經濟學原理與實習

CH.19 儲蓄

李祖福

March 14, 2022

目錄

儲蓄 (Saving)

我們之前個體經濟學的分析都是基於當期消費者的最適選擇，由於現實中的消費者不可能只活一期，且理性都消費者都有跨期選擇的偏好，因此本章開始將討論同一個消費者在不同期的消費決策。

- 儲蓄，是為了未來的消費

儲蓄: 可支配所得 (disposable income) - 消費支出。

- 1. 無政府、封閉經濟體: $Y = C + I$
  - 可支配所得:Y, 消費支出:C $\Rightarrow$ 儲蓄: $S = Y - C$ (均衡時) $= I$
- 2. 有政府、封閉經濟體: $Y = C + I + G$
  - 可支配所得: $Y - T$ (私人所得)、T (政府所得),

    消費支出: $C + G$

    $\Rightarrow$ 儲蓄: $S = (Y - T - C) + (T - G)$ (均衡時) $= I$
  - 私人儲蓄 (Private Saving): $S_P = Y - T - C$
  - 政府儲蓄 (Public Saving): $S_G = T - G$
  - 國民儲蓄 (National Saving): $S = (Y - T - C) + (T - G)$

- 政府儲蓄 (Public Saving): $S_G = T - G$, 又稱作「政府預算餘額 (Government budget balance)」(CH27)
  - 政府預算盈餘 (Government budget surplus): $T - G > 0$
  - 政府預算赤字 (Government budget deficit): $T - G < 0$
- 3. 有政府、開放經濟體 (CH25): $Y = C + I + G + NX$
  - 可支配所得: $Y - T$ (私人)、T (政府), 消費支出: $C + G \Rightarrow$ 儲蓄: $S = (Y - T - C) + (T - G)$(均衡時) $= I + NX$

小航的工作是在火鍋店端鍋子，他每個月都有薪水收入$1,000元。小航在辛苦工作一個月後，終於等到今天的發薪日，他很開心的把領到的$1,000元放進錢包，加上本來錢包所剩的$500元，共有$1,500元。之後小航馬上衝回家打開英雄聯盟，買了最新的索娜 skin$100元+叫了$200元的麥當勞歡樂送，之後又上網往買了b_1的債券，最後錢包剩下$300元。

- 上個月: 第0期, 這個月: 第1期, 下個月: 第2期
- 相關變數
  - m_t : 持有現金
  - y_t : 所得
  - c_t : 消費
  - b_t : 債券餘額
  - R_t : 名目利率
  - r_t : 實質利率
  - p_t : 物價
  - π_t : 通貨膨脹率

- 小航的預算限制式 (假設$P_1 = P_2 = 1$):
  - 第 0 期期末:

$$b_0 + m_0 = 0 + 500 = 500$$

  - 第 1 期:

$$b_0(1 + R_0) + m_0 + p_1 y_1 = p_1 c_1 + b_1 + m_1$$

$$\Rightarrow 0 + 500 + 1000 = (100 + 200) + b_1 + 300$$

  - 第 2 期:

$$b_1(1 + R_1) + m_1 + p_2 y_2 = p_2 c_2 + b_2 + m_2$$

$$\Rightarrow b_1(1 + R_1) + 300 + 1000 = c_2 + b_2 + m_2$$

- 請問小航第1期的儲蓄多少?

$$b_0(1+R_0)+m_0+p_1y_1=p_1c_1+b_1+m_1$$

  - 第1期所擁有的財產：$b_0(1+R_0)+m_0+p_1y_1$
    $=b_0+b_0R_0+m_0+p_1y_1$, 其中b_0+m_0為原本擁有的,
    故所得為$b_0R_0+p_1y_1$。
  - 儲蓄 $=$ 所得 $-$ 消費
    $=b_0R_0+p_1y_1-p_1c_1=(b_1+m_1)-(b_0+m_0)$
    $=$ 期末資產 - 期初資產$=b_1-200$

- 第2期的儲蓄有多少?

$$b_1(1+R_1)+m_1+p_2y_2=p_2c_2+b_2+m_2$$

$$\Rightarrow (b_1 1+b_1 R_1)+300+1000=p_2c_2+b_2+m_2$$

  - 儲蓄 $=$ 所得 $-$ 消費 $= b_1R_1+p_2y_2-p_2c_2=$ $(b_2+m_2)-(b_1+m_1)=b_2+m_2-b_1-300$

