним ідеальним газом $p_1V_1^{5/3} = p_2V_2^{5/3}$. Після адіабатного розширення одноатомний ідеальний газ збільшив об'єм у 8 разів. Визначте, у скільки разів зменшилася його температура. Далі цей газ ізобарно стиснули до попереднього об'єму V_1, а потім ізохорно нагріли до попереднього значення тиску p_1. Визначте ККД теплової машини, яка працює за таким циклом.

4 (11, 2013). Дві альфа-частинки (ядра гелію ${}_2^4\text{He}$) здалеку рухаються назустріч одна одній зі швидкостями 1 і 3 $\frac{\text{км}}{\text{с}}$. Знайдіть сумарний імпульс частинок. Маса альфа-частинки $m_\alpha = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ кг. На яку найближчу відстань частинки можуть наблизитись одна до одної в процесі руху? З якою максимальною швидкістю після цього вони віддалятимуться одна від одної? Елементарний заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, стала в законі Кулона $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$.

5 (11, 2013). До джерела струму під'єднали тонкий гнучкий мідний дріт. Отримане електричне коло поклали на поверхню дерев'яного столу й увімкнули електромагніт для створення однорідного магнітного поля, спрямованого вертикально вниз. Під дією магнітного поля дріт вигнувся в дугу кола (*див. рис.*). Визначте полярність затискачів джерела струму. Чому дорівнює сила струму в колі, якщо ЕРС джерела $\mathscr{E} = 4{,}5$ В, його внутрішній опір $r = 0{,}21$ Ом, а діаметр дроту — 0,1 мм. Питомий опір міді — $1{,}75 \cdot 10^{-8}$ Ом · м. Визначте силу натягу дроту, якщо магнітна індукція дорівнює 0,5 Тл.



Розв'язки, відповіді та коментарі

II ЕТАП ОЛІМПІАДИ ЗА 1999–2013 РОКИ, 7–8 КЛАСИ

7 клас

XXXVII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 1999 р.

1 (7, 1999Р). 12 м. М'яч подолає утричі більшу відстань, ніж хлопчик, оскільки його швидкість утричі більша, а час руху однаковий.

2 (7, 1999Р). 40 і 60 $\frac{\text{км}}{\text{год}}$.

3 (7, 1999Р). 13,56 $\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Вважаємо, що об'єм корони дорівнює сумі об'ємів золота й срібла. Якщо корона виготовлена із золотих та срібних частин, сума об'ємів не викликає жодних сумнівів. Але якщо в задачі йдеться про сплав або розчин, рівність $V = V_1 + V_2$ виконується лише наближено, про що й слід сказати, розв'язуючи задачу. Загальна густина в таких випадках

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}}.$$

4 (7, 1999Р). Об'єм більшої гірки й кількість піщинок у ній більші у $2^3 = 8$ разів (*див. розв'язок задачі 4 (7, 1999Д)*).

5 (7, 1999Р). У пачці 500 аркушів розмірами 210 на 290 мм. Маса квадратного метра паперу — 80 грамів. Отже, маса одного аркуша — $0{,}21 \times 0{,}297 \times 80$ г $= 4{,}9896$ г, а маса 500 аркушів — 2494,8 г $\approx$ 2495 г. Якщо врахувати, що ці аркуші упаковані в папір, з якого

взятий напис в умові задачі, загальна маса пачки паперу буде трохи перевищувати 2 кг 500 г: 2,495 кг + (маса упаковки ≈ маса трьох-чотирьох аркушів).

XXXVII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 1999 р.

1 (7, 1999Д). 24 м. М'яч подолає у вісім разів більшу відстань, ніж хлопчик.

2 (7, 1999Д). 40 і 60 $\frac{\text{км}}{\text{год}}$.

3 (7, 1999Д). 13,56 $\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ (*див. розв'язок задачі 3 (7, 1999Д)*).

4 (7, 1999Д). Об'єм більшої гірки й кількість піщинок у ній більші в $4^3 = 64$ разів, а площа поверхні й кількість піщинок, які ми можемо безпосередньо побачити,— у $4^2 = 16$. Якщо два тіла мають однакову форму, але різні розміри, вони називаються геометрично подібними. Будь-яка довжина більшого тіла перевищує відповідну довжину меншого в однакове число разів. Наприклад, за умовою задачі висота однієї піщаної гірки в $k = 4$ чотири рази більша, ніж другої. Оскільки гірки геометрично подібні, це означає, що й довжина схилу першої гірки буде в 4 рази більшою за довжину схилу другої і довжина кола, уздовж якого можна обійти першу гірку, також буде в 4 рази більшою за відповідну довжину кола другої гірки. Коефіцієнт $k = 4$ називають коефіцієнтом подібності. Між площами та об'ємами подібних тіл існують чіткі співвідношення. Їх легко запам'ятати. Довжина вимірюється в м: відповідні довжини відрізняються в k разів. Площа вимірюється в м^2, відповідні площі відрізняються в k^2 разів. Об'єм вимірюються в м^3, відповідні об'єми відрізняються в k^3 разів. Щоб зрозуміти, чому це так, можна уявити будь-яке тіло, об'єм якого заповнений манесенькими кубиками. Потім пропорційно збільшити розмір фігури, скажімо, у $k = 2$ рази. Кількість кубиків залишиться незмінною, але сторона кожного збільшиться в $k = 2$ рази. Отже, об'єм $V = a^3$ кожного кубика, а з ним і об'єм усього тіла збільшиться в $k^3 = 2^3 = 8$ разів. Аналогічно можна уявити поверхню тіла, вкриту манесенькими пласкими фігурами, які можна розгледіти хіба що під мікроскопом. За збільшення лінійних розмірів у k разів кількість і послідовність фігур залишаться незмінними, а площа кожної, як, наприклад, площа квадрата $S = a^2$ або прямокутника $S = ab$, збільшиться в k^2 разів. Зрозуміло, якщо площа

всіх частин збільшується в однакову кількість разів, то й загальна площа збільшиться в стільки ж разів. У нашій задачі $k=4$. Отже, площа поверхні більшої гірки більша в $k^2=4^2=16$ разів, а об'єм — у $k^3=4^3=64$ рази. Оскільки розміри піщинок в обох гірках однакові, кількість піщинок, які ми можемо побачити, пропорційна площі поверхні, а кількість піщинок, з яких складається гірка,— її об'єму. Звідси й відповідь. Зауважимо, що розміри піщинок вважають маленькими порівняно з розмірами гірки.

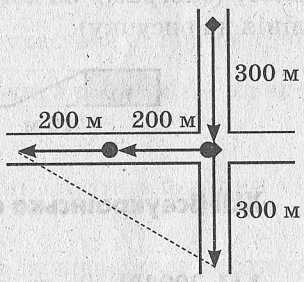
5 (7, 1999Д). Загальна маса пачки паперу трохи перевищує 2,5 кг (*див. розв'язок задачі 5 (7, 1999Р)*).

XLII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2004 р.

1 (7, 2004Р). Виливається вода в об'ємі залізної гирі й алюмінію.

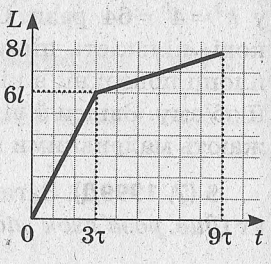
$$m=m_{\text{від}}+\rho_{\text{в}}V_{\text{від}}+(\rho_{\text{ал}}-\rho_{\text{в}})V_{\text{ал}}+m_{\text{г}}\left(1-\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{зал}}}\right)\approx 15{,}1\text{ кг}.$$

2 (7, 2004Р). $\sqrt{(200+200)^2+300^2}$ м $=500$ м. *Див. рисунок.* Отримали єгипетський трикутник із катетами 3 і 4 гм та гіпотенузою 5 гм (гм — гектометр, або 100 м: саме від цієї приставки пішла назва одиниці площі «гектар»). Якщо хтось не знайомий із теоремою Піфагора, або єгипетським трикутником, він може розв'язати задачу експериментально. Побудувати в зошиті трикутник зі сторонами 3 і 4 см та виміряти довжину його гіпотенузи. Це можна зробити навіть за відсутності лінійки, нахиливши вздовж гіпотенузи край аркуша в клітинку й підрахувавши кількість клітинок. Для більшої точності всі рисунки слід робити в більшому масштабі.



3 (7, 2004Р). $V=\dfrac{m_1+m_2}{2(5\rho_{\text{с}}-2\rho_{\text{з}})}=\dfrac{1}{8}$ см$^3=0{,}125$ см^3. Зазначимо, що спочатку на обох шальках могли лежати і золоті, і срібні монети. Ідея розв'язку полягає в тому, що за перекладання монети з однієї шальки на другу покази терезів змінюються на дві маси монети (на одну масу, коли зняли, і ще на одну, коли поклали монету на іншу шальку). Отже, п'ять срібних монет важчі за дві золоті, з одного боку, на $\dfrac{m_1+m_2}{2}=1{,}5$ г, а з другого,— на $5m_{\text{с}}-2m_{\text{з}}$.

4 (7, 2004Р). $v_2 = \frac{v_1}{6} = 15\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$, $v = \frac{4v_1}{9} = 40\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Якщо на графіку є тільки масштаб і відсутні будь-які числові значення, позначаємо одну клітинку вздовж горизонтальної та вертикальної осей зручними буквами й пояснюємо це в розв'язку. Наприклад, позначимо час, що відповідає одній клітинці горизонтального масштабу буквою τ, а відстань, що відповідає одній клітинці вертикального масштабу, буквою l (*див. рис.*). Тоді весь шлях — це $8l$, а весь час — це 9τ.



Першу частину шляху $6l$ автомобіль проїхав за час 3τ, а другу частину шляху $2l$ — за час 6τ. Отже, швидкість на першій частині $v_1 = \frac{6l}{3\tau} = 2\frac{l}{\tau}$, на другій $v_2 = \frac{2l}{6\tau} = \frac{1}{3}\frac{l}{\tau}$, на всьому шляху $v = \frac{8l}{9\tau} = \frac{8}{9}\frac{l}{\tau}$.

З виразу для швидкості на першій частині знаходимо, що $\frac{l}{\tau} = \frac{1}{2}v_1$.

Підставляємо й знаходимо $v_2 = \frac{v_1}{6} = 15\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$, $v_c = \frac{4v_1}{9} = 40\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$.

5 (7, 2004Р). Час руху вздовж меншої сторони прямокутного плоту 10 с, уздовж більшої — 20 с. Зобразимо положення людини відносно землі в моменти часу, коли вона перебуватиме в кутах плоту (*див. рис.*). За хвилину руху людина раз обійде пліт (жирна лінія на рисунку).



XLII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2004 р.

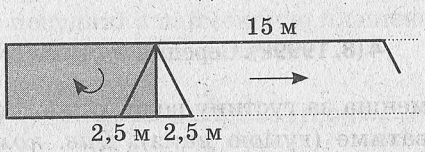
1 (7, 2004Д). $P = m_{\text{від}}g + \rho_{\text{в}}\left(V_{\text{від}} - \frac{m_{\text{г}}}{\rho_{\text{зал}}}\right)g + m_{\text{г}}g \approx 270$ Н. Треба врахувати, що за занурення гиря витісняє з відра воду у своєму об'ємі. Пінопласт також витісняє певну кількість води. Оскільки після того, як у відро поклали пінопласт, рівень води і її тиск на дно відра не зміняться (через воду вага пінопласту передається відру), загальна вага відра з тим, що в ньому перебуває, залишиться незмінною.

2 (7, 2004Д). $48\ \frac{\text{км}}{\text{с}}$.

3 (7, 2004Д). $V = \dfrac{m_1 + m_2}{2(5\rho_c - 2\rho_з)} = \dfrac{1}{4}$ см^3 $= 0{,}25$ см^3 (*див. коментарі до задачі 3 (7, 2004Р)*). Загальна кількість срібних і золотих монет може бути різною, наприклад 16 срібних і 8 золотих.

4 (7, 2004Д). $v_2 = \dfrac{3v_1}{20} = 15\ \dfrac{\text{км}}{\text{год}}$, $v = \dfrac{8v_1}{25} = 32\ \dfrac{\text{км}}{\text{год}}$. *Див. розв'язок задачі 4 (7, 2004Р).*

5 (7, 2004Д). *Див. рисунок і розв'язок задачі 5 (7, 2004Р).*



8 клас

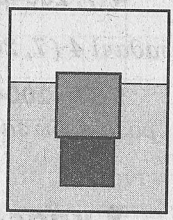
XXXVII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 1999 р.

1 (8, 1999Р). Куля котиться зі швидкістю $1\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$ у зворотному напрямку, тобто собака рухається спиною вперед. Один зі способів це зрозуміти — перейти, як кажуть, в іншу систему відліку. Уявимо, що рухаємося поряд із кулею. Тоді відносно нас куля обертається, залишаючись на місці, а верхня (із собакою) і нижня (з поверхнею) точки кулі рухаються в протилежних напрямках з однаковою швидкістю $1\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$. Поверхня відносно кулі рухається зі швидкістю $1\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$, отже, і куля рухається відносно поверхні з тією самою швидкістю, але в протилежному напрямку.

2 (8, 1999Р). 4 кПа. У третьому положенні «висота» цеглини — 10 см (*див. розв'язок задачі 2 (8, 1999Д)*).

3 (8, 1999Р). Гідростатичний тиск $p = \rho gh$ визначається висотою стовпа рідини h та густиною. Якщо знехтувати тепловим розширенням посудин, тиск на дно першої посудини змінюватися не буде незалежно від того, нагрівають воду чи охолоджують. Усю вагу рідини утримує сила реакції з боку дна, $p_1 = \dfrac{mg}{S}$. Наскільки збільшується об'єм, настільки ж зменшується густина, і навпаки. У другій і третій посудинах у вертикальному напрямку на воду діють, крім сили тяжіння й реакції дна, сили реакції з боку стінок. У другій посудині стінки ніби підтримують воду, у третій, навпаки, немов притискають її до дна. Якщо вважати, що початкова

температура води перевищує 4 °С (саме тоді вода за нагрівання розширюється), тоді під час нагрівання рівень води збільшиться за рахунок зменшення її густини. У другій посудині додатковий об'єм води розподілиться по більшій площі, ніж площа дна, і тиск на її дно зменшиться; у третій, навпаки, додатковий об'єм розподілиться по меншій площі, що призведе до значного підвищення рівня води й збільшення тиску на дно посудини.



4 (8, 1999Р). Середня густина $\rho = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1+\rho_2} = 0{,}96\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ менша за густину води, отже, «конструкція» плаватиме (гумою вниз). *Див. коментарі до задачі 4 (8, 1999Д).*

5 (8, 1999Р). 72 і 40 °С. Якщо знехтувати втратами теплоти, після багатьох переливань температури в банках зрівняються й будуть дорівнювати температурі, яка б встановилася після злиття всієї води обох банок, тобто $\approx 57{,}8$ °С. Якщо врахувати теплообмін із довкіллям, температура води в банках через деякий час зрівняється з температурою довкілля.

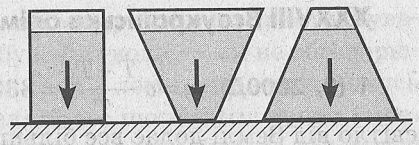
XXXVII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 1999 р.

1 (8, 1999Д). Куля котиться зі швидкістю $1\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ у зворотному напрямку (*див. розв'язок задачі 1 (8, 1999Р)*).

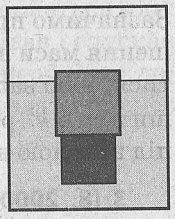
2 (8, 1999Д). $2000\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Тиск цеглини на поверхню $p = \frac{mg}{ab} = \frac{\rho abcg}{ab} = \rho gc$ пропорційний «висоті цеглини» в поданому положенні. Оскільки $\frac{p_1}{p_2} = \frac{5}{3}$, першому положенню цеглини відповідає «висота» 25 см, а другому — 15 см. Густина цеглини $\rho = \frac{p_1}{gc} = 2000\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

3 (8, 1999Д). Під час охолодження в першій посудині тиск на дно не зміниться, у другій збільшиться, у третій зменшиться. Важливі коментарі відносно інтервалу температур *див. у розв'язку задачі 3 (8, 1999Р)*. Для швидкого пошуку відповіді та аналізу отриманих результатів можна скористатися методом граничних значень. У цьому методі розглядаються граничні, можливо, навіть у чомусь абсурдні значення величин, що значно спрощує розуміння фізич-

ної ситуації. Припустимо, що в усіх посудинах однакова маса рідини, яка під час охолодження зменшує свій об'єм майже до нуля. Тоді впливом стінок посудин можна знехтувати, тиск на дно $p=\frac{mg}{S}$ залежатиме лише від площі дна посудини (*див. рис.*). У другій посудині з найменшою площею тиск збільшиться, у третій із найбільшою — зменшиться.



4 (8, 1999Д). Середня густина $\rho=\frac{m_1+m_2}{V_1+V_2}=\frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1+\rho_2}=0{,}96\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ менша за густину води, отже, «конструкція» плаватиме (гумою вниз). На рисунку слід також відобразити те, що гумовий кубик має менші розміри. Оскільки маси кубиків однакові, а густина гуми в 1,5 рази більша за густину деревини, об'єм гумового кубика буде в стільки ж разів меншим. Це означає, що довжина його сторони має бути в $\sqrt[3]{1{,}5}\approx 1{,}14$ раза меншою.



5 (8, 1999Д). 72 і 46,4 °С. *Див. коментарі до розв'язку задачі 5 (8, 1999Р).*

XXXVIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2000 р.

1 (8, 2000Р). $v=\sqrt{\left(\frac{v_д}{\text{tg}\alpha}\right)^2-v_п^2}\approx 12\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2 (8, 2000Р). $F_3=\frac{F_2}{1-\frac{l_2}{l_1}\frac{F_2-F_1}{F_1}}=60\ \text{Н}$.

3 (8, 2000Р). Рівень ртуті у першій посудині знизиться на $\Delta h_1=\frac{m(S_2-S_1)}{\rho S_1(S_2+S_1)}=2{,}2\ \text{мм}$.

4 (8, 2000Р). Треба налити ще 10 ложок теплої води. Ідея розв'язку полягає в акуратному записі всіх рівнянь теплового балансу й розв'язанні системи рівнянь. Усі невідомі теплоємності й маси скорочуються.

5 (8, 2000Р). $x=L\left(\frac{R}{r}-1\right)=2\ \text{м}$.

XXXVIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2000 р.

1 (8, 2000Д). $v = c\dfrac{T - T_0}{T} = 833\ \dfrac{\text{км}}{\text{с}}$. З віддаленням прибульців, світло від Землі долає все більшу відстань і надходить із запізненням. Ефект зміни частоти отримання сигналів унаслідок відносного руху тіл називається ефектом Допплера.

2 (8, 2000Д). $F_3 = \dfrac{F_2}{1 - \dfrac{l_2}{l_1}\dfrac{F_2 - F_1}{F_1}} = 6$ Н. Це більше, ніж 4 Н — вага, на яку розрахований шкільний динамометр. Маса стрижня має задовольняти нерівності $m \le 0{,}2$ кг, якщо прийняти, що $g = 10\ \dfrac{\text{Н}}{\text{кг}}$. Зазначимо при цьому, що маса не може бути дуже малою. За зменшення маси в k разів довжина стрижня повинна в k разів збільшитися, щоб задовольнити умовам задачі. Тоді площа перерізу зменшиться в k^2 разів. Це може призвести до того, що стрижень зігнеться під власною вагою й наші розрахунки виявляться неправильними.

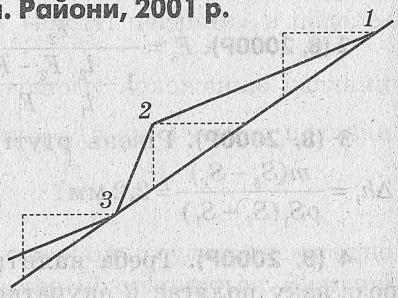
3 (8, 2000Д). Рівень ртуті в другій посудині підвищиться на $\Delta h_2 = \dfrac{m(S_2 - S_1)}{\rho S_2 (S_2 + S_1)} \approx 1{,}5$ мм.

4 (8, 2000Д). Треба налити ще 10 ложок теплої води.

5 (8, 2000Д). $x = L\left(\dfrac{R}{r} - 1\right) = 2{,}2$ м.

XXXIX Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2001 р.

1 (8, 2001Р). Швидкість ескалатора становить 1,5 сходинки за секунду. Жук за секунду перебігає з одного краю сходинки до другого. У масштабі відмічаємо послідовні положення жука щосекунди й з'єднуємо їх відрізками. (Розмірами жука нехтуємо.)



2 (8, 2001Р). *Див. розв'язок задачі (8, 2001Д).*

3 (8, 2001Р). Розрахунки показують, що глибина, на яку занурені колоди, на 2,5 см менша за 4 метри. Отже, відстань до водяних хижаків перевищує 1 метр і виходить, що капітан не збрехав (зви-

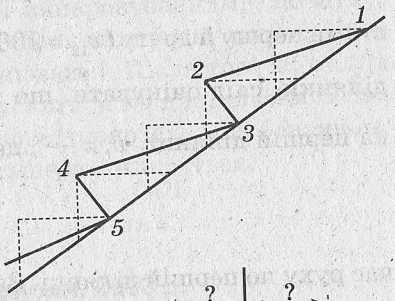
чайно, біологічні аспекти задачі — чи можуть піраньї вистрибувати на таку висоту й взагалі вистрибувати з води — ми не обговорюємо). Але, по-перше, гілля й листя, хоч і легкі, але мають якусь вагу. Вагу також має одяг Врунгеля й те, що він міг узяти із собою. По-друге, чим тонкіше й легше гілля, тим більше під вагою Врунгеля воно прогнеться, і відстань до води може зменшитися до небезпечної. Якщо ж Врунгель змістить своє положення відносно центра плоту, пліт нахилиться й відстань до води знову зменшиться. Окрім цього, на великих річках висота хвиль може значно перевищувати 2,5 см, що знову ж таки не на користь капітану. По-третє, чи зможуть утримати легкі гілки чотири колоди у вертикальному стані (відомо, що колоди більше полюбляють плавати в горизонтальному положенні). Якщо ж колоди наблизити впритул одна до одної й піти на деякі незручності, чи не перевернеться пліт з тієї ж причини? По-четверте, незрозуміло, як монтував і спускав на воду свій пліт капітан Врунгель, адже для цього необхідна достатня глибина. І нарешті, капітан сказав, що його вага дорівнює 90 кг, але, як відомо, вага вимірюється в ньютонах.

4 (8, 2001Р). 425 грамів.

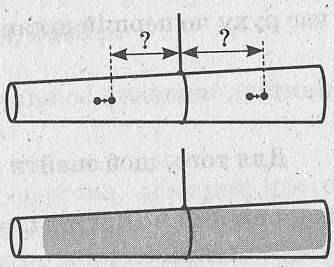
5 (8, 2001Р). 81 мм. Слід врахувати гідростатичний тиск води.

XXXIX Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2001 р.

1 (8, 2001Д). Швидкість ескалатора становить $\frac{3}{4}$ сходинки за секунду. Жук за секунду перебігає з одного краю сходинки до другого. У масштабі відмічаємо послідовні положення жука щосекунди й з'єднуємо їх відрізками. (Розмірами жука нехтуємо.)



2 (8, 2001Д). Те, що центри ваги кожної частини колоди зміщені в бік більших перерізів, не дозволяє швидко вирішити, центр ваги якої частини колоди перебуває ближче до мотузки. Ліва частина вужча й довша, але центр її ваги зміщений відносно її середини в бік мотузки, тоді як центр ваги коротшої правої частини перебуває далі від мотузки, ніж



середина правої частини. Скористаємося підказкою й спробуємо виділити найбільші об'єми однакової форми в обох частинах колоди (*див. рис.*). Зрозуміло, що сила тяжіння, яка діє на маси в цих об'ємах, не зумовить порушення рівноваги. Якби маси частин колоди, що не увійшли у виділені об'єми, виявилися однаковими, ліва частина колоди перетягла б, оскільки плече сили тяжіння, що діє на додаткову масу ліворуч, очевидно більше. Оскільки колода перебуває в рівновазі, маса лівої частини менша.

3 (8, 2001Д). 5 метрів, якщо користуватися плотом у прісній воді. *Див. розв'язок задачі 3 (8, 2001Р).*

4 (8, 2001Д). 8,5 літра.

5 (8, 2001Д). 9 мм.

XL Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2002 р.

1 (8, 2002Р). Площа поверхні великого качана в 5 разів більша, ніж у малого, а площа його зерна більша в 4 рази. Отже, кількість зерен у великому більша в 1,25 раза.

2 (8, 2002Р). Тягарець має масу від 15 до 112,5 г, інакше лінійка перевернеться або в один, або в другий бік.

3 (8, 2002Р). Оскільки гонщик проходив із найбільшими швидкостями першу й другу ($v_{12} = 200\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$) і третю й першу ($v_{31} = 225\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$) ділянки, слід очікувати, що найбільшою буде середня швидкість на першій ділянці, $v_1 = \frac{l}{t_1}$, де l — довжина однієї ділянки, t_1 — час руху по першій ділянці. За умовою задачі $\begin{cases} t_1 + t_2 = \frac{2l}{v_{12}}, \\ t_2 + t_3 = \frac{2l}{v_{23}}, \\ t_3 + t_1 = \frac{2l}{v_{31}}. \end{cases}$

Для того, щоб знайти t_1, додамо перше й третє рівняння системи й віднімемо друге: $t_1 = l\left(\frac{1}{v_{12}} + \frac{1}{v_{31}} - \frac{1}{v_{23}}\right)$. Звідси знаходимо, що $v_1 = \left(\frac{1}{v_{12}} + \frac{1}{v_{31}} - \frac{1}{v_{23}}\right)^{-1} = 360\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$.

4 (8, 2002Р). Кулю слід охолодити до температури $-\frac{880}{9}\,^\circ\text{C} \approx$ $\approx -97{,}8\,^\circ\text{C}$ або ще меншої.

5 (8, 2002Р). Сила тиску спрямована вправо й дорівнює $F = \frac{3}{8}\rho g h^2 l \approx 300$ Н. Оскільки сила тиску лінійно зростає з глибиною, слід брати її середнє арифметичне значення.

XL Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2002 р.

1 (8, 2002Д). Площа поверхні великого качана в 6 разів більша, ніж у малого, а площа його зерна більша в 4 рази. Отже, кількість зерен у великому більша в 1,5 раза.

2 (8, 2002Д). Залежно від маси тягарця лінійка може перевернутися як в один, так і в другий бік. Для рівноваги необхідно, щоб маса тягарця перебувала в межах від 10 до 100 г.

3 (8, 2002Д). Середня швидкість автомобіля була найбільшою на другій ділянці й дорівнювала $360\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$. *Див. розв'язок задачі 3 (8, 2002Р).*

4 (8, 2002Д). Кінцева температура становитиме $0\,^\circ\text{C}$. Якщо знехтувати тепловим розширенням і випаровуванням, спочатку, коли лід занурили в калориметр, рівень піднявся, потім, доки лід нагрівався до $0\,^\circ\text{C}$, рівень не змінювався. Після того ж, як лід почав танути, а утворена вода — опускатися на дно, рівень почав знижуватися. Остаточно в стані теплової рівноваги між бензином, утвореною водою й льодом рівень більше не змінюється.

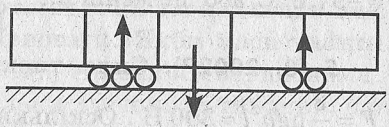
5 (8, 2002Д). 170 см.

XLI Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2003 р.

1 (8, 2003Р). $500\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Густина тіла дорівнює половині густини води.

2 (8, 2003Р). Відстані від центра автофургона, довжина якого $L = 10$ м, до блоків коліс відносяться як 2:3. При цьому колісні блоки можна наближувати один до одного, доки дозволяють розміри коліс. Також їх можна віддаляти, доки блок із двох пар коліс не опиниться на краю фургона. Однак тоді навантаження

на фургон із боку коліс буде дуже нерівномірне. Найкращий варіант зображено на рисунку. Відстані від центра автофургона до центрів колісних блоків $l_3 = 2$ м і $l_2 = 3$ м. Узагалі ж, якщо радіус колеса R, для можливих відстаней маємо $2R < l_3 < \frac{10}{3}$ м і $3R < l_2 < 5$ м.



3 (8, 2003Р). $v = \frac{3v_1(v_2 + 2v_3)}{6v_1 + v_2 + 2v_3} = 3{,}75 \frac{\text{км}}{\text{год}}$.

4 (8, 2003Р). Остаточно встановиться температура $0\,^\circ\text{C}$. Середня густина льоду з алюмінієм виявиться меншою за густину води; отже, якщо алюміній не відокремиться від льоду, лід з алюмінієм будуть плавати.

5 (8, 2003Р). 26,4 кг.

XLI Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2003 р.

1 (8, 2003Д). $500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Густина тіла дорівнює половині густини води.

2 (8, 2003Д). $p \approx 1{,}4$ кПа. За умовою куб виготовлений із листів заліза. Це слід розуміти як те, що товщина стінок куба значно менша за їхні розміри. Тоді один із можливих розв'язків може бути таким: куб подумки розбираємо й кладемо одну на одну шість його залізних сторін. Отримуємо «стовпчик» заліза висотою 18 мм і розраховуємо за формулою гідростатичного тиску. Якщо підказка про листи заліза не здається переконливою, можна розглянути куб довільного розміру, розраховуючи його об'єм як різницю зовнішнього об'єму куба й об'єму порожнини $V = a^3 - (a - 2d)^3$, а потім довести, що максимальний тиск 1,4 кПа створюють великі за розмірами куби, а мінімальний, утричі менший,— суцільний куб зі стороною 6 мм.

3 (8, 2003Д). $\frac{50}{13} \frac{\text{км}}{\text{год}} \approx 3{,}85 \frac{\text{км}}{\text{год}}$.

4 (8, 2003Д). За умовою задачі «відразу після повного занурення алюмінію» відновлюють рівновагу за рахунок переміщення тягарця. Алюміній мав досить низьку температуру, і за час відновлення рівноваги не міг встигнути нагрітися до $0\,^\circ\text{C}$. Тим паче, згідно з рисунком, по поверхні води плаває лід. Це означає, що рівновага продовжує порушуватися внаслідок того, що алюміній обмерзає

льодом, густина якого менша за густину води. Додаткова сила Архімеда підтримує алюміній. Отже, нитку з тягарцем слід знову зміщувати ліворуч. Остаточне зміщення після встановлення теплової рівноваги за 0 °С становитиме 2,7 мм.

5 (8, 2003Д). $0{,}75\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

XLII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2004 р.

1 (8, 2004Р). $t=\dfrac{c_{\text{в}}m_{\text{в}}t_{100}+c_{\text{л}}m_{\text{с}}t_{-10}-\lambda m_{\text{с}}}{c_{\text{в}}(m_{\text{в}}+m_{\text{с}})}\approx 39\ ^\circ\text{C}$.

2 (8, 2004Р). Рівень води в третьому циліндрі підніметься на

$$h=\frac{\rho_1h_1(S_2+S_3)-\rho_2h_2S_2}{\rho_{\text{в}}(S_1+S_2+S_3)}=\frac{7}{3}\ \text{см}\approx 2{,}3\ \text{см}.$$

3 (8, 2004Р). Таксі рухаються з інтервалом $t=\dfrac{(v_2-v_1)t_1t_2}{v_2t_2-v_1t_1}=6$ хв.

4 (8, 2004Р). Залежно від маси алюмінієвого дроту рівень води міг зменшитися від нуля (якщо маса дроту була нехтовно малою) до $h=\dfrac{1}{S}\left[\dfrac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}}+\dfrac{m_{\text{д}}}{\rho_{\text{д}}}-\dfrac{m_{\text{л}}+m_{\text{д}}}{\rho_{\text{в}}}\right]=4$ мм (якщо маса дроту була настільки великою, що вже на початку лід плавав, повністю занурившись у воду).

5 (8, 2004Р). Щоб рівномірно піднімати вантаж, необхідно прикласти силу $F=2mg\approx 2000$ Н або дещо меншу, якщо врахувати масу рухомого блока. Зазвичай зображену систему використовують інакше — силу й вантаж міняють місцями.

XLII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2004 р.

1 (8, 2004Д). Господарка долила 2 кг холодної води за температури 5 °С. Вводимо позначення Δt температури, що відповідає одній клітинці вздовж вертикалі, і $\Delta\tau$ часу, що відповідає одній клітинці вздовж горизонталі. Тоді на першому етапі $P\cdot 4\Delta\tau=cm_1 6\Delta t$. Потім відбувся теплообмін між водою: $cm_1 5\Delta t=cm_2(3\Delta t-t_{\text{хол}})$. Далі знову відбувається нагрівання: $P\cdot 14\Delta\tau=cm7\Delta t$, де $m=m_1+m_2=3$ кг. Остання ділянка відповідає кипінню й температурі 100 °С. Отже, згідно з графіком, $\Delta t=10$ °С. З двох рівнянь, до яких входить потужність нагрівача P, відразу знаходимо $m_1=\dfrac{m}{3}=1$ кг.

Отже, господарка долила $m_2 = m - m_1 = 2$ кг води. З рівняння теплообміну знаходимо $t_{хол} = 5\ ^\circ C$.

2 (8, 2004Д). Різниця між рівнями води в циліндрах $h = \dfrac{m_1 S_2 - m_2 S_1}{\rho_в S_1 S_2} = 7$ см.

3 (8, 2004Д). Таксі рухаються з інтервалом 3 хвилини. Максимальна відстань між таксі — 2 км. Зазначимо, що обмеження на швидкість руху в місті стосується не тільки таксі, але й автомобіля.

4 (8, 2004Д). Знизиться на $h = \dfrac{m(\rho_в - \rho_м)}{S\rho_в\rho_м} = 2{,}5$ мм. Для відновлення початкового рівня слід покласти 120 г льоду.

5 (8, 2004Д). $F_1 = 4mg = 4000$ Н. З урахуванням маси блоків $F_2 = 4mg - 3m_в g = 3910$ Н. Як бачимо, зворотне використання системи з двох рухомих блоків дає не виграш, а програш у силі майже в чотири рази.

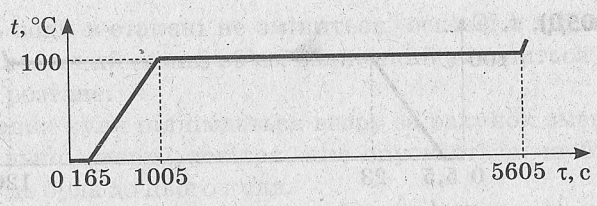
XLIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2005 р.

1 (8, 2005Р). $l = \dfrac{cvt}{c - v} \approx 10^{18}$ м. Це відстань, яку долає світло приблизно за 100 років, отже, спалах зорі відбувся 100 років тому.

2 (8, 2005Р). Існують два випадки: кулька злітає з льодом і без льоду. Якщо кулька злітає зі шматочком льоду, який назавжди покидає стакан, рівень води майже не зміниться. Якщо весь лід перетвориться на воду в стакані, рівень води підніметься на $h = \dfrac{m}{S}\left(\dfrac{1}{\rho_в} - \dfrac{1}{2\rho_л}\right) = \dfrac{8}{9}$ см ≈ 9 мм.

3 (8, 2005Р). Вважаємо, що 10 літрів води, налитих у порожнє десятилітрове відро, заповнюють його до країв. Матеріал піску займає об'єм 6 л, тобто 60 % об'єму. Отже, його густина $\dfrac{7}{3}\dfrac{\text{г}}{\text{см}^3} \approx 2670\ \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Кристали цукру мають форму, схожу на форму піщинок, і напевне займають також близько 60 % об'єму 3-літрової банки. Тоді густина кристалів цукру — приблизно $1400\ \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

4 (8, 2005Р). Звісно, така точність у значеннях часу на графіку необов'язкова.



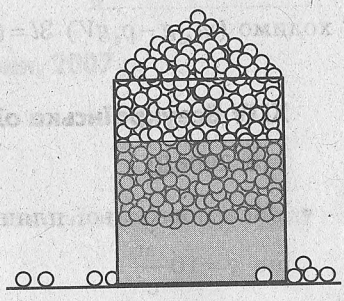
5 (8, 2005Р). $v = \frac{m}{M}\frac{l}{t} = 0{,}5\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$.

XLIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2005 р.

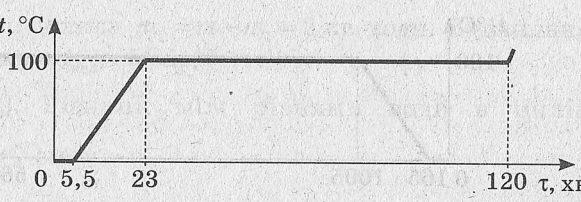
1 (8, 2005Д)

- Мотоцикліст відчуватиме стрічний вітер швидкістю $5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.
- Вода перетече з посудини, де не було м'яча, у посудину, де він був. Об'єм води залежить від того, у скільки разів площа перерізу однієї посудини більша за іншу. Якщо посудини однакові, перетече 0,5 л води. Це зрозуміло хоча б із того, що сила Архімеда чисельно дорівнює вазі витісненої води. Отже, м'яч масою 1 кг витісняв воду об'ємом 1 л.
- Рівень води і її тиск на дно стакана не зміняться, якщо знехтувати незначною зміною об'єму води й посудини за можливої зміни температури, а також втратою води за рахунок випаровування.
- Розмір отвору збільшиться. Це легко зрозуміти, уявивши металеву пластину на атомарному рівні. Кількість атомів уздовж отвору не зміниться, а міжатомні відстані за нагрівання збільшаться.
- Необхідно щільно намотати достатньо велику кількість витків дроту на лінійку й за допомогою неї визначити загальну товщину цих витків. Потім поділити на кількість витків і визначити товщину тонкого дроту.

2 (8, 2005Д). $l = \frac{cvt}{c - v} \approx 10^{19}$ м. Це відстань, яку долає світло за 1000 років, отже, спалах зорі відбувся приблизно 1000 років тому.



3 (8, 2005Д). $F = 0{,}8\rho_в g(V_{10} - V_4) \approx$ ≈ 47 Н. Вважаємо, що 10 літрів води, налитих у порожнє десятилітрове відро, заповнюють його по вінця.

4 (8, 2005Д). 

5 (8, 2005Д). $v = \dfrac{m}{M}\dfrac{l}{t} = 0{,}5\ \dfrac{\text{см}}{\text{с}}$. Початкова маса вулика з бджолами має бути більшою за 2 кг. При цьому кількість бджіл у вулику повинна бути не меншою від 200 бджіл.

XLIV Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2006 р.

1 (8, 2006Р). Середня довжина кроку — 60 см.

2 (8, 2006Р). Тиск збільшується з глибиною. Вікно симетричне відносно середньої лінії, що перебуває на глибині $\dfrac{h_1 + h_2}{2} = 2$ м. Отже, сила тиску $F = \rho g \dfrac{h_1 + h_2}{2}(h_2 - h_1)l = \dfrac{1}{2}\rho g l(h_2^2 - h_1^2) = 40$ кПа.

3 (8, 2006Р). $Q = 335{,}2$ кДж. Оскільки за графіком теплоємність змінюється лінійно, можна узяти середнє арифметичне значення $c = \dfrac{c_{20^\circ} + c_{60^\circ}}{2} = 4190\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$. У загальному випадку користуємося тим, що $\Delta Q = cm\Delta t$, отже, $\dfrac{\Delta Q}{m} = c\Delta t$ і площа під графіком $c(t)$ чисельно дорівнює $\dfrac{\Delta Q}{m}$.

4 (8, 2006Р). $N = \dfrac{mgh}{t} = \dfrac{\rho V g h}{t} = 3\cdot 10^9$ Вт.

5 (8, 2006Р). Сила натягу нитки, що утримує кульку, менша за силу тяжіння на силу Архімеда. З умови рівноваги важеля знаходимо $(m_{Al}g - \rho_б gV)\cdot 3l = (m_{Ti}g - \rho_в gV)\cdot 2l$, звідки $\rho_{Ti} = 4\ \dfrac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

XLIV Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2006 р.

1 (8, 2006Д)

- Маса порожньої пляшки $m = \dfrac{F - \rho g V}{g} = 300$ г, якщо вважати, що $g = 10\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

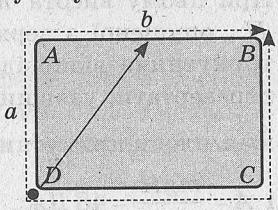
- Рівень води в стакані не зміниться, оскільки лід, що плаває, витісняє такий самий об'єм води, який утвориться після того, як він розтане.
- Повітряна куля піднімається вгору за рахунок зменшення потенціальної енергії повітря, яке опускається, щоб заповнити місце, де була до цього куля.
- У два рази довший огірок має у вісім разів більший об'єм, а отже, і масу. За зважування його вага буде у вісім разів більшою.
- Колоду тим легше відірвати від землі, чим ближче до її краю ми беремося, оскільки, збільшуючи плече, ми зменшуємо силу.

2 (8, 2006Д). Узагалі умова задачі допускає два розв'язки. Очевидний, коли вода повністю закриває вікно. Тоді висота вікна $H-h=1$ м. І трохи штучний, коли рівень води проходить через вікно, яке повинен мати в цьому випадку висоту $H+h=4$ м. Для першого випадку сила тиску води на вікно $F=\dfrac{\rho g l(H^2-h^2)}{2}=40$ кН, а рівень води в басейні слід знизити на $H-\sqrt{\dfrac{H^2-h^2}{5}}\approx 1{,}6$ м.

3 (8, 2006Д). Температура льоду становила -4 °С.

4 (8, 2006Д). 1 км 200 м.

5 (8, 2006Д). Якщо хлопчик піде вздовж DA, а потім AB, він наздожене садівника в точці B. Якщо ж він піде спочатку вздовж DC, а потім CB, він зустріне садівника знову ж у точці B. Час в обох випадках буде однаковий — 36 с. Якщо ж хлопчик вирішить випробувати долю й полізе навпростець крізь клумбу, він потрапить до рук садівника ще раніше, а саме через $t=\dfrac{a}{\sqrt{v_x^2-v_c^2}}=18$ с.



XLV Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2007 р.

1 (8, 2007Р)

- $13\dfrac{\text{дм}}{\text{хв}}>12\dfrac{\text{дм}}{\text{хв}}=2\dfrac{\text{см}}{\text{с}}$.
- Якщо прийняти, що прискорення вільного падіння на Землі — $10\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$, маса астронавта — 90 кг.

- «Майже невагоме» повітря перебуває під значним тиском і проявляє свої пружні властивості.
- Вважатимемо, що банки відкриті. Тоді за рахунок більш інтенсивного випаровування банка з гарячою водою швидше легшатиме, і терези поступово відхилятимуться від положення рівноваги. Навіть якщо все відбуватиметься в гарячому вологому повітрі лазні або душової кімнати, рівновага буде порушуватися так само: банка з холодною водою опускатиметься, а з гарячою — підніматиметься. Тільки тепер причиною буде конденсація води на холодній банці, навіть у випадку, коли банки закриті.
- $4{,}675\cdot10^{-6}$ м^3.

2 (8, 2007Р). 400 м. Час руху хлопчика $t=10$ хв складається з часу до супермаркету й назад: $\frac{l}{v_1}+\frac{l}{v_2}$. $l=\frac{v_1v_2}{v_1+v_2}t=400$ м.

3 (8, 2007Р). Центр мас трикутника перебуває на перетині медіан. У цьому легко переконатися, розрізавши подумки трикутник на тонкі смужки, паралельні одній зі сторін. Центр мас кожної смужки перебуває посередині. З'єднуючи середини смужок, отримуємо медіану. Точка перетину медіан ділить їх у відношенні 1:2. Саме тому, за який би кут ми не взялися, плече прикладеної сили буде в три рази більшою за плече mg, отже, сила не залежатиме від кута й дорівнюватиме $\frac{mg}{3}$. Щодо роботи, то вона буде тим меншою, чим меншою буде висота, на яку підніметься центр мас. Щоб перевернути пластину, слід перевести її у вертикальне положення. При цьому висота h центра мас дорівнюватиме третині висоти H, опущеної з верхнього кута трикутника. Найменша сторона трикутника відповідає найбільшій стороні. Отже, пластину слід перевертати, узявшись за кут навпроти сторони 100 см. Дорівнюючи площі трикутника $\frac{1}{2}\cdot60\cdot80=\frac{1}{2}\cdot100H$, знаходимо $H=48$ см і $A=\frac{mgH}{3}=48$ Дж.

4 (8, 2007Р). $P>\frac{c_в m_в \Delta t+c_с m_с \Delta t}{\tau_{хв}}=920$ Вт.

5 (8, 2007Р). Маса металевої лінійки $m_2=2m_1=200$ г. Після опускання системи у воду дерев'яна лінійка на одну шосту опинилася під водою, отже, сила натягу нитки зменшилася на силу Архімеда $\frac{\rho_в g V_1}{6}=\frac{1}{6}\frac{\rho_в}{\rho_1}m_1 g$. На дві такі сили Архімеда зменшилася сила

натягу нитки, що утримує металеву лінійку. Якщо під водою опинилася k-та частина металевої лінійки, маємо $\frac{1}{3}\frac{\rho_в}{\rho_1}m_1g = k\frac{\rho_в}{\rho_2}m_2g$, звідки знаходимо $k = \frac{3}{4}$.

XLV Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2007 р.

1 (8, 2007Д)

- $30\frac{кг}{дм^3} < 0{,}3\frac{г}{мм^3}$.
- $\frac{mg}{2} = 100$ Н.
- *Див. відповідь до задачі 1 (8, 2007Р).*
- *Див. відповідь до задачі 1 (8, 2007Р).*
- Якщо на кухні тихо, то Андрію. Гучний звук телевізора поряд зменшує чутливість людського вуха.

2 (8, 2007Д). $3{,}05\ \frac{МДж}{кг}$.

3 (8, 2007Д). $t_1 = 20$ с, $t_2 = 5$ с. За час підйому 400 с повз лижника проходять усі інші 19 лижників і 20 проміжків між лижниками з інтервалом часу $t_1 = \frac{400}{20}$ с $= 20$ с. За час спуску 100 с інтервали часу будуть учетверо коротшими: $t_2 = 20$ с.

4 (8, 2007Д). 10 м^2.

5 (8, 2007Д). Вважатимемо, що всередині сфери майже вакуум, а також врахуємо те, що одну вісімку коней можна було б не використовувати, замінивши деревом, до якого прив'язати одну з магдебурзьких півкуль. $F \approx 1200$ Н.

XLVI Всеукраїнська олімпіада. 2008 р.

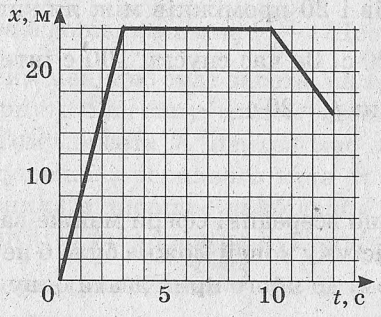
1 (8, 2008)

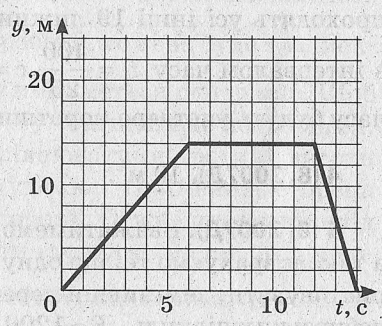
- $69\frac{уд.}{хв}$.
- Кілограм води має більшу масу, оскільки в олії менша густина.
- Об'єм однаковий. Якщо вода дистильована, її густина — $1\frac{кг}{л}$.

