Formális nyelvek definíciók, tételek:

Készítette: Földesi Dávid [XK7BJS]

Definíció: (ABC)
Szimbólumok véges nemüres halmazát ABC-nek nevezzük.

Definíció: (Szó)
Egy V ABC elemeiből képzett véges sorozatot V ABC feletti szónak vagy stringnek nevezzük.

Definíció: (Üres szó)
A nulla hosszúságú szavakat üres szónak nevezük és ε -al jelöljük.

Definíció: (V ABC feletti szavak halmaza)
A V ABC feletti szavak halmazát (beleértve az üres szót is) V^* -al jelöljük, a nemüres szavak halmazás V^+ -al jelöljük.

Definíció: (Konkatenáció)
Legyen V egy ábc és legyenek u,v V feletti szavak (azaz, legyen $u,v \in V^*$). Az uv szót az u és v szó konkatenáltjának nevezzük.
A konkatenáció művelet asszociatív de álltalában nem kommutatív

Tétel: (A V^* zárt a konkatenációra nézve)
Legyen V egy ABC. Megállapítjuk, hogy V^* zárt a konkatenáció műveletre nézve, továbbá a konkatenáció egységelemes művelet, ahol az egységelem ε .

Definíció: (Szó i-dik hatványa)
Legyen i nemnegatív egész szám és legyen W a V ABC feletti szó, ($w \in V^*$).
A w szó i-dik hatványa alatt a w szó i példányának a konkatenáltját értjük.
Minden szó 0. hatványa az üres szó.

Definíció: (w szó hossza)
Legyen V egy abc és legyen w egy V feletti szó.
A w szó hosszán a w szót alkotó szimbólumok számát értjük. És |w|-vel jelöljük.

Definíció: (Két szó azonos)
Legyen V egy ABC és legyen v,u V feletti szavak, u és v-t azonosnak nevezünk, hogy ha az u-t alkotó szimbólumsorozat megegyezik v szimbólumsorozatával.

Definíció: (Rész szó)
Legyen V egy ABC és legyen u, v szavak V felett. Az u szót a v szó részszavának nevezzük, hogyha v = xuy teljesül, ahol x,y V feletti szavak.

Definíció: (Valódi részszó)
Az u szót v valódi résszavának nevezzük, hogy ha x és y körül legalább az egyik nem üres szó, azaz $xy \neq \varepsilon$.

Definíció: (Prefix, Szufix)
Ha u szó résszava v-nek, és ha az x = ε akkor az u szót V szó prefixének nevezzük, hogy ha az y = ε akkor u-t a v szufixének nevezzük.

Definíció: (u szó fordítottja)
Legyen u egy V abc feletti szó. Az u szó tükörképén vagy fordítottján azt a szót értjük amelyet úgy kapunk, hogy u szimbólumait megfordított sorrendben írjuk. Az u szó tükörképét u^{-1} el jelöljük.
Definíció: (Nyelv)
Legyen V egy ABC és L egy tetszőleges részhalmaza V^* -nak. Ekkor L-et egy V feletti nyelvnek nevetünk.

Definíció: (Üres nyelv)
Az üres nyelv, amely egyetlen szót sem tartalmaz.

Definíció: (Véges nyelv)
Egy V ABC feletti nyelvet végesnek nevezünk, ha az elemeinek a száma véges, egyébként végtelennek.

Definíció: (Generatív grammatika)
Egy G generatív grammatikán vagy röviden grammatikán egy (N,T,P,S) négyest értünk, ahol:

- N és T diszjunk ABC, a nemterminálisok és a terminális szavak halmaza.
- $S \in N$ A kezdőszimbólum
- P véges halmaza (x,y) rendezett párokat tartalmaz, ahol $x, y \in (N \cup T)^*$ és x legalább egy nemterminális szimbólumot tartalmaz.

Definíció: (Átírási szabályok)
P halmaz elemeit átírási szabályoknak vagy röviden szabályoknak vagy produkcióknak nevezzük, és az (x,y) jelölés helyett $x \rightarrow y$ -al jelöljük.