預算限制式

- 第0期期末:$b_0 + m_0$
- 第 t 期預算:$b_{t-1}(1 + R_{t-1}) + m_{t-1} + p_t y_t = p_t c_t + b_t + m_t$
- 第 t 期儲蓄:$b_{t-1}R_{t-1} + p_t y_t - p_t c_t = (b_t + m_t) - (b_{t-1} + m_{t-1})$

$$t = 1, 2, 3, ...$$

CH19 Q11

阿汪的年薪資所得是 80 萬元，去年年底他有現金 2 萬元，銀行裡有存款 300 萬元。假設名目利率是 5%, 所有的借貸都是一年期。阿汪今年（第 1 期）的消費支出是 50 萬元，今年年底他持有現金 3 萬元。

- (a) 請寫下第 1 期之預算限制式，並由題意列出每一項之值。
- (b) 請算出阿汪第 1 期的名目儲蓄為多少?

阿汪的年薪資所得是 80 萬元，去年年底他有現金 2 萬元，銀行裡有存款 300 萬元。假設名目利率是 5%, 所有的借貸都是一年期。阿汪今年（第 1 期）的消費支出是 50 萬元，今年年底他持有現金 3 萬元。

- (a) 請寫下第 1 期之預算限制式，並由題意列出每一項之值。

$$b_0(1+R_0)+m_0+p_1y_1=p_1c_1+b_1+m_1$$

$$\Rightarrow 300(1+5\%)+2+80=50+b_1+3 \Rightarrow b_1=344$$

- (b) 請算出阿汪第 1 期的名目儲蓄為多少?

$$b_0R_0+p_1y_1-p_1c_1=15+80-50=45$$

$$(b_1+m_1)-(b_0+m_0)=(344+3)-(300+2)=45$$

- (c) 現假設阿汪改變主意，決定在第 1 期買一棟價值 900 萬元的房子，請重新寫出預算限制式，請算出 b_1 等於多少。(b_1 代表第 1 期期末的債券餘額。)
- (d) 在 (c) 小題的情況下，阿汪第 1 期的名目儲蓄為多少?

- (c) 現假設阿汪改變主意，決定在第 1 期買一棟價值 900 萬元的房子，請重新寫出預算限制式，請算出 b_1 等於多少。(b_1 代表第 1 期期末的債券餘額。)
  - 房子屬於投資支出: $p_1 i_1 = 900$

$$b_0(1+R_0) + m_0 + p_1 y_1 = p_1 c_1 + p_1 i_1 + b_1 + m_1$$

$$\Rightarrow 300(1+5\%) + 2 + 80 = 50 + 900 + b_1 + 3 \Rightarrow b_1 = -556$$

- (d) 在 (c) 小題的情況下，阿汪第 1 期的名目儲蓄為多少?

$$b_0 R_0 + p_1 y_1 - p_1 c_1 = 15 + 80 - 50 = 45$$

$$(p_1 i_1 + b_1 + m_1) - (b_0 + m_0) = (900 + (-556) + 3) - (300 + 2) = 45$$

小航打 lol 打到一半突然接到一通推銷保險的電話, 女銷售員跟他說:「小航, 我們公司現在有一張保單穩賺不賠, 前5年每年繳100萬, 第6年起每年領回25萬直到第75年止...」, 如果你是小航你會買嗎?

- 收入：$25 \times 70 = 1750$
- 成本：$100 \times 5 = 500$
- 報酬：1250
- 報酬率 $= \frac{1250}{500} = 250\%$

現值 (PV):「未來的錢」這項產品, 現在值多少?

未來值 (FV):「現在的錢」未來會變多少?

- 現值: 我希望大學4年畢業, 我有100萬, 那我現在應該存多少錢?(假設 $1 + R_t = 1.1$)
  - $PV \times (1 + R_t)^4 = 100 \Rightarrow PV = \frac{100}{(1+R_t)^4} = 68.3$ 萬
- 未來值: 若我現在存68.8萬元, 在我大學4年畢業後, 我會有多少錢?(假設 $1 + R_t = 1.1$)
  - $FV = 68.3 \times (1.1)^4 = 100$萬

現值 (PV) 與未來值 (FV)

回到小航的例子 (假設每期的R不變)

- 收入現值 $= \frac{25}{(1+R)^5} + \frac{25}{(1+R)^6} + \frac{25}{(1+R)^7} + \ldots + \frac{25}{(1+R)^{74}}$
- 成本現值 $= 100 + \frac{100}{(1+R)} + \frac{100}{(1+R)^2} + \ldots + \frac{100}{(1+R)^4}$
- 現值與預算限制式使我們可以在當期考慮未來的消費分配。
- $1 + R_t$ 即為第 t 期相對於第 t+1 期的價格 (第 t+1 期的 1 元為第 t 期的 1.1 元)

CH19 Q9

阿汪在2010年不小心遺失了向圖書館借的一本書，圖書館要求阿汪賠償書價之現值。這本書是1970年出版，當時的定價是50元。假設1970–2010年之間，每年的名目利率都是5%，請問阿汪應賠多少錢?