- Людина наближається до дзеркала зі швидкістю $7\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Отже, відстань між людиною та її зображенням зменшується зі швидкістю $14\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$.
- Веселка утворюється за рахунок заломлення й відбиття променів усередині крапель води.

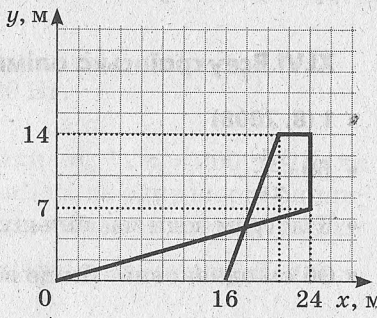
2 (8, 2008). Період коливань маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \approx 1{,}8$ с. За цей час нитка проходить кут $8°$, що становить $\frac{1}{45}$ від $360°$. Отже, тягарець проходить шлях, у 45 разів менший за довжину кола $2\pi l$. Середня швидкість тягарця за період $v = \frac{1}{15}\frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 6{,}7\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Зазначимо, що наближення $\pi \approx 3$ ніяк не позначилося на точності відповіді, у чому могли переконатися ті, хто розв'язував задачу в загальному вигляді: $v = \frac{\sqrt{gl}}{15} \approx 6{,}7\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Як бачимо, число π скоротилося.

3 (8, 2008). Розділяємо рух футболіста на проміжки часу, наприкінці яких він змінював швидкість:





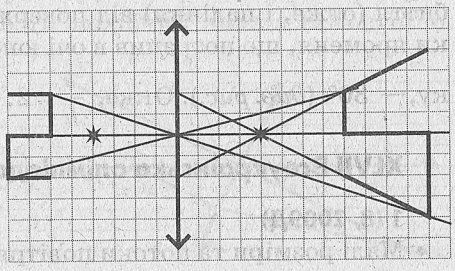
$0\text{ с} < t_1 < 3\text{ с}$, $3\text{ с} < t_2 < 6\text{ с}$, $6\text{ с} < t_3 < 10\text{ с}$, $10\text{ с} < t_4 < 11\text{ с}$, $11\text{ с} < t_5 < 13\text{ с}$ (*див. перший і другий рисунки*). Відмічаємо на координатній площині координати цих точок і з'єднуємо їх відрізками (*див. третій рисунок*). У виділеній на траєкторії точці футболіст стояв 4 с ($6\text{ с} < t_3 < 10\text{ с}$). Тому за перші 10 с він подолав шлях 25 м + 7 м = 32 м із середньою



швидкістю $3{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Найбільші зусилля футболіст докладав у кутових точках, змінюючи швидкість.

4 (8, 2008). Куля вилетіла крізь отвір, який утворила, улетівши в діжку. Вважаючи, що всередині діжки куля рухалася вздовж діаметра, знаходимо, що за час руху кулі діжка мала повернутися на $180°$. Більші кути, наприклад $540°$, виглядають малоймовірними. Отже, час руху кулі дорівнює півперіоду обертання діжки. Звідси знаходимо $v_к = v_д\left(\frac{2}{\pi}+1\right) \approx 25\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

5 (8, 2008). З невеликої двійки отримали велику п'ятірку. Ось що значить уміти будувати зображення в лінзах! Зазначимо, що вздовж відрізка доцільно «пускати» промінь на лінзу, оскільки дійсне зображення відрізка буде завжди перебувати на цьому промені після його заломлення, а уявне — на його продовженні.



XLVII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2009 р.

1 (8, 2009Р)

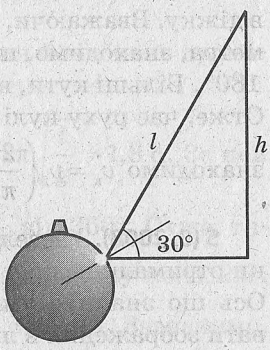
- Якщо гелікоптер підніматиметься зі сталою швидкістю, траєкторія кінчика гвинта буде гвинтовою лінією, яку можна побачити, відкрутивши ковпачок ручки.
- Завдяки теплопровідності термометр обмінюється теплотою з довкіллям. Завдяки розширенню його робочої речовини зі збільшенням температури, ми спостерігаємо на шкалі відповідні точки.
- Стискаючи долоні в кулаки, ми зменшуємо площу поверхні, через яку відбувається теплопередача.
- Найбільшу густину має вода на найбільшій глибині. Тому вода, що охолоджується безпосередньо під льодом до нуля градусів, не опускається вниз і не переохолоджує риб узимку.
- Розжарені гази рухаються зі швидкістю $6\ \frac{\text{км}}{\text{с}}$ в напрямку руху ракети.

2 (8, 2009Р). Ваги показують масу, збільшену на 500 г. Тому за зважування п'яти яблук по 100 г кожне вони покажуть 1 кг.

3 (8, 2009Р). Переміщення крота становить 8 м, а шлях — 20 м (*див. рис.* в умові). Отже, шлях більший за переміщення в 2,5 раза. Враховуючи, що вниз та вгору кріт подолав по 5 м, а горизонтальною ділянкою 10 м, швидкість пересування крота горизонтальною ділянкою становить $0{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

4 (8, 2009Р). $1400\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

5 (8, 2009Р). Катет навпроти кута 30° дорівнює половині гіпотенузи. Тому кут відбиття (отже, і падіння) від поверхні іграшки променя, що потрапив в очі юному фізику,— 30° (*див. рис.*). Отже, $\frac{l}{h}=2$.



XLVII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2009 р.

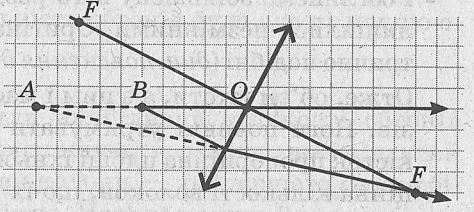
1 (8, 2009Д)

- Малі розміри та потоки повітря.
- Потенціальна енергія тятиви переходить у кінетичну енергію стріли, яка далі переходить у потенціальну енергію в полі тяжіння, а за повернення стріли назад — знову в кінетичну енергію. Частину енергії стріла втрачає, примушуючи рухатися повітря. Ці втрати зрештою проявляються у вигляді теплової енергії — підвищення температури стріли й навколишнього повітря.
- Місячна доріжка виникає внаслідок хвиль на поверхні озера — немов маленьких по-різному нахилених рухомих дзеркал. Чим сильніший вітер, тим ширша та довша доріжка.
- Під час вібродзвінка сила реакції опори, а з нею й максимальна можлива сила тертя спокою періодично змінюються, а проекція сили тяжіння на схил — ні. У моменти, коли сила реакції опори зменшується до деякого критичного значення, і починається рух мобільного телефону.
- Компенсуючи силу натягу канату, сила тертя спрямована вліво й дорівнює 2000 Н.

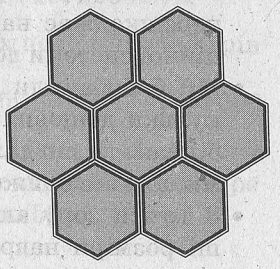
2 (8, 2009Д). Відносно землі швидкість хлопчика проти руху ескалатора — $\frac{4}{3}-\frac{3}{4}=\frac{7}{12}$ сходинок за секунду, а за рухом ескалатора — $\frac{4}{3}+\frac{3}{4}=\frac{25}{12}$ сходинок за секунду. Щоб пробігти 35 сходинок

цією ж лінією ескалатора назад угору, хлопчику знадобиться 60 с. А щоб, не порушуючи правил, збігти вниз, а потім угору зустрічною лінією — 50,4 с. Різниця в 0,6 с на користь другого сценарію. Щоправда, можна згадати про деякий час, необхідний на те, щоб унизу поміняти лінію ескалатора. Але тоді, можливо, варто врахувати рух уже після ескалатора за й проти потоку людей. Також можна підрахувати енергетичні втрати в першому й другому випадках, які можуть вплинути у вигляді втоми на подальший рух... А ще важливе розташування виходів зі станції метро... Як бачимо, реальні задачі завжди складніші за ті, які розв'язують на олімпіадах. Зазвичай з умови зрозуміло, що слід враховувати, а чим можна знехтувати. Але завжди корисно провести подібний аналіз самостійно.

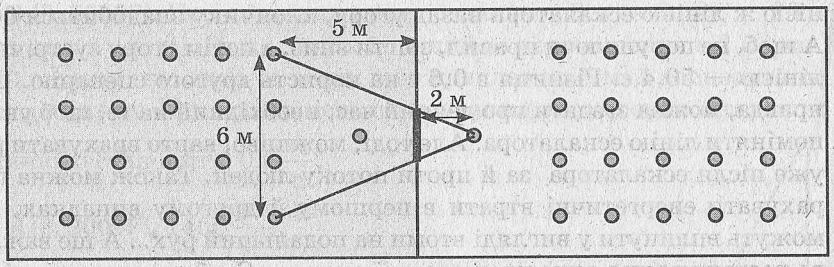
3 (8, 2009Д). B — світлодіод, A — зображення. Оптична вісь, перпендикулярна до лінзи. Будувати хід променів у зошиті слід за клітинками, і тоді навіть без використання формули лінзи можна отримати точні значення. Після побудови (*див. рис.*) за теоремою Піфагора $F = \sqrt{4^2 + 2^2}$ см $= 2\sqrt{5}$ см $\approx 4{,}47$ см.



4 (8, 2009Д). Інколи гарна ідея дозволяє суттєво спростити розуміння складної задачі. Уявимо кожну комірку, обмежену восковою стінкою половинної товщини (*див. рис.*). Кожній комірці належить своя така стінка, периметр якої — 1,8 см (*див. рис. в умові*), довжина — 2 см, а товщина тонесенької оболонки — $\frac{d}{2}$. Об'єм воску стінки можна знайти як добуток цих величин. З другого боку, об'єм визначають через масу та густину. Прирівнюючи, знаходимо $d = \frac{5}{72}$ мм $\approx 0{,}07$ мм.



5 (8, 2009Д). Побудуємо в дзеркалі зображення зали та учнів (*див. рис. на с. 150*). З подібності трикутників знаходимо найменшу ширину дзеркала $h = \frac{12}{7}$ м $\approx 1{,}714$ м. Оскільки ми знехтували розмірами учнів, а вони під час вправ ще можуть робити рухи руками, у реальній ситуації слід вимагати дзеркало щонайменше шириною 1,8 м.



XLVIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2010 р.

1 (8, 2010Р)

- Розглянемо збільшену в 10 разів істоту, усі пропорції якої залишилися незмінними. Оригінал та її збільшена копія геометрично подібні (*див. пояснення до розв'язку задачі 4 (7, 1999Д)*). Отже, об'єм істоти, а з ним і маса збільшились у $10^3 = 1000$ разів. Ноги повинні утримувати збільшену вагу тіла. Міцність кісток пропорційна площі їхнього перерізу. Сила м'язів пропорційна кількості волокон, що їх утворюють, отже, також площі перерізу. Зі збільшенням лінійних розмірів у 10 разів площа перерізу ніг істоти збільшилась у $10^2 = 100$ разів. Маємо невідповідність між збільшенням сили тяжіння в 1000 разів і збільшенням міцності ніг лише в 100 разів. Якби ноги великих істот не були такими товстими, то не змогли б їх утримати.
- У нижній частині сифона залишається вода, яка перешкоджає надходженню запахів із каналізаційної системи до квартири.



- Ми б побачили досить рівномірно розташовані кульки дощових крапель. Ті, що ближчі до нас, більші, ті, що далі, усе менші й менші за розмірами, але все ближчі та ближчі одна до одної.
- З точки зору акваріумних риб наші розміри навряд чи змінюються, оскільки риби не бачили нас в акваріумі, щоб мати змогу порівняти. З фізичної точки зору, якщо ми дивимося перпендикулярно до поверхні з повітря на якусь точку у воді (*рис. 1*), за рахунок заломлення світла нам здається, що ця точка перебуває ближче — на перетині продовження променів, що потрапляють



Рис. 1

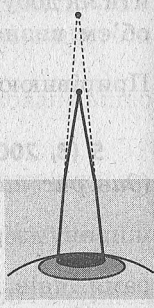


Рис. 2

у зіницю ока (перетин пунктирних ліній). Якщо дивитися з-під води в повітря (*рис. 2*), навпаки, точка здається нам віддаленою більше, ніж є насправді. Отже, за правильну відповідь можна вважати таку: з точки зору акваріумних мешканців ми здаємося віддаленими й зменшеними.

- Продовжуємо різьбу вздовж усієї довжини шурупа й отримуємо приблизно 24 оберти.

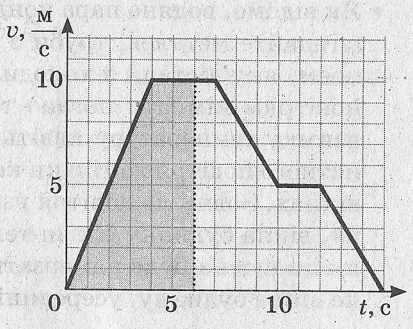
2 (8, 2010Р). Задачу можна розв'язати як графічно, так і аналітично. На графіку швидкості від часу проводимо 10 прямих із різними кутами нахилу й знаходимо найбільшу кількість їхніх перетинів. Кожна пряма може мати 9 перетинів з іншими, загалом $9 \cdot 10 = 90$. Оскільки кожен такий перетин належить двом прямим і рахувався двічі, загальна кількість обгонів буде удвічі меншою: $\frac{90}{2} = 45$.

Можна здогадатися, що для найбільшої кількості обгонів найшвидший автомобіль слід розташувати позаду, потім другий за швидкістю, і так аж до голови колони — найпершого автомобіля, що їде з найменшою швидкістю. Його обженуть 9 автомобілів, наступного за ним — 8 тощо. Загалом $9+8+7+6+5+4+3+2+1 = 45$ обгонів.

3 (8, 2010Р). Під 90° до дзеркала, що лежить на поверхні столу й перпендикулярно до площини, яку утворюють частини променя до й після відбиття (*див. коментарі до задачі 1 (10, 2009Р)*).

4 (8, 2010Р). 50 кг. Відношення об'ємів двох подібних тіл дорівнює відношенню їхніх лінійних розмірів у кубі: $\frac{V}{V_0} = \left(\frac{L}{l}\right)^3 = 1000$ (*див. коментарі до розв'язку задачі 4 (7, 1999Д)*). Оскільки густина рекламної плитки удвічі менша за густину звичайної, маса рекламної плитки буде в 500 разів більшою, тобто 50 кг.

5 (8, 2010Р). Площа під графіком швидкості від часу чисельно дорівнює пройденому шляху. Весь шлях $l = 95$ м. Весь час руху $t = 15$ с. Середня швидкість велосипедиста за весь час руху $v = \frac{l}{t} = 22{,}8 \ \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Знайдемо час t_1, за який велосипедист подолав



першу половину шляху $l_1 = 47{,}5$ м (*див. рис.*). За перші 3 с руху він подолав 15 м. Далі він рухався зі швидкістю $10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ і відстань $47{,}5\ \text{м} - 15\ \text{м} = 32{,}5\ \text{м}$ подолав за 3,25 с. Отже, $t_1 = 6{,}25$ с, $v_1 = \frac{l_1}{t_1} = 7{,}6\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

XLVIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2010 р.

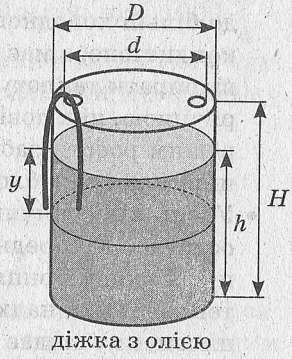
1 (8, 2010Д)

- Сили гравітації для великих мас перевищують сили, які утворюють кристалічну ґратку твердих тіл. Саме тому на Землі не можуть існувати гори, вищі за 10–15 км (що дуже мало порівняно з розмірами Землі). Унаслідок величезного тиску каміння під такими горами починає «розтікатися» й поверхня поволі вирівнюється. Найбільше тіло поясу астероїдів — Церера (близько 1000 км) нещодавно отримала назву карликової планети, головною відмінністю якої від дещо менших за розмірами астероїдів є саме сферична форма.
- Уранці та ввечері, коли сонце перебуває біля горизонту, його промені проходять через значно товщий шар повітря, ніж удень (це нескладно побачити, зобразивши хід променів через досить тонку атмосферу навколо кулястої Землі, як на фото з космосу). Промені більше розсіюються й поглинаються.
- Проміжки між кахлями залишають, щоб кахлі не тріскалися під час зміни температури внаслідок теплового розширення (особливо це важливо за укладання кахлів на вулиці).
- Якби оптична густина води дорівнювала оптичній густині скла, лінзу у воді взагалі було б важко помітити, оскільки тоді вона нічим із погляду оптики не відрізнялася б від довкілля й зовсім не змінювала б хід променів світла. Отже, лінза у воді слабше заломлює промені й має більшу фокусну відстань.
- Як відомо, водяна пара конденсується на більш холодних тілах (згадайте металеві труби з холодною водою або пляшку з напоєм, яку дістали з холодильника). З боку заповненої теплим повітрям кімнати погано теплоізольовані вікна можуть мати взимку температуру навіть нижче від $0\ ^\circ\text{C}$. Отже, пара з кімнатного повітря не тільки конденсується, а й намерзає на таких вікнах. Зовні, де повітря взимку має досить низьку температуру, вікна будинку більш теплі, ніж інші тіла на вулиці. Отже, якщо щось і буде намерзати інеєм з боку вулиці, то це будуть не вікна будинку, усередині якого підтримується тепло.

2 (8, 2010Д). Якщо продовжити різьбу вздовж усієї довжини шурупа $l = 4{,}5$ см, можна нарахувати 18 витків. За один оберт (0,5 с) шуруп входить у стінку на один виток (2,5 мм). Отже, швидкість, з якою шуруп заглиблюється в стінку, — $5\ \frac{\text{мм}}{\text{с}}$.

3 (8, 2010Д). По-перше, відзначимо, що з того, що будинки хлопчика й дівчинки розташовані один навпроти одного, не означає, що й вікна розташовані навпроти (наприклад, хлопчик може жити в першому під'їзді, а дівчинка, скажімо, у другому або в третьому). По-друге, умова задачі допускає досить вільне трактування висоти. Будемо вважати, що вікно на третьому поверсі (не стільки вікно, як ліхтарик хлопчика) відповідає висоті 2,5 поверха, а вікно на п'ятому поверсі (не стільки вікно, як обличчя дівчинки) — на висоті 4,5 поверха. Тоді з подібності трикутників знаходимо, що калюжа ділить відстань по горизонталі між дітьми в співвідношенні 2,5 : 4,5, або 5 : 9. Оскільки будинки паралельні, у такому ж співвідношенні калюжа ділить відстань між будинками. Отже, калюжа утворилася приблизно на відстані $\frac{5}{14} \cdot 40$ м ≈ 14 м від будинку хлопчика.

4 (8, 2010Д). Рідина з діжки виливається з тим більшою швидкістю, чим більша різниця рівнів між поверхнею рідини в діжці й кінцем шланга, з якого рідина виливається в повітря. Отже, найбільшу масу олії можна злити, якщо під кінець перетікання обидва кінці шланга будуть на однаковій висоті (*див. рис.*).



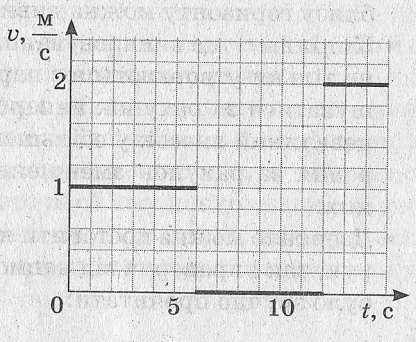
діжка з олією

$$m = \rho\pi R^2 y, \text{ де } R = \frac{D}{2},\ y = \frac{1}{2}\left(l - \frac{D-d}{2}\right) - (H-h).$$

$$m = 900 \cdot \pi \cdot (0{,}3)^2 \cdot (0{,}73 - 0{,}2) \text{ м} \approx 135 \text{ кг}.$$

5 (8, 2010Д). Залежність швидкості від часу наведена на рисунку.

За першу половину часу (7,5 с) тіло подолало 6 м. Отже, середня швидкість за першу половину часу — $0{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. На другій половині шляху визначити середню швидкість виявляється



складніше у зв'язку з тим, що, проїхавши половину шляху (6 м), тіло 6 с перебувало в спокої, а потім за 3 с подолало другі 6 м шляху. Не зовсім зрозуміло, на який час ділити останні 6 м. На 3 с, чи на 9 с, чи на якийсь час між цими двома значеннями? На перший погляд здається, що правильна відповідь $\upsilon_2 = \frac{6\text{ м}}{3\text{ с}} = 2\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Але уявімо собі, що, наприклад, автомобіль на перегонах, подолавши першу половину шляху, не поїхав далі, а зупинився через технічну несправність. І весь час простою екіпаж готував його до подолання другої половини шляху, вважаючи, що за рахунок кращої підготовки машини вдасться надолужити втрачений час. Зрозуміло, що в нашій задачі цій ситуації відповідає $\upsilon_2 = \frac{6\text{ м}}{9\text{ с}} \approx 0{,}67\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

XLIX Всеукраїнська олімпіада. 2011 р.

1 (8, 2011)

- Відомо, що теплота передається від більш гарячого тіла до більш холодного. Тому робоча частина внутрішнього блока кондиціонера має бути холоднішою, ніж повітря в кімнаті (щоб відбирати теплоту), а робоча частина зовнішнього блока — гарячішою, ніж повітря на вулиці (щоб віддавати теплоту). Такий режим роботи забезпечують спеціальний двигун і рідина, яка циркулює між блоками.
- Удень під сонячними променями Земля нагрівається, а вночі остигає. У середньому найнижчою буде температура вранці після сходу Сонця, коли воно ще не дуже яскраве і кількість теплоти, яка надходить від нього, зрівнюється з кількістю теплоти, яку віддає Земля.
- Зорі поблизу горизонту не спостерігають навіть у ясну ніч тому, що промені від них проходять товстий шар повітря, розсіюючись і поглинаючись у ньому. Саме тому навіть на Сонце поблизу горизонту можна дивитися неозброєним оком.
- Кипіння — це випаровування води у всьому об'ємі. Бульбашки не тільки утворюються з парів води, але й продовжують збільшуватися за рахунок випаровування під час спливання. Дуже невеликий внесок у збільшення їхнього об'єму робить розширення за рахунок зменшення глибини й тиску води навколо них.
- Дзеркало можна поставити як ліворуч, так і праворуч від напису, щоб було зручно прочитати:

НІЖНА ПТАХА ЛОПОТІЛА: АХ ФОТОН! ЛІТА БЕЗ ТІЛА!

Довідка. Фотон — це, так би мовити, найменша частинка світла, або квант світла. Поняття кванта світла запропонував А. Ейнштейн у 1905 р. Назва «фотон» з'явилася пізніше. Фотон не має маси, тому в порожнечі рухається з найбільш можливою для матерії швидкістю — зі швидкістю світла.

2 (8, 2011). $v = \dfrac{V}{NS_0 t} = 5\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

3 (8, 2011). $v_{\text{год}} = \dfrac{v_{\text{хв}}}{1{,}5 \cdot 12} = 0{,}5\ \dfrac{\text{мм}}{\text{хв}}$.

4 (8, 2011). Зображення має натуральну величину, коли предмет перебуває в подвійному фокусі. Використовуючи формулу лінзи, знаходимо, що її фокусна відстань — 20 см, а відстань від комашки до лінзи через 3 с польоту становитиме 10 см, тобто половину фокусної відстані. Зображення буде уявним і збільшеним у 2 рази.

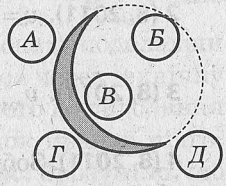
5 (8, 2011). Об'єм акваріума становить 64 л, а маса рідини — 68 кг. Отже, середня густина рідини перевищує густину води, і одна або й дві рідини з трьох мають густину більшу, ніж $1000\ \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Використовуючи графік, записуємо масу рідини в акваріумі й знаходимо, що середній шар рідини є водою, оскільки має густину $1000\ \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ і займає об'єм 19,2 л.

I Всеукраїнська олімпіада. 2012 р.

1 (8, 2012)

- Коли гелікоптер зависне в повітрі, ваги показуватимуть те саме значення, що й тоді, коли гелікоптер стоїть із вимкненим двигуном. Це можна пояснити тим, що загальна маса куба з гелікоптером не змінюється. Сила тиску повітряного потоку на дно куба буде перевищувати силу тиску на дах куба якраз на вагу гелікоптера.
- Коли автомобіль гальмує, люди всередині відчувають, що їх кидає вперед, наче сила тяжіння змінює свій напрямок. А як усім відомо, кулька з гелієм рухається протилежно до сили тяжіння. Отже, кулька під дахом автомобіля почне рухатися відносно нього назад. Фізична причина полягає в тому, що вага кульки менша за вагу такого ж об'єму навколишнього повітря. Більш щільне повітря, як і люди в салоні, намагається за інерцією прямувати вперед, витісняючи більш легку кульку у зворотному напрямку.

- Місяць має форму кулі й розташований значно ближче до Землі, ніж зорі. Ми бачимо Місяць завдяки тому, що він відбиває сонячні промені. Але Сонце освітлює тільки половину місячної кулі. Коли Місяць обернений до нас переважно затемненим боком, ми бачимо його у вигляді сяючого серпа (*див. рис.*). Отже, у напрямках Б і В зорі не можна побачити навіть у ясну погоду, оскільки їх перекриває затемнена поверхня Місяця. Інколи її навіть можна побачити за рахунок дуже слабкого освітлення відбитими Землею сонячними променями.



- Найлегше відірвати колоду від землі, узявшись за її край. Якщо колода звужується до якогось краю, слід братися саме за нього. Якщо колода рівна, можна взятися за будь-який край — сили при цьому будуть однаковими й дорівнюватимуть по половині ваги колоди. У розглянутих випадках колода відривається від землі всією довжиною за винятком лише протилежного краю, який продовжує спиратися на землю. Це допомагає утримувати колоду й зменшує прикладену силу. Можливо, хтось подумав, що відірвати колоду треба повністю, щоб вона не дотикалася до землі жодною точкою. Тоді слід узятися за середину колоди й прикласти силу, що дорівнює вазі колоди.
- 2012 року Нобелівська премія з фізики була присуджена за дослідження в галузі мікросвіту. Зокрема, Серж Арош і Девід Джей Вайнленд отримали нагороду 1,1 млн доларів за експериментальні дослідження поодиноких частинок, що дозволяє маніпулювати їхньою поведінкою, зокрема використовувати для створення квантових комп'ютерів і дуже точних вимірювальних приладів.

2 (8, 2012). За формулою для середньої швидкості $v = \frac{l}{t} = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2}$ знаходимо швидкість на перших двох третинах шляху: $v_{12} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = 21 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Розрахувати швидкість, з якою треба рухатися на останній третині шляху, щоб устигнути в аеропорт, тепер можна по-різному. Наприклад, так:

$$v_3 = \frac{l_3}{t_3} = \frac{l_3}{t - t_1 - t_2} = \frac{\frac{l}{3}}{\frac{l}{v} - \frac{l}{3v_1} - \frac{l}{3v_2}} = \frac{1}{\frac{3}{v} - \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2}} = 210 \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

Отримана швидкість дещо завелика для руху таксі навіть за межами міста. Отже, учитель, скоріш за все, не встигне в аеропорт до запланованого часу.

3 (8, 2012). Припустимо, що через час t удари сердець співпали. Серце хлопчика зробило при цьому n_1 ударів, а серце дівчинки — n_2. Тоді $t = n_1 T_1 = n_2 T_2$, де $T_1 = \frac{60\text{ с}}{75} = \frac{4}{5}$ с — період пульсу хлопчика, а $T_1 = \frac{60\text{ с}}{85} = \frac{12}{17}$ с — період пульсу дівчинки. Отже, $n_1 \cdot \frac{4}{5} = n_2 \cdot \frac{12}{17}$, звідки знаходимо $17n_1 = 15n_2$. Найменші додатні цілі числа, для яких виконується остання рівність, — $n_1 = 15$, $n_2 = 17$. Час, через який удари сердець співпадуть, $t = 12$ с.

4 (8, 2012). Оскільки рівень води в першій посудині піднявся на 2 см, а в другій опустився на 0,5 см, робимо висновок, що алюмінієва кулька мала більший розмір. За такої заміни кульок об'єм витісненої води в першій посудині збільшився на різницю об'ємів кульок. На таку саму величину зменшився об'єм витісненої води в другій посудині. Отже, можна записати: $S_1 \cdot 2\text{ см} = S_2 \cdot 0{,}5\text{ см}$, звідки маємо $\frac{S_2}{S_1} = 4$. Якщо площа перерізу другої посудини вчетверо більша за площу перерізу першою, то її діаметр більший у 2 рази. Це випливає не тільки з формули для площі кола, але й зі співвідношень для подібних фігур.

5 (8, 2012). Свиня може дивитися на себе в дзеркало з будь-якої відстані. Вона може вткнутися в дзеркало рилом і не побачити ані своїх ніг, ані спини. Це нам не підходить, оскільки за умовою свиня має бачити себе на повен зріст.



На рисунку зображена свиня на деякій відстані від дзеркала та її зображення в ньому. Висота дзеркала дорівнює 30 см, тобто половині висоти свині (аналог відомої задачі про людину та висоту дзеркала). У нашому випадку значення 30 см буде точним, тільки якщо свиня відійде подалі від дзеркала й зможе побачити верхню частину своєї спини. Отже, найменша висота дзеркала, у якому наймолодша свиня може побачити себе на повен зріст, дорівнює

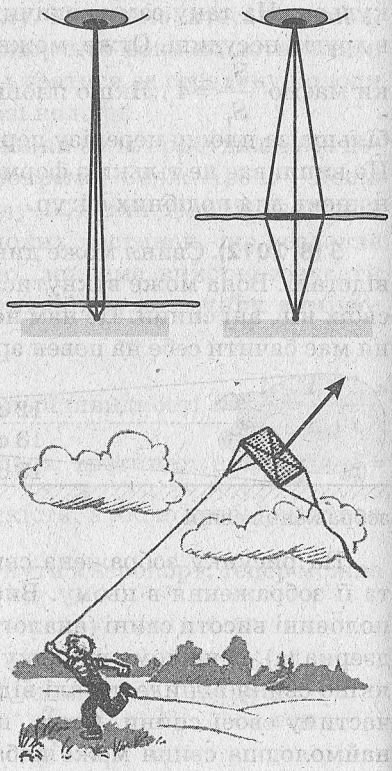
30 см. Його нижчий край має перебувати на відстані 18 см, а верхній — на відстані 48 см від підлоги.

Вважатимемо далі, що найменша й найбільша свині однакової форми. Як відомо, відношення об'ємів подібних фігур дорівнює відношенню їхніх лінійних розмірів у кубі. Оскільки густина свиней однакова, а вага найменшої свині становить $0{,}216 = 0{,}6^3$ від ваги найбільшої, то її висота становитиме 0,6 від висоти найбільшої свині. За умовою висота найменшої свині — 60 см. Тоді висота найбільшої свині — 1 м, а її очі перебуватимуть на висоті 60 см над підлогою. Отже, нижня частина дзеркала для найбільшої свині повинна бути на висоті 30 см, а верхня — на висоті 80 см від підлоги. Щоб у дзеркалі всі свині могли себе бачити на повен зріст, його нижня частина має розташовуватися на висоті 18 см, а верхня — на висоті 80 см. Висота такого дзеркала — 62 см.

LI Всеукраїнська олімпіада. 2013 р.

1 (8, 2013)

- Поліетилен має неоднакову товщину, унаслідок чого його поверхні не паралельні, як, наприклад, у скла. Промені, що пройшли крізь поліетилен, трохи розходяться, що призводить до «розпливання» тексту. На рисунку зображені два випадки: поліетилен поблизу від аркуша з точкою й поліетилен на достатній відстані від аркуша з точкою. Чорним наведена частина поліетилену, у якій можна побачити розпливчату точку.
- Необхідна наявність вітру й нахилу площини поверхні повітряного змія. За відсутності вітру можна побігти, тягнучи змія за собою. На рисунку стрілкою зображено силу вітру, що тисне на площину змія. Цій силі протидіють сила натягу нитки й сила тяжіння. До речі, хвіст потрібен змію для стійкості.



- Г. Галілей провів дослід і дістав підтвердження своєї точки зору: у будь-якому випадку камінь падає біля підніжжя щогли, оскільки він рухається разом із кораблем. У ті часи відповідь на поставлене запитання була дуже важливою, оскільки велася дискусія, рухається Земля чи ні.
- Коли відкачують повітря з упаковки, зовнішнє атмосферне повітря притискає частинки кави одна до одної. Завдяки силам тертя зсунути одні частинки кави відносно інших стає дуже важко.

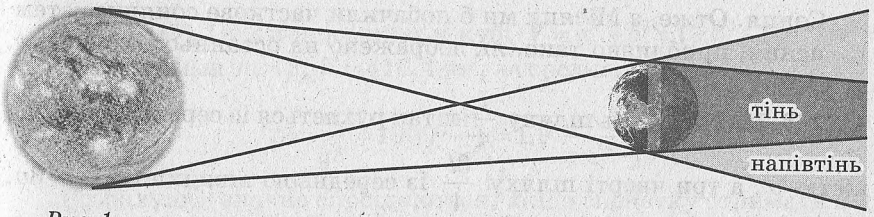


Рис. 1

- Зазначимо, що освітлена Сонцем Земля відкидає області тіні та напівтіні (*див. рис. 1*). Часткове затемнення поверхні Місяця може спостерігатися, коли він перебуває як на межі тіні й напівтіні (*права стрілочка на другому рисунку*), так і на межі напівтіні й повного освітлення (*ліва стрілочка на другому рисунку*).

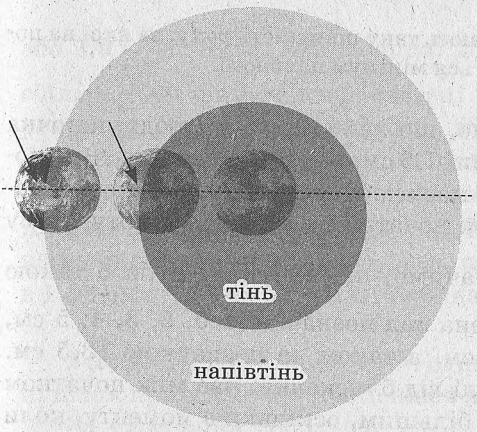


Рис. 2

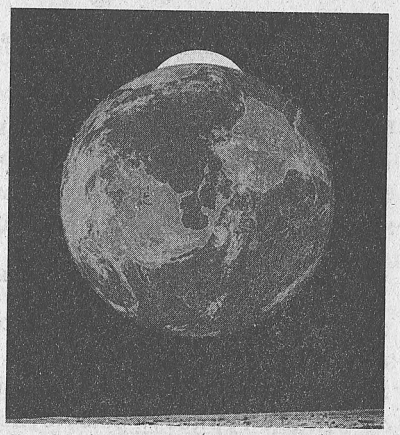


Рис. 3

В останньому випадку з Місяця спостерігатиметься повний диск Сонця неподалік від трохи підсвіченого з боку Сонця диска Землі. Але якщо придивитися до зображення в умові задачі, стає зрозуміло, що ми маємо справу з іншим випадком, коли Місяць перебуває на межі тіні й напівтіні. Річ у тім, що тінь є суцільною

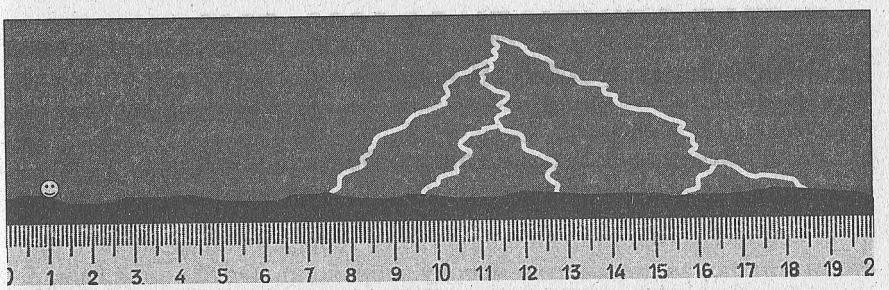
й однорідною, а густина напівтіні зменшується від центра до зовнішньої межі (подумайте самі, чому). Отже, з поверхні Місяця ми б побачили невисоко над горизонтом темний диск Землі, а над ним (згадайте, що ви стоїте на освітленій поверхні Місяця) виглядав би вузький, але дуже яскравий серп Сонця (*див. рис. 3*). При цьому розміри земного диска були б майже в чотири рази більші за розміри сонячного. Саме в стільки разів радіус Землі більший за радіус Місяця, а під час повного сонячного затемнення на Землі диск Місяця майже співпадає з диском Сонця. Отже, з Місяця ми б побачили часткове сонячне затемнення, приблизно таке, як зображено на останньому рисунку.

2 (8, 2013). Чверть шляху $\frac{l}{4}$ літак рухається із середньою швидкістю v, а три чверті шляху $\frac{3l}{4}$ із середньою швидкістю $v_к = 3v$. Отже, середня швидкість на всьому шляху й крейсерська швидкість дорівнюють:

$$v_с = \frac{l}{\frac{\frac{l}{4}}{v} + \frac{\frac{3l}{4}}{3v}} = 2v,\ v_к = 3v = 3\frac{v_с}{2} = 2100\ \frac{км}{год}.$$

Довідка. Крейсерською називають таку швидкість руху, за якої на подолання певної відстані витрачається мінімум пального.

3 (8, 2013). З рисунка видно, що найближча до людини точка блискавки перебуває на позначці 7,5 см, а найвіддаленіша — на позначці 18,5 см. З урахуванням масштабу відстань між цими позначками — 11 · 150 м. Отже, між початком і кінцем гуркоту грому мине час $\frac{11 \cdot 150}{330} = 5$ (с). Зазначимо, що відповідь була б такою ж, якби людина була зображена над позначками 0, 2, 3, 4, 5 см, аж впритул до позначки 7,5 см, а також за позначкою 18,5 см. Якщо людина їде на автомобілі від блискавки, час між початком та кінцем гуркоту грому буде більшим, оскільки з моменту, коли звук від позначки 7,5 см досягне автомобіля, той продовжуватиме «втікати» зі швидкістю $30\ \frac{м}{с}$ від звукового сигналу, що йде з позначки 18,5 см. Звук наздоганятиме автомобіль із відносною швидкістю $(330 - 30)\ \frac{м}{с} = 300\ \frac{м}{с}$ і наздожене через час $\frac{11 \cdot 150}{300} = 5{,}5$ (с).



4 (8, 2013). Об'єм алюмінію в кубі $V = a^3 - b^3 = (0{,}6^3 - 0{,}4^3)\ \text{м}^3 = 0{,}152\ \text{м}^3$. Маса $m = \rho_{Al} V = 410{,}4$ кг, а середня густина

$$\rho = \frac{m}{a^3} = 1900\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 1{,}9\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

Розрахунки значно спрощуються, якщо спочатку отримати відповідь у загальному вигляді:

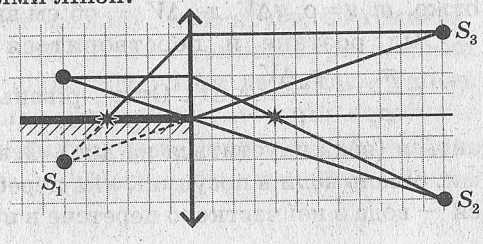
$$\rho = \frac{m}{a^3} = \rho_{Al}\frac{a^3 - b^3}{a^3} = \rho_{Al}\left(1 - \left(\frac{b}{a}\right)^3\right) = \rho_{Al}\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^3\right) =$$

$$= 2700\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{19}{27} = 1900\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3},$$

або $1{,}9\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Якщо куб нагріти, відстані між усіма його атомами збільшаться, включаючи відстані між атомами, що оточують порожнину. Отже, як це не дивно, збільшиться й об'єм порожнини. За нагрівання лінійні розміри збільшуються в $1 + \alpha t$ разів згідно з формулою $l = l_0(1 + \alpha t)$. Тоді об'єм збільшується в $(1 + \alpha t)^3$ разів. Для умов задачі це число $1{,}01^3 \approx 1{,}03$. Таким чином, середня густина куба зменшиться в 1,03 раза, а об'єм порожнини збільшиться в 1,03 раза, або на 3 %, що приблизно становить $1900\ \text{см}^3$.

5 (8, 2013). Три зображення: одне уявне S_1 у дзеркалі й два дійсні після проходження променями лінзи.

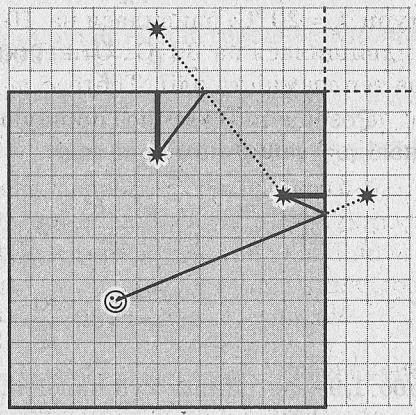
За утворення зображення S_2 промені безпосередньо проходять через відкриту частину лінзи. За утворення зображення S_3 промені спочатку відбиваються від дзеркала.



III ЕТАП ОЛІМПІАДИ ЗА 1999, 2003, 2005–2007 РОКИ, 8 КЛАС

XXXVI Всеукраїнська олімпіада. Область, 1999 р.

1 (8, 1999О). Для розв'язування задачі необхідно розглянути різні варіанти. Відстань визначається з теореми Піфагора (або просто лінійкою) за допомогою методу зображень. Оптимальний варіант руху наведений на рисунку. В одній клітинці десять метрів. Отже, відстань, яку необхідно пробігти до правого берега, а потім до вогнища (відстань до зображення вогнища), знаходимо з прямокутного трикутника зі сторонами 12 і 5 клітинок — 130 м. Далі біжимо до води й назад із другим відром: 40 м. Потім від першого вогнища біжимо до верхнього берега і з відром до другого вогнища (відстань від першого вогнища до зображення другого) — 100 м. Знову до води й назад із другим відром — 60 м. Загалом 330 м. Найменший час, необхідний для того, щоб погасити обидва вогнища,— 1 хв 26 с.



2 (8, 1999О). Маса повітря $m_{\text{п}} = \rho h_{\text{атм}} S = 5$ т. Масу води знайдемо, визначивши час падіння крапель $t = \dfrac{h_{\text{хм}}}{v}$ і кількість крапель, яка долетить до парасольки за час t і, отже, у цю мить перебуває між хмарою й парасолькою $N = \nu t = \dfrac{\nu h_{\text{хм}}}{v}$. Маса води $m_{\text{в}} = N m_0 = \dfrac{\nu m_0 h_{\text{хм}}}{v} = 1$ кг.

3 (8, 1999О). Зазначимо, що за рисунком $\rho_{\text{в}} > \rho_{\text{м}} > \rho_{\text{л}}$. Лід плаває, отже, $m_{\text{л}} g = \rho_{\text{м}} g \Delta V$, де ΔV — об'єм витісненої льодом олії.

Лід розтане й перетвориться на холодну воду об'ємом $\Delta V' = \dfrac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}} = \dfrac{\rho_{\text{м}} \Delta V}{\rho_{\text{в}}} < \Delta V$. Отже, рівень води в правій посудині знизиться (вода опуститься на дно). Оскільки посудини є сполученими, рівень води в посудині, яка перебуває ліворуч, також знизиться — вода з неї частково перетече в праву посудину.

4 (8, 1999О). Розглянемо всі можливі випадки. Якщо брати по одному резистору, можливі лише опори 1, 2, 3 Ом. Якщо брати по два резистори, можливі опори 3, 4, 5 Ом за послідовного з'єднання і $\frac{2}{3}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{3}{4}$ Ом за паралельного. Нарешті, скомбінуємо всі три резистори. Можливі опори: 6, $\frac{11}{5}$, $\frac{11}{4}$, $\frac{11}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{6}{11}$ Ом. Оскільки опір 3 Ом траплявся двічі, загалом маємо 16 різних опорів.

5 (8, 1999О). Згідно з умовою задачі, температура олії в першій посудині $t_1 = 60\,^\circ\text{C}$ після того, як у неї опустили кулю за температури $t_2 = 20\,^\circ\text{C}$, знизилася на $10\,^\circ\text{C}$ у той час, як температура кулі підвищилася на $30\,^\circ\text{C}$. Отже, теплоємність кулі в три рази менша за теплоємність олії. Тобто $c_м m_м (60\,^\circ\text{C} - 50\,^\circ\text{C}) = c_к m_к (50\,^\circ\text{C} - 20\,^\circ\text{C})$, $c_м m_м = 3 c_к m_к$. Тепер розглянемо випадок, коли кулі міняють місцями у два етапи.

1-й етап. Кулю з температурою $t_1 = 60\,^\circ\text{C}$ поміщають у другу посудину, де, крім олії за температури $t_2 = 20\,^\circ\text{C}$, перебуває ще одна куля. Після встановлення теплової рівноваги температура в другій посудині піднімається до деякого значення t_3. З рівняння теплового балансу $c_к m_к (t_1 - t_3) = c_м m_м (t_3 - t_2) + c_к m_к (t_3 - t_2) = 4 c_к m_к (t_3 - t_2)$ знаходимо $t_3 = \frac{t_1 + 4t_2}{5} = 28\,^\circ\text{C}$.

2-й етап. Кулю за температури $28\,^\circ\text{C}$ поміщають у першу посудину. Унаслідок теплообміну встановлюється температура t. З рівняння теплового балансу $c_к m_к (t - t_3) = c_м m_м (t_1 - t_2) = 3 c_к m_к (t_1 - t_2)$ знаходимо $t = \frac{3t_1 + t_3}{4} = 52\,^\circ\text{C}$.

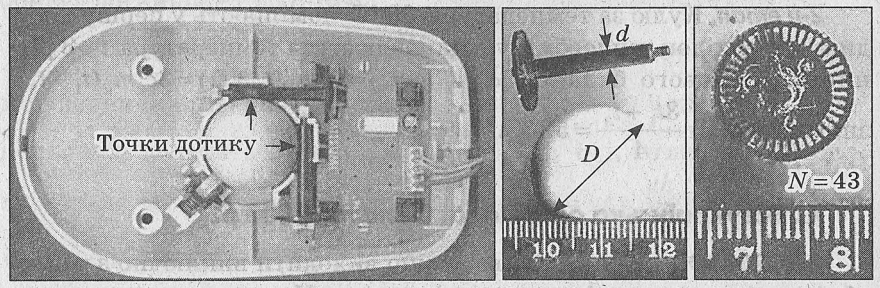
XL Всеукраїнська олімпіада. Область, 2003 р.