- 我們應該回到1970年來看
- 1970年的50元未來值$FV \Rightarrow 50 \times (1+0.05)^{40} = 351.999$

- 名目利率 (R):固定資本借貸市場的名目價格
- 實質利率：對名目利率按貨幣購買力的變動修正後的利率。
- 由於借貸雙方更關心貨幣的實際購買力而不是貨幣的名目額，因此實質利率能更準確地衡量借貸的成本和收益。
  - $\pi_t = \frac{p_{t+1} - p_t}{p_t} = \frac{p_{t+1}}{p_t} - 1 \Rightarrow 1 + \pi_t = \frac{p_{t+1}}{p_t}$
  - 實質利率: $1 + r_t = \frac{(1+R_t)p_t}{p_{t+1}} = \frac{1+R_t}{1+\pi_t}$
- 假設名目利率為5%，小明有5個麵包價值100元，他把麵包全部賣掉換成現金存到銀行,t+1期時他領回105元，但麵包漲到21元一個，因此若用麵包的數量衡量，他能換到5，實質利率為0%。

- 換句話說, 我們可以得到:

$$(1 + r_t)(1 + \pi_t) = 1 + R_t$$

$$\Rightarrow 1 + \pi_t + r_t + r_t \pi_t = 1 + R_t$$

$$\text{費雪方程式 (Fisher equation)} \Rightarrow \pi_t + r_t \fallingdotseq R_t$$

CH19 Q13

利息所得是家庭所得的一部分, 故也須課稅。若名目利率為 R_1, 財政部課稅之後變成$(1-\phi)R_1$。譬如, 若 $R_1 = 8\%$, 而稅率 ϕ =30%, 則稅後利率變成 (1-30%)·8% $=$ 5.6%。本期物價以 p_1 代表, 下一期物價以 p_2代表, 請問本期一單位商品可以交換下一期多少單位的商品? 請解釋你的結果。

- 課稅後利率: $(1-\phi)R_1$，假設本期一單位商品價格為 p_1，
  若借給需要的人, 下一期可以得到 $(1+(1-\phi)R_1)\times p_1$，但下一期的物價為 p_2,
  故實際得到 $\frac{(1+(1-\phi)R_1)\times p_1}{p_2} = \frac{1+(1-\phi)R_1}{1+\pi_1}$ (單位: 商品)

- 實質儲蓄: 以商品為單位的儲蓄

$$s_t = \frac{b_t + m_t}{p_t} - \frac{b_{t-1} + m_{t-1}}{p_{t-1}} - - - - -(1)$$

- 以上公式是用兩期資產的增加量來計算實質儲蓄, 當然我們也能從可支配所得與消費來計算實質儲蓄。

實質儲蓄 $=$ 可支配所得 - 消費

- 名目儲蓄 $= b_{t-1}R_{t-1} + p_t y_t - p_t c_t = (b_t + m_t) - (b_{t-1} + m_{t-1})$
- 左右同除 p_t : $\frac{b_{t-1}R_{t-1}}{p_t} + y_t - c_t = \frac{b_t+m_t}{p_t} - \frac{b_{t-1}}{p_t} - \frac{m_{t-1}}{p_t}$
- 移項: $\frac{b_{t-1}(1+R_{t-1})}{p_t} + \frac{m_{t-1}}{p_t} + y_t - c_t = \frac{b_t+m_t}{p_t}$
- 帶回上頁1式的 $\frac{b_t+m_t}{p_t}$:

$$s_t = \frac{b_{t-1}(1+R_{t-1})}{p_t} + \frac{m_{t-1}}{p_t} + y_t - c_t - \frac{b_{t-1}+m_{t-1}}{p_{t-1}}$$

- 通貨膨脹率: $1+\pi_t = \frac{p_{t+1}}{p_t} \Rightarrow p_t = p_{t-1}(1+\pi_{t-1})$
- 實質利率: $1+r_t = \frac{1+R_t}{1+\pi_t} \Rightarrow 1+r_{t-1} = \frac{1+R_{t-1}}{1+\pi_{t-1}}$
- 將 p_t 換成 $p_{t-1}(1+\pi_{t-1})$：
  $\frac{b_{t-1}(1+R_{t-1})}{p_{t-1}(1+\pi_{t-1})} + \frac{m_{t-1}}{p_{t-1}(1+\pi_{t-1})} + y_t - c_t - \frac{b_{t-1}+m_{t-1}}{p_{t-1}} = s_t$
- 再換成實質利率：
  $(1+r_{t-1}) \times \frac{b_{t-1}}{p_{t-1}} + \frac{m_{t-1}}{p_{t-1}(1+\pi_{t-1})} + y_t - c_t - \frac{b_{t-1}+m_{t-1}}{p_{t-1}} = s_t$
- 整理: $r_{t-1} \times \frac{b_{t-1}}{p_{t-1}} + y_t - c_t - \frac{m_{t-1}\pi_{t-1}}{p_{t-1}(1+\pi_{t-1})} = s_t$
- 若不持有現金: $s_t = r_{t-1} \times \frac{b_{t-1}}{p_{t-1}} + y_t - c_t$

CH19 Q7

某甲2014年2月從屏東到台北上大學, 身上帶了15.5萬元。到台北之後全部存入銀行, 名目年利率為5%。假設2014年2月至2015年2月之間, 物價上漲了5%, 而一年之後, 他的銀行存款剩下8.4萬元。

- (a) 請算出某甲的實質儲蓄等於多少? (以2014年2月的價格計算。)
- (b) 某甲這一年擔任家教的實質所得是2萬元。請問他的實質消費支出是多少?

某甲2014年2月從屏東到台北上大學，身上帶了15.5萬元。到台北之後全部存入銀行，名目年利率為5%。假設2014年2月至2015年2月之間，物價上漲了5%，而一年之後，他的銀行存款剩下8.4萬元。

- (a) 請算出某甲的實質儲蓄等於多少？(以2014年2月的價格計算。)
  - $s_t = \frac{b_t + m_t}{p_t} - \frac{b_{t-1} + m_{t-1}}{p_{t-1}} \Rightarrow \frac{8.4}{1.05} - \frac{15.5}{1} = -7.5$

某甲2014年2月從屏東到台北上大學, 身上帶了15.5萬元。到台北之後全部存入銀行, 名目年利率為5%。假設2014年2月至2015年2月之間, 物價上漲了5%, 而一年之後, 他的銀行存款剩下8.4萬元。

- (b) 某甲這一年擔任家教的實質所得是2萬元。請問他的實質消費支出是多少?
  - 實質儲蓄 = 實質可支配所得 - 實質消費
  - $s_t = r_{t-1} \times \frac{b_{t-1}}{p_{t-1}} + y_t - c_t$, $(r_{t-1} = \frac{1.05}{1.05} - 1)$

    $\Rightarrow -7.5 = 0 \times \frac{15.5}{1} + 2 - c_t$

    $\Rightarrow c_t = 9.5$

把每一期預算限制式用一條式子表示, 這條式子就叫做「跨期預算限制式」

- 第 0 期期末: $b_0 + m_0$
- 第 1 期: $b_0(1+R_0) + m_0 + p_1 y_1 = p_1 c_1 + b_1 + m_1$
- 第 2 期: $b_1(1+R_1) + m_1 + p_2 y_2 = p_2 c_2 + b_2 + m_2$

  ...
- 我們想要在第 1 期看未來每 1 期, 所以要把未來每一期換算成現值!

  - 第 1 期: $b_0(1+R_0) + m_0 + p_1 y_1 = p_1 c_1 + b_1 + m_1$
  - 第 2 期現值: $b_1 + \frac{m_1}{1+R_1} + \frac{p_2 y_2}{1+R_1} = \frac{p_2 c_2}{1+R_1} + \frac{b_2}{1+R_1} + \frac{m_2}{1+R_1}$
  - 第 3 期現值: $\frac{b_2}{1+R_1} + \frac{m_2}{(1+R_1)(1+R_2)} + \frac{p_3 y_3}{(1+R_1)(1+R_2)} = \frac{p_3 c_3}{(1+R_1)(1+R_2)} + \frac{b_3}{(1+R_1)(1+R_2)} + \frac{m_3}{(1+R_1)(1+R_2)}$