1 (8, 2003О). 11,25 г палива, якщо виходити виключно з теплообміну між паливом і казанком із водою. Це значення занижене, оскільки неминучі теплові втрати. По-перше, не вся кількість теплоти від палива передається казанку, а по-друге, за температури навколишнього повітря $-20\,^\circ\text{C}$, а за температури казанка близько $100\,^\circ\text{C}$ дуже велика віддача теплоти довкіллю. Також на точність відповіді може вплинути висота, на якій перебуває альпініст. Високо в горах зовнішній тиск повітря менший за атмосферний на рівні моря й вода закипає за температури, нижчої від $100\,^\circ\text{C}$.

2 (8, 2003О). Сила натягу лівої нитки $T_1 = m_a g\left(1-\frac{\rho_в}{\rho_а}\right) \approx 6{,}3$ Н. Сила натягу правої нитки $T_2 = mg + \rho_в ghS$. З умови рівноваги стрижня знаходимо: $h = \frac{m}{S}\left(\frac{1}{\rho_в} - \frac{2}{\rho_а}\right) \approx 2{,}6$ см (у формулі враховано, що $m_а = m$).

3 (8, 2003О). Для швидкого розв'язання подібних задач переходять у систему відліку, пов'язану з водою. Маємо нерухому баржу посередині довгого каналу-озера. Озером час руху в одному й зворотному напрямках буде однаковим, якщо, звісно, докладати однакових зусиль. Отже, Гек Фін плив 20 хвилин не тільки за течією, а й проти неї. Загалом 40 хвилин і 2 хвилини на розвертання. За 42 хвилини всієї розвідки баржа пропливла 2 км відносно берегів зі швидкістю течії $\frac{2}{42}\frac{\text{км}}{\text{хв}} \approx 2{,}86\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$.

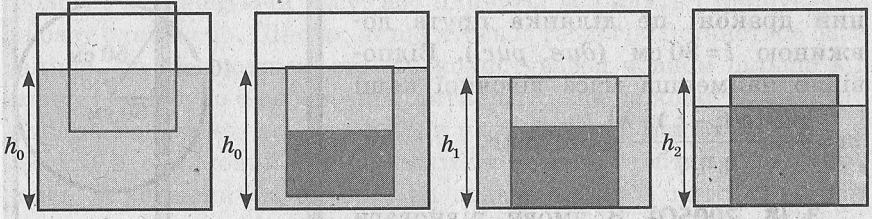
4 (8, 2003О). Коліщатко має $N = 43$ отвори. За його повороту на $\frac{1}{2N} = \frac{1}{86}$ частину від повного оберту максимальна освітленість фотоелемента зміниться на мінімальну — дуже зручно для реєстрації. Вважатимемо це тим мінімальним зрушенням, яке передається курсору на екрані. Вал коліщатка має діаметр $d = 3$ мм, а кулька, яка його дотикається й змушує рухатися, має діаметр $D \approx 23$ мм.



Отже, повороту на $\frac{1}{86}$ частину кола коліщатка відповідає поворот на $\frac{1}{86}\cdot\frac{d}{D}$ частину повного оберту кульки, яка при цьому прокочується відстань $\frac{d}{86\cdot D}\cdot\pi D = \frac{\pi d}{86}$ мм $\approx 0{,}1$ мм. Це і є чутливість комп'ютерної миші. Як бачимо, найбільш неточне внаслідок низької якості сканування значення $D \approx 23$ мм нам так і не знадобилося, що свідчить про доцільність спочатку робити теоретичні

розрахунки зі знаходженням формули в загальному випадку, а вже потім розпочинали вимірювання. За відсутності лінійки вимірювання зручно проводити за допомогою зошита, відмічаючи на краю аркуша рисками необхідні розміри, а потім зіставляючи їх із відповідним зображенням лінійки.

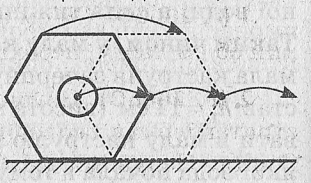
(8, 2003О). Перші 80 с мала каструля плавала, «виглядаючи» над рівнем води у великій каструлі, який не змінювався, оскільки об'єм зануреної частини тіла, що плаває, дорівнює об'єму витісненої води, а сила тяжіння, що діє на тіло, дорівнює силі Архімеда. Таким чином, у малу каструлю перелилося $m_1 = 1{,}6$ кг води. Потім мала каструля зачерпнула воду й стрімко пішла на дно. Рівень води став $h_1 = 11$ см (висота малої каструлі). Воду продовжували переливати в малу каструлю ще 20 с ($m_2 = 400$ г води), після заповнення якої вода почала в тому ж об'ємі переливатися назад, а рівень води набув остаточного значення $h_2 = 7$ см. Усі етапи зображені на схематичному рисунку.



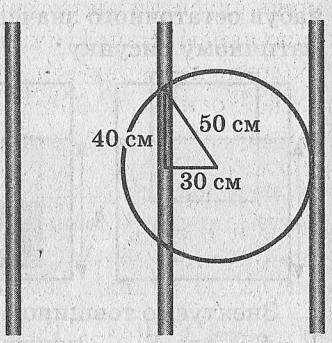
Знехтуємо товщиною стінок малої каструлі й знайдемо її об'єм $V = S_м h_1$, де $S_м$ — площа перерізу малої каструлі. У маленьку каструлю увійшла маса води $m_1 + \Delta m + m_2$, де $\Delta m = S_в(h_0 - h_1)$ перелилося під час занурення. Отже, $\rho S_м h_1 = m_1 + S_в(h_0 - h_1) + m_2$. На передостанньому етапі за 20 с із великої каструлі перелили в малу масу води $m_2 = \rho(S_в - S_м)(h_1 - h_2)$. З цих рівнянь і знаходимо площі перерізу малої й великої посудин $S_м = 210$ см^2 і $S_в = 310$ см^2, а також об'єм малої $V = S_м h_1 = 2310$ см^3. За мить до того, як мала каструля занурилася, сила Архімеда $\rho g V$ компенсувала силу тяжіння, що діяла на каструлю й масу води $m_1 = 1{,}6$ кг усередині неї. Звідси знаходимо масу металу малої каструлі $m = \rho V - m_1 = 710$ г. Типовий елемент, з якого виготовляють каструлі,— це залізо. Густина заліза, сталі $\rho_з = 7{,}8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Спробуйте тепер самостійно розв'язати цю задачу точно, не нехтуючи об'ємом стінок каструлі й вважаючи, що густина її матеріалу $\rho_з = 7{,}8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Наведемо відповіді: $m = \frac{78}{67} \cdot 710$ г ≈ 827 г, внутрішній об'єм малої каструлі $V \approx 2320$ см^3.

XLII Всеукраїнська олімпіада. Область, 2005 р.

1 (8, 2005О). Нагострений кінець олівця рухається вздовж дуг, які змінюють одна одну (*див. рис.*). Довжина такої дуги більша за довжину сторони олівця (і переміщення його нагостреного кінця) у $\frac{\pi}{3}$ рази. Переміщення долоні більше за переміщення нагостреного кінця олівця удвічі. Отже, шлях, який проходить нагострений кінець олівця, становить $\frac{\pi}{6}$ від переміщення долоні, тобто 2π см за 3 с (вважаємо, що через 3 с положення олівця аналогічне початковому). Середня швидкість руху кінця олівця — $\frac{2\pi}{3} \approx 2{,}1 \frac{\text{см}}{\text{с}}$.



2 (8, 2005О). Найменша кількість сталі, яку має розплавити вогнедишний дракон, це ділянка прута довжиною $l = 80$ см (*див. рис.*). Відповідно найменша маса вівсяної каші $m = \frac{\rho l S\left(c(t_2 - t_1) + \lambda\right)}{\eta_1 \eta_2 q} = 3{,}75$ кг.

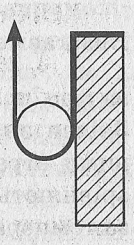


3 (8, 2005О). З умови рівноваги $F = \frac{mga}{2d}$. Сила буде найменшою, коли її плече d буде найбільшим: $F_{\min} = \frac{mg}{2\sqrt{2}} \approx 70$ Н. За малих коефіцієнтів тертя можливе проковзування куба. Оскільки плече сили можна зробити дуже малим, найбільша сила може бути дуже великою.

4 (8, 2005О). У першому випадку $t_1 = \frac{2L}{c}$, у другому $t_2 = \frac{2Lc}{c^2 - v^2}$, у третьому $t_3 = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}}$: $t_2 > t_3 > t_1$. Негативний результат дослідів Майкельсона й Морлі свідчить або про відсутність ефіру, або про те, що він захоплюється Землею й рухається разом із нею, як повітря.

5 (8, 2005О). Якщо басейн порожній і ми просто піднімаємо діжку, сила — 2 кН, робота — 8 кДж. Якщо ми робимо це з маленькими хитрощами (*див., наприклад, рис.*), силу можна зменшити у два рази. У два рази додатково дозволяє зменшити силу похила площи-

на довжиною 8 м. Робота, звісно, залишиться тією самою — 8 кДж. Після заповнення басейну водою всі сили й робота зменшуються у два рази за рахунок дії сили Архімеда. Щоправда, на останньому етапі, коли діжку витягають із води, знову відбудеться певне збільшення сил і роботи.



XLIII Всеукраїнська олімпіада. Область, 2006 р.

1 (8, 2006О). Об'єм айсберга — 1 000 000 м^3. Щоб розтопити такий об'єм льоду, необхідно витратити $Q = \lambda\rho V \approx 3\cdot 10^{14}$ Дж теплоти.

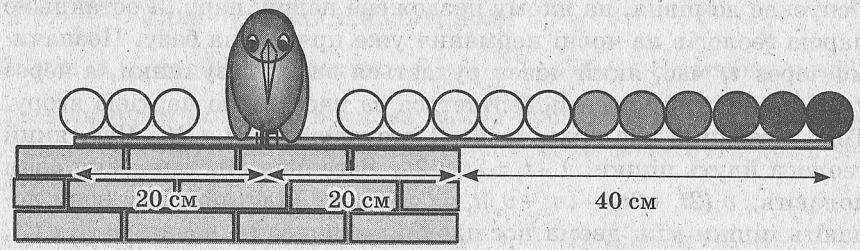
2 (8, 2006О). Найменший час — 6,5 години. За оптимальної стратегії руху геологи дістануться бази за півгодини до заходу Сонця. Надувний моторний човен, яким керує один із геологів, може спускати вниз течією двох людей, потім повертатися за іншою парою. Найоптимальнішим буде такий режим руху, коли всі геологи, не марнуючи часу, або пливуть, або йдуть і прибувають на базу одночасно. Дійсно, якщо хтось із геологів дістанеться бази раніше, це означатиме, що він користувався човном більше від інших і слід було б перерозподілити час човна на користь тих, хто відстає. Тоді виходить, що всі три пари геологів мають однаковий час іти й однаковий час спускатися човном, тобто першу пару човен із керманичем спускає на деяку відстань, потім повертає й уже нижче за течією зустрічає чотирьох геологів. Підбирає двох і спускає до рівня, на якому наздожене першу пару. З останньою парою геологів на човні керманич уже прямує на базу. Позначимо через t_1 час, який човен рухається вниз до зупинки, а через t_2 — час, який човен повертається за наступною партією вгору. Тоді загальний час руху човна (і геологів) $t = 3t_1 + 2t_2$. Час, який геологи йдуть пішки, $t - t_1 = 2t_1 + 2t_2$. Загальна відстань, яку вони долають, $v_г(2t_1 + 2t_2) + (v_ч + v_т)t_1 = l = 30$ км. Відстань, яку вони долають пішки між двома послідовними появами човна, $v_г(t_1 + t_2)$, можна розрахувати як різницю між відстанню, на яку спускається човен за один рейс, і відстанню, на яку він за цей час піднімається: $(v_ч + v_т)t_1 - (v_ч - v_т)t_2$. Прирівнюючи й враховуючи попереднє рівняння, знаходимо $t_1 = \frac{7}{6}$ год, $t_2 = 1{,}5$ год. Мінімальний час руху $t = 6{,}5$ год.

3 (8, 2006О). Сила струму буде більшою в $\frac{5}{3}$ раза на коротшій ділянки. Довжина коротшої ділянки $l = 1{,}5$ м, опір $R = \frac{\rho_\Omega l}{S}$.

Вважаємо, що кількість теплоти $Q=\dfrac{U^2S}{\rho_\Omega l}\tau$, що виділяється за час τ, повністю йде на нагрівання дроту: $Q=cm\Delta t=c\rho lS\Delta t$. Звідси знаходимо $\tau=2{,}1$ с. За високої температури дроту тепловими втрати нехтувати не можна, і за деякої температури вони зрівняються з тепловіддачею струму. Якщо ця температура менша за температуру плавлення, ніхром так і не почне плавитися.

4 (8, 2006О). Між температурою плавлення льоду 32 °F і температурою кипіння води 212 °F вміщується 180 °F. Отже, на один градус Цельсія припадає 1,8 °F. Для переведення в градуси Фаренгейта треба скористатися формулою $t\,(°\text{F})=32+1{,}8t\,(°\text{C})$. Тепер виражаємо $t(°\text{C})$: $t\,(°\text{C})=\dfrac{5}{9}\big(t\,(°\text{F})-32\big)$. 451° за Фаренгейтом приблизно дорівнює 233 °C.

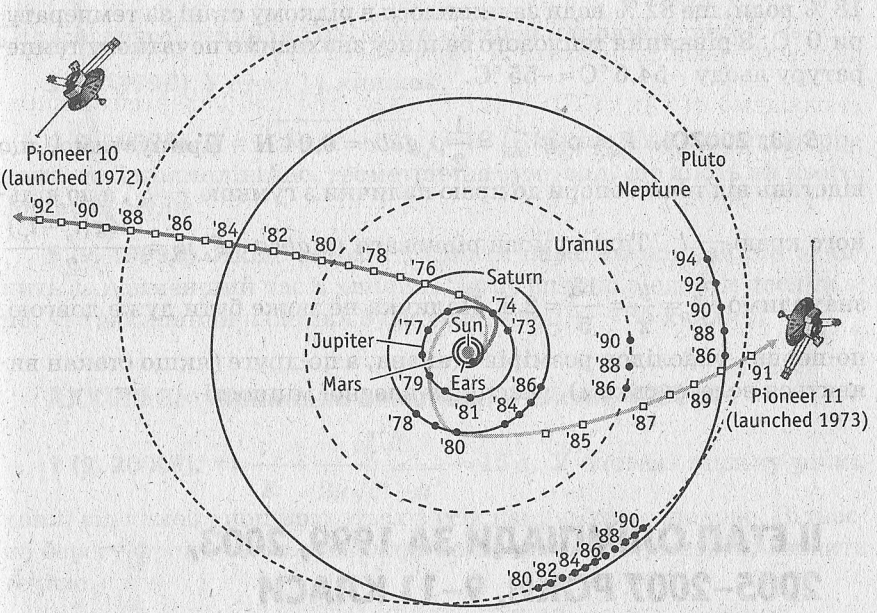
5 (8, 2006О). $N_{\min}=6$, $N_{\max}=14$ (скільки вміститься). На рисунку шість горобців, що забезпечують перевертання палички, позначені темними кружечками (тим темнішими, чим більший внесок у момент сили дають). Якби найвіддаленіший від ворони горобець сів не на край палички, а так, щоб навпроти краю був край його крила (змістився в бік ворони на 2,5 см), $N_{\min}$ збільшилося б до восьми. Зауважимо, що для $N_{\min}=6$ цьому горобцю можна не сидіти на самому краю в незручній позі, а змістити свій центр на 8,3 мм у бік ворони.



XLIV Всеукраїнська олімпіада. Область, 2007 р.

1 (8, 2007О). 12,4 $\dfrac{\text{км}}{\text{с}}$. 2007 року «Піонер» перебуватиме на відстані 90 а. о. від Сонця. Для знаходження року старту будемо брати відстань 19 а. о. («Піонер» стартував із Землі, а не із Сонця), відраховуючи назад від 1980 р. За розрахунками старт відбувся в 1972–1973 рр. Відповіді на запитання задачі не можуть бути точними, оскільки космічний апарат рухався нерівномірно (від-

даляючись від Сонця, він має зменшувати швидкість) і непрямолінійно в напрямку від Сонця. Більше того, для додаткового розгону використовувалося гравітаційне поле планет-гігантів (*див. рис.*). З урахуванням сказаного не можна не дивуватися достатньо високій точності, з якою ми знайшли відповіді на поставлені запитання. Висновок: якщо у вас не виходить якась задача, розв'яжіть її в спрощеному варіанті — повірте, це краще, ніж нічого. Так часто вчиняють навіть у «серйозній» фізиці: розв'язують спрощені, модельні задачі й аналізують результат, щоб зрозуміти, що слід врахувати наступного разу.



2 (8, 2007О). $H = h + \dfrac{m}{\rho(S_1 - S_2)}$. Каструлю з водою утримують сила тиску на рівні гумової поверхні й вертикально спрямована сила реакції опори, що діє на край каструлі. Коли за рахунок збільшення сили тиску сила реакції опори зменшиться до нуля, вода почне знизу виливатися. Перед цим моментом умова рівноваги сил $\rho g H S_1 = mg + \rho\big(hS_1 + (H-h)S_2\big)g$ дає відповідь на запитання задачі. Можна вчинити інакше й розглянути рівновагу однієї каструлі. У критичний момент відриву вгору на каструлю діє тільки сила тиску — на її горизонтальну частину площею $S_1 - S_2$ (дно без дірки). Отже, $\rho g(H-h)(S_1 - S_2) = mg$, звідки отримуємо ту саму відповідь.

3 (8, 2007О). 3 кг. Робота, яку зазвичай виконує моторчик, $Pt_1 = m_1 gh$. У день, коли Малюк пригостив Карлсона варенням, $Pt_2 = m_2 gh$. Віднімемо від другого рівняння перше й отримаємо $m = \dfrac{Pt}{gh} = 3$ кг.

4 (8, 2007О). Оскільки об'єм збільшився, вода частково замерзла (якби замерзла вся вода, рівень піднявся б на $\dfrac{25}{9}$ см $\approx 2{,}8$ см, що більше, ніж 0,5 см). На лід за температури 0 °С перетворилися 18 % води, ще 82 % води залишилося в рідкому стані за температури 0 °С. З рівняння теплового балансу знаходимо початкову температуру льоду $-54{,}6$ °С ≈ -55 °С.

5 (8, 2007О). $F_A = \rho_в g V_{зан} = \dfrac{1}{2}\rho_в gabc = 0{,}04$ Н. Припустимо, що відстань від точки опори до краю палички з гумкою — l_x, а до вільного краю — l_y. Тоді з умови рівноваги $(\rho_г abcg - F_A)l_x = \dfrac{Mg(l_y - l_x)}{2}$ знаходимо $\dfrac{l_y}{l_x} = \dfrac{y}{x} = \dfrac{13}{5} = 2{,}6$. Паличка не може бути дуже довгою, по-перше, унаслідок розмірів стакана, а по-друге (якщо стакан виявиться велетенським), унаслідок власної міцності.

II ЕТАП ОЛІМПІАДИ ЗА 1999, 2003, 2005–2007 РОКИ, 9–11 КЛАСИ

9 клас

XXXVII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 1999 р.

1 (9, 1999Р). $l \approx \sqrt{2Rh} + \sqrt{2RH} \approx 64$ км. Проводимо дотичну до поверхні Землі, яка з'єднує верхівки антен.

2 (9, 1999Р). Можливі дві відповіді: 0,125 м і $\left(1 + \dfrac{2}{\sqrt{5}}\right)$ м $\approx 1{,}9$ м. Під час другої секунди тіло може змінити напрямок руху.

3 (9, 1999Р). Необхідно прикласти силу 26 Н. Загалом 15 книжок.

4 (9, 1999Р). $F=\sqrt{3^2+4^2+12^2}\ \text{Н}=13\ \text{Н}$.

5 (9, 1999Р). Спіралі треба з'єднати паралельно. Чайник закипить за 8 хвилин.

XXXVII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 1999 р.

1 (9, 1999Д). $l\approx\sqrt{2Rh}+\sqrt{2RH}\approx 56\ \text{км}$.

2 (9, 1999Д). Можливі дві відповіді: 0,25 м і $\left(2+\frac{4}{\sqrt{5}}\right)\text{м}\approx 3{,}8\ \text{м}$. Під час другої секунди тіло може змінити напрямок руху.

3 (9, 1999Д). У стосі 14 книжок.

4 (9, 1999Д). $F=\sqrt{3^2+4^2+12^2}\ \text{Н}=13\ \text{Н}$. Якщо тіло рухається рівномірно й прямолінійно, геометрична сума сил, що діють на нього, дорівнює нулю.

5 (9, 1999Д). Якщо спіралі з'єднати паралельно, чайник закипить за найменший час 8 хвилин. Якщо спіралі з'єднати послідовно, час закипання чайника буде найбільшим — 85 хвилин.

XXXVIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2000 р.

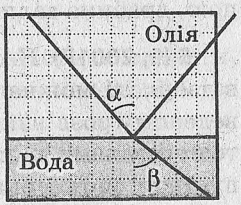
1 (9, 2000Р). $t=\frac{v_0}{g}+\frac{v_0^2\sqrt{3}}{2g\sqrt{c^2-u^2}}\approx 15\ \text{с}$. У системі відліку річки хвилі від каменя поширюються в усіх напрямках однаково. Відносно берегу фронт хвилі у вигляді кола, що розширюється, зносить течією.

2 (9, 2000Р). Електроенергія 0,2 кіловат-години в СІ — це добуток потужності й часу: $P\tau=0{,}2\cdot 10^3\ \text{Вт}\cdot 3600\ \text{с}\approx 720\ \text{кДж}$. У повітря виділяється додаткова кількість теплоти $Q=\rho V(c_в\Delta t_{20}+\lambda+c_л\Delta t_{10})+P\tau\approx 1160\ \text{кДж}$.

3 (9, 2000Р). $n=6$. Обираємо цілий корінь.

4 (9, 2000Р). $\frac{m_{ал}}{m_{св}}=\frac{1-\frac{2\rho_{вода}}{3\rho_{св}}}{1-\frac{\rho_{вода}}{\rho_{ал}}}=1{,}45$.

5 (9, 2000Р). Промінь частково відбивається, а частково заломлюється. Із закону заломлення



світла й значення $\sin\alpha = \frac{6}{\sqrt{5^2+6^2}}$ (*див. рис. на с. 171*) знаходимо, що $\sin\beta = \frac{5}{\sqrt{5^2+6^2}}$, тобто $\sin\beta = \cos\alpha$. Отже, кут заломлення дорівнює куту між падаючим променем і поверхнею розподілу олії й води (*див. рис.*). Подальший хід променя будуємо за клітинками.

XXXVIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2000 р.

1 (9, 2000Д). $t = \frac{\sqrt{2}v_0}{g} + \frac{v_0^2}{g\sqrt{c^2-u^2}} \approx 17$ с, якщо $c > u$. В іншому випадку хвиля не досягне того місця на березі, з якого хлопчик кинув камінь. *Див. коментар до розв'язку задачі 1 (9, 2000Р).*

2 (9, 2000Д). $Q = \rho V(c_в \Delta t_{20} + \lambda + c_л \Delta t_{10}) + P\tau \approx 940$ кДж.

3 (9, 2000Д). $n = 11$.

4 (9, 2000Д). $\frac{m_д}{m_к} = \frac{\frac{\rho_{вода}}{\rho_к} - 1}{\frac{2\rho_{вода}}{3\rho_д} - 1} = 28{,}5$.

5 (9, 2000Д). *Див. розв'язок задачі 5 (9, 2000Р).*

XXXIX Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2001 р.

1 (9, 2001Р). У 24 рази.

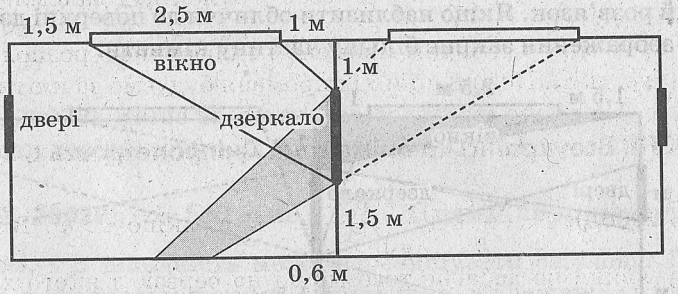
2 (9, 2001Р). Якщо застосувати метод дзеркальних відображень, зрозуміло, що задача еквівалентна іншій: влучити в м'яч, що лежить на відстані 22,5 м. Існують дві траєкторії руху з однаковою початковою швидкістю. Згідно з умовами задачі, їм відповідають кути 15° і 75°.

3 (9, 2001Р). Можливі дві відповіді: 11 і 60 В.

4 (9, 2001Р). Розумна мавпа повинна прикладати силу 75 Н вниз, і тоді, якщо не дуже розумна мавпа виявиться сильною й терплячою, драбина залишиться горизонтальною й рух не зупиниться.

5 (9, 2001Р). На рисунку сірим виділена частина кімнати, з якої в дзеркалі можна побачити вікно повністю. Зауважимо, що в наведеному розв'язку не враховані розміри дзеркала й вікна за висотою, оскільки вони відсутні в умові задачі. Наприклад, якщо припустити, що дзеркало не тикається підлоги, можна лягти під нього

й вікна в ньому не побачити. Нарешті, якщо наблизити обличчя до поверхні дзеркала, власне зображення може закрити більшу частину зображення вікна.



XXXIX Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2001 р.

1 (9, 2001Д). Для того, щоб розв'язати цю задачу, необхідна просторова уява й певна ерудиція або кмітливість.

$$\upsilon = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi l \sin\alpha}{T} = \frac{\pi l}{T} \approx \frac{\pi \cdot 4 \cdot 365 \cdot T \cdot c}{T} = 1460\pi \cdot 300\,000 \frac{\text{км}}{\text{с}} \approx 1{,}4 \cdot 10^9 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

Те, що швидкість виявилася більшою за швидкість світла, припустимо, оскільки ця швидкість не пов'язана з реальним рухом зір.

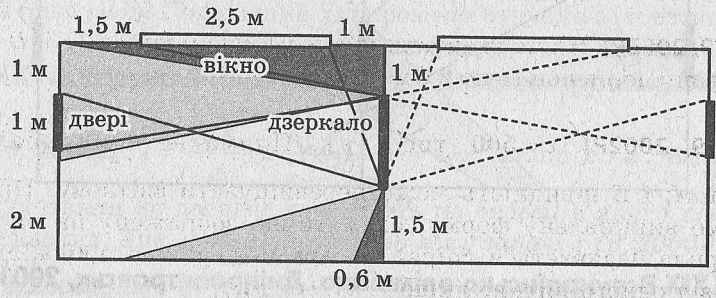
2 (9, 2001Д). Якщо знехтувати висотою шланга над рівнем землі, легко знайти, що кут, під яким бізнесмен спрямовував шланг для того, щоб дальність поливу була максимальною, дорівнює $45°$. Отже, швидкість води у верхній точці траєкторії $\upsilon = \upsilon_0 \cos 45°$, де початкова швидкість $\upsilon_0 = \sqrt{gL}$. Об'єм води, який виходить зі шланга, за такий самий час проходить через площу перерізу S у верхній точці траєкторії. Вважаючи, що витрати води за одиницю часу під час поливу не змінювалися, маємо $S = \dfrac{\Delta V\sqrt{2}}{\Delta t\sqrt{gl}} \approx 1{,}5\ \text{см}^2$.

3 (9, 2001Д). $U_3 = 10$ В.

4 (9, 2001Д). 12,5 см.

5 (9, 2001Д). На рисунку світло-сірим виділені частини кімнати, з яких не видно або дверей, або вікна. Їхній перетин має темно-сіре забарвлення й дає відповідь на запитання задачі: з якої частини кімнати не видно ні вікна, ні дверей. Зауважимо, що в наведеному розв'язку не враховані розміри дзеркала, вікна й дверей за висотою,

оскільки вони відсутні в умові задачі. Наприклад, якщо припустити, що дзеркало не дотикається до підлоги, можна лягти під нього й ні вікна, ні дверей у ньому не побачити. Нарешті, є ще один незвичний розв'язок. Якщо наблизити обличчя до поверхні дзеркала, власне зображення закриє більшу частину кімнати.



XL Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2002 р.

1 (9, 2002Р). Автомобіль зупиниться через час $t = 4\frac{1}{6}$ с, який є меншим, ніж 5 секунд. За $\frac{5}{6}$ секунди після зупинки водій навряд чи встигне кудись від'їхати. Отже, через 5 секунд автомобіль опиниться на відстані $S \approx 2$ м за інспектором ДАІ. У задачах на сповільнений рух завжди бажано знайти час, через який тіло зупиниться, а інколи й відстань до точки зупинки. Якщо сила гальмування пов'язана із силами тертя або опору, після зупинки рух продовжуватися не буде.

2 (9, 2002Р). $m = \frac{F_1 - F_2}{2g} = 250$ г, $F_3 = \sqrt{F_1 F_2} = 6$ Н.

3 (9, 2002Р). $F = \frac{\rho g h^2 l}{2\sin\alpha} = \rho g h^2 \approx 2500$ Н. Для визначення сили F_B слід скористатися умовою статичної рівноваги. Щоб ця сила була мінімальною, необхідно спрямувати F_B перпендикулярно до пластини. Оскільки гідростатичний тиск збільшується з глибиною лінійно, для визначення моменту сили гідростатичного тиску можна скористатися аналогією з моментом сили тяжіння, який діє на трикутну пластинку. У цьому випадку сила прикладається до центра мас, який перебуває на перетині медіан, тобто на відстані $\frac{1}{3}$ висоти від сторони. Отже, момент сили гідро-

статичного тиску дорівнює $M = F\dfrac{h}{3\sin\alpha} = \dfrac{2}{3}\rho g h^3 l$, а мінімальна сила, яку слід прикласти в точці B, щоб утримувати пластину, $F_B = \dfrac{2}{3}\dfrac{\rho g h^3 l}{H} - \dfrac{\sqrt{3}}{4}mg \approx 500$ Н.

4 (9, 2002Р). Якщо вважати, що додаткові опори в C і D однакові, вони дорівнюють по 2 Ом кожен.

5 (9, 2002Р). $v = 500$ тис. $\dfrac{\text{км}}{\text{с}}$. Пляма не є матеріальним об'єктом, і її швидкість може перевищувати світлову. Промінь матиме викривлену форму, схематично зображену на рисунку. Ця крива називається спіраллю Архімеда й має рівновіддалені один від одного витки, якщо вимірювати відстань між ними вздовж радіуса. У нашому випадку така відстань дорівнює добутку швидкості світла на період обертання лазера.



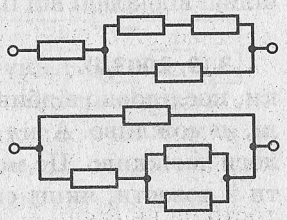
XL Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2002 р.

1 (9, 2002Д). Оскільки час підйому — 1,25 с, шлях за другу секунду руху складається зі шляху вгору й вниз. $l \approx 3{,}1$ м.

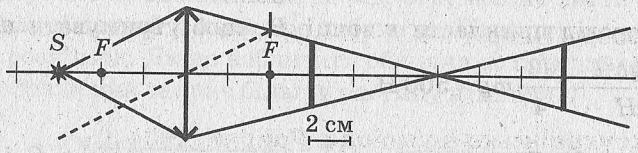
2 (9, 2002Д). $v = \pi\dfrac{\text{м}}{\text{с}} \approx 3{,}14\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

3 (9, 2002Д). Сила тиску спрямована вправо й дорівнює $F = \dfrac{3}{8}\rho g h^2 l \approx 300$ Н. Мінімальна сила, яку слід прикласти в точці В, щоб утримувати пластину, дорівнює $F_B = \dfrac{7}{48}\dfrac{\rho g h^3 l}{H} \approx 76$ Н.

4 (9, 2002Д). Загальний опір, який відповідає умові задачі, може мати два значення: $\dfrac{5}{3}$ і $\dfrac{3}{5}$ Ом. Використовуючи метод еквівалентних замін (*див. коментарі до розв'язку задачі 4 (11, 2007Д)*) або простим добиранням знаходимо відповідні з'єднання резисторів.



5 (9, 2002Д). Можливі два положення екрана: на відстані 6 і 18 см.



XLI Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2003 р.

1 (9, 2003Р). Згідно із законами Ньютона, Земля рухається назустріч кулі (падає на кулю) з прискоренням $10^{-23}\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Сила опору повітря сповільнює взаємний рух тіл.

2 (9, 2003Р). Котушка рухається праворуч зі швидкістю $v = 5\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$. Максимальне прискорення $a = \frac{(v_1 + v_2)^2}{4r^2} R = \frac{9}{16}\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \approx 0{,}56\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ мають точки котушки, найбільш віддалені від її осі.

3 (9, 2003Р). $l = \frac{2}{3}\frac{v_0^2}{g} \approx 15\ \text{м}$.

4 (9, 2003Р). $m = \frac{\pi d^2 l \rho}{4} \approx 170\ \text{г}$.

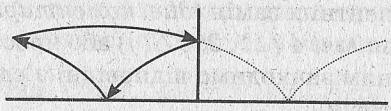
5 (9, 2003Р). $U_2 = 42\ \text{В}$.

XLI Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2003 р.

1 (9, 2003Д). Через 4 секунди.

2 (9, 2003Д). Котушка рухається ліворуч зі швидкістю $0{,}5\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$. Максимальне прискорення $0{,}0175\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ мають точки котушки, найбільш віддалені від її осі.

3 (9, 2003Д). Кинути м'яча так, щоб він повернувся назад у руки, послідовно відбившись один раз від стінки, а другий — від стелі, неможливо. А від стінки й підлоги можливо. Це можна побачити й довести, якщо скористатися, наприклад, методом відображень.



4 (9, 2003Д). 1) $0{,}5g \approx 4{,}9\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. 2) $a = g\sqrt{3{,}25 - 3\sin\alpha}$.

5 (9, 2003Д). Напруга $U_0 = 4U = 280$ В, опір одного резистора — 100 Ом.

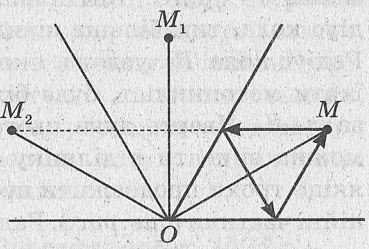
XLII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2004 р.

1 (9, 2004Р). Максимальна відстань, яку повинен перелетіти м'яч від краю діжки до протилежного берега, дорівнює $l = (50 - 20 - 2)$ м $= 28$ м. Мінімальною швидкість на поверхні буде в тому випадку, коли її напрямок утворює кут $\alpha = 45°$ із горизонтом. $l = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{v^2}{g}$, отже, $v = \sqrt{gl} \approx 17\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Щоб так кинути м'яч, хлопчик повинен відійти від берега на відстань, трохи меншу за 6 метрів (оскільки він кидає його не з поверхні, а з висоти власного зросту) і кинути зі швидкістю дещо меншою, ніж $17\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

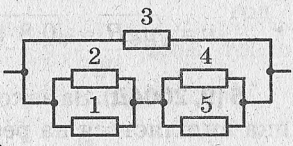
2 (9, 2004Р). $F = \sqrt{2}mg = 28$ Н. Сила спрямована під кутом $45°$ до горизонту.

3 (9, 2004Р). $r = r_3\left(\frac{T}{T_3}\right)^{2/3} \approx 25$ млн км.

4 (9, 2004Р). Найпростіше скористатися методом дзеркальних відображень. З'єднуємо пунктирною прямою початкову точку і її друге зображення (*див. рис.*). Відображаємо цей найкоротший уявний шлях у реальний світ й отримуємо рівнобічний трикутник. Шлях уздовж нього буде найменшим. Відповідний час $t = 6$ с $+ 34{,}9$ с ≈ 41 с.



5 (9, 2004Р). Еквівалентна схема має вигляд, зображений на рисунку.



Струм через перший резистор дорівнює

$$I_1 = \frac{UR_2(R_4 + R_5)}{R_1R_2(R_4 + R_5) + R_4R_5(R_1 + R_2)} = 0{,}088 \text{ А}.$$

Значення опору третього резистора для розв'язування задачі не потрібне.

XLII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2004 р.

1 (9, 2004Д). $v_{\min} = \dfrac{a\sqrt{g}}{\sqrt{2(H-h)}} = 21\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_{\max} \approx 37\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$. Перевірка показує, що у випадку подачі м'яча з найбільшою горизонтальною швидкістю (уздовж діагоналі майданчика) він не зачіпає сітки.

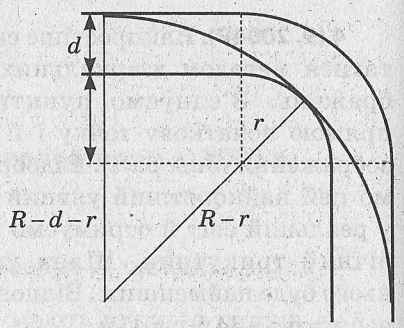
2 (9, 2004Д). До стрижня слід прикладати силу

$$F = g\sqrt{(m_1+m_2)^2 + m_1^2} = 50\ \text{Н}$$

під кутом $\alpha = \operatorname{arctg}\dfrac{m_1+m_2}{m_1} = \operatorname{arctg}\dfrac{4}{3} \approx 53°$ до горизонту.

3 (9, 2004Д). Супутник рухається на висоті $h = 3R = 19\,200$ км над поверхнею Землі. У момент часу, коли супутник проходить над Північним полюсом, сигнали з нього можуть бути прийняті на північних широтах $\alpha \geq \arcsin\dfrac{1}{4} \approx 14{,}5°$. На рисунку слід зобразити супутник і дотичні, що проходять від нього до Землі.

4 (9, 2004Д). Під час руху вздовж кола радіусом R силою, що забезпечує доцентрове прискорення $a = \dfrac{v^2}{R}$, є сила тертя, максимальне значення якої $\mu N = \mu mg$. Отже, з другого закону Ньютона маємо $v = \sqrt{\mu gR}$. Чим більший радіус кола, тим більша швидкість. Радіус кола R, уздовж якого має їхати мотоцикліст, буде більшим за $r+d$. Чверть дуги цього кола можна вписати в ділянку траси, якщо трохи продовжити прямолінійні частини (*див. рис.*). Радіус кола $R = r + (2+\sqrt{2})d \approx r + 3{,}4d = 49$ м, а максимальна швидкість



$$v = \sqrt{\mu gR} \approx \sqrt{0{,}8 \cdot 9{,}8 \cdot 49}\ \frac{\text{м}}{\text{с}} = \sqrt{4^2 \cdot 4{,}9^2}\ \frac{\text{м}}{\text{с}} = 19{,}6\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

5 (9, 2004Д). За законом Джоуля — Ленца кількість теплоти ΔQ, яка виділяється на реостаті за час Δt, дорівнює $\Delta Q = UI\Delta t$. Добуток $I\Delta t$ — це заряд Δq, який проходить через поперечний переріз провідника за час Δt. На наведеній залежності $I(t)$ заряд чисельно дорівнює площі під графіком. Отже, щоб знайти кількість теплоти, яка виділяється за 8 секунд, необхідно відповідне чисельне

значення площі під графіком помножити на $U = 12$ В. Зазначимо, що можна брати будь-які 8 секунд часу, оскільки залежність $I(t)$ має вигляд функції з періодом 8 с. Розглянемо, наприклад, проміжок часу із сьомої до чотирнадцятої секунди включно. Площу під графіком знайдемо, віднявши від площі прямокутника площу півкола. З урахуванням розмірностей маємо:

$$q = 2\ \text{А} \cdot 8\ \text{с} - \frac{1}{2}\pi \cdot 1\ \text{А} \cdot 4\ \text{с} = (16 - 2\pi)\ \text{Кл}.$$

Кількість теплоти $Q = 24(8 - \pi)\ \text{Дж} \approx 117\ \text{Дж}$.

XLIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2005 р.

1 (9, 2005Р). $h = v\sqrt{(t_1 + t_2)^2 - t_1^2} = 2640\ \text{м} \approx 2{,}6\ \text{км}$.

2 (9, 2005Р). $v_{\max} = \sqrt{\dfrac{\pi G\rho}{3}}\, d \approx 7{,}5\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

3 (9, 2005Р). 6,25 мкН. $E_1 = 16{,}2\ \text{Дж}$, $E_2 \approx 1\ \text{Дж}$ (вважаємо, що початкова швидкість тіла дорівнює нулю).

4 (9, 2005Р). $m_1 : m_2 : m_3 = 3 : 1 : 2$.

5 (9, 2005Р). $P = \dfrac{(P_1 + P_3)P_2}{P_1 + P_2 + P_3} \approx 533\ \text{Вт}$. 29,5 хв. Теплові втрати залежать від багатьох факторів, зокрема від різниці температур води й довкілля, площі поверхні посудини й теплопровідності її стінок, наявності кришки тощо. З підвищенням температури теплові втрати збільшуються, і, якщо вони зрівняються з кількістю теплоти, що підводиться до посудини, подальше зростання температури припиниться. Отже, з огляду на невелику потужність системи кип'ятильників вода може так і не закипіти.

XLIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2005 р.

1 (9, 2005Д). Оцінимо швидкість дорослої людини у $5\ \dfrac{\text{км}}{\text{год}}$, а час, за який Сонце піднімається на $0{,}5°$,— у $\dfrac{1}{720}$ доби, тобто у 2 хвилини. Тоді стадій $l = vt \approx 170\ \text{м}$.

2 (9, 2005Д). $g = \dfrac{GM}{R^2} = \dfrac{4}{3}\pi G\rho R \approx 0{,}0112\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

$$v_{\max} = 2R\left(\sqrt{\frac{\pi G\rho}{3}} + \frac{\pi}{T}\right) \approx 18\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

3 (9, 2005Д). Спочатку кулька перебувала на відстані 4,3 м від коробки на спільному з коробкою перпендикулярі до похилої площини. Під час падіння кулька весь час має однакову з коробкою складову швидкості вздовж схилу, тож швидкість коробки від того, що в неї влучила кулька, не зміниться.

4 (9, 2005Д). Відношення мас $m_1 : m_2 : m_3 = 3:1:2$ однакове для обох випадків.

5 (9, 2005Д). $P = \dfrac{(P_1 + P_3)P_2}{P_1 + P_2 + P_3} \approx 533$ Вт. Якщо знехтувати тепловими втратами й теплоємністю посудини, для того, щоб довести до кипіння 3 л води, знадобиться більше 33,5 хвилини. Насправді за такої малої потужності вода може зовсім не закипіти. Зі збільшенням температури води потужність теплових втрат зростає й може досягти значення 533 Вт за температури, меншої за 100 °C.

XLIV Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2006 р.

1 (9, 2006Р). $t = 3\pi \approx 9{,}4$ с. Припустимо, що лівий ковзан має меншу швидкість, а правий — більшу. За однаковий час лівий ковзан проїде півдуги кола радіусом R, а правий — півдуги кола радіусом $R + l$. Тоді

$$\begin{cases} v_п t = \pi(R + l), \\ v_л t = \pi R. \end{cases}$$

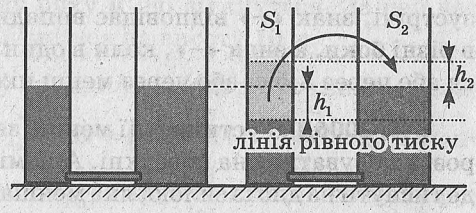
Віднімаючи від першого рівняння друге, знаходимо

$$t = \frac{\pi l}{v_п - v_л} = 3\pi \approx 9{,}4 \text{ с}.$$

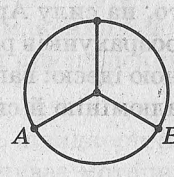
2 (9, 2006Р). $l_{max} = 7{,}5$ м. Час t_h, необхідний м'ячу, щоб впасти з висоти $H = 5$ м, дорівнює $t_h = \sqrt{\dfrac{2H}{g}} = 1$ с. Але шлях $H = 5$ м, який пролітає м'яч за секунду, не буде найбільшим. Рух м'яча нерівномірний. За рівні проміжки часу він пролітає тим більшу відстань, чим більшу швидкість має. Найбільша швидкість м'яча поблизу поверхні. Тому розіб'ємо секунду на дві половини: півсекунди перед ударом і півсекунди після. Такий розподіл секунди є найоптимальнішим, у чому легко переконатися, побудувавши графік залежності швидкості від часу й порівнявши площі під графіком. Падаючи зі стану спокою, м'яч за півсекунди пролітає відстань $h = \dfrac{gt^2_{1/2}}{2} = 1{,}25$ м. Отже, за наступні півсекунди польоту до удару

він пролетить відстань $H-h=3{,}75$ м. Після удару, часом якого ми нехтуємо, за півсекунди він пролетить ще 3,75 м. Загалом 7,5 м.

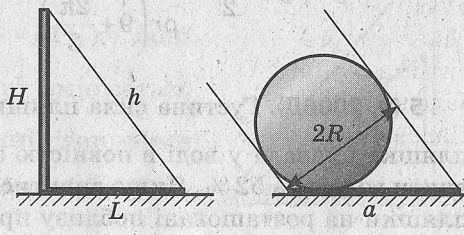
3 (9, 2006Р). За розв'язання таких задач використовують дві ідеї: 1. Закон збереження маси, наслідком якого для рідин є збереження об'єму. 2. У сполучених посудинах з однаковою рідиною на однаковій висоті тиск однаковий. Зручно також розташувати поряд два рисунки: до й після того, як долили олію. У нашому випадку закон збереження маси води, яка з першої посудини потрапила в другу, дає $S_1h_1=S_2h_2$. Тиск у першій посудині на лінії рівного тиску $p_{атм}+\dfrac{mg}{S_1}$, у другій $p_{атм}+\rho_в g(h_1+h_2)$. Прирівнюючи тиски, розв'язуємо систему з двох рівнянь і знаходимо $h_2=\dfrac{m}{\rho_в(S_1+S_2)}$, $p_2=\dfrac{mg}{S_1+S_2}+\rho_в gH_0\approx 5{,}3$ кПа. Як бачимо, додатковий гідростатичний тиск $\dfrac{mg}{S_1+S_2}$ можна було отримати навіть усно, розподіливши вагу олії на загальну площу двох посудин.



4 (9, 2006Р). Через вертикальний «радіус» струм не йтиме, оскільки точки, до яких він під'єднаний, рівновіддалені від A і B і мають однакові потенціали. Вилучаємо цей дріт зі схеми й отримуємо три паралельні з'єднання з опорами: $R_1=2\dfrac{\rho r}{S}$ (два послідовні радіуси), $R_2=\dfrac{2\pi}{3}\dfrac{\rho r}{S}$ (нижня дуга кола) і $R_3=\dfrac{4\pi}{3}\dfrac{\rho r}{S}$ (верхня дуга кола). Загальний опір $R=\dfrac{4\pi}{2\pi+9}\dfrac{\rho r}{S}\approx 18$ мОм.



5 (9, 2006Р). 50 см × 40 см. Для розв'язання цієї задачі необхідні рисунки. Позначимо довжину тіні м'яча в площині рисунка через a. З подібності трикутників знаходимо $a=2R\dfrac{\sqrt{H^2+L^2}}{H}=50$ см (*див. рис.*). У перпендикулярному до площини рисунка напрямку максимальний



розмір тіні дорівнюватиме діаметру м'яча $b = 2R = 40$ см. Тінь м'яча матиме форму еліпса — розтягнутого кола.

XLIV Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2006 р.

1 (9, 2006Д). $s = vt = \sqrt{v_к^2 + v_{Бк}^2}\, t = 65$ м.

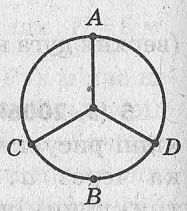
2 (9, 2006Д). Автомобілі можуть проїжджати один повз одного декілька разів, доки, набравши великої швидкості, не злетять із кільцевої траси. У загальному випадку відповідь можна виразити такою формулою:

$\tau = t_1 \sqrt{\dfrac{n}{\dfrac{a_2}{a_1} \pm 1}} = t_1 \sqrt{\dfrac{n}{3 \pm 1}}$, де $n = 1, 2, 3, \ldots$ — порядковий номер зустрічі, знак «+» відповідає випадку, коли автомобілі запустили в різні боки, а знак «−», коли в один. Так перша зустріч відбудеться або через 3,5 с, або через менш ніж 5 с.

3 (9, 2006Д). Густина олії менша за густину води, отже, олія буде розташовуватися на поверхні. Алюміній, навпаки, опуститься й буде тиснути на дно із силою, яка менша за силу тяжіння, що діє на нього, на силу Архімеда. Найпростіше розв'язання задачі не вимагає розрахунків рівнів рідини, оскільки пов'язане з наступною загальною ідеєю: вага всього, що є в посудинах, дорівнює сумі сили тиску алюмінію й сили гідростатичного тиску на дно, звідки знаходимо

$$p = \rho_в g h + \frac{m_{ол} g + \dfrac{\rho_{ал}}{\rho_в} m_{ал} g}{S_1 + S_2} \approx 2890 \text{ Па}.$$

4 (9, 2006Д). З'єднуючи точки C і D (точки рівного потенціалу), отримаємо еквівалентну схему, звідки знаходимо сили струмів через радіуси:



$$I_C = I_D = \frac{I_A}{2} = \frac{2US}{\rho r \left(9 + \dfrac{2\pi}{3}\right)} \approx 0{,}82 \text{ А}.$$

5 (9, 2006Д). Густина скла пляшки — $2500 \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Для того, щоб пляшка плавала у воді в повністю зануреному стані, її слід заповнити водою на 52 %. Якщо дивитися скрізь скло заповненої водою пляшки на розташовані поблизу предмети, пляшка наче виконує

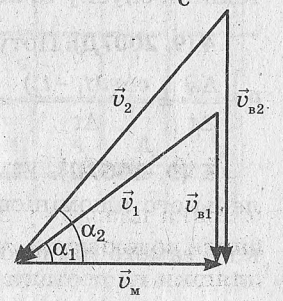
роль лінзи й збільшує розміри в напрямку, перпендикулярному до своєї осі. Коли пляшка занурена у воду, вона здається дещо збільшеною й менш зануреною, ніж насправді.

XLV Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2007 р.

1 (9, 2007Р). Через секунду руху перший тенісний м'яч матиме швидкість $5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ і перебуватиме на відстані 10 м від другого, який тільки почне рух зі швидкістю $15\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Час, через який після цього м'ячі зіткнуться, легко знайти, поділивши відстань 10 м між ними на відносну швидкість $10\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ (у системі відліку, що падає з прискоренням вільного падіння, м'ячі рухаються рівномірно та прямолінійно). Отже, ще через секунду руху м'ячі зіткнуться. За цей час другий м'яч, як і перший, підніметься на висоту 10 м.

2 (9, 2007Р). Максимальну швидкість мають точки свердла, найбільш віддалені від осі: $v_{\max} = \omega r = \pi\nu d \approx 0{,}47\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Їхнє доцентрове прискорення $a = \omega v_{\max} = 2\pi\nu v_{\max} \approx 44{,}4\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Якщо свердло рухатиметься з деякою сталою швидкістю, значення максимальної швидкості зміниться, а прискорення — ні (значення прискорення в інерціальних системах відліку однакове).

3 (9, 2007Р). Скористаємося законом додавання швидкостей. Відносна швидкість вітру (швидкість вітру, яку відчуває мотоцикліст) $\vec{v} = \vec{v}_{\text{в}} - \vec{v}_{\text{м}}$ (*див. рис.*). У першому випадку $v_{\text{в}1} = 30\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, відносна швидкість $v_1 = \sqrt{v_{\text{м}}^2 + v_{\text{в}1}^2} = 50\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ спрямована під кутом $\alpha_1 = \operatorname{arctg}\frac{3}{4} \approx 37^\circ$ до лінії руху. У другому випадку $v_{\text{в}2} = 50\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, відносна швидкість $v_2 = \sqrt{v_{\text{м}}^2 + v_{\text{в}2}^2} \approx 64\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ спрямована під кутом $\alpha_2 = \operatorname{arctg}\frac{3}{4} \approx 51^\circ$ до лінії руху. Відносна швидкість вітру змінюється від 50 до $64\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, а відповідний напрямок вітру, який відчуває мотоцикліст, відповідно від 37° до 51°.



4 (9, 2007 Р). Теплові втрати за температури відра близько 90 °С дорівнюють 800 Вт. $m = \dfrac{P\tau_{хв}}{c\Delta t} = \dfrac{80}{7}$ кг $\approx 11{,}4$ кг. Температура води у відрі знизиться на 1 °С через хвилину.

5 (9, 2007 Р). 1 А.

XLV Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2007 р.

1 (9, 2007Д). Із закону збереження енергії знаходимо $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} \approx 1 \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$. Із закону збереження маси для стаціонарного процесу робимо висновок, що будь-який переріз за однаковий час перетинає однакова маса речовини $\Delta m = \rho \Delta V = \rho S v \Delta t$. Тобто $\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2$ — рівняння неперервності. Для рідини, цівка якої звужується за рахунок сил поверхневого натягу, а густина залишається незмінною, рівняння неперервності спрощується: $S_1 v_1 = S_2 v_2$. Для струменя піску, площа перерізу якого залишається незмінною, $\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2$. Отже, $\dfrac{\rho_1}{\rho_2} = \dfrac{v_2}{v_1} = 100$.

2 (9, 2007Д). $\dfrac{9^\circ}{\text{с}}$.

3 (9, 2007Д). $a = g - \dfrac{T}{m} \approx 1{,}1 \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Швидкість Пеппі перед приземленням $v = \sqrt{2ah} \approx 6{,}7 \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$. Це як зістрибнути з висоти 2 м 20 см. Якщо Пеппі з такої самої площі простирадл зробила б більш широку, але коротшу смугу, яка могла б витримати її вагу, довжина цієї смуги виявилася б на 2 м 20 см коротшою, ніж потрібно. У момент приземлення Пеппі мала б таку саму швидкість $v \approx 6{,}7 \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$. Звісно, розв'язуючи задачу, ми не враховували зріст Пеппі, особливості її техніки спуску та наявність вузлів на мотузці.

4 (9, 2007Д). Потужність батареї

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta \tau} = \frac{c\Delta m(t_1 - t_2)}{\Delta \tau} = \frac{c\rho \Delta V(t_1 - t_2)}{\Delta \tau} = \frac{c\rho S v \Delta \tau (t_1 - t_2)}{\Delta \tau} = c\rho S v (t_1 - t_2) = 630 \text{ Вт}.$$

5 (9, 2007Д). Відношення опору маленького алюмінієвого циліндра до такого самого мідного $\dfrac{R_{Al}}{R_{Cu}} = \dfrac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = \dfrac{28}{17}$, а початковий загальний опір



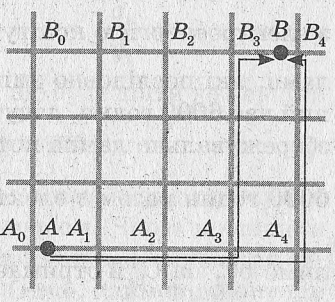
$2{,}5R_{Al} + 2{,}5R_{Cu} = R_0 = 1$ Ом. Звідси знаходимо опори маленьких циліндрів та опір паралельного з'єднання $R \approx 38$ мОм.

XLVI Всеукраїнська олімпіада. 2008 р.

1 (9, 2008). $I = 10$ А, паралельно.

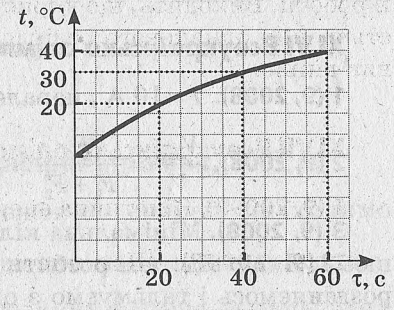
2 (9, 2008). $\frac{V_{зан}}{V} = \frac{F_1}{F_1 + F_2}$.

3 (9, 2008). Мінімальна кількість поворотів під час руху дорівнює 2. Якщо відстань розбити на дві ділянки, на кожній із яких ми розганяємось і гальмуємо з однаковим прискоренням, загальний час буде тим більшим, чим симетричнішим буде це розбиття (у цьому легко переконатися, побудувавши графік залежності швидкості від часу). Тому в нашому випадку достатньо порівняти час руху вздовж траєкторій $AA_1A_2B_3B$ та $AA_1A_2A_3A_4B_4B$. Спочатку таксі розганяється з прискоренням $a = 2\ \frac{м}{с^2}$ і за час $t_1 = 4$ с досягає швидкості $v_1 = 8\ \frac{м}{с}$, долаючи шлях $S_1 = 16$ м. Далі воно продовжує розганятися з цим прискоренням до деякої максимальної швидкості, після чого гальмує до $v_1 = 8\ \frac{м}{с}$, щоб пройти поворот. Отже, половину шляху, що залишився до повороту, таксі долає за деякий час t, значення якого знаходимо з квадратного рівняння $l = v_1 t + \frac{at^2}{2}$. Час проходження першої прямолінійної ділянки $t_1 = t_1 + 2t$. Час $t = \frac{t_{II}}{2}$ проходження половини вертикальної (*див. рис.*) прямолінійної ділянки буде однаковим для обох траєкторій: $l_{120} = v_1 t + \frac{at^2}{2}$. Після розрахунків знаходимо, що мінімальний час руху 40,62 с відповідає довшій траєкторії $AA_1A_2A_3A_4B_4B$. Оскільки рух уздовж ліній $AA_1A_2A_3A_4B_4B$ та $AA_0B_0B_1B_2B_3B$ потребує однакового часу, відповідь не зміниться, якщо спочатку таксі почне рухатися не вправо, а вліво.



4 (9, 2008). Беремо декілька моментів часу, наприклад 20, 40 і 60 с, і з рівняння теплового балансу розраховуємо температури.

Відповідні точки переносимо на графік і з'єднуємо їх лінією (*див. рис.*). Можна знайти аналітичний вираз залежності температури від часу. Якщо час τ підставляти у хвилинах, температура визначатиметься за формулою $t = \dfrac{1+3\tau}{1+\tau} \cdot 20\ ^\circ\text{C}$. Спробуйте отримати її самостійно й проаналізувати випадок, коли воду продовжують доливати.



τ, с	0	20	40	60
t, °C	20	30	36	40

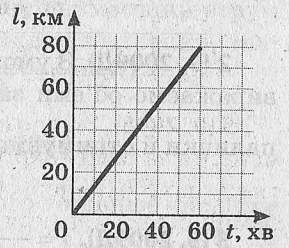
5 (9, 2008). Згідно з умовою, ККД лампи розжарювання в 5 разів менший за ККД енергозбережувальної лампи. Навіть якщо припустити, що ККД енергозбережувальної лампи — майже 100 %, ККД лампи розжарювання не перевищує 20 %. Відповісти на запитання: «У скільки разів вигідніше користуватися енергозбережувальними лампами?» — можна дати, якщо знати співвідношення між вартістю лампи й вартістю електроенергії. Якщо вартість електроенергії протягом терміну служби лампи значно більша за вартість самої лампи, тоді економія буде в 5 разів більшою: замість 75-ватної лампи розжарювання використовуємо 15-ватну енергозбережувальну лампу. Якщо уявити неймовірно дешеву електроенергію, тоді в $\dfrac{7{,}5}{6} = 1{,}25$ раза вигідніше користуватися лампами розжарювання. Але такої дешевої електроенергії насправді немає. Припустимо, що вартість $C_{\text{розж}}$ однієї 75-ватної лампи розжарювання дорівнює x годинам споживання нею електроенергії. Тоді за час своєї служби вона 1000 годин освітлюватиме приміщення й разом з електроенергією коштуватиме $C_1 = C_{\text{розж}}\left(1 + \dfrac{1000}{x}\right)$. Шість таких ламп, які послідовно змінюють одна одну й забезпечують загальний час 6000 годин, дадуть стільки ж світла, скільки одна енергозбережувальна лампа потужністю 15 Вт. Її ціна за термін служби 6000 годин разом з електрикою буде $C_2 = C_{\text{розж}}\left(7{,}5 + \dfrac{6000}{5x}\right)$. Поділимо $6C_1$ на C_2 й отримаємо коефіцієнт економії: $\dfrac{4x+4000}{5x+800}$. Його значення змінюється від 0,8 до 5 і ніколи не дорівнює 30, як могло б здатися за поквапного розв'язання. Згідно з наявними тарифами

на електроенергію, можна вважати, що в Україні в середньому лампа розжарювання коштує, як електроенергія за 100–200 годин її роботи. Виходить, що користування лампами розжарювання для створення однакового освітлення приблизно в 3 рази економічно вигідніше.

XLVII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2009 р.

1 (9, 2009Р). Кінетична енергія дівчини більша в 1,6 раза.

2 (9, 2009Р). Швидкість автобуса — $50\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$. Швидкість автомобіля — $80\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$. Графік залежності пройденого автомобілем шляху наведений на рисунку. Якщо зобразити обидва графіки поряд, їхня точка перетину відповідатиме обгону.



3 (9, 2009Р). За початкову температуру цеглини беремо середнє арифметичне значення температур найбільш гарячого та найбільш холодного її боків: $m_c = \dfrac{cm_ц \cdot 110\ ^\circ\text{C}}{\lambda} = 1{,}2$ кг.

4 (9, 2009Р). Позначимо через x відстань від шуканої точки до першого заряду й прирівняємо сили Кулона з боку першого та другого зарядів на третій заряд, розташований у цій точці: $\dfrac{kq_1q_3}{x^2} = \dfrac{kq_2q_3}{(l-x)^2}$. Після скорочення головне — не задати собі зайвої роботи, підносячи до квадрата, розв'язуючи квадратне рівняння, а потім аналізуючи, який із розв'язків слід обрати й чому. Просто беремо квадратний корінь і отримуємо $l - x = \sqrt{\dfrac{q_2}{q_1}}\,x = 2x$, звідки й знаходимо $x = \dfrac{l}{3} = 30$ см. Загальна сила, що буде діяти на перший заряд із боку другого й третього, дорівнює нулю.

5 (9, 2009Р). Найбільший струм проходитиме через провідник AB, який безпосередньо з'єднаний із джерелом. Через провідник CC_1 струм узагалі не йтиме, оскільки провідник розташований симетрично по відношенню до точок A і B. Отже, найменший струм дорівнюватиме нулю. Вилучаючи провідник CC_1 зі з'єднання, знаходимо загальний опір 8 Ом та загальну силу струму 1,5 А.

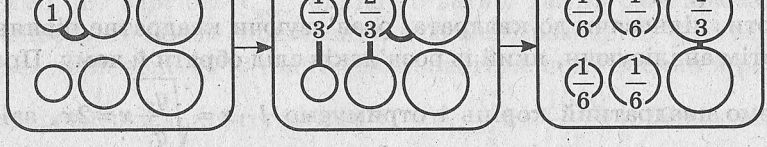
XLVII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2009 р.

1 (9, 2009Д). Найпростіше розв'язати задачу за допомогою кутової швидкості. Кутова швидкість першого автомобіля $\omega_1 = \frac{v_1}{R_1}$, другого — $\omega_2 = \frac{v_2}{R_2}$. Початковий кут між R_1 і R_2 автомобілі подолають за час $t = \frac{\frac{\pi}{2}}{\omega_1 + \omega_2} \approx 2{,}42$ с.

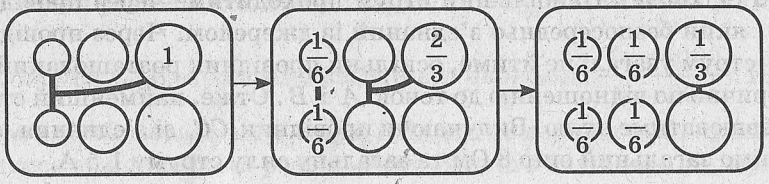
2 (9, 2009Д). З умови рівноваги в першому та другому випадках виражаємо об'єми занурених частин, додаємо, скорочуємо об'єм палички й отримуємо $\rho = \frac{\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \approx 0{,}474 \ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

3 (9, 2009Д). $t = -\frac{\lambda}{c_{Al}} \frac{\rho_л(\rho_{ал} - \rho_в)}{\rho_{ал}(\rho_в - \rho_л)} = -2125$ °С. До такої температури охолодити алюміній неможливо.

4 (9, 2009Д). Якщо спочатку заряджена кулька радіусом 1 см, з'єднуємо її з кулькою радіусом 2 см. Заряд розподіляється у відношенні 1:2. Далі заряджену кульку радіусом 2 см з'єднуємо одночасно ще з однією такою самою, але незарядженою кулькою й кулькою радіусом 4 см. На рисунку показані послідовності з'єднань і результати.



Якщо спочатку заряджена кулька радіусом 2 см, з'єднуємо її з кулькою радіусом 1 см, і далі все повторюється. Нарешті, якщо спочатку заряджена кулька радіусом 4 см, з'єднуємо її з кулькою радіусом 2 см і далі, як показано на другому рисунку.



Запропонований алгоритм можна використати, навіть якщо одночасно дозволено з'єднувати лише дві кульки. Досягти такого ж результату, як за одночасного з'єднання трьох кульок можливо, якщо багато разів з'єднувати ці кульки попарно. Щоразу потенціали кульок вирівнюватимуться й перерозподіл зарядів буде все ближчим до випадку одночасного з'єднання трьох кульок.

5 (9, 2009Д). Найбільший струм ітиме через провідник AA_1, який безпосередньо з'єднаний із джерелом. Через провідники BC і B_1C_1 струм узагалі не йтиме, оскільки вони розташовані симетрично по відношенню до точок A і A_1. Отже, найменший струм дорівнюватиме нулю. Вилучаючи ці провідники зі з'єднання, знаходимо загальний опір 30 Ом та загальну силу струму 0,4 А.

XLVIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2010 р.

1 (9, 2010Р). Час руху дзеркал одне до одного дорівнює час руху променя. $l = vt = 30\,000$ км.

2 (9, 2010Р). Земля перехоплює сонячну енергію площею свого диска. Потужність, яку вона при цьому отримує, $P = 0{,}63\pi R^2 u \approx 1{,}1 \cdot 10^{17}$ Вт у $\dfrac{P}{P_{\text{АЕС}}} \approx 18$ млн разів більше за проектну потужність Чорнобильської АЕС.

3 (9, 2010Р). $\Delta t = \dfrac{\Delta t_1 \Delta t_2}{0{,}6\Delta t_1 + 0{,}4\Delta t_2} = 50\ ^\circ\text{C}$.

4 (9, 2010Р). Щоб маленькі кульки відштовхувалися, вони повинні мати однойменні заряди. Наприклад, з'єднуємо кульки, після чого заряд на кожній із них стане $q = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл. Далі віддаляємо на відстань $r = q\sqrt{\dfrac{k}{F}} = 6$ см. Або заземляємо один із зарядів, наприклад q_2, а вже потім з'єднуємо кульки й віддаляємо на відстань 12 см.

5 (9, 2010Р). Загальний опір — 12,32 Ом. 1) Якщо випаяти перший резистор, опір становитиме 28 Ом, якщо випаяти четвертий — приблизно 12,7 Ом. 2) Якщо закоротити четвертий (п'ятий) резистор, опір становитиме $\dfrac{220}{21}$ Ом $\approx 10{,}5$ Ом, якщо закоротити шостий резистор, опір дорівнюватиме $\dfrac{88}{15}$ Ом $\approx 5{,}9$ Ом.

XLVIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2010 р.

1 (9, 2010Д). З рисунка початкового положення людини і її тіні на стіні будинку й положення через деякий час, враховуючи подібність трикутників, знаходимо, що тінь буде рухатися вниз по стіні зі швидкістю $v_т = 0{,}4v_л = 40\dfrac{\text{см}}{\text{с}}$.

2 (9, 2010Д). Згідно з умовою, показники динамометра під час зважування зануреного стрижня зменшилися на 36 % порівняно зі зважуванням у повітрі. Це означає, що на стрижень із боку води й олії діють дві сили Архімеда — $\rho_в V_в g$ і $\rho_м V_м g$, які в сумі дорівнюють $0{,}36mg = 0{,}36\rho_{Al} V_{Al} g$. Отже,

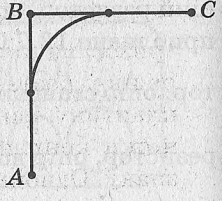
$$0{,}36\rho_{Al} V_{Al} g = \rho_в V_в g + \rho_м V_м g = \rho_в V_в g + \rho_м (V_{Al} - V_в) g = (\rho_в - \rho_м) V_в g + \rho_м V_{Al} g.$$

Звідки знаходимо, що $\dfrac{V_в}{V_{Al}} = \dfrac{0{,}36\rho_{Al} - \rho_м}{\rho_в - \rho_м} = 0{,}72 = 72\,\%$.

3 (9, 2010Д). $c = \dfrac{c_1\rho_1 + c_2\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \approx 167\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$.

4 (9, 2010Д). Третю кульку із зарядом $q_3 = 8q_1$ слід розташувати на відстані 1 м від точки A на лінії, яка з'єднує перші два заряди, по інший бік від заряду q_2. Тобто, заряд q_3 поміщаємо у точку на відстані 1,5 м від першого заряду, 1 м від точки A і 0,5 м від другого заряду незалежно від того, додатними є заряди q_1 і q_3 чи від'ємними.

5 (9, 2010Д). Зазначимо, що через ділянки у вигляді чвертей кола, які найближчі до крайніх точок A і C, струм не йтиме (щоб переконатися, достатньо поставити собі запитання: «Якщо йтиме, то в якому напрямку?»). Для відповіді на запитання задачі про силу струму, що проходитиме через точку B, достатньо розглянути одну половину паралельного з'єднання (*див. рис.*). Загальний опір ділянки $R + \dfrac{rR}{r+R}$, де R — опір однієї сторони квадрата, а r — опір чверті кола. Для знаходження опорів скористаємося тим, що сума опорів квадрата й кола дорівнює опору всього дроту R_0, а відношення опорів — відношенню довжин:



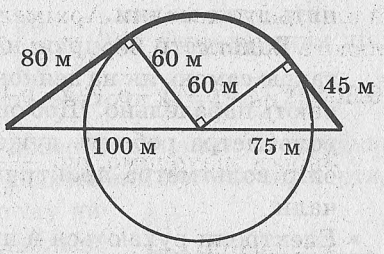
$$\begin{cases} 4R + 4r = R_0, \\ \dfrac{R}{r} = \dfrac{4}{\pi}. \end{cases}$$

Розв'язуючи систему, знаходимо $r=\frac{\pi}{4}R$, $R=\frac{R_0}{4+\pi}$. Потім визначаємо загальну силу струму на AC, напругу на паралельній ділянці, після чого — струм через точку B: $I_B=\frac{\pi(4+\pi)}{2(2+\pi)}\frac{U}{R_0}\approx 4{,}36$ А.

XLIX Всеукраїнська олімпіада. 2011 р.

1 (9, 2011). $Q=4{,}2\cdot 10^5$ Дж, $t=35$ хв.

2 (9, 2011). Для того, щоб час був найменшим, необхідно бігти по дотичній до берега озера. При цьому виявляється, що прямолінійні ділянки траєкторії разом із радіусами утворюють катети подібних прямокутних трикутників із співвідношенням сторін 3:4:5. Найменший час $t=(25+6\pi)$ с ≈ 44 с.



3 (9, 2011). $q_1=\pm 1$ мкКл, $q_2=\mp 1$ мкКл, $I\approx 6{,}7$ мА.

4 (9, 2011). Оскільки вода не виллється, показники динамометра збільшаться на силу Архімеда $F_A\approx 6{,}4$ Н, яка «підтримує» гирю.

5 (9, 2011). Узимку довжина дроту менша, отже, період також буде меншим і маятник робитиме більшу кількість коливань за той самий час. $\alpha=\frac{N_2^2-N_1^2}{N_2^2+N_1^2}\frac{1}{\Delta t}\approx 1{,}67\cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$.

L Всеукраїнська олімпіада. 2012 р.

1 (9, 2012)

- Металеві пелюстки фольги заряджаються однойменно й відштовхуються. За кутом, на який вони розходяться, можна визначити величину заряду, що перед цим було передано.
- Будь-яке заряджене тіло, наприклад наелектризована лінійка, викликає перерозподіл зарядів у розташованому поряд незарядженому клаптику паперу. Ближче до зарядженої лінійки концентруються заряди протилежного знаку. Однойменні заряди відштовхуються від



лінійки й концентруються далі. За рахунок того, що відстань від лінійки до зарядів протилежного знаку менша, ніж відстань до однойменних зарядів, сила притягання перевищує силу відштовхування.

- Умикання вимірювальних приладів не має змінювати розподіл струмів у схемі, адже нам необхідно дізнатися, що відбувається в ній у штатному режимі, коли прилади відсутні.

Амперметр вимірює силу струму. Щоб увесь струм проходив через амперметр, його підключають послідовно. Щоб зміна опору схеми при цьому була несуттєвою, опір амперметра роблять дуже малим.

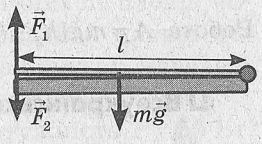
Вольтметр вимірює напругу. Щоб напруга на ньому була такою самою, як на деякому елементі схеми, вольтметр підключають паралельно. Щоб опір схеми при цьому не змінився, опір вольтметра роблять дуже великим. Струм через величезний опір вольтметра практично не йде, наче нічого й не підключали.

- Електрони рухаються в провіднику під дією електричного поля. Вони розганяються, зіштовхуються з атомами й віддають їм набрану кінетичну енергію. Знову розганяються, знову зіштовхуються й знову віддають енергію. За рахунок таких зіткнень атоми починають більш активно рухатися, що відповідає більшій температурі — провідник гріється.
- 2012 року Нобелівська премія з фізики була присуджена за дослідження в галузі мікросвіту. Зокрема, Серж Арош і Девід Джей Вайнленд отримали нагороду 1,1 млн доларів за експериментальні дослідження поодиноких частинок, що дозволяє маніпулювати їхньою поведінкою, зокрема, використовувати під час створення квантових комп'ютерів і дуже точних вимірювальних приладів.

2 (9, 2012). Позначимо довжину одного кола через l, кількість кіл, які зробить менш тренований спортсмен,— через N, а його швидкість — через v. Тоді більш тренований пробіжить $N+\frac{1}{2}$ кола зі швидкістю $1{,}1v$. Час такого бігу — $\frac{\left(N+\frac{1}{2}\right)l}{1{,}1v}=\frac{Nl}{v}$. Після скорочення знаходимо $N=5$. Отже, за час, протягом якого менш тренований спортсмен пробігає 5 кіл, більш тренований пробігає на півкола більше. Тоді на одне коло більше він пробіжить за удвічі більший час і подолає при цьому 11 повних кіл навколо стадіону.

3 (9, 2012). Поколотий лід має температуру $0\ ^\circ\text{C}$. Густина льоду менша за густину олії, і спочатку він буде плавати. Оскільки температура на вулиці трохи вища за $0\ ^\circ\text{C}$, лід буде потроху танути, а вода, що має густину, більшу за густину олії, збиратися знизу нього у вигляді краплі. Коли середня густина льоду разом з утвореною водою досягне густини олії, лід повністю зануриться й далі почне разом із краплею води тонути. Визначимо масу льоду $m_в$, яка перетвориться при цьому на воду. Середня густина залишку льоду з утвореною водою дорівнює густині олії $\rho_о = \dfrac{m}{V_в + V_л} = \dfrac{m}{\dfrac{m_в}{\rho_в} + \dfrac{m - m_в}{\rho_л}}$, звідки знаходимо $m_в = m\dfrac{\rho_в}{\rho_о}\dfrac{\rho_о - \rho_л}{\rho_в - \rho_л} = \dfrac{20}{23}$ г. Для перетворення цієї маси льоду на воду необхідна кількість теплоти $Q = \lambda m_в \approx 291$ Дж.

4 (9, 2012). Коли ми намагаємося повернути кришку ноутбука, в її осі за рахунок сил тертя виникає додатковий момент сил тертя, який заважає тій рухатися. У першому випадку, коли ми піднімаємо кришку, докладаючи вгору силу $F_1 = 5$ Н (*див. рис.*), моменту цієї сили протидіють моменти сили тяжіння й сил тертя: $F_1 l = \dfrac{mgl}{2} + M_{терт}$. У другому випадку, коли ми опускаємо кришку, прикладаючи вниз силу $F_2 = 3$ Н, моментам цієї сили й сили тяжіння протидіє тільки момент сил тертя: $F_2 l + \dfrac{mgl}{2} = M_{терт}$.

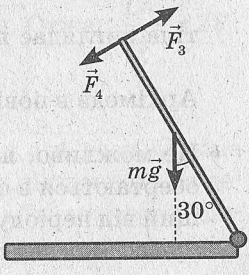


З цих двох рівнянь знаходимо $mg = F_1 - F_2 = 2$ Н і $M_{терт} = (F_1 + F_2)\dfrac{l}{2}$. Якщо взяти $g = 10\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$, маса кришки дорівнюватиме 200 г.

Розглянемо тепер друге положення кришки ноутбука. Враховуючи, що в прямокутному трикутнику катет навпроти кута 30° удвічі менший за гіпотенузу, знаходимо, що плече сили тяжіння вчетверо менше за довжину кришки (*див. рис.*).

Вважатимемо, що момент сил тертя не змінюється під час нахилу кришки. Тоді умови статичної рівноваги (правила моментів) набувають вигляду:

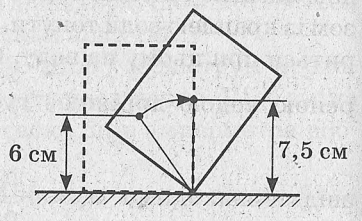
$$\begin{cases} F_3 l = \dfrac{mgl}{4} + M_{терт}, \\ F_4 l + \dfrac{mgl}{4} = M_{терт}. \end{cases}$$



Підставляючи отримані раніше вирази, знаходимо

$$\begin{cases} F_3 = \dfrac{3F_1 + F_2}{4} = 4{,}5 \text{ Н}, \\ F_4 = \dfrac{3F_2 + F_1}{4} = 3{,}5 \text{ Н}. \end{cases}$$

5 (9, 2012). $\rho = \dfrac{m}{abc} \approx 1850 \ \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.



Щоб тиск був найбільшим, цеглину треба поставити на найменшу грань $p = \dfrac{mg}{bc} \approx 4630$ Па. Навколо найдовшого ребра цеглину можна перевернути з більшої грані на середню або навпаки. У другому випадку робота буде меншою. Щоб перевернути цеглину (*див. рис.*), необхідно підняти її центр мас із висоти 6 см на висоту $\sqrt{(6 \text{ см})^2 + (4{,}5 \text{ см})^2} = 7{,}5$ см. Робота $A = mg(h_2 - h_1) = 5 \cdot 10 \cdot 0{,}015$ Дж $= 0{,}75$ Дж.

LI Всеукраїнська олімпіада. 2013 р.

1 (9, 2013)

- $\dfrac{1}{3F} + \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{F}$, $f = \dfrac{3}{2}F = \dfrac{3}{2D} = 25$ см.
- $l = l_0(1 + \alpha(t - t_0))$, $\dfrac{d - d_0}{d_0} \cdot 100\,\% = \alpha(t - t_0) \cdot 100\,\% = 0{,}34\,\%$, якщо за товщину взяти діаметр d. Якщо під товщиною розуміти площу перерізу, то відповідь буде приблизно удвічі більшою.
- 1250 кПа (вважаємо, що легковий автомобіль має чотири колеса).
- Можна вважати, що густина тіла людини приблизно дорівнює густині прісної води. Навіть у прісному озері декому вдається не тонути, лежачи на спині (при цьому лише незначна частина тіла виглядає над поверхнею). Тоді об'єм учня $V = \dfrac{m}{\rho_в}$, а сила Архімеда в повітрі $F_A = \rho_п g V = \dfrac{mg\rho_п}{\rho_в} = 0{,}75$ Н.
- Це можливо, якщо Марс навколо своєї осі та його супутники обертаються в одному напрямку. Період обертання Марса більший від періоду Фобоса, але менший від періоду Деймоса. Тому Фобос «обганяє» Марс і сходить на заході, а Деймос «відстає»

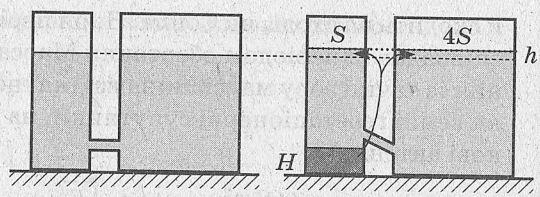
й сходить на сході, як Сонце. Якби період якогось із супутників співпадав із періодом обертання Марса навколо осі, цей супутник із точки зору марсіанина взагалі не сходив би й не заходив, як земні геостаціонарні супутники, на які спрямовані супутникові антени.

2 (9, 2013). $F=\dfrac{k(Ne)^2}{r^2}$, $N=\dfrac{r}{e}\sqrt{\dfrac{F}{k}}=2{,}5\cdot10^{11}$. По 250 мільярдів надлишкових електронів на кожній кульці. Загалом 500 мільярдів. Якби кульки були металевими й мали більші розміри, відповідь би збільшилася, оскільки дві групи одноіменно заряджених електронів двох кульок відштовхуються одна від одної й намагаються віддалитися. У випадку металевих кульок це можливо, тому деяка ефективна відстань між зарядами стає більшою, ніж 4 см. Для забезпечення такої самої сили тепер буде потрібна більша кількість електронів.

3 (9, 2013). Теплові втрати тим більші, чим більші площа поверхня тіла й різниця температур. В обох випадках площа поверхні й різниця температур однакові. Але напрямок передачі теплоти різний. Коли навколишня температура на 5 °С нижча за температуру тіла, людина віддає теплоту (потужність $P=50$ Вт), намагаючись зігріти довкілля. Якщо ж навколишня температура на 5 °С більша за температуру тіла людини, довкілля намагається нагріти тіло людини до своєї температури, передаючи їй таку саму потужність $P=50$ Вт. Отже, людина отримує додаткову кількість теплоти ззовні, а також гріється за рахунок окислення поживних речовин ізсередини. Уся ця енергія повинна бути виведена з організму, щоб він не перегрівся й не загинув. Вихід — потовиділення й випаровування води. За рахунок випаровування деякої маси води m, потужність, що виводиться з організму, $P_{\text{в}}=\dfrac{Lm}{t}$. Для збереження сталої температури тіла ця потужність має компенсувати як потужність P надходження теплоти ззовні, так і потужність P, що виділяється в організмі внаслідок окислення. Отже, $\dfrac{Lm}{t}=2P$, звідки $m=\dfrac{2Pt}{L}=150$ г.

4 (9, 2013). Площа перерізу другої посудини в 4 рази більша за площу перерізу першої. Коли першу посудину піднімають на деяку висоту H, об'єм рідини HS розподіляється між двома посудинами: $HS=h(S+4S)$ (*див. рис.*). Звідки знаходимо $H=5h=5$ см.

Для визначення середньої швидкості v об'єм води $4Sh$, що перетікав трубкою протягом $t = 5$ с, можна уявити як об'єм циліндра площею $s = \dfrac{S}{100}$ перерізу трубки й довжиною vt: $4Sh = svt = \dfrac{vtS}{100}$.



Отже, $v = \dfrac{400h}{t} = 80\ \dfrac{\text{см}}{\text{с}}$.

5 (9, 2013). На тягарець діють сила тяжіння, сила натягу гумової стрічки й сила Архімеда, величиною якої в повітрі можна знехтувати. Запишемо систему рівнянь, що відображає рівновагу в трьох випадках:

$$\begin{cases} mg = kx_1, \\ mg = kx_2 + \rho_в gV, \\ mg = kx_3 + \rho_{св} gV. \end{cases}$$

Розв'язуючи систему, знаходимо $\rho_{св} = \rho_в \dfrac{x_1 - x_3}{x_1 - x_2} = \dfrac{9}{8}\rho_в = 1125\ \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Для визначення концентрації помітимо, що залежність густини від концентрації на невеликих проміжках можна вважати лінійною. Зокрема, на інтервалі з 1,101 до 1,132 $\dfrac{\text{кг}}{\text{л}}$ концентрація збільшується на 4 %, тобто збільшенню густини розчину на 0,001 $\dfrac{\text{кг}}{\text{л}}$ відповідає збільшення концентрації на $\dfrac{4\,\%}{31}$. Скористаємося цим й отримаємо концентрацію солі в солоній воді: $17\dfrac{3}{31}\,\% \approx 17{,}1\,\%$.

10 клас

XXXVII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 1999 р.

1 (10, 1999Р). Слід звернути увагу на те, що куб має невелику масу за досить великого об'єму, до того ж зазначено, що умови нормальні. Це потребує врахування сили Архімеда, яка діє на куб у повітрі. $E = \dfrac{\sqrt{2}-1}{2}\left(m - \dfrac{pMa^3}{RT}\right)ga \approx 4$ Дж (за нормальні умови прийнято $p = 10^5$ Па, $\mu = 29\ \dfrac{\text{г}}{\text{моль}}$, $T = 273$ К).

2 (10, 1999Р). Формально відповідь не залежить від площі перерізу S і дорівнює $\frac{F_0}{S_0\rho g} \approx 1360$ м ≈ 1 км. Відповідь не є точною, оскільки необхідно, щоб ділянці срібної проволоки протягом значної довжини мали властивості невеликого шматка, над яким проводився експеримент. Цього, мабуть, неможливо досягти внаслідок різних випадкових дефектів і відмінних зовнішніх умов на різних висотах.

3 (10, 1999Р). $\varepsilon = 3$. Еквівалентною схемою є послідовне з'єднання двох конденсаторів із поверхневими густинами зарядів $\sigma_1 = 1\,\frac{\text{нКл}}{\text{м}^2}$ і $\sigma_3 = 3\,\frac{\text{нКл}}{\text{м}^2}$.

4 (10, 1999Р). $v = \sqrt{\frac{2eW}{mIt}} \approx 9 \cdot 10^5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

5 (10, 1999Р). Цикл утворюють дві ізохори й дві ізобари. Оскільки напрямок процесу не зазначено, можливі дві відповіді: $A = \pm\frac{1}{2}\nu R T_{100} \approx \pm 416$ Дж.

XXXVII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 1999 р.

1 (10, 1999Д). $l = \frac{(v_1 + v_2)\sqrt{v_1 v_2}}{g} \approx 9$ м.

2 (10, 1999Д). 4 Дж (*див. розв'язок задачі 1 (10, 1999Р)*).

3 (10, 1999Д). Формально відповідь не залежить від площі перерізу S і дорівнює $l_{\max} = \frac{F_0}{S_0\rho g} \approx 8$ км. Відповідь не є точною, оскільки необхідно, щоб ділянки срібної проволоки протягом значної довжини мали властивості невеликого шматка, над яким проводили експеримент. Цього неможливо досягти не тільки внаслідок випадкових дефектів, але й через те, що на Місяці інші зовнішні умови. Навіть якщо припустити, що попередній експеримент проводили в місячних умовах, дроти різного перерізу матимуть різний розподіл температур усередині, оскільки на ділянку однакової маси в них припадає різна площа поверхні. У вакуумі температури тіл з освітленого й тіньового боків можуть суттєво відрізнятися, що є однією з проблем розробників скафандрів.

4 (10, 1999Д). $v=\sqrt{\dfrac{2eW}{mIt}}\approx 9{,}4\cdot 10^5\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

5 (10, 1999Д). $\dfrac{2}{13}\cdot 100\,\%\approx 15{,}4\,\%$.

XXXVIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2000 р.

1 (10, 2000Р). $v=c\dfrac{T-T_0}{T}=833\dfrac{\text{км}}{\text{с}}$. Ідея розв'язку, звісно, не в релятивістському сповільненні часу, а й у тому, що з віддаленням прибульців світло від Землі долає все більшу відстань і надходить із запізненням.

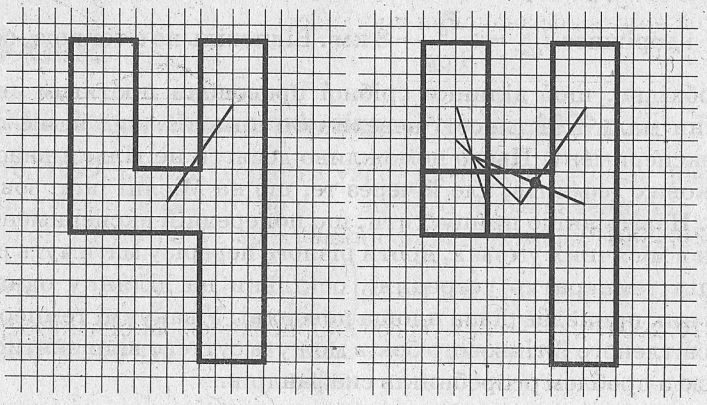
2 (10, 2000Р). $F=2\dfrac{kq^2}{a^2}(1-\cos 40^\circ)=4{,}21\cdot 10^{-7}$ Н. Найпростіше скористатися принципом суперпозиції й симетрією задачі. Додати заряд 1 нКл у дев'яту вершину (тоді загальна сила дорівнюватиме нулю) і відняти його.

3 (10, 2000Р). $A=\dfrac{1}{4}\rho gS(H^2-h^2)\approx 25{,}5$ мДж.

4 (10, 2000Р). $N=4$. Електронейтральність задана для того, щоб не враховувати електричне поле Землі.

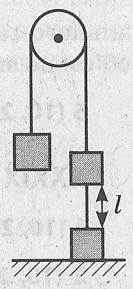
Задачу запропонував студент гр. ФФ-99-1 фізичного факультету ДНУ Р. Сікорський.

5 (10, 2000Р). Центр мас лежить на відрізку, який з'єднує центри мас двох симетричних частин. Послідовно використовуємо цю ідею.



XXXVIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2000 р.

1 (10, 2000Д). $v=\sqrt{\left(\dfrac{v_д}{\operatorname{tg}\alpha}\right)^2-v_п^2}\approx 12\ \dfrac{м}{с}$.



2 (10, 2000Д). $t=11\sqrt{14\dfrac{l}{g}}\approx 7{,}8$ с. Час знаходимо як суму нескінченної геометричної прогресії. Система зупиниться в положенні, яке зображено на рисунку. Усі нитки будуть натягнуті.

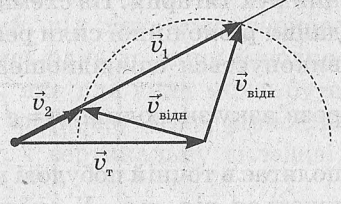
3 (10, 2000Д). $F\doteq 2\dfrac{kq^2}{a^2}(1-\cos 40^\circ)\approx 4{,}21\cdot 10^{-7}$ Н. Найпростіше скористатися принципом суперпозиції й симетрією задачі. Додати заряд 1 нКл у дев'яту вершину й відняти його.

4 (10, 2000Д). $N=4$ (*див. коментар до розв'язку задачі 4 (10, 2000Р)*).

5 (10, 2000Д). Центр мас лежить на відрізку, який з'єднує центри мас двох симетричних частин. Послідовно використовуємо цю ідею (*див. рисунки до задачі 5 (10, 2000Р)*).

XXXIX Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2001 р.

1 (10, 2001Р). Щоб визначити швидкість хлопчика відносно берегів, слід було скористатися законом додавання швидкостей: $\vec{v}=\vec{v}_{відн}+\vec{v}_{теч}$. З геометричної побудови знаходимо, що одній траєкторії руху задовольняють два значення швидкості (*див. рис.*).



$$h=\sqrt{\frac{4l^2v_{відн}^2-\left(v_т^2-v_{відн}^2\right)^2t^2}{4\left(v_т^2-v_{відн}^2\right)}}=60\text{ м}.$$

2 (10, 2001Р). $\rho=\dfrac{3\pi}{GT^2}\left(\dfrac{r}{R}\right)^3\approx 3900\ \dfrac{кг}{м^3}$.

3 (10, 2001Р). $\dfrac{m_1}{m_2}=0{,}6$. Треба скористатися законами збереження імпульсу та енергії.

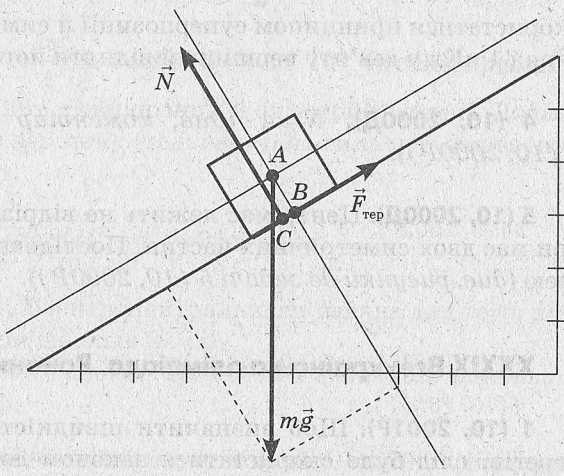
4 (10, 2001Р). $l_2 = (l - 4\Delta l)\dfrac{2T_2}{T_1 + 2T_2 + 3T_3} = 8$ см. Окрім рівнянь ідеального газу, необхідно використати додаткову умову: загальний об'єм не змінюється.

5 (10, 2001Р). 16 Вт.

XXXIX Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2001 р.

1 (10, 2001Д). 0,4.

2 (10, 2001Д). Для підвищення точності рисунок повинен бути досить великим, наприклад, довжину вектора сили тяжіння mg можна зробити рівною 10 см. Сила тертя спрямована вздовж поверхні дотику тіла й похилої площини. Рівнодійна сила реакції опори не повинна проходити через центр ваги тіла, оскільки в цьому випадку моменти сил відносно неінерціальної системі відліку, що рухається разом із тягарцем, не будуть скомпенсовані, що внеможливлює поступальний рух тягарця. На схематичному рисунку вказана точка прикладання рівнодійної сили реакції опори (точка C). Для її положення виконується співвідношення $BC = \mu \cdot AB = 0{,}5AB$. З аналітичного розв'язку знаходимо $a = g\dfrac{\operatorname{tg}\alpha - \mu}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}} \approx 0{,}086g$. Графічний розв'язок полягає в точній побудові кута нахилу й усіх векторів, які відштовхуються від mg. У скільки разів різниця між проекцією mg на схил площини й силою тертя виявиться меншою за mg, у стільки ж разів прискорення руху тягарця менше за прискорення вільного падіння.



3 (10, 2001Д). $t = 19\sqrt{\dfrac{2h}{g}} = \dfrac{19}{7}$ с $\approx 2{,}7$ с. Час між ударами утворює нескінченну геометричну прогресію.