- 假設只有2期 (第2期會全部消費掉, $b_2 = 0$), 且不持有現金 ($m_t = 0$)
  - 第1期: $b_0(1+R_0) + p_1 y_1 = p_1 c_1 + b_1$
  - 第2期現值: $b_1 + \frac{p_2 y_2}{1+R_1} = \frac{p_2 c_2}{1+R_1}$
  - 上下相加

$$b_0(1+R_0) + p_1 y_1 + \frac{p_2 y_2}{1+R_1} = p_1 c_1 + \frac{p_2 c_2}{1+R_1}$$

- 換成實質值, 每一項除以 p_1

$$\frac{b_0(1+R_0)}{p_1}+y_1+\frac{p_2 y_2}{p_1(1+R_1)}=c_1+\frac{p_2 c_2}{p_1(1+R_1)}$$

- 通貨膨脹率: $1+\pi_t=\frac{p_{t+1}}{p_t}$
- 實質利率: $1+r_t=\frac{1+R_t}{1+\pi_t}$

$$\frac{b_0(1+R_0)}{p_1}+y_1+\frac{(1+\pi_1)y_2}{(1+R_1)}=c_1+\frac{(1+\pi_1)c_2}{(1+R_1)}$$

$$\Rightarrow \frac{b_0(1+R_0)}{p_1}+y_1+\frac{y_2}{(1+r_1)}=c_1+\frac{c_2}{(1+r_1)}$$

- 預算限制線 (Budget Constraint) 即是最多能夠消費的組合
  - 線上任何一點都滿足預算限制式：

$$P_aQ_a + P_bQ_b = Income$$

  - 預算限制線的斜率絕對值 $= P_a/P_b$ 為 a 商品的相對價格, 也就是多消費一單位 a 商品的機會成本為少消費P_a/P_b單位 b 商品。
- *Income* 為名目所得 (Nominal Income), 以商品為衡量單位的才是實質所得 (Real Income)

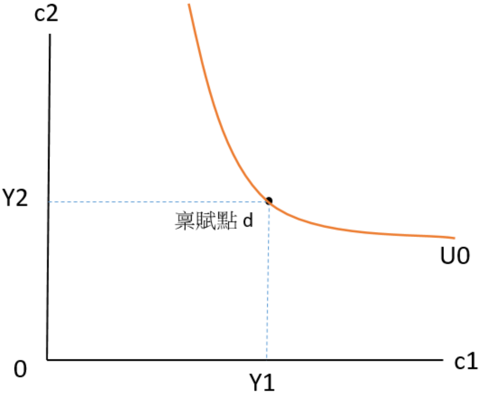
- 實質預算限制線 (以 a 商品衡量)

$$Q_a + \frac{P_b}{P_a} Q_b = \frac{Income}{P_a}$$

- $Q_a = c_1, Q_b = c_2$
- $\frac{P_b}{P_a} = \frac{1}{1+r_1}$
  - 今天想要讓自己在第2期可以多消費一單位, 需要花費 $\frac{1}{1+r_1}$ 的機會成本
- $\frac{Income}{P_a}$: 以第1期物價衡量的實質所得 $= \frac{b_0(1+R_0)}{p_1} + y_1 + \frac{y_2}{(1+r_1)}$

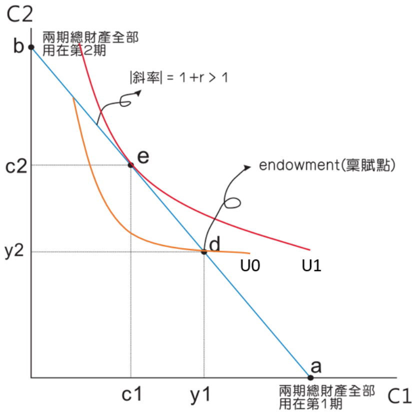
$$c_1 + \frac{c_2}{(1+r_1)} = \frac{b_0(1+R_0)}{p_1} + y_1 + \frac{y_2}{(1+r_1)}$$