4 (10, 2001Д). Оскільки тиск у першій і третій частинах поршня однаковий, відразу можна знайти відношення кількості молів газу в першій і третій частинах: $\nu_1 : \nu_3 = 2 : 1$. Використовуючи рівняння ідеального газу й закон Гука, далі знаходимо, що $\nu_1 : \nu_2 : \nu_3 = 170 : 308 : 85$.

5 (10, 2001Д). 100 °С. Частково вода перетвориться на пару.

XL Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2002 р.

1 (10, 2002Р). $\frac{M}{m} = 3$. Налітає тіло меншої маси.

2 (10, 2002Р). Якщо тіло кидати під кутом $45°$ до горизонту вгору, початкова швидкість повинна бути $v_1 = \sqrt{\frac{gS^2}{h+S}} = \sqrt{5g} = 7\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Якщо ж тіло кидати під кутом $45°$ до горизонту вниз, початкова швидкість $v_2 = \sqrt{\frac{gS^2}{h-S}} = \sqrt{15g} \approx 12\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

3 (10, 2002Р). $H = 5{,}68$ см. Тягарець маятника спочатку рухається вздовж дуги кола радіусом 36 см, потім — уздовж дуги кола радіусом 10 см із центром у точці O, потім, коли сила натягу нитки зникає, він рухається за параболою під дією однієї сили тяжіння. Найбільша висота відповідає вершині параболи.

4 (10, 2002Р). 4 %.

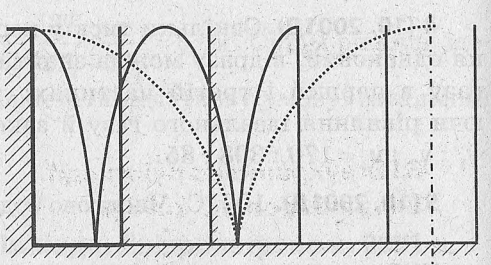
5 (10, 2002Р). Якщо знехтувати ефектами на краях пластинок, висота підйому води $h \approx 7{,}3$ см. Оскільки тиск у цьому водяному «стовпчику» менший за атмосферний, під дією атмосферного тиску пластини намагаються наблизитись одна до одної й водночас зануритися під дією сили тяжіння, яка для скла може бути скомпенсована силою Архімеда тільки частково. Отже, рівнодійна сила повинна мати і горизонтальну, і вертикальну складові. $F \approx 11{,}7$ Н.

XL Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2002 р.

1 (10, 2002Д). 900 м.

2 (10, 2002Д). 8 від стін і 2 від підлоги. Найпростіше скористатися методом дзеркальних відображень і врахувати, що час, за який кулька перший раз досягає підлоги, удвічі менший за час між

відбиттями від підлоги. Ідея методу полягає в тому, що за пружного відбиття від вертикальної стінки змінюється лише напрямок горизонтальної складової швидкості. На рисунку суцільною лінією показана «розгорнута» траєкторія руху кульки першого разу, а пунктирною лінією — половина траєкторії кульки, що рухається вдруге з утричі більшою горизонтальною швидкістю.



3 (10, 2002Д). Повітря слід нагріти до $47\ ^\circ\text{C}$.

4 (10, 2002Д). $\frac{7}{9}m_1 g \approx 0{,}4$ Н. Необхідно скористатися законами збереження імпульсу та енергії.

5 (10, 2002Д). $h \approx 7{,}3$ см, $F \approx 11{,}7$ Н (*див. розв'язок задачі 5 (10, 2002Р)*).

XLI Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2003 р.

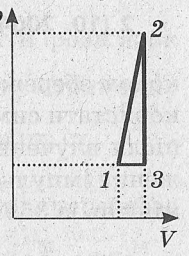
1 (10, 2003Р). $m \approx 0{,}08$ г. Вважаємо, що вода перебуває в об'ємі, який є комбінацією циліндра й двох півсфер. Сила тяжіння, що діє на воду, компенсується силами поверхневого натягу вздовж двох кіл радіусами $r = 1$ мм і $R = 1{,}5$ мм, а також різницею сил тисків.

2 (10, 2003Р). $$v_2 = \frac{l(v_1 - g\Delta t)}{l\sin\alpha - \left(v_1\Delta t - \frac{g\Delta t^2}{2}\right)\cos\alpha} \approx 13\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

3 (10, 2003Р). $h \geq 4{,}7$ м. Під час підйому стакана об'єм повітря в ньому збільшується, і разом із ним збільшується сила Архімеда.

4 (10, 2003Р). $v = \sqrt{\frac{3}{5}(2-\sqrt{3})gR} \approx 0{,}4\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Оскільки відсутні сили тертя, горизонтальний імпульс системи, яка складається з двох труб, змінитися не може, отже, точка дотику труб рухається вертикально вниз, а горизонтальна складова швидкості верхньої труби дорівнює за величиною швидкості нижньої труби. Необхідно скористатися законом збереження енергії й перевірити, чи не відірветься одна труба від другої ще до того, як відрізок між осями симетрії труб утворить кут $\alpha = 60^\circ$ із горизонтом.

5 (10, 2003Р). $\eta = \dfrac{40\,\%}{4 + 3\dfrac{l_0}{x} + 5\dfrac{p_0 S}{kx}} = \dfrac{20\,\%}{9} \approx 2{,}22\,\%$.



XLI Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2003 р.

1 (10, 2003Д). $\Delta t \approx \dfrac{\pi\sigma dt}{mg} \approx 7$ с.

2 (10, 2003Д). Задача має нескінченну кількість відповідей. Формальний розв'язок приводить до рівняння $\left(l - v_1\Delta t + \dfrac{g\Delta t^2}{2}\right)v_2 = \sqrt{2}l\left(v_1 - g\Delta t\right)$, яке за умов задачі виконується тотожно. Слід зауважити, що швидкість повинна перевищувати $v \approx 7\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$ (щоб камінь не влучив у першого хлопця або не впав на поверхню землі між хлопцями).

3 (10, 2003Д). $\Delta m = \dfrac{m_1 v_2^2 - m_2 v_1^2}{v_1^2 - v_2^2} \approx 8{,}33$ кг.

4 (10, 2003Д). $a = \dfrac{\sqrt{2}}{5}g$. У момент проходження тягарцями положення рівноваги вони мають тільки доцентрове прискорення. Швидкість руху визначаємо із закону збереження енергії.

5 (10, 2003Д). $\eta = \dfrac{100\,\%}{5\dfrac{p_0 S}{kx} + 3\dfrac{l_0}{x} - 3} = \dfrac{100\,\%}{37} \approx 2{,}7\,\%$. Корисна робота дорівнює потенціальній енергії розтягнутої пружини.

XLII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2004 р.

1 (10, 2004Р). Роса випаде. Вологість повітря становитиме 100 %, а маса конденсату $m = \left(0{,}6\dfrac{p_{1\text{н}}}{T_1} - \dfrac{p_{2\text{н}}}{T_2}\right)\dfrac{MV}{R} \approx 55$ кг. Насправді це дещо зменшене значення маси води, яка сконденсується в приміщенні, оскільки під час охолодження всередині приміщення падатиме тиск. Якщо вважати, що зовнішній тиск майже не змінюється, повітря разом із додатковими парами води буде надходити до приміщення ззовні. Цю привнесену кількість води слід додати до 55 кг.

2 (10, 2004Р). $v=\dfrac{m_n v_n}{M+359m_n}\approx 0{,}22\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$. Треба скористатися законом збереження імпульсу. Для спрощення розрахунків слід використати симетрію задачі. Уявити, що була ще одна 360-та куля, після влучення якої мішень зупинилася внаслідок закону збереження імпульсу. А тепер повернемо час назад: 360-та куля вилітає, мішень із 359-ма кулями починає рухатися.

3 (10, 2004Р). Стовпчики діляться у відношенні $1:(7-3\sqrt{3}):(4+3\sqrt{3})$. Довжина нижчого — 1,5 см, середнього — 2,7 см, верхнього — 13,8 см.

4 (10, 2004Р). $F=3mg=150$ Н.

5 (10, 2004Р)

$$\alpha=\arccos\frac{\sqrt{1-\mu^2 f(f-2)}-\mu^2(f-1)}{\mu^2+1}=\arccos\frac{8\sqrt{2}-3}{17}\approx 61^\circ,$$

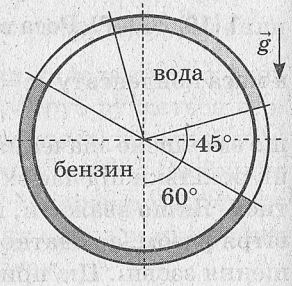
$$\left(f=\frac{F}{mg}\approx 4\right).$$

XLII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2004 р.

1 (10, 2004Д). Роса випаде. Вологість повітря становитиме 100 %, а маса конденсату $m=\left(0{,}6\dfrac{p_{1н}}{T_1}-\dfrac{p_{2н}}{T_2}\right)\dfrac{MV}{R}\approx 44$ кг (*див. коментарі до розв'язку задачі 1 (10, 2004Р)*).

2 (10, 2004Д). $h_2=h_1-\dfrac{v_2^2-v_1^2}{2g}\approx 3{,}6$ м. Якщо врахувати опір повітря, ця висота зменшиться, а за певних характеристик м'яча (мала середня густина, великі розміри) може виявитися, що досягнення ним швидкості $15\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$ узагалі не можливе.

3 (10, 2004Д). Розв'язок задачі можна побудувати на співвідношенні між гідростатичними тисками рідин та змінами тиску в повітряних стовпчиках за умови однакової початкової й кінцевої температур. Також слід звернути увагу на те, що відношення густини бензину до густини води 0,707 практично збігається зі зна-



ченням $\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}707$. Це дозволяє суттєво спростити розв'язок задачі. Значення тиску у верхньому повітряному стовпчику $p_1 = \frac{2}{3} p_0 = 26$ мм рт. ст., у нижньому $p_2 = \frac{4}{3} p_0 = 52$ мм рт. ст.

4 (10, 2004Д). Швидкість, яку слід надати кульці, перебуває в межах від $v_{\min} = \sqrt{5gl} \approx 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ до $v_{\max} = \sqrt{\frac{T_{\max} l}{m} - gl} \approx 3\sqrt{5} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 6{,}7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

5 (10, 2004Д). Можливі два випадки: магніт перебуває або зверху пластини, або знизу. У першому випадку магніт повернеться до початкової точки руху через 0,17 с, у другому — через 0,3 с.

XLIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2005 р.

1 (10, 2005 Р). Коник може вибратись із траншеї на поверхню землі, якщо стрибне під кутами від $\frac{1}{2}\arccos 0{,}36 \approx 34°$ до $\operatorname{arctg} 9 \approx 84°$.

2 (10, 2005 Р). Тиск повітря в обмеженому мильними плівками об'ємі можна розрахувати за допомогою лапласівського тиску двома способами: $p_A + \frac{4\sigma}{R} = p_A + \frac{4\sigma}{d}$. Отже, радіус сферичних поверхонь R дорівнює діаметру кілець d, а відстань між точками A і B $L = l + d(2 - \sqrt{3}) \approx 12{,}7$ см. Якщо зменшення зовнішньої температури відбувається поступово за незмінного зовнішнього тиску, на зміну форми поверхонь будуть впливати два фактори: збільшення коефіцієнта поверхневого натягу й зменшення об'єму повітря всередині за рахунок охолодження. Отже, циліндрична поверхня прогнеться всередину, а сферичні поверхні стануть більш пласкими.

3 (10, 2005Р). $F \geq Mg$ — вважаємо, що валіза підстрибує, повністю відриваючись від поверхні. Якщо ж нижній лівий край валізи (за рахунок додаткової маси мишеняти) не буде відриватися від поверхні, сила F може бути меншою. Умови, за яких вдасться примусити валізу підстрибувати, пов'язані з розмірами валізи, її загальною масою й коефіцієнтом пружності k пружини: відстань від нижньої грані тягарця до блока повинна бути не меншою, ніж $\frac{Mg}{k}$. Зрештою, Джеррі має вистачити сил.

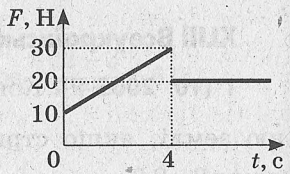
4 (10, 2005Р). У 12 разів. Якщо половина молекул дисоціювала на атоми, то у 18 разів.

5 (10, 2005Р). 2,75 Дж — вважаємо, що шайба після удару не почала обертатися.

XLIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2005 р.

1 (10, 2005Д). Четверта секунда руху починається відразу після закінчення третьої. Слід розглянути два випадки: тіло починає рухатися вгору і вниз. Якщо тіло кидають угору, найвищу точку траєкторії тіло проходить під час четвертої секунди.

2 (10, 2005Д). По-перше, відзначимо, що під час руху нижня частина ковдри не рухається завдяки силі тертя між нею й підлогою. Перші чотири секунди $F = \frac{\mu mg}{2l} vt + \frac{mv^2}{2l}$, потім $F = \mu mg$.



3 (10, 2005Д). Слід скористатися законом збереження імпульсу. Швидкість уламку може належати інтервалу від $\frac{200}{3} \approx 67 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ до $200 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Відповідно значення енергії вибуху могли бути від 83 до 30 МДж.

4 (10, 2005Д). $p = p_0\left(\frac{T}{T_0} + 1\right) \approx 224$ кПа.

5 (10, 2005Д). Радіус кульки $R = 5$ м знаходимо як розв'язок кубічного рівняння $R^3 - R^2 = 100$ (у СІ).

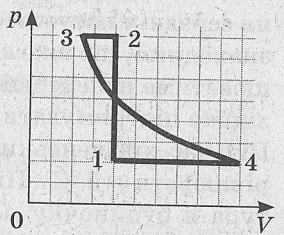
XLIV Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2006 р.

1 (10, 2006Р). Місяць обертається навколо Землі з періодом 27 діб 7 год 43 хв. З поверхні Землі все виглядає трохи інакше, оскільки Земля обертається навколо своєї осі та ще й рухається навколо Сонця. У зв'язку з цим, порівнюючи рух Місяця з рухом Сонця, наземний спостерігач може дійти висновку, що період обертання Місяця — 29 діб 12 год 44 хв. Для розв'язання задачі всього цього можна не знати. Слід тільки згадати, що в місяці приблизно 30 діб, і взяти цей час за період обертання Місяця навколо Землі — ми живемо за місячно-сонячним календарем (місяць — один оберт Місяця навколо Землі, рік — один оберт Землі навколо Сонця). Тоді $v = \frac{2\pi R}{T} \approx 1 \frac{\text{км}}{\text{с}}$.

2 (10, 2006Р). Оскільки $\operatorname{tg}30^\circ > \mu = 0{,}4$, втриматися на гірці за рахунок сил тертя не вдасться. Вважатимемо, що швидкість автомобіля у верхній частині гірки зменшується до нуля. Тоді початкова швидкість джипа $v_0 = \sqrt{2al}$, де $l = 20$ м — довжина гірки, $a = g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha$ — прискорення, з яким джип гальмує, піднімаючись за інерцією вгору. Зауважимо, що двигун джипа при цьому продовжує працювати, обертаючи всі колеса, і саме тому сила тертя, що діє на них, спрямована вгору й дорівнює $\mu mg\cos\alpha$.

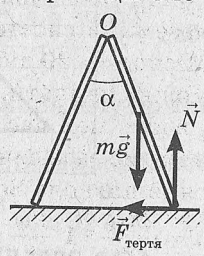
$$v_0 = \sqrt{2gl(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} \approx 7{,}84 \ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

3 (10, 2006Р). Ділянка *1–2* — ізохора, ділянки *2–3* і *4–1* — ізобари, а ділянка *3–4* — ізотерма. На ділянці *1–2* газ не виконує роботи, але збільшує температуру й внутрішню енергію, отже, отримує теплоту. На ділянці *3–4* температура й внутрішня енергія газу не змінюються, але газ виконує роботу, тому також отримує теплоту. На ділянках *2–3* і *4–1* газ віддає теплоту.



4 (10, 2006Р). На монету діє сила тяжіння $mg \approx 6{,}5$ мН і сила поверхневого натягу, максимальне значення якої $F_{\text{п.н.}} = \sigma\pi d \approx 4{,}0$ мН. Як бачимо, $mg > F_{\text{п.н.}}$, і монета має втонути. Але ж монета плаває! Монету втримують не тільки сили поверхневого натягу, а й те, що вода під нею нижче від загального рівня й перебуває під тиском, більшим за атмосферний на деяке значення ρgh. Баланс сил має вигляд $mg = F_{\text{п.н.}} + \rho ghS$.

5 (10, 2006Р). $\mu = \dfrac{1}{2}\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2} \approx 0{,}134$. Розглянемо моменти сил, що діють на одну з драбин відносно верхньої точки. Проти годинникової стрілки драбину намагається обертати сила реакції опори N ($N = mg$). За годинниковою стрілки драбину намагаються обертати сила тяжіння й сила тертя. Остання в граничному випадку дорівнює $\mu N = \mu mg$. З умови статичної рівноваги маємо $Nl\sin\dfrac{\alpha}{2} = mg\dfrac{l}{2}\sin\dfrac{\alpha}{2} + \mu Nl\cos\dfrac{\alpha}{2}$, звідки знаходимо коефіцієнт тертя $\mu = \dfrac{1}{2}\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2} \approx 0{,}134$.

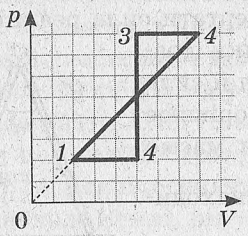


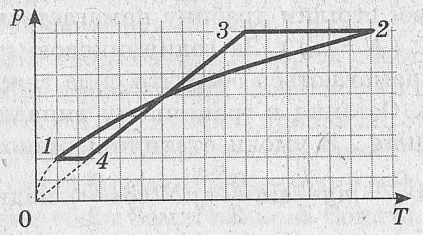
XLIV Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2006 р.

1 (10, 2006Д). Період обертання Землі навколо Сонця — 1 рік. Земля рухається навколо Сонця зі швидкістю $v = \frac{2\pi R}{T} = 30\ \frac{\text{км}}{\text{с}}$ і доцентровим прискоренням $5{,}9\ \frac{\text{мм}}{\text{с}^2}$.

2 (10, 2006Д). Середня потужність нагрівача за температури на вулиці $t_1 = 5\ ^\circ\text{C}$ дорівнює 2 кВт, а за температури $t_2 = -5\ ^\circ\text{C}$ — 4 кВт. Вважаючи, що потужність теплових втрат пропорційна різниці температур у будиночку й на вулиці (на це вказують і значення середніх потужностей 2 кВт за $\Delta t = 10\ ^\circ\text{C}$ та 4 кВт за $\Delta t = 20\ ^\circ\text{C}$), знаходимо, що вже за температури довкілля $-15\ ^\circ\text{C}$ нагрівач працюватиме неперервно. За ще нижчої температури нагрівач уже не зможе підтримувати всередині будиночка необхідну температуру. Під час хрещенських морозів температура в будиночку буде дорівнювати $+5\ ^\circ\text{C}$. Після того, як обігрівач перегорить, температура в будиночку почне знижуватися. Коли температура впаде до $0\ ^\circ\text{C}$, почне замерзати вода. Від початку до кінця цього етапу охолодження різниця температур буде змінюватися від $\Delta t_1 = 30\ ^\circ\text{C}$ до $\Delta t_2 = 25\ ^\circ\text{C}$. Прийнявши для більшої точності середнє значення $\Delta t = 27{,}5\ ^\circ\text{C}$, можемо досить точно оцінити час τ у 7 годин.

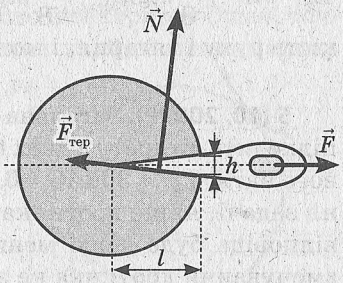
3 (10, 2006Д). Максимальна температура (у точці *2*) перевищує мінімальну (у точці *1*) у 16 разів. Також $T_3 = 10T_1$ і $T_4 = 2{,}5T_1$. Найбільш складною є побудова ділянки *1–2*, рівняння якої $p = \text{const}V$ разом із рівнянням ідеального газу дає $p = p_1\sqrt{\frac{T}{T_1}}$. Стан 1 моля ідеального газу змінюється так, як показано на діаграмі $p(V)$. Побудуємо залежність $p(T)$ і визначимо, у скільки разів максимальна температура газу перевищувала мінімальну.





4 (10, 2006Д). Маса водяної пари в повітрі — 24 кг.

5 (10, 2006Д). У реальному житті для того, щоб витягти сокиру з колоди, силу прикладають до руків'я, не тільки використовуючи більше плече, але й змінюючи напрямок сил тертя. У нашому випадку про руків'я нічого не сказано, зате вказано напрямок сили F, яку слід прикласти до сокири. Для зручності на рисунку зображені сила реакції й сила тертя, що діють тільки на одну площину леза. З проекцій усіх на площину симетрії сокири знаходимо:



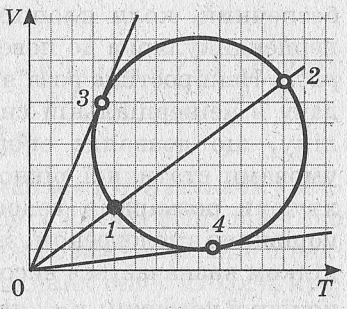
$$F \geq 2N\frac{2l\mu - h}{\sqrt{4l^2 + h^2}} = 2000 \text{ Н}.$$

XLV Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2007 р.

1 (10, 2007Р). $m = 1{,}6 \cdot 10^{-12}$ кг. $\upsilon = \sqrt{\dfrac{3kT}{m}} \approx 8{,}8 \cdot 10^{-5}$ $\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

2 (10, 2007Р). $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{1 - \sqrt{3}\mu_1}{1 - \sqrt{3}\mu_2} \approx 2{,}13$, $\dfrac{t_2}{t_1} = \sqrt{\dfrac{a_1}{a_2}} \approx 1{,}46$.

3 (10, 2007Р). Ізобари на діаграмі $V(T)$ мають вигляд прямих, що проходять через початок координат (*див. рис.*). У точці *2*, як і в точці *1*, тиск дорівнює 10 атм. Дотичні ізобари $V = \dfrac{\nu R}{p}T$ відповідають найменшому (точка *3*) і найбільшому (точка *4*) тискам. Позначимо одну клітинку осі абсцис через ΔT, а одну клітинку осі ординат — через Δp. Тоді для ізобари 0–1–2 $p_1 = \dfrac{4}{3}\dfrac{\nu R \Delta T}{\Delta V}$, для ізобари 0–3 $p_{\min} \approx \dfrac{5}{12}\dfrac{\nu R \Delta T}{\Delta V}$, для ізобари 0–4 $p_{\max} \approx \dfrac{8{,}5}{1}\dfrac{\nu R \Delta T}{\Delta V}$, або $p_{\min} \approx \dfrac{5}{12} \cdot \dfrac{3}{4} p_1 = \dfrac{5}{16} p_1 \approx 3{,}1$ атм, $p_{\max} \approx \dfrac{51}{8} p_1 \approx 64$ атм. Задачу можна розв'язати як із використанням, так і без використання похідної:



$$p_{\min} = \frac{48 - 25\sqrt{3}}{11} \cdot \frac{3}{4} p_1 \approx 3{,}2 \text{ атм}, \quad p_{\max} = \frac{48 + 25\sqrt{3}}{11} \cdot \frac{3}{4} p_1 \approx 62 \text{ атм}.$$

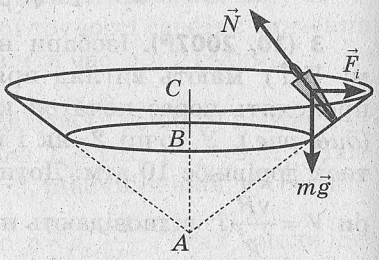
4 (10, 2007Р). Із закону збереження енергії відносно рівня відліку, на який опустився тягарець, початкова енергія мотузки й тягарця $E_1 = mgh_{60\text{см}} + mgh_{20\text{см}}$, кінцева енергія $E_2 = mv^2 + \frac{3}{8}mgh_{70\text{см}} + \frac{5}{8}mgh_{50\text{см}}$. Прирівнюючи, знаходимо швидкість руху і тягарця, і мотузки — $1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

5 (10, 2007Р). Загальна довжина дроту — $15AO$. Поверхня води підходить до дроту з двох боків. Отже, максимальна сила поверхневого натягу $F = 30\sigma AO = 0{,}216$ Н. Це й буде відповіддю на запитання задачі, якщо дротинка змочується водою. Якщо не змочується, відповідь буде дещо меншою. Зауважимо також, що за повного змочування дротинка не зможе плавати, а за повного незмочування відповідь не залежатиме від значення коефіцієнта поверхневого натягу й дорівнюватиме силі тяжіння, що діє на дротинку*.

XLV Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2007 р.

1 (10, 2007Д). $m = 1{,}4 \cdot 10^{-15}$ кг. $v = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \approx 3\ \frac{\text{мм}}{\text{с}}$.

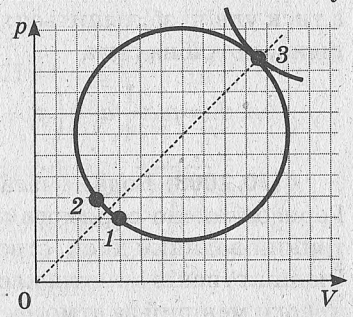
2 (10, 2007Д). Рух максимально безпечний, коли площина колеса перпендикулярна до поверхні (*див. рис.*). Найпростіше розв'язувати задачу в неінерціальній системі відліку, що дозволяє скористатися умовами статичної рівноваги. Нехтуючи розмірами велосипедиста порівняно з велотреком, знаходимо, що швидкість безпечного руху цілком визначається висотою й не залежить від кута при вершині конічної поверхні: $v = \sqrt{gh}$. Підставляємо дані задачі й знаходимо, що найнебезпечніша швидкість руху вздовж нижнього кола становить $20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а вздовж верхнього — $24{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.



3 (10, 2007Д). Уздовж ізотерми $pV = \nu RT = \text{const}$. Газ має температуру 300 К у точках *1* і *2*, для яких добуток pV однаковий. Температура набуває максимального $T_{\max}$ і мінімального $T_{\min}$ значення

* З обговоренням цих питань та інших цікавих проявів поверхневого натягу можна ознайомитись у статті «Поверхнево про поверхневий натяг», журнал «Фізика в школах України», 2013, № 23–24 (243–244).

в крайніх точках графіку, які є точками дотикання з ізотермами. У точці *3* (*див. рис.*) температура максимальна й дорівнює 2775 К. Це значення можна отримати як наближено, порівнянням площ прямокутників pV на графіку, так і аналітично. Коло та ізотерма, зображені на рисунку, симетричні відносно бісектриси. Отже, точка *3* перебуває на бісектрисі. Це дозволяє знайти максимальну температуру без використання похідних. Щодо мінімальної температури, то, як видно з рисунка, вона приблизно дорівнює 300 К. Більше того, виявляється, що вона точно дорівнює 300 К (у точках *1* і *2*)*. Що ж до другої точки на бісектрисі, посередині між точками *1* і *2*, температура в ній більша за 300 К на 0,063 °С.



4 (10, 2007Д). З умови рівноваги остаточне видовження пружини $x=\frac{mg}{k}=10$ см. Саме такою була б амплітуда коливань, якби не було втрат енергії. Найбільшу швидкість тягарець мав би в момент проходження положення рівноваги. Із закону збереження енергії знаходимо $v_{\max}=\sqrt{gx}=1\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

5 (10, 2007Д). $F\le 0{,}216$ Н. *Див. розв'язок задачі 5 (10, 2007 Р).*

XLVI Всеукраїнська олімпіада. 2008 р.

1 (10, 2008). Струмені дощу не нахиляються в буквальному значенні цього слова. Змінюють напрямок руху краплі дощу відносно нас, коли ми починаємо рухатися. Уздовж нових напрямків швидкостей наша уява малює нові струмені, до яких тепер входять краплі, розташовані над різними точками земної поверхні. Струмінь води, що стікає з даху будинку, утворює перпендикулярний до земної поверхні потік води, який візуально оформлений, обмежений стінкою будинку, що не дає простору для нашої уяви.

2 (10, 2008). $h=\frac{v_0^2}{2g}=S=\frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha$. З рівняння $\sin 2\alpha=\frac{1}{2}$ знаходимо два можливі кути: $\alpha=15°$ і $\alpha=75°$.

---

* З аналізом незвичної поведінки температури можна ознайомитись у статті «Коло й омана зору», журнал «Фізика в школах України», 2014, № 21–22 (263–264).

3 (10, 2008). З умови рівноваги поршня

$$p_A a^2 = p_1 \cdot \frac{1}{2}a^2 + \left(p_1 + \rho g \cdot \frac{1}{4}a\right) \cdot \frac{1}{2}a^2$$

знаходимо $p_1 = 99{,}75$ кПа. Якщо поршень повільно перемістити вправо на відстань a, об'єм повітря над водою зменшиться удвічі, а тиск удвічі збільшиться: $p_2 = 2p_1 = 199{,}5$ кПа. Щоб утримати поршень, потрібна сила

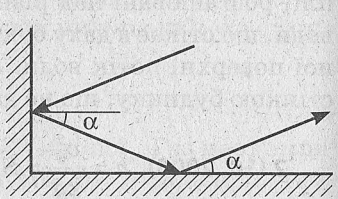
$$F = p_2 \cdot \frac{1}{4}a^2 + \left(p_2 + \rho g \cdot \frac{3}{8}a\right) \cdot \frac{3}{4}a^2 - p_A a^2 = 4002{,}5 \text{ Н}.$$

4 (10, 2008). Вода намагається змочити щонайбільшу площу скла. Горизонтально спрямовані сили поверхневого натягу розтягують тонкий водяний диск, створюючи всередині нього знижений тиск. Різниця тисків і притискає скло. Оцінити, на скільки тиск усередині води менший за атмосферний, можна, поділивши силу поверхневого натягу на площу бічної частини диска: $p_A - p = \dfrac{2\sigma \cdot 2\pi R}{2\pi R d} = \dfrac{2\sigma}{d}$. Отже, сила, що притискає скло, $F = \dfrac{2\sigma}{d} \cdot \pi R^2$, де R — радіус водяного диска, має бути не меншою за Mg скла. Звідси мінімальна маса води $m = \rho \pi R^2 d = M \dfrac{\rho g d^2}{2\sigma} = \dfrac{1}{1{,}44}$ г $\approx 0{,}7$ г.

5 (10, 2008). У найнижчій точці руху, коли кільце й точки A і B утворюватимуть рівнобедрений трикутник, швидкість руху кільця буде найбільшою, а його прискорення спрямоване вгору. Швидкість знаходимо із закону збереження енергії $v \approx 3 \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

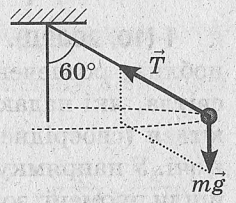
XLVI Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2009 р.

1 (10, 2009Р). За будь-якого кута падіння промінь відіб'ється в напрямку, з якого прийшов (*див. рис.*). Якщо взяти три дзеркала і з'єднати їх під прямими кутами одне до одного, як у місці з'єднання двох стін і стелі, промінь після трьох відбиттів також вийде у зворотному напрямку. Це можна довести, якщо подивитися вздовж двох дзеркал перпендикулярно до третього. Проекція руху променя матиме такий самий вигляд, як на рисунку для двох дзеркал,

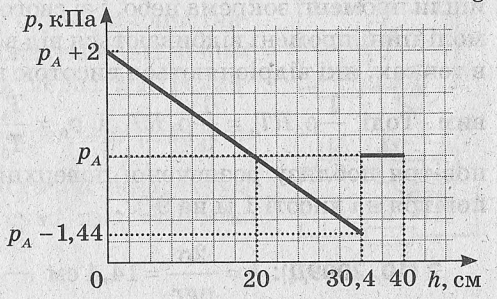


оскільки відбиття променя від перпендикулярного до напряму зору дзеркала на проекції ніяк не позначиться. Три такі проекції доводять, що у випадку трьох дзеркал промінь відіб'ється точно у зворотному напрямку. Цю властивість використовують у катафотах, якими, наприклад, обладнані велосипеди — світло відбивається в тому напрямку, з якого прийшло.

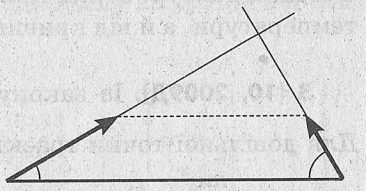
2 (10, 2009Р). З проекцій другого закону Ньютона $\begin{cases} m\dfrac{v^2}{l\sin\alpha} = T\sin\alpha \\ mg = T\cos\alpha \end{cases}$ знаходимо $v = \sqrt{\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha} gl} = 3\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$. Цю швидкість слід надати тягарцю в горизонтальному напрямку, перпендикулярному до нитки, щоб він почав рухатися вздовж кола в горизонтальній площині.



3 (10, 2009Р). Вважатимемо змочування повним. Тоді $h = \dfrac{2\sigma}{\rho g r} = 14{,}4$ см. Графік залежності тиску всередині трубки від відстані до її нижнього кінця має вигляд двох відрізків: один — для води, другий — для повітря.



4 (10, 2009Р). Відносно системи відліку, що разом із тілами падає з прискоренням вільного падіння, тіла рухаються рівномірно й прямолінійно з початковими швидкостями. Для зіткнення тіл необхідно, щоб до точки перетину траєкторій вони долетіли одночасно, тобто щоб вертикальні проекції їхніх початкових швидкостей були однаковими (*див. рис.*): $v_1\cos 30° = v_2\cos 60°$. Отже, початкова швидкість першого тіла повинна бути в $\sqrt{3}$ більшою за початкову швидкість другого.



5 (10, 2009Р). Цим насосом не можна відкачати всю воду з цистерни, оскільки насос має обмеження. Після тривалої роботи тиск у нижній частині цистерни дорівнюватиме $p_{1/4} = \dfrac{1}{4}$ атм. Якщо висота

води в цистерні h, тиск повітря над водою $p = p_{1/4} - \rho g h$. Початковий тиск повітря над водою був атмосферним $p_1 = \frac{25}{16} p_1 - 0{,}9\rho g H$, де H — висота цистерни. Для ізотермічного розширення повітря $p_1 S \cdot 0{,}1H = pS(H-h)$. Розв'язуючи систему цих рівнянь, отримуємо відношення висот $\frac{h}{H} = 0{,}2$. Отже, $\frac{1}{5}$ цистерни залишиться заповненою водою, скільки б не працював насос.

XLVI Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2009 р.

1 (10, 2009Д). Густина, а отже, і показник заломлення повітря поблизу розпеченої поверхні асфальту будуть меншими. Промені світла, які падають під невеликими кутами до поверхні, вигинаються (своєрідне повне внутрішнє відбиття) і потрапляють нам в очі. У напрямку асфальтової дороги ми бачимо місця, з яких прийшли промені, зокрема небо, і зі свого досвіду вважаємо, що це прямолінійні промені відбиваються від води на асфальті. Тиск повітря в точках, які відрізняються висотою в 1 м, можна вважати однаковим. Тоді $\frac{1}{\mu}\rho_0 RT_0 = \frac{1}{\mu}\rho_h RT_h$ і $\rho_0 = \frac{T_h}{T_0}\rho_h = \frac{303}{333}\rho_h \approx 0{,}91\rho_h$. Густина повітря поблизу розпеченої поверхні асфальту менша за густину повітря на висоті 1 м на 9 %.

2 (10, 2009Д). $h = \frac{2\sigma}{\rho g r} = 14{,}4$ см — на стільки трубка нижче від рівня води буде заповнена повітрям. Заповнена водою буде найнижча частина трубки довжиною 5,6 см. Тиск насиченої пари над поверхнею води всередині трубки й зовні за 100-відсоткової вологості буде різним, інакше можливі безперервна циркуляція води й вічний двигун. Отже, тиск насиченої пари залежить не тільки від температури, а й від кривини поверхні.

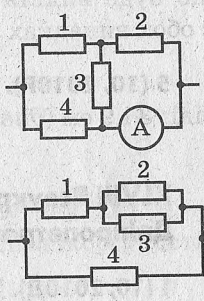
3 (10, 2009Д). Із закону збереження енергії $v = \sqrt{2gh_0} = 7\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Для довільної точки траєкторії, коли ліана утворює кут α з вертикаллю $\frac{mv^2}{l} = T - mg\cos\alpha$.

Із закону збереження енергії $\frac{mv^2}{2} = mgl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$. Отже, сила натягу ліани $T = mgl(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$ буде найбільшою в нижній точці $T_{\max} = mgl(3 - 2\cos\alpha_0)$ і найменшою на початку руху

$T_{\min} = mgl\cos\alpha_0$. Якщо максимальна сила натягу ліани удвічі перевищує мінімальну, $\cos\alpha_0 = \frac{3}{4}$ і $l = \frac{h}{1-\cos\alpha_0} = 10$ м.

4 (10, 2009Д). Доцентрове прискорення на повороті автомобіля надає сила тертя спокою (зчеплення). Її максимальне значення $\mu N = \mu(mg + kv^2)$. Отже, $\frac{mv^2}{R} = \mu(mg + kv^2)$, звідки $v = \sqrt{\frac{\mu gR}{1-\mu R\frac{k}{m}}}$, де $\frac{k}{m} = \frac{1}{\mu R_0} - \frac{g}{v_0^2}$. Максимальна швидкість гоночного автомобіля, з якою той може проходити поворот горизонтальної траси радіусами $R_1 = 200$ м, — $45{,}36\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Обмежень на максимальну швидкість за проходження траси радіусом $R_2 = 1$ км не існує.

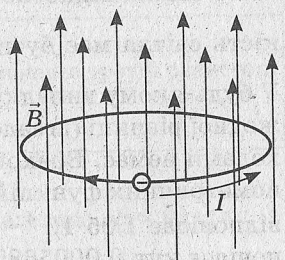
5 (10, 2009Д). 1 А. Перенумеруємо резистори й зобразимо еквівалентну схему, скориставшись тим, що амперметр вважається ідеальним і має нульовий опір. Струм через 4-й резистор $I_4 = \frac{U}{R} = 0{,}75$ А. Струм через 3-й резистор $I_4 = 0{,}25$ А. Як видно з першого рисунка, струм через амперметр дорівнює сумі цих струмів. Отже, $I = 1$ А.



XLVIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2010 р.

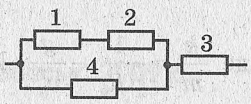
1 (10, 2010Р). Північний вітер — це холодний вітер із півночі. Отже, велосипедист обганяє вітер зі швидкістю $2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Якщо ж велосипедист їхатиме перпендикулярно до напрямку вітру, він відчуватиме швидкість $10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2 (10, 2010Р). За період уздовж кола проходить один заряд електрона. Оскільки заряд електрона від'ємний, струм буде спрямований протилежно напрямку руху електрона. Сила струму $I = \frac{q}{T} = \frac{qv}{2\pi r} \approx 1$ мА. Унаслідок магнітної дії струму магнітне поле має обернути контур так, як зображено

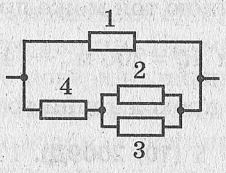


на рисунку. Насправді все набагато складніше й вирішальну роль у таких питаннях відіграють квантові властивості матерії.

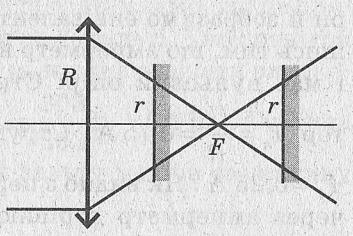
3 (10, 2010Р). Центр мас кульок падає з прискоренням вільного падіння $9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ і за 1 с руху проходить відстань 4,9 м. Перед початком падіння центр мас перебував на відстані 7 см від верхньої кульки, отже, у момент падіння відстань від центра мас до нижньої кульки становитиме $(5-0{,}07-4{,}9)$ м $=3$ см, а довжина пружини — 6 см.



4 (10, 2010Р). Маємо дві еквівалентні схеми, коли ключ розімкнутий і замкнутий (*див. рис.*). У першому випадку загальний опір — 30 Ом, у другому — $\approx 12{,}86$ Ом. Потужність, що буде виділятися на другому резисторі, в обох випадках однакова — 22,5 Вт.



5 (10, 2010Р). Задача має дві відповіді: 3 і 9 см (*див. рис.*).



XLVIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2010 р.

1 (10, 2010Д). Відносно системи відліку, що рухається, тіла набувають додаткової швидкості, і напрямок їхнього руху змінюється. Кількісно зміну швидкості за переходу від однієї системи відліку до іншої описує закон додавання швидкостей. Із закону додавання швидкостей знаходимо, що Джеймс Брадлей змушений був нахиляти свій телескоп у напрямку руху Землі на кут α, такий, що $\operatorname{tg}\alpha=\frac{v}{c}=10^{-4}$. Однак виявляється, що тоді швидкість світла відносно Землі має перевищувати швидкість світла відносно нерухомої системи відліку. Оскільки швидкість світла має бути однаковою, знаходимо, що $\sin\alpha=\frac{v}{c}=10^{-4}$. У будь-якому випадку, як видно з таблиці, для таких малих кутів жодної різниці (із задовільною точністю) між першим і другим підходами немає. Враховуючи майже лінійну залежність обох тригонометричних функцій у поданому проміжку кутів ($0{,}006°-0{,}004°$ відповідає $1{,}05\cdot10^{-4}-6{,}98\cdot10^{-5}$), знаходимо, що значенню 10^{-5} відповідає кут $0{,}000568°$. Тоді $\alpha=0{,}006°-0{,}5\cdot0{,}000568°\approx0{,}0057°$.

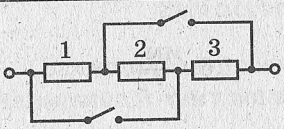
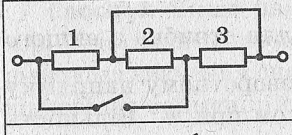
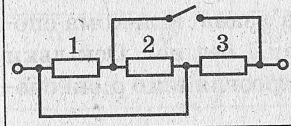
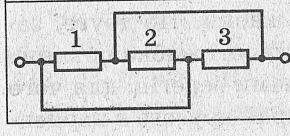
2 (10, 2010Д). Велосипедист починає рухатись із прискоренням $0{,}5\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Швидкість велосипедиста в момент часу, коли колеса велосипеда зроблять п'ять повних обертів, $\upsilon = \sqrt{2al} = \sqrt{20\pi aR} \approx 3{,}14\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Такі самі швидкості матимуть точки обода відносно осі колеса. Доцентрове прискорення крайніх точок обода колеса в цей момент часу $a_{доц} = \frac{\upsilon^2}{R} = 20\pi a \approx 31{,}4\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

3 (10, 2010Д). Позначимо початкове видовження гумової нитки через Δl і вважатимемо, що другий заряд необхідно збільшити в n разів. Умови рівноваги зарядів мають вигляд:

$$\begin{cases} \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 l_1^2} = k\Delta l, \\ 2\dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 l_2^2} = k\big(\Delta l + (l_2 - l_1)\big), \\ 2n\dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 l_3^2} = k\big(\Delta l + (l_3 - l_1)\big). \end{cases}$$

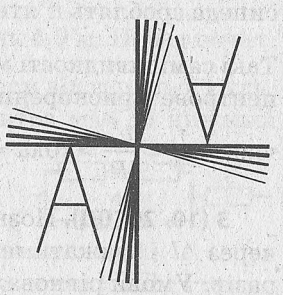
Якщо розглянути різницю рівнянь (щоб позбутися Δl), а потім відношення (щоб позбутися зарядів і коефіцієнта жорсткості), отримуємо $n = 1{,}755$.

4 (10, 2010Д)

	Резистори з'єднані послідовно, $R = 110$ Ом
	Струм проходить тільки через перший резистор, $R = R_1 = 20$ Ом
	Струм проходить тільки через третій резистор, $R = R_3 = 60$ Ом
	Резистори з'єднані паралельно, $R = 10$ Ом

Оскільки ідеальний амперметр має нульовий опір, а ідеальний вольтметр — нескінченний, еквівалентно маємо другу схему: $I = 1$ А, $U = 20$ В.

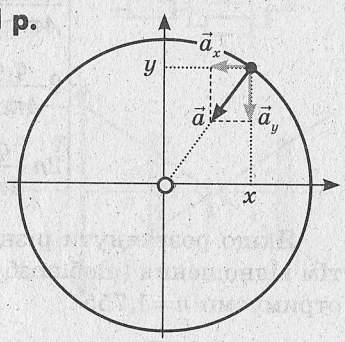
5 (10, 2010Д). Умові задачі задовольняє нескінченна кількість двох взаємно перпендикулярних плоских дзеркал. На рисунку зображені також відображення дзеркал одне в одному, але відсутні перші зображення предмета в дзеркалах. Таким чином, не обтяжений зайвими деталями рисунок відповідає обом випадкам: предмет зверху, зображення знизу й навпаки.



XLIX Всеукраїнська олімпіада. 2011 р.

1 (10, 2011). Оскільки супутник обертається навколо планети коловою орбітою, вектор його швидкості повертається на кут 90° кожну чверть періоду, тобто через

$$t = \frac{1}{4}\frac{2\pi R}{v} = 250\,000\pi \text{ с} \approx 9 \text{ діб } 2 \text{ год } 10 \text{ хв}.$$



З урахуванням співвідношень у трикутнику (*див. рис.*) проекції прискорення супутника:

$$a_x = -\frac{3}{5}\frac{v^2}{R} = -1{,}2\ \frac{\text{мм}}{\text{с}^2}, \quad a_y = -\frac{4}{5}\frac{v^2}{R} = -1{,}6\ \frac{\text{мм}}{\text{с}^2}.$$

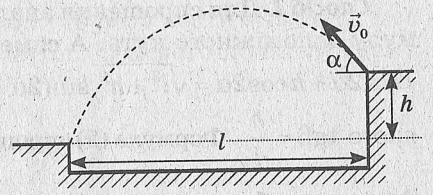
2 (10, 2011). $v_{\min} = \sqrt{g\left(\sqrt{h^2 + l^2} - h\right)} = 3\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ для стрибка з вищого берега на нижчий. Для випадку стрибка у зворотному напрямку відповідь відрізнятиметься від поданої знаком при h. Більшість задач із фізики на екстремум може бути розв'язана кількома способами — як із використанням похідної, так і без неї. Оскільки похідна виходить за межі програми 10 класу, розглянемо різні способи знаходження відповіді без похідної.

По-перше, будемо нехтувати розмірами жабки. По-друге, зазначимо, що для мінімальної початкової швидкості жабка повинна подолати найменшу відстань між двома точками берегів, для чого потрібно стрибнути з краю одного берега на край другого в перпен-

дикулярному до берегів напрямку. По-третє, вважатимемо, що жабці все одно, з якого берега на який стрибати (буває і так, і так). Тому найменшою буде швидкість, коли жабка стрибатиме з вищого (правого) берега на нижчий (лівий).

Припустимо, що жабка стрибає зі швидкістю v_0 під кутом α до горизонту. Спрямуємо з точки початку руху координатні осі: OX горизонтально в напрямку стрибка і OY вертикально вгору. Тоді координати жабки в довільний момент часу

$$\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha \cdot t, \\ y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \dfrac{gt^2}{2}. \end{cases}$$



Виключаючи із системи час t і підставляючи координати кінцевої точки руху (край лівого берега струмка) $x = l = 1{,}2$ м, $y = -h = -0{,}35$ м, знаходимо рівняння, до якого входять дві невідомі: початкова швидкість v_0 і кут α.

$$\frac{gl^2}{2v_0^2 \cos^2\alpha} - l\operatorname{tg}\alpha - h = 0. \qquad (1)$$

Подальший аналіз отриманого рівняння може бути проведений різними способами. Наприклад, виразимо з рівняння (1) початкову швидкість як функцію кута:

$$v_0^2 = \frac{gl^2}{2\sin\alpha\cos\alpha \cdot l + 2\cos^2\alpha \cdot h} = \frac{gl^2}{l\sin 2\alpha + h\cos 2\alpha + h}. \qquad (2)$$

Залишилося проаналізувати, за якого кута α швидкість v_0 найменша й чому вона дорівнює.

Спосіб 1. Якщо немає ніяких ідей, використовуємо калькулятор. Підставляємо значення кута, скажімо, з інтервалом у 10° і порівнюємо значення знаменника $Z(\alpha)$ у (2). Найбільший знаменник відповідає найменшій швидкості.

α	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°
$Z(\alpha)$, м	1,089	1,389	1,564	1,593	1,471	1,214	0,853

Як бачимо, кут, який ми шукаємо, скоріш за все, лежить між 30° і 40°. Уточнюємо, для чого беремо середину інтервалу $Z(35°) \approx 1{,}597$. Ще уточнюємо: $Z(37°) \approx 1{,}6000$, $Z(36°) \approx 1{,}5994$, $Z(38°) \approx 1{,}5990$. Отже, з дуже високою точністю найбільше значення

знаменника дорівнює 1,6 за $\alpha \approx 37°$. Тоді, вважаючи, що $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ (навіть за $g = 9{,}81\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ похибка прискорення вільного падіння значно перевищує похибку у визначенні знаменника), і з (2) знаходимо $v_{\min} = 3\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Спосіб 2. Для спрощення аналізу формули (2) використаємо формулу допоміжного кута. А саме в знаменнику (2) зробимо заміну: $l\sin 2\alpha + h\cos 2\alpha = \sqrt{l^2 + h^2}\,\sin(2\alpha + \beta)$, де β — допоміжний кут, для якого $\operatorname{tg}\beta = \frac{h}{l}$. Формула (2) спрощується: $v_0^2 = \frac{gl^2}{\sqrt{l^2 + h^2}\,\sin(2\alpha + \beta) + h}$. Знаменник буде максимальним, коли $\sin(2\alpha + \beta) = 1$. Тоді мінімальна швидкість $v_0 = \sqrt{\frac{gl^2}{\sqrt{l^2 + h^2} + h}} = \sqrt{g\left(\sqrt{l^2 + h^2} - h\right)} = 3\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Якщо жабці заманеться стрибнути з нижчого (лівого) берега на вищий (правий), у виразі для v_0 слід поміняти h на $-h$.

Спосіб 3. Цей спосіб для тих, хто не знає похідних, методу введення допоміжного кута й навіть забув формули для $\sin 2\alpha$ і $\cos 2\alpha$. Ідея в тому, що мінімальне значення повного квадрата — це нуль. Отже, слід отримати квадратний тричлен і виділити в ньому повний квадрат. Для цього у виразі для v_0^2 (*див. (2)*) слід перейти до якоїсь однієї тригонометричної функції, щоб потім зробити заміну.

$$v_0^2 = \frac{gl^2}{2\sin\alpha\cos\alpha \cdot S + 2\cos^2\alpha \cdot h} = \frac{gl^2}{2\cos^2\alpha 9S\operatorname{tg}\alpha + h)} =$$

$$= \frac{g}{2}\,\frac{l^2\operatorname{tg}^2\alpha + l^2}{l\operatorname{tg}\alpha + h}. \qquad (3)$$

Перехід саме до $\operatorname{tg}\alpha$ ще на початку наших перетворень підказує рівняння (1). Далі все просто. Для зручності позначимо $l\operatorname{tg}\alpha + h = z$. Тоді

$$v_0^2 = \frac{g}{2}\,\frac{(z-h)^2 + l^2}{z} = \frac{g}{2}\left(z - 2h + \frac{h^2 + l^2}{z}\right) =$$

$$= \frac{g}{2}\left(\left(\sqrt{z} - \sqrt{\frac{h^2 + l^2}{z}}\right)^2 + 2\sqrt{h^2 + l^2} - 2h\right).$$

Змінюючи кут α, ми змінюємо в отриманому виразі тільки z і повний квадрат $\left(\sqrt{z}-\sqrt{\dfrac{h^2+l^2}{z}}\right)^2$, до якого входить z. Найменше значення квадрата — це 0. Отже, для найменшої швидкості маємо $v_0^2=g\left(\sqrt{h^2+l^2}-h\right)$, звідки $v_0=\sqrt{g\left(\sqrt{h^2+l^2}-h\right)}$.

Спосіб 4. Виявляється, задачу можуть розв'язати навіть ті, хто упереджено ставиться до тригонометрії. Із самого початку маємо систему рівнянь

$$\begin{cases} x=v_{0x}t, \\ y=v_{0y}t-\dfrac{gt^2}{2}, \end{cases}$$

з урахуванням якої виражаємо квадрат швидкості як функцію часу:

$$v_0^2=v_{0x}^2+v_{0y}^2=\frac{x^2+\left(y+\dfrac{gt^2}{2}\right)^2}{t^2}=\frac{x^2+y^2}{t^2}+yg+\frac{g^2t^2}{4}. \qquad (4)$$

Далі знову ж таки виділяємо повний квадрат (або застосовуємо нерівність Коші).

$$v_0^2=\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{t}-\frac{gt}{2}\right)^2+\left(\sqrt{x^2+y^2}+y\right)g.$$

В останній формулі задаємо координати точки $x=l$, $y=-h$ й отримуємо швидкість, яку слід надати тілу, щоб те потрапило в цю точку через час польоту t. Як бачимо, існує такий час руху, за якого швидкість мінімальна (перший доданок у виразі для v_0^2 дорівнює нулю). Тоді $v_0=\sqrt{\left(\sqrt{l^2+h^2}-h\right)g}=3\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

Спосіб 5. Цей спосіб для тих, кому не подобається тригонометрія і хто не здогадався виділити повний квадрат. Існують дві траєкторії, якими можна потрапити в подану точку,— настильна й навісна. Вони відрізняються часом польоту t і початковим кутом α. У нашому екстремальному випадку траєкторії співпадають, отже, рівняння відносно часу повинно мати один додатний корінь. Це рівняння легко отримати з базових рівнянь або, наприклад, з (4):

$$\frac{g^2}{4}t^4-(hg+v_0^2)t^2+l^2+h^2=0.$$

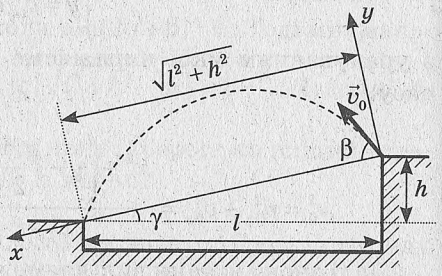
Дискримінант $D=\left(hg+v_0^2\right)^2-g^2\left(l^2+h^2\right)=0$, звідки знаходимо

$$v_0=\sqrt{\left(\sqrt{l^2+h^2}-h\right)g}=3\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Аналогічно можна було перейти до квадратного рівняння відносно $\text{tg}\alpha$ ще в (1): $\frac{gl^2}{2v_0^2}\text{tg}^2\alpha-l\text{tg}\alpha+\frac{gl^2}{2v_0^2}-h=0$. Прирівнюючи дискримінант до нуля, знову отримуємо ту саму відповідь.

Спосіб 6. Як відомо, задачі на рух тіла над похилою площиною зручно розв'язувати в нахиленій системі координат, одну з осей якої (зазвичай вісь OX) спрямовують уздовж лінії нахилу. Координати жабки в довільний момент часу:

$$\begin{cases}x=v_0\cos\beta\cdot t+g\sin\gamma\cdot\dfrac{t^2}{2},\\ y=v_0\sin\beta\cdot t-g\cos\gamma\cdot\dfrac{t^2}{2}.\end{cases}$$



У момент приземлення $x=\sqrt{l^2+h^2}$, $y=0$.

З другого рівняння знаходимо час руху $t=\frac{2v_0\sin\beta}{g\cos\gamma}$ і підставляємо в перше, звідки після стандартних тригонометричних перетворень отримуємо

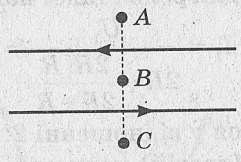
$$v_0^2=\frac{g\sqrt{l^2+h^2}\cos^2\gamma}{\sin(2\beta-\gamma)+\sin\gamma}. \qquad (5)$$

Швидкість буде найменшою за найбільшого знаменника, тобто коли $\sin(2\beta-\gamma)=1$. Отже, найменша швидкість, з якою жабка може перестрибнути струмок:

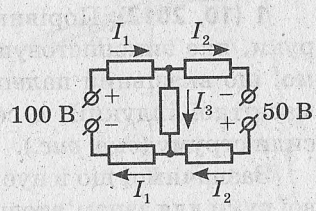
$$v_0=\sqrt{\frac{g\sqrt{l^2+h^2}\cos^2\gamma}{1+\sin\gamma}}=\sqrt{g\sqrt{l^2+h^2}\left(1-\sin\gamma\right)}=\sqrt{g\left(\sqrt{l^2+h^2}-h\right)}.$$

3 (10, 2011). У повітрі динамометр показав mg. Отже, сила Архімеда зменшила покази на $\frac{1}{9}mg$, тобто $\frac{1}{9}mg=\rho_в g\frac{1}{2}V$. Звідси знаходимо $\rho=\frac{9}{2}\rho_в=4500\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

4 (10, 2011). У точці B магнітне поле двох струмів додається й спрямоване до нас. Отже, на відстані від провідника до точки B струм утворює поле індукцією 1,5 мТл. У точці A магнітні індукції двох струмів протилежно спрямовані. У цій точці магнітна індукція від струму верхнього провідника дорівнює 1,5 мТл, а від нижнього — 0,5 мТл (щоб отримати загальне значення 1 мТл). Напрямок — від нас. У точці C магнітна індукція також дорівнює 1 мТл і спрямована від нас. Якщо у верхньому провіднику змінити напрямок струму, у точці B поле компенсуватиметься й дорівнюватиме 0 мТл, а в точках A і C додаватиметься й дорівнюватиме 1,5 мТл + 0,5 мТл = 2 мТл. При цьому в точці A буде спрямоване до нас, а в точці C — від нас. Нарешті, якщо повернути провідник на кут 90°, магнітні індукції від двох струмів у всіх трьох точках будуть утворювати кут 90°. Загальне значення магнітної індукції можна знайти за теоремою Піфагора. Остаточно отримаємо $B_B = 1{,}5\sqrt{2} \approx 2{,}12$ Тл, $B_A = B_C = 0{,}5\sqrt{10} \approx 1{,}58$ Тл.



5 (10, 2011). Струм, що виходить із джерела, дорівнює струму, що в нього входить. Оскільки 100 В > 50 В, слід очікувати, що струм через центральний резистор ітиме вниз. Тоді струми будуть такими, як зображено на рисунку.



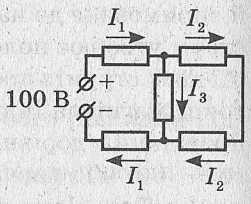
Метод порівняння напруги на паралельних ділянках. Подумки пройдемось із вольтметром елементами схеми й співставимо отримані значення. Так, покази $U_1 = 100$ В на першому джерелі сталої напруги мають дорівнювати сумі показів вольтметра на першому, третьому й четвертому резисторах (*див. рис.*). Аналогічно для $U_2 = 50$ В.

$$\begin{cases} U_1 = I_1R + I_3R + I_1R, \\ U_2 = I_2R - I_3R + I_2R. \end{cases}$$

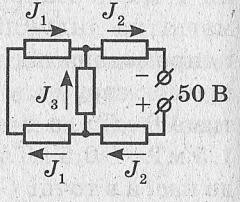
Додамо до системи рівняння $I_1 = I_2 + I_3$, яке пов'язує між собою струми, і знайдемо $I_3 = \dfrac{U_1 - U_2}{4R} = 0{,}05$ А. Тоді кількість теплоти, що виділиться на центральному резисторі за 1 хвилину, $Q = I^2Rt = 37{,}5$ Дж.

Метод суперпозиції. Розглядаємо окремо кожне джерело та розрахуємо струми, які ці джерела поодинці викликають в елементах

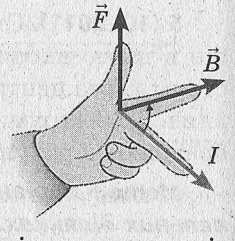
схеми. Потім для кожного елемента схеми додаємо знайдені струми з урахуванням їхніх напрямків.



Струм I_1, який викликає ліве за схемою джерело сталої напруги $U_1 = 100$ В (*див. рис.*), $I_1 = \dfrac{U_1}{2R + \dfrac{2R \cdot R}{2R + R}} = \dfrac{3U_1}{8R}$. Далі цей струм ділиться у відношенні 2:1, отже, через центральний (третій) резистор від першого джерела проходить струм $I_3 = \dfrac{2}{3} I_1 = \dfrac{U_1}{4R}$. Оскільки друга схема є симетричним повторенням першої, струм через центральний резистор від другого джерела буде $J_3 = \dfrac{U_2}{4R}$, а загальний струм від обох джерел разом буде спрямований вниз і дорівнюватиме $I = I_3 - J_3 = \dfrac{U_1 - U_2}{4R} = 0{,}05$ А. Кількість теплоти $Q = I^2 Rt = 37{,}5$ Дж.



І Всеукраїнська олімпіада. 2012 р.



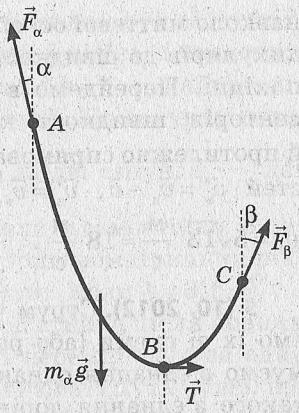
1 (10, 2012). Порівнюючи з правилом лівої руки, яке використовують в Україні, знаходимо, що вказівний палець спрямований уздовж магнітної індукції, а середній — у напрямку сили струму (*див. рис.*).

Зазначимо, що існує зручний англомовний варіант правила лівої руки для запам'ятовування. Три літери FBI є абревіатурою найбільш відомої у світі спецслужби Federal Bureau of Investigation (Федеральне бюро розслідувань). Запам'ятовують так. Спочатку спрямовують до себе великий палець стиснутої в кулак лівої руки й промовляють F, потім випростовують вказівний палець у напрямку цілі (немов збираються вистрілити) — B. Нарешті, відставляють середній палець (немов відпускають спусковий гачок) — I.

2 (10, 2012). Використовуючи закон відбиття й суму кутів трикутника, знаходимо, що $\alpha = 100°$. Оскільки відповідь не залежить від кута падіння, то вона не зміниться, якщо систему дзеркал повернути на $1°$, якщо, звісно, промінь, як і раніше, двічі відбиватиметься від дзеркал.

3 (10, 2012). Щоб знайти відношення мас, треба якось їх відокремити. Розглянемо рівновагу лівої частини ланцюжка від точки під-

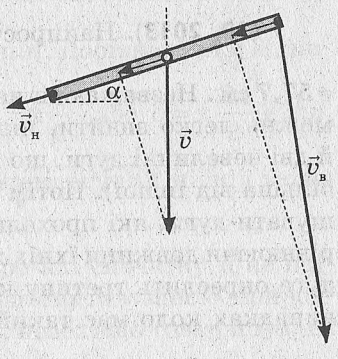
вісу A до найнижчої точки B (*див. рис.*). Уздовж вертикалі силі тяжіння $m_\alpha g$ протидіє вертикальна складова сили натягу в точці A: $F_\alpha \cos\alpha$. Уздовж горизонталі силі натягу T ланцюжка в найнижчій точці B протидіє горизонтальна складова сили натягу в точці A: $F_\alpha \sin\alpha$. Маємо систему двох рівнянь:



$$\begin{cases} F_\alpha \cos\alpha = m_\alpha g, \\ F_\alpha \sin\alpha = T, \end{cases}$$

звідки знаходимо, що $m_\alpha g = \dfrac{T}{\operatorname{tg}\alpha}$. Аналогічну систему рівнянь матимемо для правої частини ланцюжка. Тоді й $m_\beta g = \dfrac{T}{\operatorname{tg}\beta}$. Поділимо рівняння й отримаємо $\dfrac{m_\alpha}{m_\beta} = \dfrac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha} = \sqrt{3}$.

4 (10, 2012). Оскільки центр мас палиці падає з прискоренням вільного падіння, відстань, яку він подолає за час t, дорівнює $h = \dfrac{gt^2}{2}$. У момент удару палиця, яку закрутили з довільною швидкістю, узагалі може утворювати будь-який кут із горизонтом (за малих швидкостей обертання). Отже, відстань, яку подолає центр мас, може становити від 5 до 5,5 м. Відповідно час падіння — від $t_1 = \sqrt{\dfrac{2h_1}{g}} = 1\text{ с}$ до $t_2 = \sqrt{\dfrac{2h_2}{g}} \approx 1{,}05\text{ с}$.



За додатковою умовою через 1 с після початку падіння палиця утворювала кут 30° із горизонтом, а швидкість її нижнього кінця була спрямована вздовж палиці. У цей момент часу швидкість центра дорівнювала $v = gt = 10\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$ і, звісно, була спрямована вниз. Оскільки проекції обох швидкостей на напрямок палиці однакові (інакше вона буде стискатися або розтягуватися), знаходимо швидкість нижнього кінця палиці: $v_н = v\sin 30° = 5\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$. Для знаходження швидкості верхнього кінця можна обрати декілька шляхів: знову розглянути проекції швидкостей; перейти в систему відліку «палиця»; розглянути рух

навколо миттєвої осі обертання, що перебуває на перетині перпендикулярів до швидкостей, і, нарешті, увести координати й узяти похідні. Перейдемо в систему відліку «центр палиці». Мовою векторів, швидкості кінців палиці відносно її центру однакові й протилежно спрямовані: $\vec{v}'_н = -\vec{v}'_в$. За законом додавання швидкостей $\vec{v}'_н = \vec{v}_н - \vec{v}$, $\vec{v}'_в = \vec{v}_в - \vec{v}$. Отже, $\vec{v}_в = 2\vec{v} - \vec{v}_н$. Звідки знаходимо $v_в = 5\sqrt{13}\ \frac{м}{с} \approx 18\ \frac{м}{с}$.

5 (10, 2012). Струм через середні резистори не йтиме. Вилучаємо їх зі схеми (або розриваючи, або закорочуючи дріт) й отримуємо з'єднання однакових резисторів у вигляді квадрата. Опір такого з'єднання дорівнює опору одного резистора. Отже, і потужність усього з'єднання дорівнюватиме потужності одного електрокип'ятильника: $P = \frac{cm\Delta t}{\tau} = 800$ Вт.

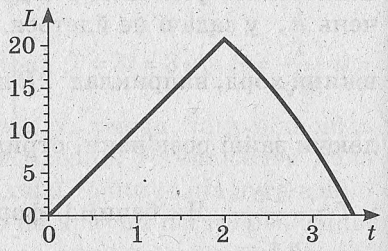
LI Всеукраїнська олімпіада. 2013 р.

1 (10, 2013). Найпростіший випадок: $T = 3t = 3$ с, $R = \frac{1}{\sqrt{3}}$ м $\approx$ $\approx 57{,}7$ см. Незважаючи на парадоксальність умови, таку відповідь можна легко знайти, якщо діяти послідовно. Намалювати коло й дві невеличкі дуги, що виходять з однієї точки (одна дуга вдвічі більша від іншої). Потім подумки або на аркуші поступово збільшувати дуги, які проходить частинка за одну та дві секунди, порівнюючи довжини їхніх хорд (модулів переміщення). Коли менша дуга окреслить третину кола, довжини хорд співпадуть. В інших випадках коло має такий самий радіус, але рух частинки більш швидкий із коротшими періодами: $T = \frac{1\text{ с}}{n \pm \frac{1}{3}}$, де n — натуральне число. Вираз для періоду можна отримати формально, розв'язавши тригонометричне рівняння. За теоремою косинусів, квадрат відстані між двома точками на колі, що обмежують дугу з кутом α, дорівнює $R^2 + R^2 - 2R^2\cos\alpha$, а квадрат відстані між точками з удвічі більшою дугою: $R^2 + R^2 - 2R^2\cos 2\alpha$. Оскільки відстані (модулі переміщень) повинні бути однаковими, маємо $\cos 2\alpha = \cos\alpha$. Загальний розв'язок цього простого тригонометричного рівняння: $\alpha = \frac{2\pi k}{3}$, де k — ціле. Далі аналізуємо різні випадки. $k = 0$ є, як

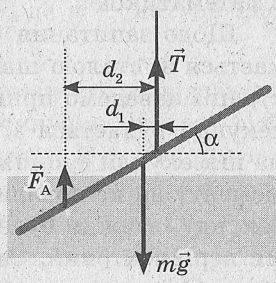
кажуть, тривіальним розв'язком. У цьому випадку рух відсутній ($\alpha = 0$), що не відповідає умові задачі. Додатні й від'ємні значення k просто означають рух у різних напрямках. $k = 1$ — найпростіший випадок, який вже було розглянуто вище. За секунду руху точка проходить третину кола $\left(\alpha = \frac{2\pi}{3}\right)$, а за дві секунди — дві третини відповідно. Інші випадки проаналізуйте самостійно й переконайтеся, що знайти їх можна було без тригонометричних рівнянь, але не можна сказати, що це надто просто. Коли $k = 3, 6, 9, \ldots$ ($\alpha = 2\pi, 4\pi, 6\pi, \ldots$), тобто, коли k кратне 3, частинка після повних обертів повертається в початкову точку. Її переміщення за одну та дві секунди будуть однаковими, але дорівнюватимуть нулю, що суперечить умові задачі. Враховуючи, що $\alpha = \omega t = \frac{2\pi t}{T}$, знаходимо вираз для періоду $T = \frac{3t}{k} = \frac{3}{k}$ с, де k — будь-яке натуральне число, не кратне трьом. Звісно, про обмеження, пов'язані з теорією відносності або фізичною реалізацією описаного руху за великих значень k, у задачі не йдеться. Існують й інші способи виразити довжини хорд, наприклад $2R\left|\sin\frac{\alpha}{2}\right|$ і $2R|\sin\alpha|$. Дорівнюючи й відкидаючи зайві розв'язки, отримуємо $\cos\frac{\alpha}{2} = \pm\frac{1}{2}$, або $\alpha = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$ і $T = \frac{1\text{ с}}{n \pm \frac{1}{3}}$. Як бачимо, формальний математичний підхід може допомогти знайти навіть ті розв'язки, про які спочатку й не підозрювали. Фізика є найбільш точною, математизованою природничою наукою, і щоб досягти в ній успіху, необхідно товаришувати з математикою.

Щодо запитання «Чи можна стверджувати, що частинка рухається зі сталою швидкістю?» — відповідь негативна. Для ілюстрації наведемо приклад. Півсекунди частинка нерухома, а півсекунди рухається зі сталою подвоєною швидкістю, потім знову на півсекунди зупиняється, знову рухається й так далі. З якого б моменту ви не почали відлік часу, шлях, який долає частинка за секунду, завжди буде однаковим, хоча рух частинки із зупинками нерівномірний. Саме тому у визначенні рівномірного руху як руху, під час якого за будь-які однакові проміжки часу частинка проходить однаковий шлях, обов'язково поряд зі словами однакові проміжки часу присутній займенник *будь-які*.

2 (10, 2013). Будемо вважати, що камінці полетіли в один бік, тобто кут між їхніми початковими швидкостями дорівнював $30°$, а не $90°$. Перший камінець упав через $t_1 = \dfrac{2v_0 \sin\alpha}{g} = 2$ с на відстані $l = \dfrac{v_0^2}{g}\sin(2\alpha) = 20\sqrt{3}$ м ≈ 35 м від точки початку руху. Другий камінець через час $t_2 = 2\sqrt{3}$ с упав у ту саму точку. Перші 2 с польоту обох камінців відстань між ними збільшувалася зі сталою швидкістю $v_0\sqrt{2-2\cos 30°} = \dfrac{v_0(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{2} \approx 10{,}35$ $\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$, оскільки вони рухаються з однаковим прискоренням. Після падіння першого камінця (координати $(l,\ 0)$) координати другого продовжували змінюватися за законом $x(t) = v_0\cos 60°\,t$, $y(t) = v_0\sin 60°\,t - \dfrac{gt^2}{2}$. Отже, залежність відстані між камінцями від моменту часу $t_1 = 2$ с до моменту часу $t_2 = 2\sqrt{3}$ с матиме вигляд: $L = \sqrt{\left(l - v_0\cos 60°\,t\right)^2 + \left(v_0\sin 60°\,t - \dfrac{gt^2}{2}\right)^2}$, або в СІ $L = 5(2\sqrt{3} - t)\sqrt{4+t^2}$. Графік має дві пов'язані з рухом вітки: пряму й спадну криву. Після $t_2 = 2\sqrt{3}$ с камінці перебувають поряд, тому далі графік — це горизонтальна лінія вздовж осі абсцис.



3 (10, 2013). Під час розрахунків силу тяжіння слід прикласти до середини дроту, а силу Архімеда — до середини його зануреної частини. Плечі цих сил відносно точки підвісу $d_1 = \dfrac{1}{18}l\cos\alpha$, $d_2 = \dfrac{16}{45}l\cos\alpha$. З умови рівноваги $mgd_1 = F_A d_2$ знаходимо $\rho = \dfrac{64}{25}\rho_в = 2560$ $\dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.



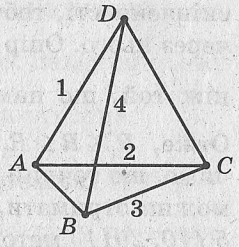
З одного боку, сили тяжіння та Архімеда (точка прикладення F_A перебуває нижче від mg) намагаються надати дроту горизонтального положення. Сила натягу нитки цьому заважає. Якби її не було, а «дріт» мав густину, меншу за густину води, паличка плавала б горизонтально. З другого боку, причини дивного «плавання» металевого дроту можна зрозуміти, розглянувши якийсь із граничних випадків. Наприклад,

уявімо, що безпосередньо над посудиною з водою ми підвісили дротинку в точці, що перебуває зовсім поряд із її центром мас. Дротинка почала б повільно опускатися довшою стороною, поки її кінець не досягнув би води й не занурився б. Сила Архімеда підтримала б дротинку, і та набула б рівноваги в нахиленому положенні. Сила натягу нитки й сила Архімеда спрямовані вгору й дорівнюють силі тяжіння, спрямованій униз. Оскільки точки прикладання всіх трьох сил розташовані на одній прямій, відповідь не залежить від кута нахилу дротинки.

4 (10, 2013). За технічними даними $R=\dfrac{U^2}{P}=529$ Ом. Зазначимо, що це опір лампи в робочому стані, коли нитка розжарювання нагріта до дуже високої температури. Згідно з вимірюваннями, $R=\dfrac{U'}{I'}=46$ Ом. Як бачимо, опір лампи значно збільшується за нагрівання. Саме тому лампи розжарювання найчастіше перегорають під час вмикання, коли їхній опір ще дуже малий, тож через них спочатку йде великий струм і виділяється значна потужність. Використовуючи залежність опору від температури $R=R_0\left(1+\alpha(t-t_0)\right)$, знаходимо збільшення температури $t-t_0=2100\,^\circ$C.

5 (10, 2013). Припустимо, що вимірюють опір, приклавши напругу до точок A і B.

Еквівалентна схема з'єднання матиме такий вигляд, як показано на *рис. 1*.



У випадку прикладення напруги до точок C і D схема буде такою самою, тільки пари точок A, B і C, D слід буде поміняти місцями (звісно, разом із номерами резисторів-дротинок, які їх з'єднують). Оскільки опори в цих двох випадках різні, золотою може бути лише та дротинка, що безпосередньо з'єднує або точки A і B, або точки C і D (дротинки 1, 2, 3, 4 рівноправні в цих випадках). За умовою $R_{AB}=1$ Ом, $R_{CD}=1{,}2$ Ом, отже, золота дротинка з'єднує точки C і D. Струм через неї (*див. рис. 1*) не йтиме. Тоді $R_{AB}=\dfrac{R_\text{с}}{2}$, $R_{CD}=\dfrac{R_\text{с}R_\text{з}}{R_\text{с}+R_\text{з}}$, звідки знаходимо опори срібної та золотої дротинок: $R_\text{с}=2$ Ом, $R_\text{з}=3$ Ом. За умови однакових розмірів

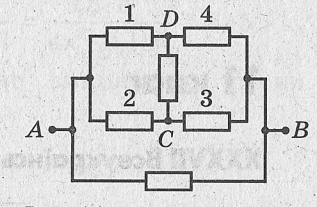


Рис. 1.

відношення опорів та питомих опорів буде однаковим. Тому відношення питомого опору золота до питомого опору срібла дорівнює 1,5.

Знайдемо тепер відповідь на останнє запитання. Для зручності на еквівалентній схемі проставимо значення опорів усіх дротинок (*рис. 2*). На відміну від попередніх випадків, струм через резистор, зображений у вертикальному положенні, тепер ітиме. Скористаємося тим, що за збільшення опору будь-якого резистора опір усього з'єднання збільшується, а за зменшення відповідно зменшується. Зменшимо опір вертикального резистора до нуля. Тоді отримаємо еквівалентну схему (*рис. 3*). Її опір менший, ніж той, який ми шукаємо, і дорівнює $R_1 = \frac{22}{21}$ Ом $\approx 1{,}0476$ Ом.

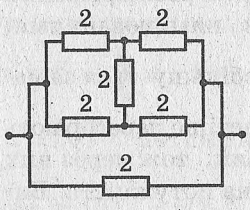


Рис. 2

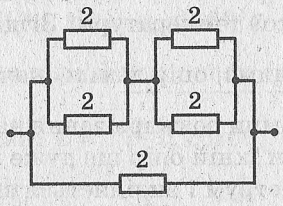


Рис. 3

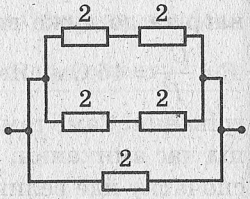


Рис. 4

Тепер, навпаки, збільшимо опір вертикального резистора до нескінченності, тобто виключимо можливість проходження струму через нього. Опір еквівалентного з'єднання (*рис. 4*) буде більшим, ніж той, що нам потрібен, і дорівнює $R_2 = \frac{20}{19}$ Ом $\approx 1{,}0526$ Ом. Отже, $R_1 \le R \le R_2$, тобто з точністю до сотих $R = 1{,}05$ Ом. Зазначимо, що точний розв'язок також дає значення $R = 1{,}05$ Ом. Його можна отримати, застосувавши розглянутий у розв'язку *задачі 5 (10, 2011)* метод порівняння напруги на паралельних ділянках.

11 клас

XXXVII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 1999 р.

1 (11, 1999Р). $v = \sqrt{\frac{2F}{\rho S}} \approx 13{,}8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вважаємо, що діаметр отвору шприца значно менший за діаметр поршня.

2 (11, 1999Р). $A = mgh\frac{v_л}{v_л - v_е} \approx 30$ кДж.

3 (11, 1999Р). У зв'язку з широким інтервалом температур можливі різні підходи до розв'язання. Значення температурного коефіцієнта α загалом не є сталим і залежить від інтервалу температур, для якого обирають його середнє значення. Оскільки в умові відсутня додаткова інформація відносно цього, можна очікувати на такі відповіді:

$$t^\circ = \frac{R_t}{R_1}t_1^\circ + \frac{R_t - R_1}{\alpha R_1} \approx 2500\,^\circ\text{C}, \quad t^\circ = t_1^\circ + \frac{R_t - R_1}{\alpha R_1} \approx 2225\,^\circ\text{C} \approx 2200\,^\circ\text{C}.$$

Зрозуміло, що для точного визначення температури даних в умові недостатньо.

4 (11, 1999Р). Вважаємо, що робота, яку виконує ЕРС з електролізу води, дорівнює енергії, що виділяється під час зворотної реакції, тобто за вибуху гримучого газу ($2H_2 + O_2 \to 2H_2O$).

$$E = \frac{q\mu}{N_A e} \approx 1{,}5\text{ В}.$$

5 (11, 1999Р). Зображення Сонця матиме діаметр $d = 2F\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} \approx F\alpha =$

$= \frac{0{,}5\pi}{180}F \approx 4{,}4$ мм, який не залежить від діаметра лінзи. Від діаметра лінзи залежить потужність сонячного випромінювання, яка в зображенні буде в $\frac{u}{u_0} = \frac{D^2}{d^2} \approx 425$ разів більшою. Завдяки цьому можна випалювати на деревині за допомогою великих лінз.

XXXVII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 1999 р.

1 (11, 1999Д). Зазначимо, що цеглина під час руху не відривається від дошки, оскільки $\frac{g}{\omega^2 R} = \frac{gT^2}{4\pi^2 R} = \frac{9{,}8 \cdot 1^2}{4\pi^2 \cdot 0{,}15} \approx 1{,}655 > 1$.

Щоб вона не проковзувала, необхідне виконання умови $\mu \geq \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{g}{\omega^2 R}\right)^2 - 1}} \approx 0{,}758 \approx 0{,}76$.

2 (11, 1999Д). $A = \frac{\sqrt{2}}{2}mgl\cos 45^\circ \frac{v_л}{v_л - v_e} \approx 21$ кДж.

3 (11, 1999Д). $\varphi = \varphi_0 \frac{r_1 + r_2 + r_3}{\sqrt[3]{r_1^3 + r_2^3 + r_3^3}} = 200$ В.

4 (11, 1999Д). У липні густина водяної пари більша

$$\text{в } \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\varphi_2}{\varphi_1}\frac{P_{н2}}{P_{н1}}\frac{T_1}{T_2} \approx 3{,}42 \text{ раза.}$$

5 (11, 1999Д). Зображення Сонця матиме діаметр $d = 2F\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} \approx$ $\approx F\alpha = \frac{0{,}5\pi}{180}F \approx 4{,}4$ мм, який не залежить від діаметра лінзи. Від діаметра лінзи залежить потужність сонячного випромінювання, яка в зображенні буде в $\frac{u}{u_0} = \frac{D^2}{d^2} \approx 336$ разів більшою.

XXXVIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2000 р.

1 (11, 2000Р). Час польоту не залежить від напрямку, у якому під кутом $45°$ до поверхні схилу кидають тіло.

$$t = \frac{2}{g}\sqrt{\frac{2E}{m}}\frac{\sin 45°}{\cos 30°} = \frac{4}{g}\sqrt{\frac{E}{3m}} \approx 1{,}2 \text{ с.}$$

2 (11, 2000Р). Кут падіння знаходимо з виразу $\sin\alpha = \frac{n_1 n_2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}} < 1$.

3 (11, 2000Р). $|\vec{s}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 6{,}5$ мм. Слід врахувати рух за інерцією, оскільки є горизонтальна початкова швидкість ($x = 1{,}5$ мм), рух під дією сили тяжіння ($y = 2$ мм) і рух під дією електричного поля ($z = 6$ мм). Під дією електричного поля частинка увесь час зміщується в один бік.

Ідею задачі запропонував заступник декана фізичного факультету ДНУ М. П. Дергачов.

4 (11, 2000Р)

$$t = \frac{\sqrt{(1+\alpha t_{30})^2 + 4\alpha(t_{30} - t_{10})(1+\alpha t_{30})} - (1 - \alpha t_{30})}{2\alpha} \approx 48{,}5 \text{ °C.}$$

5 (11, 2000Р). $T = \pi\sqrt{\frac{\pi m R}{\sqrt{2}NIBl}}$. Силу, яка повертає циліндр в положення рівноваги, знаходимо, вважаючи, що $N \gg 1$ і використовуючи принцип суперпозиції.

Задачу запропонував доцент кафедри квантової макрофізики фізичного факультету ДНУ С. Ф. Лягушин.

XXXVIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2000 р.

1 (11, 2000Д). Задача має три розв'язки: $\beta_1 = 90° - \alpha$, $\beta_2 = 45°$, $\beta_3 = 45° - \frac{\alpha}{2}$. Відповіді, які потребують великих швидкостей і врахування сферичності Землі, відкидаємо, оскільки за таких швидкостей забезпечити пружне відбиття (і взагалі відбиття) реальними матеріалами неможливо.

Завжди приємно, коли хтось з учнів знаходить розв'язок задачі, про який не підозрювали ні автор задачі, ні члени журі. Саме це сталося на олімпіаді в Дніпропетровську. Дмитро Лєсков із ліцею інформаційних технологій знайшов несподіваний розв'язок.

Автор задачі, коли складав її, міркував приблизно так. Тіло кинули під кутом α до горизонту. Відстань між точками кидання й відбиття $S = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$. Якщо $\alpha \neq 45°$, існує дві траєкторії, які пов'язують ці точки. Дійсно, формальний розв'язок $2\alpha = (-1)^k \arcsin\frac{gS}{v_0^2} + k\pi$, де $k \in Z$, дає безліч кутів, із яких за додаткової умови $\alpha \in (0;\ 90°)$ залишаються тільки два. Якщо перший α, другий — $90° - \alpha$. Тіло після відбиття може повернутися або вздовж тієї самої траєкторії, або вздовж іншої. Отже, площину можна розташувати двома способами: під кутом $90° - \alpha$ або під кутом $45°$ до горизонту. Здавалося б, усе. Випадки з додатковим відбиттям від поверхні землі в точках десь посередині не розглядаємо, оскільки про властивості земної поверхні нічого не відомо. Але ліцеїст знаходить додатковий розв'язок, припускаючи, що тіло може двічі відбитися від площини. Тіло перший раз відбивається від площини й летить вертикально вгору, падає в ту саму точку, вдруге відбивається й повертається назад у точку, з якої його кинули. Розв'язок: $\beta = 45° - \frac{\alpha}{2}$.

2 (11, 2000Д)

$$A = \rho g(H^2 - h^2)\frac{(S_2 - S_1)S_1}{2S_2} = \frac{3}{8}\rho g S(H^2 - h^2) \approx 0{,}038 \text{ Дж}.$$

3 (11, 2000Д). $|\vec{s}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 6{,}5$ мм (*див. коментарі до розв'язку задачі 3 (11, 2000Р)*).

4 (11, 2000Д). У повітрі — 25 мкс, у воді — 6,25 мкс. Слід враховувати, що час поширення променя залежить від кута, який промінь

утворює з віссю симетрії оптоволокна. Найбільший час буде в променя, який поширюється під граничним кутом повного внутрішнього відбиття.

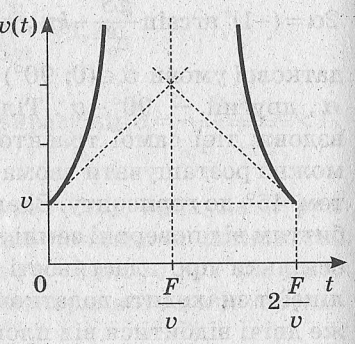
Ідею задачі запропонував доцент кафедри оптоелектроніки фізичного факультету ДНУ В. В. Пастухов.

5 (11, 2000Д). $T = \pi\sqrt{\dfrac{\pi mR}{\sqrt{2}NIBl}}$ *(див. коментарі до розв'язку задачі 5 (11, 2000Р)).*

XXXIX Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2001 р.

1 (11, 2001Р). Якщо припустити, що швидкість ескалатора в обох випадках була однакова (як за величиною, так і за напрямком), $n = \dfrac{3n_1n_2}{2n_2 + n_1} = 48$. Ескалатор рухався зверху вниз. Звичайно, у відповіді наведена кількість тільки тих сходинок ескалатора, які можна одночасно на ньому побачити.

2 (11, 2001Р). $F_{\max} = mg$, $F_{\min} = \sqrt{\dfrac{2}{3}}mg$. Значення $F_{\min}$ відповідає моменту, коли ліана утворює з вертикаллю кут $\alpha = \arccos\dfrac{2}{3}$.



3 (11, 2001Р). За початок системи координат візьмемо оптичний центр лінзи, координатну вісь спрямуємо в напрямку руху комахи. Залежність координати зображення від часу: $f = F\dfrac{2F - vt}{F - vt}$. Залежність швидкості зображення від часу: $V(t) = f'(t) = \dfrac{F^2v}{(F - vt)^2}$. Зазначимо, що розмірами комахи не можна нехтувати, коли вона перетинає фокус лінзи, а товщина лінзи не дозволить комасі досягти оптичного центра. Першу половину часу зображення дійсне, другу — уявне. Якщо припустити, що лінза є ідеальною оптичною системою й за нею немає перешкод (спрямована до неба), виникає цікаве уточнення відносно поведінки лівої частини графіка (швидкість дійсного зображення комахи) за наближення до вертикальної асимптоти. Оскільки дійсне зображення формується перетином променів, а швидкість променів дорівнює

швидкості світла, швидкість дійсного зображення після наближення до швидкості світла більше не зростатиме. На графіку це відповідатиме горизонтальній ділянці на висоті $V = c$. Звичайно, це зауваження буде правильним, якщо не виходити за межі геометричної оптики, оскільки інтенсивність зображення стає нескінченно малою. Щодо правої частини графіка, то можна вважати, що вона починається з нескінченної швидкості, оскільки уявне зображення утворюють не фізичні об'єкти, а уявні продовження променів.

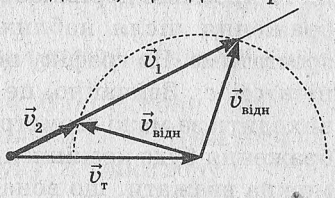
4 (11, 2001Р). $T = \dfrac{32\pi\hbar^3}{m(ke^2)^2} \approx 2\cdot 10^{-15}$ с.

5 (11, 2001Р). $E_{\max} = \dfrac{\pi^2 N d^2 B}{4t} \approx 20$ В.

XXXIX Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2001 р.

1 (11, 2001Д). Щоб визначити швидкість хлопчика відносно берегів, слід було скористатися законом додавання швидкостей: $\vec{v} = \vec{v}_{\text{відн}} + \vec{v}_{\text{теч}}$. З геометричної побудови знаходимо, що одній траєкторії руху задовольняють два значення швидкості (*див. рис.*).

$$h = \sqrt{\frac{4l^2 v_{\text{відн}}^2 - \left(v_{\text{т}}^2 - v_{\text{відн}}^2\right)^2 t^2}{4\left(v_{\text{т}}^2 - v_{\text{відн}}^2\right)}} = 30 \text{ м}.$$

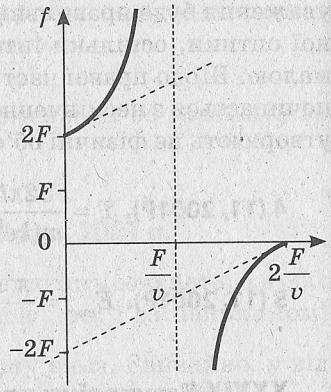


2 (11, 2001Д). За непружного зіткнення частина механічної енергії тіл переходить в інші форми, переважно в теплову. Вважаючи, що на нагрівання витрачається k-та частина цієї енергії і k не залежить від відношення мас тіл, маємо для зміни температури тіл Δt (із законів збереження імпульсу й зміни енергії):

$$\Delta t = \frac{k}{2}\cdot\frac{\left(\vec{v}_{\text{Al}} - \vec{v}_{\text{Pb}}\right)^2}{\left(\sqrt{c_{\text{Al}}} + \sqrt{c_{\text{Pb}}}\right)^2 + \left(\sqrt{c_{\text{Al}}\dfrac{m}{M}} - \sqrt{c_{\text{Pb}}\dfrac{M}{m}}\right)^2},$$

звідки знаходимо, що максимальним збільшення температури буде за умови, коли другий доданок у знаменнику дорівнює нулю, тобто коли $\dfrac{M}{m} = \sqrt{\dfrac{c_{Al}}{c_{\text{Pb}}}} \approx 2{,}77$. Звичайно, задачу можна було б розв'язати без складних перетворень, якщо перейти в систему відліку, яка пов'язана з одним із тіл, і використати похідну.

3 (11, 2001Д). Залежність координати зображення від часу: $f = F\dfrac{2F - \upsilon t}{F - \upsilon t}$. Залежність швидкості зображення від часу: $f'(t) = \dfrac{F^2\upsilon}{(F - \upsilon t)^2}$ (на графіку $f(t)$ швидкість має значення тангенса кута нахилу дотичної). Зазначимо, що розмірами комахи не можна нехтувати, коли вона перетинає фокус лінзи, а товщина лінзи не дозволить комасі досягти оптичного центра (початку координат). Першу половину часу зображення дійсне, другу — уявне. Якщо припустити, що лінза є ідеальною оптичною системою й за нею нема перешкод (спрямована до неба), виникає цікаве уточнення відносно поведінки лівої частини графіка (дійсне зображення комахи) поблизу асимптоти. Оскільки дійсне зображення формується перетином променів, а швидкість променів дорівнює швидкості світла, швидкість дійсного зображення після наближення до швидкості світла більше не зростатиме. На графіку це відповідатиме прямій із кутовим коефіцієнтом c. Звичайно, це зауваження буде правильним, якщо не виходити за межі геометричної оптики, оскільки інтенсивність зображення буде нескінченно малою. Щодо правої частини графіка можна вважати, що вона починається в нескінченності, оскільки уявне зображення утворюють не фізичні об'єкти, а уявні продовження променів.



4 (11, 2001Д). $45°$.

5 (11, 2001Д). $R = 48{,}4$ Ом, $X_L \approx 15{,}7$ Ом, $X_C \approx 15{,}9$ Ом. Для відповіді на друге запитання задачі можна скористатися, наприклад, методом векторних діаграм.

$$P = \frac{P_0}{\left(1 - \dfrac{x_C}{x_L}\right)^2 + \dfrac{x_C^2}{R^2}} \approx P_0\frac{R^2}{x_C^2} \approx 9{,}2 \text{ кВт}.$$

Якщо кип'ятильник не перегорить, на ньому буде виділятися потужність, у 9 разів більша, ніж за безпосереднього вмикання в коло змінного струму.

XL Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2002 р.

1 (11, 2002Р). Тиск у балоні зменшився на 60 %.

2 (11, 2002Р). Незважаючи на те, що утримувати вантаж на рівні верхніх точок блоків горизонтально спрямовані сили не можуть, підняти його на цей рівень (і навіть вище) вони можуть за рахунок явища інерції. Необхідно, щоб робота цих сил була більшою за зміну потенціальної енергії вантажу, звідки знаходимо необхідну умову $2F \geq \dfrac{mg\cos\alpha}{1-\sin\alpha}$.

3 (11, 2002Р). $d = \dfrac{2}{B}\sqrt{\dfrac{2Um_C}{e}}\left(\sqrt{\dfrac{m_O}{m_C}}-1\right) \approx 15{,}5$ см.

4 (11, 2002Р). Леопольд повинен бігати за законом гармонічних коливань з амплітудою $A_0\sqrt{1+16\pi^2}$ і тією самою частотою, що й посудина, але із зсувом за фазою $\operatorname{arctg}(4\pi)$. Відстань, яку пробігатиме кіт в одному напрямку, дорівнює подвоєній амплітуді $l = 2A_0\sqrt{1+16\pi^2} \approx 10$ м.