跨期預算限制式

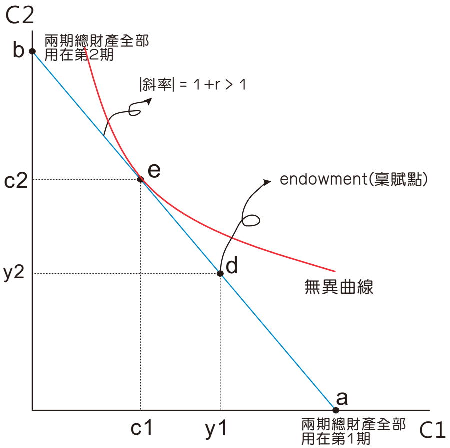


- d: 已經決定好的兩期所得 (稟賦點)

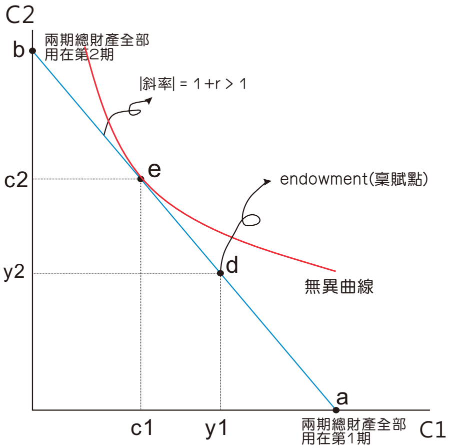
跨期預算限制式



- ab 線段: 預算限制線 ($c_1 + \frac{c_2}{(1+r_1)} = \frac{b_0(1+R_0)}{p_1} + y_1 + \frac{y_2}{(1+r_1)}$)
- d: 已經決定好的兩期所得 (稟賦點)
- e: 效用極大的選擇點



- a: $\frac{b_0(1+R_0)}{p_1} + y_1 + \frac{y_2}{(1+r_1)}$ (能借多少就借多少, 以後再還)
- b: $\frac{b_0(1+R_0)(1+r_1)}{p_1} + y_1(1 + r_1) + y_2$ (全部存起來, 以後再花)



- 若最適點在 bd 線段, 表示你是個會存錢的人 (貸出者)
- 若最適點在 ad 線段, 表示你是個不存錢的人 (借入者)

CH19 Q14

某甲之兩期預算限制式可表示如下:

$$b_0(1+R_0)+p_1y_1=p_1c_1+b_1+a$$

$$b_1(1+R_1)+\tilde{a}=p_2c_2$$

上式中, a 為甲在第1期所購入的股票之值,$\tilde{a}$ 為第2期出售股票之收入。其他變數與課本之定義相同。為簡化起見, 假設甲不持有貨幣, 而且股票不發放股利。兩期合併之預算限制式可表示如下:

$$\frac{b_0(1+R_0)}{p_1}+y_1+A=c_1+\frac{c_2}{1+r_1},$$

其中, r_1 代表實質利率。請解出 A 值, 並以c_1 為橫軸,c_2 為縱軸, 畫出預算限制線。

- 合併預算限制式:

$$b_1 = \frac{p_2 c_2}{(1+R_1)} - \frac{\tilde{a}}{(1+R_1)}$$

代入第一期限制式可得

$$b_0(1+R_0) + p_1 y_1 + \frac{\tilde{a}}{(1+R_1)} = p_1 c_1 + \frac{p_2 c_2}{(1+R_1)} + a$$

同除p_1

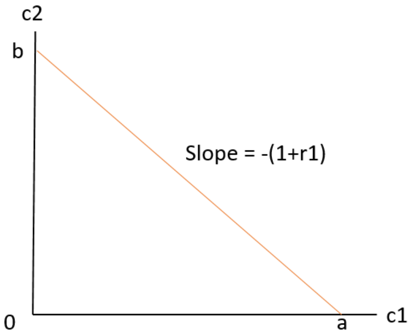
$$\frac{b_0(1+R_0)}{p_1} + y_1 + \frac{\tilde{a}}{(1+R_1)p_1} = c_1 + \frac{p_2 c_2}{(1+R_1)p_1} + \frac{a}{p_1}$$

- 調整實質利率:

$$\frac{b_0(1+R_0)}{p_1} + y_1 + \frac{\tilde{a}}{(1+R_1)p_1} - \frac{a}{p_1} = c_1 + \frac{c_2}{(1+r_1)}$$

- $A = \dfrac{\tilde{a}}{(1+R_1)p_1} - \dfrac{a}{p_1}$

CH19 Q14



- a 點座標：($\frac{b_0(1+R_0)}{p_1} + y_1 + \frac{\tilde{a}}{(1+R_1)p_1} - \frac{a}{p_1}$, 0)