5 (11, 2002Р). $v = 500\,000\ \dfrac{\text{км}}{\text{с}}$. Пляма не є матеріальним об'єктом і може рухатись із будь-якою швидкістю. Одні фотони влучають в одне місце екрана, інші — в інше. Оскільки це відбувається послідовно, створюється своєрідна ілюзія руху. З точки зору C у точці екрана, напрямок на яку становить кут $\arcsin\dfrac{3}{5}$ із напрямком CB, виникне пляма, яка розділиться на дві й «розбіжиться» в протилежних напрямках. Аналогічне явище спостерігається після надходження звуку від надзвукового літака.

XL Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2002 р.

1 (11, 2002Д). $I_1 = \dfrac{\mathscr{E}}{R+r} = 1{,}5$ А і $I_2 = I_1 - \dfrac{BS}{\Delta t(R+r)} = 0{,}5$ А.

2 (11, 2002Д). Щоб рухатись зі сталою швидкістю на велосипеді вгору, слід прикладати до педалей щонайменше силу $F = mg\sin\alpha\dfrac{RR_0}{lr}$. Цей вираз можна отримати як зі співвідношення для моментів сил, так і з енергетичних міркувань. Якщо вважати, що максимальною сила F буде тоді, коли велосипедист їде,

переносячи на педаль усю свою вагу $F < mg$, маємо таку оцінку для кута α, за якого рух угору ще можливий: $\sin\alpha < \frac{lr}{RR_0}$. Звичайно, може виявитися, що $\frac{lr}{RR_0} > \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}$. Тоді раніше колеса почнуть проковзувати й кут α визначатиметься з умови $\operatorname{tg}\alpha < \mu$.

3 (11, 2002Д). $\Delta p = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} \approx 5{,}65$ Па.

4 (11, 2002Д). Леопольд повинен бігати за законом гармонічних коливань з амплітудою $A_0\sqrt{1+36\pi^2}$ і тією самою частотою, що й посудина, але із зсувом за фазою $\operatorname{arctg}(6\pi)$. Відстань, яку пробігатиме кіт в одному напрямку, дорівнює подвоєній амплітуді $l = 2A_0\sqrt{1+36\pi^2} \approx 15$ м.

5 (11, 2002Д). $v = 600\,000\ \frac{\text{км}}{\text{с}}$. Пляма не є матеріальним об'єктом і може рухатися з будь-якою швидкістю. Одні фотони потрапляють в одне місце екрана, інші — в інше. Оскільки це відбувається послідовно, створюється своєрідна ілюзія руху. З точки зору C у точці екрана, напрямок на яку становить кут $30°$ з напрямком CB, виникне пляма, яка розділиться на дві й «розбіжиться» в протилежних напрямках. Аналогічне явище спостерігається після надходження звуку від надзвукового літака.

XLI Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2003 р.

1 (11, 2003Р). $v_0\cos\alpha = 25\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2 (11, 2003Р). Використовуємо закон збереження енергії. 14 або 16 см.

3 (11, 2003Р). Амперметр, розрахований на вимірювання змінного струму, покаже ефективне значення сили струму, яке менше за амплітудне в $\sqrt{2}$ разів: $I = \frac{\sqrt{2}}{3}\pi(\varepsilon-1)\nu CU \approx 2{,}22$ мА.

4 (11, 2003Р). Частинка буде рухатися вздовж гвинтової лінії, відстань між витками якої збільшується за рахунок того, що вздовж напрямку напруженості електричного поля на частинку діє стала сила qE, яка викликає прискорення $\frac{qE}{m}$. У перпенди-

кулярному напрямку частинка рухається вздовж кола зі сталою швидкістю $v_0 \sin\alpha$ під дією сили Лоренца $qBv_0 \sin\alpha$. Відстань $r = \frac{mv_0}{qB}\sqrt{\left(\frac{Bv_0}{E}\right)^2 + 3\sin^2\left(\frac{Bv_0}{2E}\right)}$.

5 (11, 2003Р). Верхня труба відірветься від нижньої раніше, ніж вдариться об підлогу. Нижня труба після моменту відриву буде рухатися рівномірно зі швидкістю $v = \sqrt{(3\sqrt{3}-5)gR} \approx 0{,}62\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

XLI Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2003 р.

1 (11, 2003Д). $v_0 \cos\alpha = 25\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2 (11, 2003Д). $a_1 = 0{,}664g \approx 6{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $a_2 = 0{,}328g \approx 3{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $a_3 = 0{,}496g \approx 4{,}9\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Закони Ньютона для кожного з тіл слід доповнити кінематичним зв'язком між прискореннями тіл $a_1 + a_2 = 2a_3$.

3 (11, 2003Д). Знаки зарядів на пластинах зміняться на протилежні через час $t_1 = \pi\sqrt{L_1 C} = 0{,}4\pi$ мс $\approx 1{,}26$ мс, а потім знову набудуть попередніх значень через час $t_2 = \pi\sqrt{L_2 C} = 0{,}2\pi$ мс $\approx 0{,}628$ мс.

4 (11, 2003Д). Частинка буде рухатися вздовж кривої, періодично зупиняючись і повторюючи свій рух (ця крива називається циклоїдою, її описує точка на ободі колеса, яке без проковзування котиться вздовж прямою). Спочатку на частинку діє тільки електричне поле. Частинка прискорюється, і на неї починає діяти сила Лоренца, яка збільшується зі збільшенням швидкості частинки та змінює напрямок її руху. Максимальна швидкість $v_{\max} = \frac{2E}{B}$.

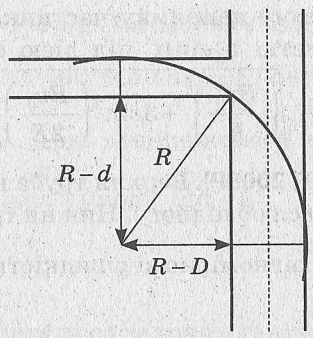
5 (11, 2003Д). 9 мм. Відстанню від очей жука до поверхні дзеркала нехтуємо.

XLII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2004 р.

1 (11, 2004Р). $v = \frac{E}{B} = 750\ \frac{\text{км}}{\text{с}}$.

2 (11, 2004Р). Вважаємо, що поверхня вулиці й проспекту горизонтальні (насправді вони дещо знижуються до країв, щоб

забезпечити відтік дощової води). Під час руху вздовж кола радіусом R силою, що забезпечує доцентрове прискорення $a=\dfrac{v^2}{R}$, є сила тертя, максимальне значення якої — μmg. З другого закону Ньютона знаходимо $v=\sqrt{\mu gR}$. Отже, чим більший радіус кола, тим більша швидкість. Оскільки правила дорожнього руху вночі для байкера не мають значення, знайдемо коло, керуючись тільки геометричними міркуваннями. За теоремою Піфагора маємо $R^2=(R-d)^2+(R-D)^2$, звідки знаходимо два розв'язки $R=d+D\pm\sqrt{2dD}$, з яких умовам задачі $R>d$ і $R>D$ відповідає тільки один: $R=d+D+\sqrt{2dD}=100$ м. Отже, $v=28\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.



3 (11, 2004Р). $F=m\sqrt{2\dfrac{\left(a+\sqrt{a^2+g^2}\right)^3}{\sqrt{a^2+g^2}}}\approx 45$ Н.

4 (11, 2004Р). Від $\lambda_1=6\pi$ м ≈ 19 м до $\lambda_1=24\pi$ м ≈ 75 м.

5 (11, 2004Р). Треба врахувати не тільки час вільного падіння, але й час гармонічного руху тіла, коли стискається й розпрямляється пружина.

$$t=2\sqrt{\frac{2h}{g}}+2\sqrt{\frac{m}{k}}\left(\pi-\arccos\frac{1}{\sqrt{1+2\dfrac{kh}{mg}}}\right)=$$

$$=\frac{2}{7}\text{ с}+\frac{1}{15}\left(\pi-\arccos\frac{7}{\sqrt{949}}\right)\approx 0{,}33\text{ с}.$$

XLII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2004 р.

1 (11, 2004Д). $a_1=4{,}5\ \dfrac{\text{см}}{\text{с}^2}$, $a_2=3\ \dfrac{\text{см}}{\text{с}^2}$. $v_1\approx 0{,}7\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_2\approx 0{,}46\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

2 (11, 2004Д). Під кутом α до горизонту тіло можна кидати вгору й вниз. Аналогічно швидкість тіла може утворювати кут β із горизонтом під час руху вгору або вниз. Отже, зада-

ча має декілька відповідей. Якщо тіло кидають угору, можливі дві відповіді: $t=\frac{v_0}{g}(\sin\alpha\mp\cos\alpha\operatorname{tg}\beta)$, коли $\alpha>\beta$, і тільки одна $t=\frac{v_0}{g}(\sin\alpha+\cos\alpha\operatorname{tg}\beta)$, коли $\alpha<\beta$. Якщо тіло кидають униз, можлива одна відповідь — $t=\frac{v_0}{g}(\cos\alpha\operatorname{tg}\beta-\sin\alpha)$.

3 (11, 2004Д). Найпростіше розв'язувати задачу в неінерціальній системі відліку.

$$F=\sqrt{\left(m_2a+m_1\frac{\left(a+\sqrt{a^2+g^2}\right)^2}{\sqrt{a^2+g^2}}\right)^2+\left(m_2g+m_1g\frac{\left(a+\sqrt{a^2+g^2}\right)}{\sqrt{a^2+g^2}}\right)^2}\approx 56\text{ Н}.$$

Під коренем до квадрата підносять горизонтальну й вертикальну складові сили F. Напрямок сили визначається цими складовими.

4 (11, 2004Д). Система еквівалентна двом послідовно з'єднаним конденсаторам. Під час визначення максимального заряду слід врахувати, що максимальне значення напруги на конденсаторі перевищує ефективне значення 220 В у $\sqrt{2}$ разів. $q_{\max}\approx 66$ нКл. Час, через який заряд пластини змінюється за знаком, $t=\frac{1}{2\nu}=0{,}01$ с.

5 (11, 2004Д). Тягарець рухається вздовж кола радіусом $r=\frac{l_1l_2}{l}=24$ см, площина якого утворює кут $\alpha=\arcsin\left(\frac{h}{l}\right)$ із вертикаллю. Період малих коливань $T=2\pi\sqrt{\frac{l_1l_2}{g\sqrt{l^2-h^2}}}\approx 1$ с.

XLIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2005 р.

1 (11, 2005Р). П'ята секунда починається після закінчення четвертої. Слід розглянути два випадки, коли тіло починає рухатися вгору і вниз.

2 (11, 2005Р). Швидкість хлопця відносно дівчини й швидкість зображення хлопця відносно дівчини мають однакове значення — $8\frac{\text{км}}{\text{год}}$. Швидкість, із якою скорочується відстань між дівчиною й зображенням хлопця, — $6{,}4\frac{\text{км}}{\text{год}}$.

3 (11, 2005Р). Перший шматочок діелектрика має в 7 разів більшу масу.

4 (11, 2005Р). На π % зменшується енергія коливань за кожен період, який дорівнює 40π мкс (*див. розв'язок задачі 5 (11, 2005Д)*).

5 (11, 2005Р). У $\frac{L}{l}$ разів. Період малих коливань

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}\left(1-\frac{l}{L}\right)}.$$

XLIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2005 р.

1 (11, 2005Д). Швидкість дівчини відносно хлопця й швидкість зображення дівчини відносно хлопця мають однакове значення — $9\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$. Швидкість, з якою скорочується відстань між хлопцем і зображенням дівчини, — $5{,}4\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$.

2 (11, 2005Д). Коник може вибратись із траншеї на поверхню землі, якщо стрибне під кутами від $\frac{1}{2}\arccos 0{,}36 \approx 34°$ до $\operatorname{arctg} 9 \approx 84°$.

3 (11, 2005Д). Якщо припустити, що шайба відразу зупиниться в нижчій точці, коефіцієнт тертя дорівнює $\mu = \frac{2}{\pi}$. За менших коефіцієнтів тертя шайба може зупинитися в нижчій точці через декілька коливань. Тобто загальна кількість відповідей теоретично може бути необмеженою.

4 (11, 2005Д). Тиск газу під поршнем збільшиться в $\frac{L}{l}$ разів. Якщо циліндр перевернути відкритою частиною вниз, відстань від закритого кінця циліндра до поршня дорівнюватиме $l' = \frac{L}{2-\frac{L}{l}}$. Зрозуміло, що це можливо, якщо $L > 2l$. Ще більшою має бути довжина циліндра (щоб не випав поршень), якщо перевертати циліндр швидко. Тоді поршень відразу опуститься значно нижче, а через декілька коливань, втративши частину енергії, зупиниться в положенні рівноваги з $l' = \frac{L}{2-\frac{L}{l}}$. Для ізотермічного процесу мінімальна довжина циліндра, за якої це можливо, може бути наближено знайдена з енергетичних міркувань.

5 (11, 2005Д). На $0{,}1\pi$ % зменшується енергія коливань за кожен період, який дорівнює 40π мкс. За умовою втрати енергії за період малі. Отже, з певним наближенням можна користуватися формулою $I = I_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$ і вважати, що період $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Діюче (ефективне) значення сили струму $I_{ef} = \dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$, а енергія, що виділяється на резисторі за період, $Q = PT = I_{ef}^2 RT$. Загальна енергія коливального контура $W = \dfrac{LI^2}{2} = LI_{ef}^2$. Частка, яку Q становить від W, мала, приблизно $\dfrac{1}{300}$, що підтверджує зроблені припущення.

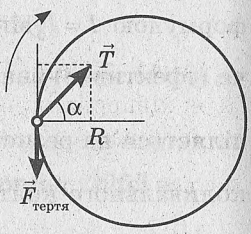
XLIV Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2006 р.

1 (11, 2006Р). Під вагою будемо розуміти mg. Прирівнюючи періоди $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ і $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$, знаходимо $mg = kl = 30$ Н. Відповідь не зміниться, оскільки добуток kl не залежить від характеристики планети.

2 (11, 2006Р). $l \approx 112$ м. Припустимо, що спортсмен кидає списа зі швидкістю v під кутом α до горизонту. Відносно нерухомого спостерігача спис матиме горизонтальну складову швидкості, більшу за $v\cos\alpha$ на швидкість спортсмена V, тобто $v_x = v\cos\alpha + V$. Вертикальна складова швидкості $v_y = v\sin\alpha$ залишиться незмінною. Отже, час руху списа $t = \dfrac{2v\sin\alpha}{g}$ (нехтуємо зростом спортсмена), а дальність польоту $l = v_x t = (v\cos\alpha + V)t = 2\dfrac{v^2}{g}\sin\alpha\left(\cos\alpha + \dfrac{V}{v}\right)$. Найпростіше проаналізувати дальність польоту на екстремум, узявши похідну й прирівнявши її до нуля. Отримуємо квадратне рівняння відносно $\cos\alpha$: $2\cos^2\alpha + \dfrac{V}{v}\cos\alpha - 1 = 0$ або, враховуючи умови задачі, $12\cos^2\alpha + \cos\alpha - 6 = 0$. Додатний розв'язок: $\cos\alpha = \dfrac{2}{3}$. Тоді $l = \dfrac{5\sqrt{5}}{9}\dfrac{v^2}{g} \approx 112$ м (для $g = 10\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$). Зауважимо, що спроби підлаштувати відповідь під кут $45°$ не дають максимальної дальності польоту, оскільки зі зміною кута змінюється й початкова швидкість списа відносно нерухомого спостерігача.

3 (11, 2006Р). $T \approx 14$ мН. Проекція сили натягу нитки на напрямок до центра кола спричиняє доцентрове прискорення $\omega^2 R$, а перпендикулярна проекція на напрямок швидкості компенсує силу тертя:

$$\begin{cases} m\omega^2 R = T\cos\alpha, \\ \mu mg = T\sin\alpha. \end{cases}$$



Підносимо до квадрата обидва рівняння й додаємо відповідно їхні ліві й праві частини, щоб позбутися кута.

$$T = m\sqrt{(\mu g)^2 + (\omega^2 R)^2} \approx 14 \text{ мН}.$$

4 (11, 2006Р). Силу струму знайдемо із закону Ома для контура: $I = \dfrac{\mathcal{E}_i}{R}$, де ЕРС індукції $\mathcal{E}_i = \dfrac{\Delta B}{\Delta t} S$. Підставляючи вирази для площі контура $S = \pi r^2$, опору дроту $R = \dfrac{\rho_R \cdot 2\pi r}{\Delta s}$ і враховуючи масу дроту $m = \rho \cdot 2\pi r \cdot \Delta s$, отримуємо $I = \dfrac{\Delta B}{\Delta t} \dfrac{m}{4\pi\rho_R \rho} \approx 2{,}63$ мА.

5 (11, 2006Р). Максимальна швидкість у найближчій до Сонця точці траєкторії, мінімальна — у найвіддаленішій. Це можна довести по-різному. Наприклад, використати закон збереження енергії. Коли планета віддаляється від Сонця, її потенціальна енергія зростає, а кінетична зменшується. У найвіддаленішій точці вона буде мінімальною.

XLIV Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2006 р.

1 (11, 2006Д). Будемо вважати, що за час польоту млинець повинен обернутися на кут $180°$. Тоді $\omega = \dfrac{\pi}{t} = \pi\sqrt{\dfrac{g}{8h}} = \dfrac{7\pi}{4}$ с$^{-1}$ (для $g = 10 \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$). Якщо ж достатньо, щоб млинець повернувся тільки на $90°$, а далі все вирішує вправний рух сковорідки, кутова швидкість (якщо знехтувати розмірами млинця) може бути вдвічі меншою.

2 (11, 2006Д). По-перше, вважаємо, що всі колеса джипа керівні, а по-друге, перевіримо, чи не зможе джип просто заїхати на гірку. Оскільки $\text{tg}\alpha = \dfrac{5}{12} > \mu = 0{,}2$, сили тертя недостатньо, щоб утримати джип на поверхні. Потрібен розгін. Для того, щоб швидкість була мінімальною, джип весь час підйому повинен «працювати»

колесами. Тоді спрямована вгору вздовж схилу сила тертя допомагатиме йому заїхати на гірку.

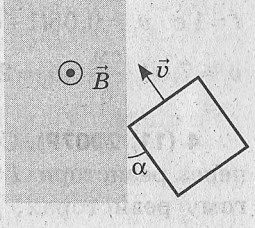
$$v_0 = \sqrt{\frac{2gS}{5}} \approx 10 \ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

3 (11, 2006Д). Період коливань маятника дорівнюватиме сумі двох півперіодів: півперіоду математичного маятника й півперіоду комбінованого маятника; для якого сила, що повертає, складатиметься із сили пружності $-kx$ і проекції сили натягу нитки $-\frac{mgx}{l}$.

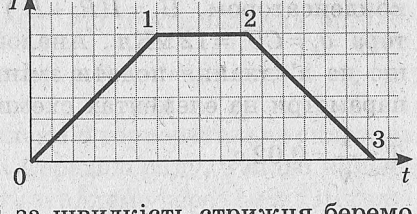
$$T = \pi\left(\sqrt{\frac{l}{g}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{g}{l}+\frac{k}{m}}}\right) = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1+\frac{1}{\sqrt{1+\frac{kl}{mg}}}\right) \approx 0{,}91 \text{ с}.$$

4 (11, 2006Д). Сила взаємодії зменшиться в $\frac{20}{9} \approx 2{,}22$ раза.

5 (11, 2006Д). Опір дроту $R = \frac{\rho l}{S} = 6{,}8$ мОм.



Для того, щоб побудувати залежність сили струму в контурі від часу, спочатку знаходимо моменти часу, коли кути квадрата проходять через границю поля. Це 2 с, $2\sqrt{3}$ с, $2+2\sqrt{3}$ с. ЕРС індукції можна визначити як за зміною в одиницю часу магнітного потоку через контур, так і за виразом для наведеної ЕРС у стрижні, що рухається в магнітному полі. У цьому випадку, якщо за ефективну довжину стрижня слід узяти довжину границі поля всередині контура, тоді за швидкість стрижня беремо перпендикулярну до границі поля складову швидкості $v\sin\alpha$.



Максимальна сила струму через контур $I = \frac{Bvat\text{g}\alpha}{R} \approx 1{,}7$ мА.

XLV Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2007 р.

1 (11, 2007Р). $l = \frac{gt^2}{4\pi^2 N^2} \approx 10$ см. Збільшиться.

2 (11, 2007Р). Відповідь не залежить від довжини: $F = \frac{UBS}{\rho} = 5$ мкН.

Сила буде максимальною, якщо провідник буде прямим і перпендикулярним до ліній магнітної індукції.

3 (11, 2007Р). Після пружного зіткнення третя шайба зупиниться, перша почне рухатися зі швидкістю $v = 10\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$. Швидкість центра мас системи з'єднаних пружиною першої й другої шайб дорівнюватиме $\frac{v}{2} = 5\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$. Відносно центра мас, який перебуває посередині пружини, шайби здійснюватимуть гармонічні коливання, кожна немов на удвічі коротшій пружині з коефіцієнтом пружності $2k$. При цьому проекція швидкості першої шайби на напрямок загального руху відносно центра мас $v_x = \frac{v}{2}\cos\omega t$, а відносно нерухомої площини — $\frac{v}{2} + \frac{v}{2}\cos\omega t$, де циклічна частота $\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}}$. У СІ $v_1 = 0{,}05(1+\cos 20t)$, $v_2 = 0{,}05(1-\cos 20t)$. Через $t = 1$ с $v_1 = 0{,}05(1+\cos 20) \approx 0{,}0704$, $v_2 = 0{,}05(1-\cos 20) \approx 0{,}0296$, або $v_1 \approx 7{,}04\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$, $v_1 \approx 2{,}96\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$.

4 (11, 2007Р). Струм через конденсатори не йде. Сила струму через резистори $I = 0{,}02$ А. Загальна напруга на першому й другому резисторах, ділянки яких з'єднані паралельно з першим конденсатором, $U_1 = I(R_1 + R_2) = 60$ В. Заряд першого конденсатора $q_1 = CU_1 = 12$ мКл. Аналогічно $q_2 = CI(R_2 + R_3) = 20$ мКл. Якщо на з'єднання подати змінну напругу, через деякий час усі параметри на елементах схеми будуть змінюватися з її періодом $T = \frac{1}{\nu} = 0{,}02$ с.

5 (11, 2007Р). Припустимо, що п'ята кулька висить на однаковій відстані r від кожної з чотирьох. Тоді $mg = 4\frac{kq^2}{r^2}\cos\alpha = 4\frac{kq^2}{r^2}\frac{\sqrt{r^2 - \frac{a^2}{2}}}{r}$. Від маси кульки залежить відстань r, але формально можна вважати, що, навпаки, саме маса є функцією r: $m = 4\frac{kq^2}{r^2}\cos\alpha = 4\frac{kq^2}{g}\sqrt{r^{-4} - \frac{a^2}{2}r^{-6}}$. Маса буде максимальною за максимального значення виразу під коренем.

Беремо похідну $f'(r)=\left(r^{-4}-\frac{a^2}{2}r^{-6}\right)'=-\frac{4}{r^5}+\frac{3a^2}{r^7}$ і знаходимо, що максимуму відповідає $r=\frac{\sqrt{3}}{2}a$. Тоді $m_{\max}=\frac{16}{3\sqrt{3}}\frac{kq^2}{a^2g}$. Звісно, за такої маси рівновага кульки навряд чи буде стійкою.

XLV Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2007 р.

1 (11, 2007Д). Задача розв'язується або за допомогою взяття похідної від $x=x_{\max}\sin(\omega t+\varphi_0)$ $(\upsilon=x_{\max}\omega\cos(\omega t+\varphi_0))$, звідки $\upsilon_{\max}=x_{\max}\omega$, або із закону збереження енергії $\frac{m\upsilon_{\max}^2}{2}=\frac{kx_{\max}^2}{2}$ і формули для періоду коливань $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$: $\upsilon_{\max}=\frac{2\pi x_{\max}}{T}\approx 0{,}314\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2 (11, 2007Д). Паралельні струми спричинятимуть у центрі протилежно спрямовані вектори магнітної індукції. Один зі струмів буде найбільшим, а другий найменшим, якщо $\alpha=0$. У загальному випадку опори двох паралельно підключених ділянок $R_{\text{I}}=\left(1-\frac{\alpha}{\pi}\right)R_1+\frac{\alpha}{\pi}R_2$ і $R_{\text{II}}=\frac{\alpha}{\pi}R_1+\left(1-\frac{\alpha}{\pi}\right)R_2$. Загальний опір з'єднання в СІ $R=\frac{R_{\text{I}}R_{\text{II}}}{R_{\text{I}}+R_{\text{II}}}=\frac{1}{5}\left(2+\frac{\alpha}{\pi}\right)\left(3-\frac{\alpha}{\pi}\right)=\frac{1}{5}\left(\frac{25}{4}-\left(\frac{\alpha}{\pi}-\frac{1}{2}\right)^2\right)$. З останнього виразу робимо висновок, що максимальний опір — $\frac{5}{4}$ Ом — буде, якщо $\alpha=\frac{\pi}{2}$.

3 (11, 2007Д). Під час польоту кульки її горизонтальна складова швидкості $\upsilon_0\cos\alpha$ не змінювалася. Середню силу, з якою кулька тиснула на стінку під час зіткнення, знайдемо через зміну імпульсу: $F=\frac{\Delta p}{\Delta t}=\frac{2m\upsilon_0\cos\alpha}{\Delta t}=2$ кН.

4 (11, 2007Д). З формули для ємності плоского конденсатора знаходимо $S=\frac{Cd}{\varepsilon_0}\approx 678\ \text{м}^2$. І це площа тільки однієї пластини. Загальна площа фольги — $1356\ \text{м}^2$. Величенький виходить конденсатор... Тому краще отримати ємність 6 мкФ шляхом з'єднання конденсаторів по 5 мкФ. Ємності конденсаторів додаються, коли ті з'єднані паралельно. За послідовного з'єднання конденсаторів додаються обернені величини. Якщо 6 мкФ уявити, як 5 мкФ + 1 мкФ,

то це означатиме, що один конденсатор ємністю 5 мкФ, паралельно з'єднаний із ланцюжком із п'яти таких самих послідовно з'єднаних конденсаторів (*рис. 1*). Та чи буде таке з'єднання оптимальним із точки зору кількості конденсаторів? Звісно, тепер, коли ми знайшли з'єднання із шести конденсаторів, коло пошуку звузилося, і далі можна перебирати різні комбінації не більш ніж із п'яти конденсаторів. Такий підхід потребує уважності й суттєвих витрат часу.

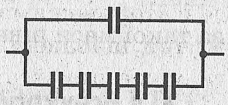


Рис. 1

Існує простий метод, який дозволяє розв'язувати подібні задачі на з'єднання резисторів і конденсаторів. Розглянемо m паралельних кіл по n однакових резисторів у кожному, що утворюють прямокутник $n \times m$ (*рис. 2*). Загальний опір з'єднання $R = \dfrac{nR_0}{m}$. Якщо $n = m$, резистори утворюють квадрат, і тоді незалежно від розмірів квадрата й кількості резисторів у ньому загальний опір $R = R_0$. Це означає, що будь-який квадрат з однакових резисторів можна замінити одним резистором R_0. Отже, сформулюємо алгоритм дій, якщо є однакові резистори опором R_0 кожен, за яким слід отримати опір R.

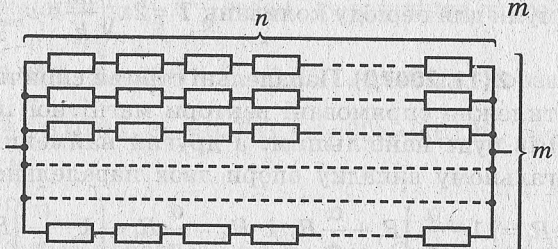


Рис. 2

1. Ділимо R на R_0 і виражаємо результат у вигляді відношення двох цілих чисел: $\dfrac{R}{R_0} = \dfrac{n}{m}$ $\left(R = \dfrac{nR_0}{m}\right)$.
2. Рисуємо прямокутник $n \times m$ на кшталт зображеного на *рис. 2*.
3. Виділяємо в цьому прямокутнику квадрати й замінюємо кожен одним резистором R_0, щоб зменшити загальну кількість елементів схеми.
4. Зображаємо еквівалентну схему.

Аналогічно для з'єднання конденсаторів з однією відмінністю: рядки та стовпці в прямокутнику слід поміняти місцями. Застосуємо метод до нашої задачі: $C_0 = 5$ мкФ, $C = 6$ мкФ. Отже, $\dfrac{C}{C_0} = \dfrac{6}{5}$, і розміри прямокутника — 5×6. На *рис. 3* і *4* показано два способи розбиття прямокутника на квадрати й відповідні еквівалентні схеми. Як бачимо, найменша кількість конденсаторів — 5 (*рис. 4*).

До того ж з'єднання з п'яти конденсаторів більш надійне, ніж із шести, що зображено на *рис. 3*. У ньому верхній конденсатор максимально навантажений, що за збільшення напруги може призвести до пробою.

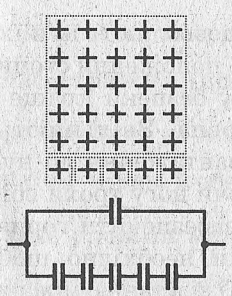


Рис. 3

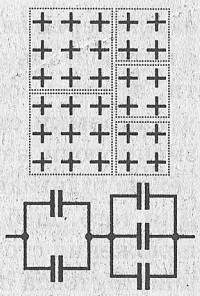


Рис. 4

5 (11, 2007Д). У верхній посудині рівень води зменшився, а повітря — збільшився на $\Delta h = 1$ см, у нижній — навпаки. Позначимо тиск, що встановився у верхній і нижній посудинах, через P_1 і P_2 відповідно, а початковий тиск у посудинах — через P_0. Тоді для повітря маємо

$$\begin{cases} p_0 \dfrac{h}{2} S = p_1 \left(\dfrac{h}{2} + \Delta h \right) S, \\ p_0 \dfrac{h}{2} S = p_2 \left(\dfrac{h}{2} - \Delta h \right) S, \end{cases}$$

а для рідини $p_2 = p_1 + \rho g (h - 2\Delta h)$. Розв'язуючи систему, знаходимо

$$p_0 = \frac{\rho g}{4 h \Delta h} (h - 2\Delta h)^2 (h + 2\Delta h) \approx 37{,}9 \text{ кПа}.$$

XLVI Всеукраїнська олімпіада. 2008 р.

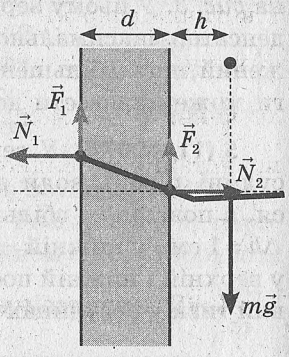
1 (11, 2008). $t = \dfrac{T_м T_з}{T_м - T_з} \approx 2{,}11$ р.

2 (11, 2008). $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\,\% \approx 26{,}8\,\%$.

3 (11, 2008). Дальність польоту $l = \dfrac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha_0$, час польоту $t = \dfrac{2 v_0 \sin \alpha_0}{g}$, отже, середня швидкість тіні $v = \dfrac{l}{t} = v_0 \cos \alpha_0 = 10 \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$. Швидкість тіні $v_т = v_0 \cos \alpha_0 (1 - \text{ctg}\alpha_0 \text{tg}\alpha)$ буде максимальною в момент падіння за найменшого значення кута $\alpha = -60°$: $v_{max} = v_0 = 20 \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

4 (11, 2008). Під час користування «кігтями» людина взуває їх і поперемінно правою й лівою ногами заносить планки AB і CD з обох боків стовпа, щоразу вище й вище (в умові зображені «кігті» для лівої ноги). Моменти сил притискають планки до стовпа,

а сили тертя не дозволяють їм з'їхати вниз. Найбільш комфортним є горизонтальне положення стопи, але якщо це не можливо зробити, з точки зору безпеки краще зберігати незначний уклін униз у напрямку стовпа. Звільняють «кігті», зменшуючи навантаження до нуля й обережно піднімаючи ногу трохи вбік і вгору. Для того, щоб забезпечити горизонтальне положення стопи, необхідно, щоб між товщиною стовпа d і відстанню між планками l виконувалося співвідношення $\frac{d}{l} = \cos 30°$, звідки для товщини стовпа 50 см маємо $l = \frac{2d}{\sqrt{3}} \approx 57{,}74$ см. Найближче положення $l = 60$ см, але не настільки воно ближче до 57,74 см від іншої можливої відстані $l = 55$ см, щоб даремно ризикувати. Окрім того, менша відстань призводить до більш надійного зчеплення. Тому планку CD слід змістити тільки на один отвір. При цьому платформа під стопу буде утворювати кут 5,38° із горизонтом.



На рисунку зображені сили, які діють на «кігті» з людиною. Вважаємо, що людина не спирається на стовп і її маса значно перевищує масу одного «кігтя». Тоді з умови статичної рівноваги маємо (за вісь обертання оберемо планку CD — точку *2* на рисунку):

$$\begin{cases} F_1 + F_2 = mg, \\ N_1 = N_2, \\ mgh + F_1 d = N_1 \sqrt{l^2 - d^2}. \end{cases}$$

Для граничного випадку початку проковзування $F_1 = \mu N_1$, $F_2 = \mu N_2$, із системи рівнянь знаходимо

$$\mu = \frac{\sqrt{l^2 - d^2}}{2h + d} = \frac{\sqrt{21}}{26} \approx 0{,}176.$$

Отже, для всіх коефіцієнтів тертя, більших за 0,18, підйом на стовп (і, звісно, спуск також) можливий.

5 (11, 2008). $U = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = B\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{B}{2}\frac{lv\Delta t}{\Delta t} = \frac{1}{2}Blv$, де v — швидкість нижнього кінця стрижня. Максимальну швидкість стрижень матиме, проходячи положення рівноваги. Оскільки різні частини стрижня рухаються з різними швидкостями, для оцінки кінетич-

ної енергії стрижня можна взяти кінетичну енергію матеріальної точки, розташованої в центрі мас стрижня (швидкість $\frac{v}{2}$). Її кінетична енергія $\frac{mv^2}{8}$ буде дещо меншою за кінетичну енергію стрижня, оскільки той відносно цієї точки ще й обертається. Точне значення $\frac{mv^2}{6}$ може бути отримане різними методами як із використанням похідної, так і без неї. Із закону збереження енергії $\frac{mv^2}{6}=\frac{mgl}{2}$, $v=\sqrt{3gl}$ і $U=\frac{1}{2}Bl\sqrt{3gl}\approx 14$ В.

XLVII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2009 р.

1 (11, 2009Р). $\frac{q}{m}=0{,}03\ \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$.

2 (11, 2009Р). З рівняння стану ідеального газу знаходимо $\frac{n_1}{n_2}=\frac{p_1}{p_2}\frac{T_2}{T_1}\approx 2{,}28$.

3 (11, 2009Р). За час польоту $t=\frac{2v_0\sin\alpha}{g}$ спис має повернутися на кут $90°$, або $\frac{\pi}{2}$ (якщо не розглядати екзотичні можливості з багатьма поворотами). Отже, спортсмен повинен надати спису кутової швидкості $\omega=\frac{\frac{\pi}{2}}{t}=\frac{\pi g}{2\sqrt{2}v_0}$.

4 (11, 2009Р). Зі збільшенням магнітної індукції магнітний потік через контур збільшується, отже, у контурі виникає ЕРС індукції. Щоб цього не допустити, стрижень слід рухати вліво в напрямку гальванометра, зменшуючи площу контура $S=lh$. Прирівнюючи абсолютні значення однієї та іншої зміни магнітного потоку за одиницю часу $\frac{\Delta B}{\Delta t}lh$ і $B\frac{h\Delta l}{\Delta t}=Bhv$, знаходимо $v=\frac{l}{B}\frac{\Delta B}{\Delta t}=0{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Більш цивілізовано було б записати, що похідна від магнітного потоку $\Phi=BS$ має дорівнювати нулю, і вже звідти знайти відповідь.

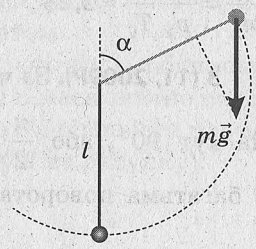
5 (11, 2009Р). Оскільки кульки однакової маси, після удару перша кулька зупиниться, а друга набуде її швидкості й почне стискувати пружину. Період коливання такої системи дорівнюватиме сумі двох півперіодів математичного й пружного

маятників. $T=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}+\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. Оскільки удар пружний, потенціальна енергія першої кульки переходить спочатку в кінетичну енергію другої, а потім у потенціальну енергію стиснутої пружини $mgh=\frac{mv^2}{2}=\frac{kx^2}{2}$. Звідси знаходимо $\frac{m}{k}=\frac{x^2}{v^2}=\frac{x^2}{2gh}$. Період $T=\frac{3\pi}{7}$ с $\approx 1{,}35$ с.

XLVII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2009 р.

1 (11, 2009Д). Кульки рухатимуться назустріч одна одній унаслідок кулонівського притягання. Відстань зменшуватиметься, тому прискорення кульок збільшуватиметься. Оскільки сумарний імпульс кульок дорівнює нулю, у будь-який момент часу швидкість першої кульки буде утричі меншою. Отже, відстань, яку пролетить перша кулька, утричі менша й становить 25 см.

2 (11, 2009Д). За законом збереження енергії в момент проходження маятником найнижчої точки його швидкість $v_1^2=2gl$. Горизонтальна швидкість кульки $\vec{v}_2$ перпендикулярна до $\vec{v}_1$. З урахуванням цього й із закону збереження імпульсу $(m_1+m_2)\vec{u}=m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2$ знаходимо швидкість маятника u відразу після зіткнення:



$$u^2=\frac{m_1^2v_1^2+m_2^2v_2^2}{(m_1+m_2)^2}. \qquad (1)$$

Подальший рух маятника, який дещо змінить площину коливань, проаналізуємо із закону збереження енергії

$$\frac{(m_1+m_2)u^2}{2}=\frac{(m_1+m_2)u'^2}{2}+(m_1+m_2)gh, \qquad (2)$$

де u' — швидкість маятника на висоті h. Максимальна висота $h=l(1+\cos\alpha)$ буде в момент дотику маятника до конічної поверхні на відстані l від вершини. Нитка при цьому повинна бути розтягнутою на всю довжину. Це можливо або за натягненої нитки, або за умови зменшення сили натягу нитки в найвищому положенні (але не раніше) до нуля. Тоді доцентрове прискорення забезпечуватиме тільки проекція сили тяжіння на напрямок нитки, тобто

$\frac{(m_1+m_2)u'^2}{l}=(m_1+m_2)g\cos\alpha$. Як бачимо, швидкість маятника $u'=\sqrt{gl\cos\alpha}$ у найвищій точці буде відмінною від нуля. Підставляємо u' і h у закон збереження енергії (2) і знаходимо найменшу швидкість u, яку має отримати маятник у найнижчій точці, щоб досягти найвищої:

$$u^2=gl\cos\alpha+2gl(1+\cos\alpha)=gl(2+3\cos\alpha)=\frac{7}{2}gl.$$

Підставимо тепер $u^2=3{,}5gl$ і $v_1^2=2gl$ в (1), щоб знайти масу кульки m_2.

$$m_2=m_1\frac{u^2+\sqrt{u^2(v_1^2+v_2^2)-v_1^2v_2^2}}{v_2^2-u^2}=m_1\frac{7+\sqrt{28+\frac{6v_2^2}{gl}}}{\frac{2v_2^2}{gl}-7}\approx 71\text{ г}. \qquad (3)$$

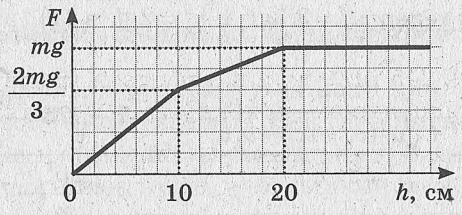
Отже, маса кульки повинна бути не меншою, ніж 71 г, якщо вважати, що $g=9{,}8\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, або 71,8 г, якщо брати $g=10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Розглянемо тепер друге запитання: «За якої маси кульки висота, на яку підніматиметься маятник, буде найменшою?» На перший погляд може здатися, що оскільки зіткнення з кулькою завжди збільшує імпульс маятника, то його швидкість, а отже, і висота підйому ставатимуть більшими за початкові. Висновок: $m_2=0$. Це неправильно, оскільки зі збільшенням імпульсу збільшується також маса маятника. Отже, його швидкість при цьому може й зменшуватися. Проаналізуємо рівняння (1) на мінімальне значення u^2 залежно від m_2. Це можна зробити як за допомогою похідної, так і виділенням повного квадрата. У (1) зручно перейти до безрозмірних величин, наприклад $\frac{u^2}{v_2^2}=\frac{\frac{v_1^2}{v_2^2}+\frac{m_2^2}{m_1^2}}{\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)^2}$, і ввести позначення $x=1+\frac{m_2}{m_1}$, $a=\frac{v_1^2}{v_2^2}$. Тоді $\frac{u^2}{v_2^2}=\frac{1+a^2}{x^2}-\frac{2}{x}+1=\left(\frac{\sqrt{1+a^2}}{x}-\frac{1}{\sqrt{1+a^2}}\right)^2+\frac{a^2}{1+a^2}$. Останній вираз набуває мінімального значення $\frac{a^2}{1+a^2}$, коли $x=1+a^2$, або

$$m_2 = m_1 \frac{v_1^2}{v_2^2} = m_1 \frac{2gl}{v_2^2} \approx 8 \text{ г}. \qquad (4)$$

Швидкість маятника після такого удару $u = \dfrac{v_1 v_2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$ менша за будь-яку зі швидкостей,— v_1 чи v_2,— а висота підйому буде меншою за початкову на $l - \dfrac{u^2}{2g} = \dfrac{l v_1^2}{v_1^2 + v_2^2} = \dfrac{l}{1 + \dfrac{m_1}{m_2}} \approx 3$ см.

3 (11, 2009Д)



4 (11, 2009Д). Коли стрижень рухається до гальванометра, магнітний потік через контур зменшується, тому індукційний струм буде спрямований за годинниковою стрілкою, щоб компенсувати зменшення магнітного потоку. Напрямок струму можна знайти і з енергетичних міркувань. Під час руху стрижня виникає індукційний струм, для чого необхідні енергетичні затрати, тобто виконання додаткової роботи. Отже, на стрижень з індукційним струмом має діяти сила Ампера, спрямована проти руху стрижня. Коли стрижень рухається до гальванометра, це можливо, якщо струм іде через стрижень униз (за годинниковою стрілкою в контурі).

$$I = \frac{\mathscr{E}_i}{R} = -\frac{\Phi'(t)}{R} = -\frac{Bl}{R}\big(x_0 - x(t)\big)' = \frac{Bl}{R} \cdot 2\cos(20t) = 3 \cdot 10^{-3} \cos(20t) \text{ (СІ)}.$$

Максимальна сила струму через гальванометр — 3 мА.

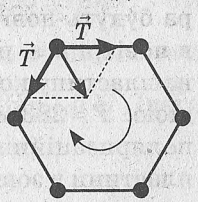
5 (11, 2009Д). З рівняння Менделєєва — Клапейрона знаходимо $m = \dfrac{MpV}{R}\left(\dfrac{1}{T_1} - \dfrac{1}{T_2}\right) \approx 2$ кг.

XLVIII Всеукраїнська олімпіада. Райони, 2010 р.

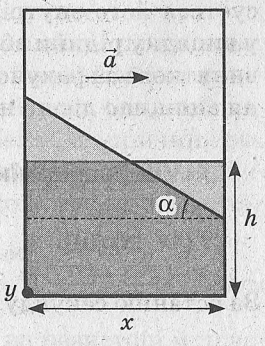
1 (11, 2010Р). $l = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = 160$ м. Скористаємося законом збереження енергії: $\dfrac{mv_0^2}{2} = \dfrac{mv^2}{2} + mgh$. У першому випадку $\dfrac{mv^2}{2} = 2mgh$,

отже, $h_1 = \frac{v_0^2}{6g} \approx 26{,}7$ м. У другому випадку $\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2}mgh$, отже, $h_2 = \frac{v_0^2}{3g} \approx 53{,}3$ м. Тепер слід перевірити, чи дозволяє кут, під яким кинули тіло, досягти цієї швидкості. Зрозуміло, що якби тіло кинули під дуже малим кутом до горизонту, воно б так високо не піднялося. Максимальна висота підйому $h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = 40$ м. Отже, під час польоту тіла кінетична енергія ніколи не зменшиться до половини потенціальної.

2 (11, 2010Р). 245 кН. Сили натягу двох тросів спричиняють доцентрове прискорення модуля (*див. рис.*): $mg = m\frac{v^2}{R} = 2T\cos 60° = T$.



3 (11, 2010Р). Максимальний гідростатичний тиск $p = \rho gh$ буде в усіх точках дна посудини, коли та перебуває в стані спокою. Коли ж посудина рухатиметься горизонтально вздовж сторони x із прискоренням a, поверхня набуде похилої форми й утворюватиме кут $\alpha = \operatorname{arctg}\frac{a}{g}$ із горизонтом (*див. рис.*). Максимальний тиск тепер буде біля лівого нижнього ребра y. Для прискорень, коли вода повністю вкриває дно посудини й не виливається, максимальний тиск $p = \rho gh + \frac{\rho a x}{2}$.



4 (11, 2010Р). Для того, щоб пакет злетів, необхідно, щоб сила Архімеда була не меншою, ніж загальна сила тяжіння, що діє на пакет і гаряче повітря всередині. $F_A = \rho_x gV \geq mg + \rho_г gV$. З урахуванням рівняння Менделєєва — Клапейрона $\frac{MpV}{R}\left(\frac{1}{T_x} - \frac{1}{T_г}\right) \geq m$. Звідси й знаходимо температуру гарячого повітря $T_г \geq 147{,}5$ °C.

5 (11, 2010Р)

$q = CU = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SU}{d} = 70{,}8$ нКл, $W = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2} = 7{,}08$ мкДж.

Напруженість електричного поля $E=\frac{U}{d}=2\cdot10^6\,\frac{\text{В}}{\text{м}}$ утворена рівномірно розподіленими вздовж пластин додатним і від'ємним зарядами, кожен із яких окремо створює удвічі слабше поле. Оскільки заряд із власним полем не взаємодіє, сила, що діє з боку одного такого заряду на другий, $F=\frac{qE}{2}=70{,}8$ мН. У випадку рідкого діелектрику це можна вважати відповіддю на запитання задачі. У випадку твердої діелектричної пластини унаслідок неідеальності поверхонь між діелектриком і пластиною конденсатора будуть повітряні прошарки. Напруженість електричного поля в повітрі в ε разів більша, ніж у діелектрику, і сила, що діятиме на пластину конденсатора, також буде приблизно в $\varepsilon=4$ рази більшою: $F\approx283$ мН. Такий результат можна пояснити і з точки зору поляризаційних зарядів, що виникають на поверхні діелектричної пластини в зовнішньому електричному полі. Під дією зовнішнього поля ці заряди намагаються «розтягнути» діелектрик, що компенсується його внутрішнім механічним напруженням, яке відсутнє у випадку рідини або газу. Якщо заряджена пластина утримується винятково за рахунок діелектрика, для знаходження тиску значення сили, що діє на неї, слід поділити на площу пластини.

XLVIII Всеукраїнська олімпіада. Дніпропетровськ, 2010 р.

1 (11, 2010Д). $g_{\text{Міс}}=\frac{GM_{\text{Міс}}}{R^2_{\text{Міс}}}=\frac{3{,}6^2GM_{\text{Зем}}}{81R^2_{\text{Зем}}}=0{,}16g_{\text{Зем}}\approx1{,}57\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

За останню секунду руху тіло пролетить

$$\Delta h=h-\frac{g(t-t_1)^2}{2},\ \text{де}\ h=\frac{gt^2}{2}=2{,}5\ \text{м}.$$

Звідси знаходимо

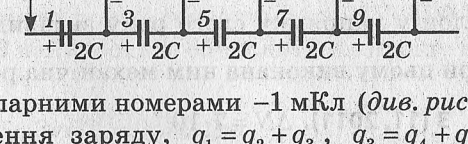
$$\Delta h=gt_1\left(\sqrt{\frac{2h}{g}}-\frac{t_1}{2}\right)=0{,}16\cdot9{,}8\cdot\left(\sqrt{\frac{2\cdot2{,}5}{0{,}16\cdot9{,}8}}-\frac{1}{2}\right)\text{м}=2{,}016\ \text{м}\approx2\ \text{м}.$$

2 (11, 2010Д). Якщо троси виготовлені з однакового матеріалу і, коли станція не обертається, утворюють шестикутник такої самої форми, відносне видовження всіх тросів буде однаковим, отже, однаковими будуть і сили натягу тросів, які діють на кожен модуль космічної станції. Враховуючи кути по 60°, знаходимо, що доцентрове прискорення модуля забезпечує подвоєна сила натягу одного троса. Отже, $T=\frac{1}{2}ma_{\text{доц}}=122{,}5$ кН.

3 (11, 2010Д). Якби стакан мав циліндричну форму, прикладена до нього сила лінійно (з висотою підняття дна стакану над рівнем води) збільшувалася від 0 до $(m_в + m_{ст})g = 2{,}156\ \text{Н} \approx 2{,}2\ \text{Н}$. У випадку звуження стінок стакану в напрямку дна, прикладена сила спочатку збільшуватиметься більш повільно, а наприкінці — більш стрімко, ніж для циліндричної форми. Під час повільного опускання стакана у воду об'єм повітря в стакані зменшиться на чверть на глибині з гідростатичним тиском $\frac{1}{3}p_{атм}$ (вважаємо процес ізотермічним), звідки $h = \frac{p_{атм}}{3\rho g} \approx 3{,}4\ \text{м}$. При цьому, щоб утримувати стакан, слід прикладати спрямовану вниз силу, яка дорівнює вазі води в $\frac{3}{4}$ об'єму стакана, тобто $F = \frac{3}{4}\rho g V = 1{,}47\ \text{Н} \approx 1{,}5\ \text{Н}$ (вага пластика компенсується силою Архімеда).

4 (11, 2010Д). $R = \frac{mv}{qB} \approx 522\ \text{м}$. Протони гвинтовими траєкторіями навколо ліній магнітної індукції заходять в області згущення магнітних ліній, що оточують магнітні полюси Землі й або виштовхуються назад за рахунок неоднорідності магнітного поля, або зіштовхуються з верхніми шарами атмосфери Землі й спричиняють полярні сяйва. Звісно, рух протонів (як і інших частинок сонячного вітру) може бути простішим: магнітне поле Землі розвертає частинку й викидає назовні.

5 (11, 2010Д). Оскільки струм через конденсатори не тече, струм через резистор $I = \frac{\mathscr{E}}{R+r} = 1\ \text{А}$. Отже, напруга на резисторі й паралельному до нього з'єднанні конденсаторів $U = IR = 10\ \text{В}$. Полярність вказана на рисунку. Найпростіше розв'язання задачі пов'язане зі стандартним знаходженням загальної ємності з'єднання конденсаторів (дорівнює C, використовується періодичність і нескінченність ланцюжка). Отже, заряд на обкладинці першого конденсатора $q_1 = CU = 1\ \text{мКл}$, а сума зарядів на верхніх обкладках конденсаторів із парними номерами $-1\ \text{мКл}$ (*див. рис.*). Згідно із законом збереження заряду, $q_1 = q_2 + q_3$, $q_3 = q_4 + q_5$, $q_5 = q_6 + q_7$ ... Для напруг на конденсаторах $U = U_1 + U_2 = \frac{q_1}{2C} + \frac{q_2}{C}$,



$U_2 = U_3 + U_4 = \frac{q_3}{2C} + \frac{q_4}{C}$, ..., звідки знаходимо $q_2 = q_3 = \frac{q_1}{2} = \frac{CU}{2}$. Аналогічно $q_4 = q_5 = \frac{q_3}{2} = \frac{CU}{2^2}$ і так далі. Заряд на конденсаторі з парним номером $q_n = \frac{CU}{2^{\frac{n}{2}}}$. На 100-му конденсаторі заряд $q_{100} = \frac{CU}{2^{50}} \approx 9 \cdot 10^{-19}$ Кл. Отримане значення близьке до значення елементарного заряду й перевищує його в 5,6 раза. Оскільки елементарний заряд не ділиться, це значення слід розуміти як середнє. Коли йдеться про невеликі заряди, поняття сили струму як похідної від заряду втрачає зміст, фактори, якими раніше нехтували, набувають відносно великого значення і для опису руху зарядів слід застосовувати статистичну теорію. З другого боку, як видно з отриманого значення, уже на конденсаторі з номером 106 заряд буде у 8 разів меншим, отже, і меншим за елементарний. Це свідчить про відсутність суттєвої різниці між нескінченним ланцюжком конденсаторів нашої задачі й подібним обмеженим ланцюжком, до якого входить лише сотня конденсаторів. Відносна похибка під час визначення, скажімо, заряду першого конденсатора буде поза межами чутливості будь-якої апаратури.

XLIX Всеукраїнська олімпіада. 2011 р.

1 (11, 2011). Кам'яна куля падала на землю приблизно $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \approx 3{,}2$ с. Якби Г. Галілей одночасно відпустив кам'яну й коркову кулі однакових розмірів, раніше впала б кам'яна куля, оскільки навіть за однакової сили опору повітря $F_{\text{опору}}$ прискорення коркової кулі було б меншим за рахунок того, що вона має меншу масу: $a = g - \frac{F_{\text{опору}}}{m}$.

2 (11, 2011). Астронавт повинен відштовхнути відпрацьований балон у напрямку свого руху зі швидкістю $2{,}4\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ відносно себе. При цьому виконана ним механічна робота дорівнюватиме 48 Дж.

3 (11, 2011). $\Delta N = 7 \cdot 10^{19}$.

4 (11, 2011). 30 см; 100, 173, 200 $\frac{\text{В}}{\text{м}}$.

5 (11, 2011). На перше запитання легко відповісти, оскільки внаслідок симетрії струми через бічні резистори однакові й додаються в середній ділянці. Отже, струм через резистор опором $3R$ удвічі більший, а потужність ($P = I^2R$) більша у 12 разів, ніж на одному резисторі опором R, і в 6 разів більша, ніж на обох «бічних» резисторах разом. Відповідь на друге запитання неважко знайти, якщо запаралелити бічні ділянки, розглядаючи їх як послідовне з'єднання двох паралельно з'єднаних між собою джерел ЕРС і двох паралельно з'єднаних резисторів. Потужність, що виділяється на центральному резисторі, — 0,33 Вт.

L Всеукраїнська олімпіада. 2012 р.

1 (11, 2012). Коли ми відриваємо один край колоди із силою F_1, другий підтримує поверхня подвір'я із силою F_2, і навпаки. Отже, сума цих сил дорівнює вазі колоди, звідки знаходимо масу $m = \dfrac{F_1 + F_2}{g} = 90$ кг. Якщо взятися за колоду посередині й спробувати її відірвати, ширший край колоди спиратиметься на поверхню подвір'я, як у випадку, коли ми докладали силу $F_1 = 400$ Н до вужчого краю. Оскільки плече цього разу удвічі зменшилося, сила стане удвічі більшою: $F = 2F_1 = 800$ Н.

2 (11, 2012). Під час спуску потенціальна енергія акробата зменшується, а кінетична залишається без змін. Зменшення потенціальної енергії дорівнює кількості теплоти, що виділяється в канат та рукавичку. Потужність $P = \dfrac{mgh}{t} = mgv = 2P_{\text{рукав}}$, звідки $v = \dfrac{2P_{\text{рукав}}}{mg} = 2{,}5\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

3 (11, 2012). Найнижча температура буде в точці *1*. Позначимо для зручності три клітинки горизонтальної осі через V, а три клітинки вертикальної осі — через p. Тоді в точці *1* маємо $pV = \nu RT_1$, а в точці *3* або *4* — $8pV = \nu RT$, де $T = 800$ К — температура ізотерми. Розділивши одне рівняння на друге, знаходимо, що $T_1 = 100$ К. Роботу газу на ділянці *1–2–3* найпростіше обчислити як площу під графіком. Маємо

$$A_{123} = 3pV = 3\nu RT_1 = 2490 \text{ Дж}.$$

Коефіцієнт корисної дії теплової машини можна розрахувати аналітично або знову ж таки скористатися площею під

графіком. Для аналітичного розрахунку слід знати, чому дорівнює робота під час ізотермічного процесу на ділянці *3–4*:

$$A_{34}=\int_{V_3}^{V_4} pdV=\int_{V_3}^{V_4}\frac{\nu RT}{V}dV=\nu RT\int_{V_3}^{V_4}\frac{dV}{V}=\nu RT\ln\frac{V_4}{V_3}=\nu RT\ln\frac{4V}{2V}=$$

$$=\nu RT\ln 2=8PV\ln 2.$$

Отже, робота за весь цикл

$$A=A_{123}+A_{34}+A_{451}=3pV+8pV\ln 2-4pV=pV(8\ln 2-1).$$

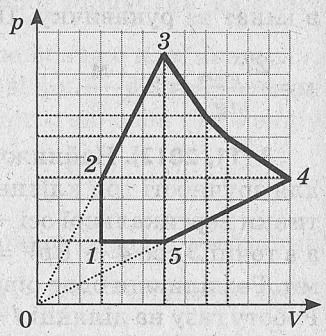
Газ отримує теплоту на ділянках 1–2–3 і 3–4, яка йде на здійснення роботи $A_{1234}=A_{123}+A_{34}=3pV+8pV\ln 2=pV(8\ln 2+3)$ і на збільшення його внутрішньої енергії

$$\Delta U=U_4-U_1=\frac{3}{2}(\nu RT_4-\nu RT_1)=\frac{3}{2}(8pV-pV)=\frac{21}{2}pV.$$

ККД циклу

$$\eta=\frac{pV(8\ln 2-1)}{pV(8\ln 2+3)+10{,}5pV}\cdot 100\,\%=\frac{8\ln 2-1}{8\ln 2+13{,}5}\cdot 100\,\%=23{,}9\,\%.$$

Більшість учасників олімпіади не володіли такою технікою й могли отримати роботу як площу під графіком, приблизно підрахувавши кількість клітинок. Більш упевнений, хоча й трохи завищений результат можна було отримати, розділивши ізотерму на декілька ділянок, наприклад, на три ділянки двома точками з координатами $\left(\frac{8V}{3};\,3p\right)$ і $\left(3V;\,\frac{8p}{3}\right)$. Тоді робота на ізотермічній ділянці могла бути обчислена як сума площ трьох трапецій (*див. рис.*). $A_{34}=\frac{101}{18}pV$.



Якщо тепер у формулі для ККД замінити $A_{34}=8pV\ln 2$ на $A_{34}=\frac{101}{18}pV$, отримаємо $\eta=\dfrac{\frac{101}{18}-1}{\frac{101}{18}+13{,}5}\cdot 100\,\%=24{,}1\,\%$.

4 (11, 2012). Сила кулонівської взаємодії викликає доцентрове прискорення $m\dfrac{v^2}{r}=\dfrac{kq^2}{r^2}$, звідки й знаходимо швидкість $v=\sqrt{\dfrac{kq^2}{mr}}$.

За наявності однорідного магнітного поля з магнітною індукцією B, що перпендикулярна до площини руху частинки, на частинку діятиме сила Лоренца. Залежно від напрямку поля вона буде спрямована або до центра, або від центра. Тоді другий закон Ньютона можна записати у вигляді $m\frac{v^2}{r}=\frac{kq^2}{r^2}\pm qBv$. Відносно швидкості маємо квадратне рівняння:

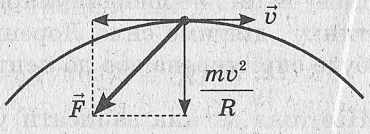
$$v^2\mp\frac{qBr}{m}v-\frac{kq^2}{mr}=0.$$

$$v_{1,2}=\frac{1}{2}\left(\pm\frac{qBr}{m}+\sqrt{\left(\frac{qBr}{m}\right)^2+4\frac{kq^2}{mr}}\right).$$

5 (11, 2012). Коли замикають перший вимикач, через джерело проходить заряд q, що накопичується на пластинах конденсатора. Робота, яку при цьому виконує ЕРС, іде на збільшення енергії конденсатора й теплоту, що виділяється на резисторі R_1 і внутрішньому опорі r: $q\mathscr{E}=\frac{C\mathscr{E}^2}{2}+Q_1+Q_r$. Через значний проміжок часу, струм припиниться, різниця потенціалів на конденсаторі дорівнюватиме ЕРС: $\mathscr{E}=U=\frac{q}{C}$. Отже, заряд на конденсаторі $q=C\mathscr{E}$. Оскільки через резистор R_1 і через джерело в будь-який момент часу проходив однаковий струм, кількості теплоти, що на них виділилися, відносяться так само, як і їхні опори: $\frac{Q_1}{Q_r}=\frac{R}{r}$. Отже, $Q_1+Q_1\frac{r}{R}=q\mathscr{E}-\frac{C\mathscr{E}^2}{2}=C\mathscr{E}^2-\frac{C\mathscr{E}^2}{2}=\frac{C\mathscr{E}^2}{2}$. На резисторі R_1 виділиться кількість теплоти $Q_1=\frac{C\mathscr{E}^2}{2}\frac{R_1}{R_1+r}$. Коли замкнуть другий вимикач, струм піде через резистор R_2, і конденсатор частково розрядиться. Через деякий час падіння напруги на R_2 і на конденсаторі стануть однаковими. $U=IR_2$, де сила струму через другий резистор $I=\frac{\mathscr{E}}{R_2+r}$. Отже, заряд на конденсаторі стане $q'=CU=\frac{C\mathscr{E}R_2}{R_2+r}$. Заряд, який після замикання другого ключа пройде через резистор R_1, дорівнюватиме різниці зарядів q і q': $\Delta q=q-q'=\frac{C\mathscr{E}r}{R_2+r}$.

LI Всеукраїнська олімпіада. 2013 р.

1 (11, 2013). Згідно з умовою, початкова швидкість тіла — $4\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, а прискорення, яке зменшує величину цієї швидкості, — $2\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Отже, тіло зупиниться через 2 с, після чого почне рухатись у зворотному напрямку. Загальний шлях складатиметься з двох частин: 4 м до зупинки і 9 м після, загалом 13 м.

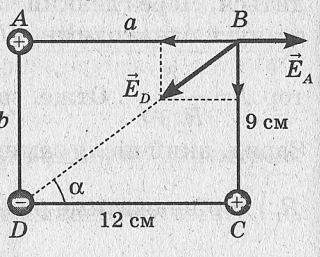


За другим законом Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$. Коли тіло рухається прямолінійно, прискорення не змінює ні своєї величини, ні напрямку. Тому у випадку а) абсолютне значення сили $F(1) = F(2) = 0{,}1$ Н. Якщо ж тіло рухається вздовж дуги кола, воно має додатково доцентрове прискорення $\frac{v^2}{R} = \frac{(4-2t)^2}{R}$. Це прискорення дорівнює нулю лише в момент зупинки ($t = 2$ с). Саме тоді сила, що діє на тіло, також дорівнюватиме 0,1 Н. У момент часу $t = 1$ с доцентрове прискорення $a_д = \frac{v^2}{R} = \frac{(4-2\cdot 1)^2}{2} = 2\left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)$ збігається за значенням із прискоренням, з яким гальмує тіло. Це можна зрозуміти так: на тіло діє сила, одна проекція якої гальмує рух (спрямована проти напрямку швидкості), а друга змінює напрямок швидкості, утримуючи рух тіла по колу (спрямована до центра кола). Отже, у момент часу $t = 1$ с на тіло діє сила $F = 0{,}1\sqrt{2}$ Н $\approx 0{,}14$ Н.

2 (11, 2013). $E_A = \frac{kq_A}{a^2}$ ($a = 12$ см, $b = 9$ см), $q_A = \frac{E_A a^2}{k} = 25{,}6$ нКл. Оскільки напруженість поля $\vec{E}_C$, яку в точці B створює заряд q_C, перпендикулярна до $\vec{E}_A$ й не може її ніяк компенсувати, знайдемо спочатку заряд q_D. По-перше, цей заряд має бути від'ємним, а по-друге, горизонтальна складова напруженості $\vec{E}_D$ повинна за величиною дорівнювати E_A.

Отже, $E_D \cos\alpha = E_A$, де $E_D = \frac{k|q_D|}{a^2 + b^2}$, $\cos\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, звідки

$$q_D = -q_A\left(1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2\right)^{3/2} = -\frac{125}{64}q_A = -50 \text{ нКл}.$$



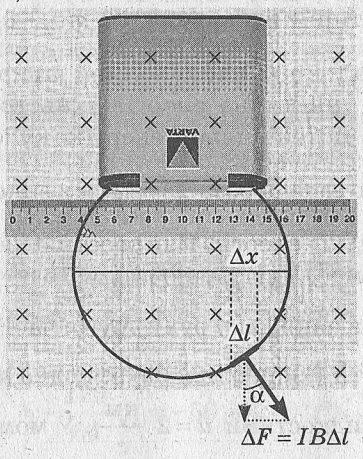
Аналогічно знаходимо $q_C = q_A\left(\frac{b}{a}\right)^3 = \frac{27}{64}q_A = 10{,}8$ нКл.

3 (11, 2013). З рівняння $p_1V_1^{\frac{5}{3}} = p_2V_2^{\frac{5}{3}}$ знаходимо, що за збільшення об'єму у 8 разів тиск зменшиться в 32 рази, а з рівняння $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$ — що температура зменшиться в 4 рази. Робота під час адіабатного процесу виконується за рахунок зменшення внутрішньої енергії, тобто в нашому випадку $A_{12} = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R(T_1 - T_2)$, або, з урахуванням рівняння Менделєєва — Клапейрона, $A_{12} = \frac{3}{2}(p_1V_1 - p_2V_2) = \frac{9}{8}p_1V_1$. Далі, під час ізобарного стиснення газу, робота виконується над газом, тобто робота газу від'ємна $A_{23} = p_2(V_1 - V_2) = -\frac{7}{32}p_1V_1$. Нарешті, під час ізохорного процесу робота не виконується. Отже, загальна робота газу за цикл $A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = \frac{29}{32}p_1V_1$. Газ отримує теплоту тільки під час ізохорного процесу $Q_+ = Q_{31} = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R(T_1 - T_3) = \frac{3}{2}(p_1V_1 - p_2V_1) = \frac{93}{64}P_1V_1$. ККД теплової машини $\eta = \frac{A}{Q_+}\cdot 100\,\% = \frac{58}{93}\cdot 100\,\% \approx 62{,}4\,\%$.

4 (11, 2013). Імпульс — векторна величина. Сумарний імпульс двох частинок, що рухаються назустріч одна одній, спрямований у бік руху другої частинки й дорівнює $p = mv_2 - v_1 = 1{,}32\cdot 10^{-23}\ \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$. У момент максимального наближення швидкості руху частинок зрівняються й кінетична енергія їхнього початкового руху частково перейде в потенціальну енергію кулонівської взаємодії $\frac{kq_1q_2}{r_{\min}} = 4\frac{ke^2}{r_{\min}}$. Тобто задача розв'язується з використанням законів збереження імпульсу та енергії. Найпростіше розв'язувати її в системі відліку центра мас. Уявіть, що із самого початку ми рухаємося зі швидкістю $1\ \frac{\text{км}}{\text{с}}$ в напрямку руху другої частинки. Відносно цієї системи відліку частинки наближаються одна до одної з однаковими початковими швидкостями $u = 2\ \frac{\text{км}}{\text{с}}$. У момент максимального

наближення на відстань r_{min} частинки зупиняться й уся їхня кінетична енергія перейде в потенціальну: $2\frac{mu^2}{2}=4\frac{ke^2}{r_{min}}$. Звідси знаходимо $r_{min}\approx 35$ нм. Далі частинки під дією кулонівського відштовхування почнуть розлітатися і, коли відстань між ними стане дуже великою, знову розженуться до швидкостей по $2\ \frac{км}{с}$. Отже, швидкість, з якою вони віддалятимуться одна від одної, становитиме $4\ \frac{км}{с}$. Швидкість збільшення відстані не залежить від системи відліку (якщо, звісно, не враховувати ефекти теорії відносності).

5 (11, 2013). За формою дроту знаходимо напрямок струму (за годинниковою стрілкою) і полярність джерела струму (*див. рис.*). Для визначення сили струму спочатку слід обчислити опір дроту. З рисунка бачимо, що дріт має форму кола діаметром $D=20$ см без невеличкої ділянки між точками контакту довжиною $h\approx 5$ см (позначено стрілочкою на рисунку). Опір дроту $R=\rho\frac{l}{S}=\rho\frac{\pi D-h}{\frac{\pi d^2}{4}}\approx 1{,}29$ Ом. Сила струму $I=\frac{\mathscr{E}}{R+r}\approx 3$ А. Щоб знайти силу натягу дроту T, розглянемо рівновагу півкола. Дві сили натягу стримують рівнодійну сил Ампера на всі ділянки кола. На рисунку зображена сила Ампера ΔF, що діє на невелику ділянку кола довжиною Δl. Проекція ΔF на «вертикальний» напрямок — $\Delta F\cos\alpha=IB\Delta l\cos\alpha=IB\Delta x$. Додаючи всі такі проекції вздовж півкола, отримуємо $F_A=IB(\Delta x_1+\Delta x_2+\ldots)=IBD$. Отже, $2T=IBD$, $T=0{,}15$ Н.



Додатки

Таблиця 1

Методи й задачі

Застосовані методи	Номери задач
Середні значення. Швидкість	3 (8, 2002Р), 3 (8, 2003Р), 3 (8, 2003Д), 2 (8, 2008), 5 (8, 2010Р), 5 (8, 2010Д), 2 (8, 2012), 2 (8, 2013), 1 (10, 2001Д)
Середні значення. Густина й теплоємність	3 (7, 1999Р), 4 (8, 1999Д), 4 (8, 2003Р), 4 (8, 2013), 5 (8, 2011), 3 (9, 2012), 3 (9, 2010Д)
Лінійна залежність і середнє арифметичне	2 (8, 2006Р), 3 (8, 2006Р), 2 (8, 2006Д), 3 (9, 2002Р), 3 (9, 2009Р)
Подібність тіл. Співвідношення між площами та об'ємами	4 (7, 1999Д), 4 (8, 1999Д), 2 (8, 2000Д), 1 (8, 2002Р), 1 (8, 2002Д), 3 (8, 2005Р), 1 (8, 2010Р), 4 (8, 2010Р), 5 (8, 2012)
Експериментальні методи розв'язування теоретичних задач	2 (7, 2004Р), 3 (8, 2009Д), 2 (10, 2011), 3 (11, 2012)
Введення позначень на графіках	4 (7, 2004Р), 1 (8, 2004Д), 3 (10, 2007Р), 3 (11, 2012)
Площа під графіком	5 (8, 2010Р), 5 (8, 2010Д), 5 (9, 2004Д), 2 (9, 2006Р), 3 (9, 2008)
Використання графіків і рисунків	3 (8, 2008), 2 (8, 2010Р), 4 (9, 2008), 2 (10, 2001Д)
Використання геометричних особливостей задачі	4 (8, 2009Д), 1 (8, 2005О), 2 (8, 2005О), 5 (8, 2006О), 4 (9, 2004Д), 5 (9, 2006Р), 2 (9, 2011), 1 (10, 2013), 2 (11, 2004Р)
Використання симетрії	2 (8, 2001Д), 2 (10, 2004Р), 5 (11, 2011)
Метод граничних значень	3 (8, 1999Д), 5 (8, 2010Д), 3 (10, 2013), 5 (10, 2013)
Метод спрощення та оцінки	1 (8, 2007О), 1 (9, 2005Д), 5 (11, 2008), 5 (11, 2005Д)

Застосовані методи	Номери задач
Перехід до іншої системи відліку	5 (7, 2004р), 1 (8, 1999Р), 5 (8, 2000Р), 1 (8, 2001Р), 1 (8, 2001Д), 3 (8, 2007Д), 4 (8, 2008), 3 (8, 2013), 3 (8, 2003О), 1 (9, 2000Р), 1 (9, 2000Д), 2 (9, 2003Р), 2 (9, 2003Д), 1 (10, 2008), 4 (10, 2009Р), 4 (10, 2012), 2 (10, 2013), 3 (11, 2007Р), 4 (11, 2013)
Додавання швидкостей	2 (8, 2009Д), 2 (8, 2006О), 1 (9, 2003Д), 3 (9, 2007Р), 1 (10, 2001Р), 1 (10, 2002Д), 1 (10, 2010Р), 1 (10, 2010Д), 1 (11, 2001Д)
Зміна рівнів у сполучених посудинах	3 (8, 2000Р), 5 (8, 2001Р), 5 (8, 2001Д), 2 (8, 2004Р), 2 (8, 2004Д), 3 (9, 2006Р), 4 (9, 2013)
Скорочення невідомих у задачах на тепловий баланс	4 (8, 2000Р), 1 (8, 2004Д), 5 (8, 1999О), 3 (9, 2010Р)
Врахування теплових втрат	5 (8, 1999Р), 3 (8, 2006О), 5 (9, 2005Р), 5 (9, 2005Д), 4 (9, 2007Р), 1 (9, 2011), 2 (10, 2006Д), 3 (9, 2013), 4 (11, 2000Р)
Центр мас. Положення й рух	3 (8, 2007Р), 5 (10, 2000Р), 3 (10, 2010Р), 4 (10, 2012), 3 (11, 2007Р), 4 (11, 2013)
Побудова зображень у лінзах	5 (8, 2008), 3 (8, 2009Д), 5 (9, 2002Д)
Метод дзеркальних відображень в оптиці	5 (8, 2009Д), 5 (8, 2012), 5 (8, 2013), 5 (9, 2001Р), 5 (9, 2001Д)
Метод дзеркальних відображень у кінематиці	1 (8, 1999О), 3 (9, 2002Р), 2 (9, 2001Р), 3 (9, 2003Д), 4 (9, 2004Р), 2 (10, 2002Д), 1 (11, 2005Д)
Знаходження максимумів і мінімумів без похідної	3 (8, 2005О), 1 (9, 2004Р), 1 (9, 2009Д), 3 (10, 2007Р), 3 (10, 2007Д), 2 (10, 2011), 2 (11, 2001Д), 1 (11, 2007Д), 2 (11, 2007Д), 2 (11, 2009Д)
Задачі на використання похідної й знаходження екстремуму	3 (10, 2007Р), 3 (11, 2001Р), 3 (11, 2001Д), 2 (11, 2006Р), 4 (11, 2009Д), 2 (11, 2009Д)
Знаходження часу й місця зупинки	1 (9, 2002Р), 1 (9, 2002Д), 1 (11, 2013)
Еквівалентні перетворення з'єднань резисторів та конденсаторів	4 (9, 2002Д), 5 (9, 2004Р), 4 (11, 2007Д), 5 (9, 2009Р), 5 (9, 2009Д), 5 (9, 2010Д), 5 (10, 2009Д), 4 (10, 2010Р), 4 (10, 2010Д), 5 (10, 2013)
Метод порівняння напруги	5 (9, 2007Р), 5 (10, 2011)
Використання рівняння неперервності	1 (9, 2007Д), 2 (9, 2001Д)

Таблиця 2

Теми й задачі

Теми	Номери задач
	Починаємо вивчати фізику
Вимірювання	*7 клас*: 4 (7, 1999); *8 клас*: 1 (8, 2002), 2 (8, 2009Р), 2 (8, 2011), 3 (8, 2012), 4 (8, 2003О), 4 (8, 2006О); *9 клас*: 1 (9, 2005Д)
Густина речовини	*7 клас*: 3 (7, 1999), 5 (7, 1999), 1 (7, 2004), 3 (7, 2004); *8 клас*: 3 (8, 2005Р), 4 (8, 2009), 4 (8, 2010), 4 (8, 2012), 4 (8, 2013), 2 (8, 1999О)
Теплове розширення	*9 клас*: 5 (9, 2011)
	Кінематика
Рівномірний рух	*7 клас*: 1 (7, 1999); *8 клас*: 1 (8, 2005Р), 2 (8, 2005Д), 1 (8, 2006Р), 3 (8, 2009Р), 3 (8, 2013), 1 (8, 1999О), 1 (8, 2007О); *9 клас*: 4 (9, 2004Р), 1 (9, 2005), 2 (9, 2009Р), 1 (9, 2010), 2 (9, 2011), 2 (9, 2012)
Середня швидкість	*7 клас*: 3 (7, 2004); *8 клас*: 3 (8, 2002), 3 (8, 2003), 2 (8, 2007Р), 3 (8, 2008), 5 (8, 2010), 2 (8, 2012), 2 (8, 2013), 2 (8, 2006О); *10 клас*: 1 (10, 2001Д)
Відносність руху, додавання швидкостей	*7 клас*: 2 (7, 1999), 2 (7, 2004), 5 (7, 2004); *8 клас*: 1 (8, 1999), 1 (8, 2000), 5 (8, 2000), 1 (8, 2001), 3 (8, 2004), 5 (8, 2006Д), 3 (8, 2007Д), 4 (8, 2008), 2 (8, 2009Д), 2 (8, 2010), 3 (8, 2003О), 1 (8, 2005О), 4 (8, 2005О); *9 клас*: 1 (9, 2003Д), 1 (9, 2006Д), 3 (9, 2007Р); *10 клас*: 1 (10, 2000), 2 (10, 2000Д), 1 (10, 2001Р), 1 (10, 2002Д), 1 (10, 2008), 1 (10, 2010); *11 клас*: 1 (11, 2001), 1 (11, 2005Д), 2 (11, 2005Р)
Рівноприскорений рух, вільне падіння	*9 клас*: 2 (9, 1999), 1 (9, 2002), 2 (9, 2006), 1 (9, 2007), 3 (9, 2008); *10 клас*: 1 (10, 1999Д), 2 (10, 2008), 2 (10, 2010Д), 3 (10, 2010Р), 4 (10, 2012); *11 клас*: 4 (11, 2002), 5 (11, 2004Р), 1 (11, 2006Д), 1 (11, 2010Д), 1 (11, 2011), 1 (11, 2013)
Рух тіла, кинутого під кутом до горизонту	*9 клас*: 1 (9, 2000), 2 (9, 2001), 3 (9, 2003), 1 (9, 2004); *10 клас*: 2 (10, 2002), 2 (10, 2003), 1 (10, 2005), 2 (10, 2008), 4 (10, 2009Р), 2 (10, 2011), 2 (10, 2013); *11 клас*: 1 (11, 2000Р), 1 (11, 2003), 2 (11, 2004Д), 1 (11, 2005Р), 2 (11, 2005Д), 2 (11, 2006Р), 3 (11, 2008), 3 (11, 2009Р), 1 (11, 2010Р)

Теми	Номери задач
Рух по колу, криволінійний рух	*8 клас*: 3 (8, 2011); *9 клас*: 1 (9, 2001), 2 (9, 2002Д), 5 (9, 2002Р), 2 (9, 2003), 4 (9, 2004Д), 1 (9, 2006Р), 2 (9, 2007), 1 (9, 2009Д), 2 (9, 2011), 2 (9, 2012); *10 клас*: 1 (10, 2006), 1 (10, 2011), 1 (10, 2013); *11 клас*: 4 (11, 2001Р), 5 (11, 2002), 1 (11, 2006Д), 3 (11, 2009Р), 2 (11, 2010), 1 (11, 2013)
Динаміка та закони збереження	
Закони Ньютона, рух під дією сил	*9 клас*: 3 (9, 1999), 2 (9, 2002Р), 1 (9, 2003Р), 4 (9, 2003Д), 2 (9, 2004), 4 (9, 2004Д), 3 (9, 2005), 4 (9, 2005), 3 (9, 2007Д); *10 клас:* 2 (10, 2001Д), 3 (10, 2003Д), 4 (10, 2004), 5 (10, 2004), 2 (10, 2005Д), 3 (10, 2005Р), 2 (10, 2006Р), 2 (10, 2007), 5 (10, 2008), 2 (10, 2009Р), 3 (10, 2009Д), 4 (10, 2009Д); *11 клас*: 1 (11, 1999), 2 (11, 2001Р), 2 (11, 2002), 2 (11, 2003Д), 2 (11, 2004Р), 3 (11, 2004), 3 (11, 2005), 2 (11, 2006Д), 3 (11, 2006Р), 3 (11, 2009Д), 2 (11, 2010)
Закон всесвітнього тяжіння, закони Кеплера, рух планет та супутників Землі	*9 клас*: 3 (9, 2004), 2 (9, 2005); *10 клас*: 2 (10, 2001Р); *11 клас*: 5 (11, 2006Р), 1 (11, 2008), 1 (11, 2010Д)
Рівновага тіл, прості механізми, центр мас	*8 клас*: 2 (8, 2000), 2 (8, 2001), 2 (8, 2002), 5 (8, 2004), 5 (8, 2006Р), 3 (8, 2007Р), 5 (8, 2007Р), 3 (8, 2005О), 5 (8, 2005О), 5 (8, 2006О), 5 (8, 2007О); *9 клас*: 4 (9, 1999), 4 (9, 2000), 4 (9, 2001), 4 (9, 2012); *10 клас*: 1 (10, 1999Р), 2 (10, 1999Д), 5 (10, 2000), 3 (10, 2005Р), 5 (10, 2006), 3 (10, 2012), 3 (10, 2013) *11 клас*: 2 (11, 2002Д), 4 (11, 2008), 1 (11, 2012)
Робота та потужність, ККД	*8 клас*: 5 (8, 2003Д), 4 (8, 2006), 3 (8, 2007Р), 5 (8, 2005О), 3 (8, 2007О); *9 клас*: 5 (9, 2008), 2 (9, 2010Р), 1 (9, 2011), 5 (9, 2012); *10 клас*: 1 (10, 1999Р), 2 (10, 1999Д), 3 (10, 2000Р); *11 клас*: 2 (11, 1999), 2 (11, 2000Д)
Закон збереження імпульсу	*9 клас*: 3 (9, 2005Д); *10 клас*: 2 (10, 2000Д), 3 (10, 2001Р), 1 (10, 2002Р), 4 (10, 2002Д), 2 (10, 2004Р), 3 (10, 2005Д), 5 (10, 2005Р); *11 клас*: 5 (11, 2003Р), 3 (11, 2007), 2 (11, 2009Д), 5 (11, 2009Р), 2 (11, 2011), 4 (11, 2013)

Теми	Номери задач
Енергія, закон збереження енергії	*8 клас*: 2 (8, 2008); *9 клас*: 3 (9, 2005Р), 1 (9, 2009Р); *10 клас*: 2 (10, 2000Д), 3 (10, 2001Р), 3 (10, 2001Д), 1 (10, 2002Р), 3 (10, 2002Р), 4 (10, 2002Д), 4 (10, 2003), 2 (10, 2004Д), 4 (10, 2004), 3 (10, 2005Д), 5 (10, 2005Р), 2 (10, 2006Р), 4 (10, 2007), 5 (10, 2008), 3 (10, 2009Д); *11 клас*: 2 (11, 2001), 5 (11, 2003Р), 2 (11, 2006Д), 2 (11, 2009Д), 5 (11, 2009Р), 1 (11, 2010Р), 2 (11, 2012), 4 (11, 2013)
Тиск твердих тіл, гідро- та аеростатика	
Тиск	*8 клас*: 2 (8, 1999), 3 (8, 1999), 5 (8, 2002Р), 2 (8, 2003), 2 (8, 2006), 5 (8, 2007Д), 5 (8, 2011), 2 (8, 2007О); *9 клас*: 3 (9, 2002), 5 (9, 2012); *10 клас*: 3 (10, 2000Р), 3 (10, 2008); *11 клас*: 2 (11, 2000Д), 3 (11, 2010)
Сполучені посудини	*8 клас*: 3 (8, 2000), 2 (8, 2004), 3 (8, 1999О), 2 (8, 2003О); *9 клас*: 3 (9, 2006), 4 (9, 2013); *11 клас*: 5 (11, 2007Д)
Гідравлічні машини	*8 клас*: 5 (8, 2001)
Сила Архімеда, умови плавання тіл	*8 клас*: 4 (8, 1999), 3 (8, 2001), 4 (8, 2002), 5 (8, 2002Д), 1 (8, 2003), 4 (8, 2004), 2 (8, 2005Р), 3 (8, 2005Д), 5 (8, 2005), 4 (8, 2007Д), 5 (8, 2007Р), 5 (8, 2003О), 5 (8, 2005О), 1 (8, 2006О), 5 (8, 2007О); *9 клас*: 4 (9, 2000), 4 (9, 2003), 5 (9, 2006Д), 2 (9, 2008), 2 (9, 2009Д), 3 (9, 2009Д), 2 (9, 2010Д), 4 (9, 2011), 3 (9, 2012), 5 (9, 2013); *10 клас*: 4 (10, 2000), 3 (10, 2002Д), 3 (10, 2003Р), 5 (10, 2005Д), 3 (10, 2011), 3 (10, 2013); *11 клас*: 4 (11, 2010Р)
Молекулярна фізика	
Кількість речовини, тепловий рух	*10 клас*: 4 (10, 2000), 1 (10, 2007); *11 клас*: 4 (11, 1999Р), 2 (11, 2009Р), 3 (11, 2011)
Газові закони, рівняння стану ідеального газу	*10 клас*: 4 (10, 2000), 4 (10, 2001Д), 3 (10, 2002Д), 4 (10, 2002Р), 3 (10, 2004), 4 (10, 2005Р), 5 (10, 2005Д), 3 (10, 2007), 3 (10, 2008), 1 (10, 2009Д), 5 (10, 2009Р); *11 клас*: 1 (11, 2002Р), 3 (11, 2002Д), 4 (11, 2005Д), 5 (11, 2005Р), 2 (11, 2009Р), 5 (11, 2009Д), 4 (11, 2010Р), 3 (11, 2011), 3 (11, 2012), 3 (11, 2013)
Насичена пара, вологість	*10 клас*: 4 (10, 2002Р), 1 (10, 2004), 4 (10, 2006Д), 2 (10, 2009Д), 3 (10, 2009Р); *11 клас*: 4 (11, 1999Д)

Теми	Номери задач
Поверхневий натяг	*10 клас*: 5 (10, 2002), 1 (10, 2003Р), 2 (10, 2005Р), 4 (10, 2006Р), 5 (10, 2007), 4 (10, 2008), 2 (10, 2009Д), 3 (10, 2009Р)
Властивості твердих тіл	*10 клас*: 2 (10, 1999Р), 3 (10, 1999Д)
Термодинаміка	
Теплоємність	*8 клас*: 5 (8, 1999), 4 (8, 2000), 1 (8, 2004Д), 3 (8, 2006Р), 4 (8, 2007Р), 5 (8, 1999О), 3 (8, 2006О); *9 клас*: 5 (9, 2005), 4 (9, 2007), 4 (9, 2008), 3 (9, 2010), 1 (9, 2011); *10 клас*: 2 (10, 2006Д)
Фазові переходи	*8 клас*: 4 (8, 2001), 4 (8, 2002), 4 (8, 2003), 1 (8, 2004Р), 4 (8, 2005), 3 (8, 2006Д), 2 (8, 2007Д), 1 (8, 2003О), 2 (8, 2005О), 1 (8, 2006О), 4 (8, 2007О); *9 клас*: 2 (9, 2000), 3 (9, 2009), 3 (9, 2012), 3 (9, 2013); *10 клас*: 4 (10, 2002Р)
Теплота згоряння палива	*8 клас*: 5 (8, 2003Р)
І та ІІ закони термодинаміки, ККД теплових машин	*10 клас*: 5 (10, 1999), 5 (10, 2003Р), 3 (10, 2006); *11 клас*: 2 (11, 2008), 3 (11, 2012), 3 (11, 2013)
Електродинаміка	
Закон Кулона, напруженість та потенціал електростатичного поля	*9 клас*: 4 (9, 2009), 4 (9, 2010), 3 (9, 2011), 2 (9, 2013); *10 клас*: 2 (10, 2000Р), 3 (10, 2000Д), 3 (10, 2010Д); *11 клас*: 3 (11, 1999Д), 4 (11, 2001), 1 (11, 2004Д), 4 (11, 2006Д), 5 (11, 2007Р), 1 (11, 2009), 4 (11, 2011), 2 (11, 2013), 4 (11, 2013)
Конденсатори	*10 клас*: 3 (10, 1999Р); *11 клас*: 3 (11, 2000), 3 (11, 2002Д), 3 (11, 2003Р), 4 (11, 2007), 5 (11, 2010), 5 (11, 2012)
Постійний струм, з'єднання провідників, залежність опору провідника від температурі	*8 клас*: 4 (8, 1999О); *9 клас*: 5 (9, 1999), 3 (9, 2000), 3 (9, 2001), 4 (9, 2002), 5 (9, 2003), 5 (9, 2004Р), 4 (9, 2006), 5 (9, 2007Р), 5 (9, 2009), 5 (9, 2010); *10 клас*: 5 (10, 2009Д), 4 (10, 2010), 5 (10, 2011), 5 (10, 2012), 4 (10, 2013), 5 (10, 2013); *11 клас*: 3 (11, 1999Р), 4 (11, 2000Р), 4 (11, 2007Р)
Джерела струму, ЕРС, закон Ома для замкненого кола	*11 клас*: 4 (11, 1999Р), 1 (11, 2002Д), 5 (11, 2011), 5 (11, 2012), 5 (11, 2013)

Теми	Номери задач
Закон Джоуля—Ленца, потужність струму	*8 клас*: 3 (8, 2006О); *9 клас*: 5 (9, 1999), 5 (9, 2004Д), 5 (9, 2005), 1 (9, 2008); *10 клас*: 5 (10, 2001), 5 (10, 2012)
Магнітне поле, електромагнітна індукція	*10 клас*: 2 (10, 2010Р), 4 (10, 2011), 1 (10, 2012); *11 клас*: 5 (11, 2000), 5 (11, 2001Р), 1 (11, 2002Д), 4 (11, 2006Р), 5 (11, 2006Д), 2 (11, 2007), 5 (11, 2008), 4 (11, 2009), 5 (11, 2013)
Рух заряджених частинок в електричному та магнітному полях	*10 клас*: 4 (10, 1999); *11 клас*: 3 (11, 2000), 3 (11, 2002Р), 4 (11, 2003), 1 (11, 2004Р), 4 (11, 2010Д), 4 (11, 2012)
Коливання та хвилі	
Механічні коливання	*9 клас*: 5 (9, 2011); *11 клас*: 5 (11, 2000), 4 (11, 2002), 2 (11, 2003Р), 5 (11, 2004), 1 (11, 2006Р), 3 (11, 2006Д), 1 (11, 2007), 5 (11, 2008), 5 (11, 2009Р)
Електромагнітні коливання	*11 клас*: 4 (11, 2004), 4 (11, 2005Р), 5 (11, 2005Д)
Змінний струм	*11 клас*: 5 (11, 2001Д), 3 (11, 2003), 4 (11, 2007Р)
Механічні хвилі	*9 клас*: 1 (9, 2000)
Електромагнітні хвилі	*9 клас*: 1 (9, 1999); *11 клас*: 4 (11, 2004Р)
Оптика	
Геометрична оптика	*8 клас*: 5 (8, 2008), 3 (8, 2009Д), 5 (8, 2009), 3 (8, 2010), 4 (8, 2011), 5 (8, 2012), 5 (8, 2013); *9 клас*: 5 (9, 2000), 5 (9, 2001), 5 (9, 2002), 5 (9, 2006), 1 (9, 2010); *10 клас*: 1 (10, 2009Р), 5 (10, 2010), 2 (10, 2012); *11 клас*: 5 (11, 1999Д), 2 (11, 2000Р), 4 (11, 2000Д), 3 (11, 2001), 5 (11, 2003Д), 1 (11, 2005Д), 2 (11, 2005Р), 3 (11, 2008)

Готуємось до районних олімпіад з фізики

за підтримки журналу
передплатний індекс 37058
Фізика в школах України

КОД: ОЛМ008

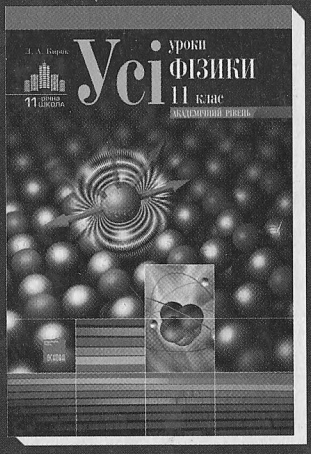
До задач надані відповіді, коментарі та розв'язки. Збірник містить багато оригінальних завдань, які публікуються вперше. Розглянуті типові ідеї та методи розв'язування олімпіадних задач із фізики. Наприкінці посібника наведено дві таблиці, у яких задачі класифіковано за методами розв'язання й відповідними навчальними темами шкільного курсу фізики.

Для учнів середніх навчальних закладів, учителів, викладачів фізики і всіх тих, хто цікавиться фізикою й розв'язуванням задач підвищеної складності.

ТАКОЖ ЧИТАЙТЕ



Мій конспект. Фізика
8 клас — Код: 41ПФ10
9 клас — Код: 41ПФ11
10 клас. Рівень стандарту — Код: 41ПФ17
10 клас. Академічний рівень — Код: 41ПФ32
11 клас. Рівень стандарту — Код: 41ПФ29
11 клас. Академічний рівень — Код: 41ПФ30



Усі уроки фізики
7 клас — Код: 41ПФ2
8 клас — Код: 41ПФ4
9 клас — Код: 41ПФ8
10 клас. Академічний рівень — Код: 41ПФ20
11 клас. Академічний рівень — Код: 41ПФ27



Електронний конструктор уроку. Фізика
7 клас
укр. мова — Код: 41ЕКУ02
рос. мова — Код: 41ЕКУ130
8 клас
укр. мова — Код: 41ЕКУ11
рос. мова — Код: 41ЕКУ140
9 клас — Код: 41ЕКУ85
10 клас — Код: 41ЕКУ86
11 клас — Код: 41ЕКУ87

9 786170 022561

КНИГИ ЗАМОВЛЯЙТЕ ЗА АДРЕСОЮ:
ВГ «Основа», вул. Плеханівська, 66, м. Харків, 61001,
тел. (057) 731-96-33, e-mail: office@osnova.com.ua,
http://book.osnova.com.ua

ГАРЯЧА ЛІНІЯ:
0-800-505-212
безкоштовно з мобільних та стаціонарних телефонів України