Definíció: (Közvetlen lépés)
Legyen G = (N,T,P,S) egy generatív grammatika és legyen $u, v \in (N \cup T)^*$. Azt mondjuk hogy v szó közvetlenül levezethető u szóból G-ben, és ezt $u \Rightarrow_G v$ módon jelöljük, ha $u = u_1 x u_2$,
$v = u_1 y u_2$ $u_1, u_2 \in (N \cup Z)^*, és\ x \rightarrow y \in P$

Definíció: (k lépésben levezethető)
Legyen G=(N,T,P,S) generatív grammatika és legyen $u, v \in (N \cup T)^*$. Azt mondjuk, hogy v k lépésben levezethető u szóból G-ben, $K \geq 1$ ha létezik olyan $u_1, u_2, \ldots, u_k \in (N \cup T)^*$ szavakból álló sorozat, amelyre $u = u_1, v = u_{k+1}$ valamint $u_i \Rightarrow_G u_{i+1}, 1 \leq i \leq k$ teljesül.

Definíció: (u szó levezethető v szóból)
A v szó levezethető u szóból G-ben, ha u = v, vagy létezik olyan $k \geq 1$ szám, hogy a v szó u szóból k lépésben levezethető.

Definíció: (Grammatika által generált nyelv)
Legyen G=(N,T,P,S) egy tetszőleges generatív grammatika. A G grammatika álltal generált nyelv alatt L(G) nyelvet értjük, ahol $L(G) = \{ w | S \Rightarrow_G^* w, w \in T^* \}$

Definíció: (Ekvivalens grammatika)
Két generatív grammatikát gyengén ekvivalensnek nevezünk, ha ugyanazt a nyelvet generálják.

Definíció: (Ekvivalens nyelvek)
Két nyelvet gyengén ekvivalensnek nevezünk, ha az üres szó kivételével minden szóban megegyeznek.

Definíció: (Chomsky -féle hierarchia)
A G=(N,T,P,S) generatív grammatikát i-tipusúnak mondjuk, i = 0,1,2,3, ha P szabályhalmazra teljesülnek a következők:

- i = 0: Nincs megkötés
- i = 1: A P minden szabálya $u_1 A u_2 \rightarrow u_1 v u_2$ alakúak ahol $u_1, u_2, v \in (N \cup T)^* . A \in N, v \neq \varepsilon$ kivéve ha $S \rightarrow \varepsilon$ szabályt, feltéve hogy a P tartalmaz ilyet, ebben az esetben S nem áll egyetlen szabály jobb oldalán sem.
- i=2: P minden szabálya $A \rightarrow v$ alakú, ahol $A \in N, v \in (N \cup T)^*$
- i=3: P minden szabálya $A \rightarrow uB$ vagy $A \rightarrow u$ alakú, ahol $u \in T^*, A, B \in N$

Definíció: (Nyelv típusok)
Legyen i = 0,1,2,3. Egy L nyelvet i tipusúnak mondunk, ha i típusú grammatikával generálható, az i típusú nyelvek osztályát L_i -vel jelöljük.

Definíció: (Grammatikák elnevezései)

- A 0 típusú grammatikát mondatszerű grammatikának nevezzük
- Az 1 típusú grammatikát környezetfüggő grammatikának nevezzük
- A 2 típusú grammatikát környezetfüggetlen grammatikának nevezzük
- A 3 típusú grammatikát reguláris vagy véges grammatikának nevezzük

Definíció: (Nyelvosztályok megnevezése)

- A 0 típusú nyelvosztályt rekurzívan felsorolhatónak nevezünk
- Az 1 típusú nyelvosztályt környezetfüggő nyelvosztálynak nevezzük
- A 2 típusú nyelvosztályt környezetfüggetlen nyelvosztálynak nevezzük.
- A 3 típusú nyelvosztályt reguláris nyelvosztálynak nevezzük

Definíció: (Nyelvekre vonatkozó műveletek)
Legyen V egy ABC és legyenek L_1, L_2 nyelvek V felett ($L_1, L_2 \subset V^*$)

- $L_1 \cup L_2 = \{u | u \in L_1 \vee u \in L_2\}$ A nyelvek uniója
- $L_1 \cap L_2 = \{u | u \in L_1 \wedge u \in_L 2\} a\, nyelvek\, metszete$
- $L_1 - L_2 = \{u | i \in L_1 \wedge u \notin L_2\}$ a nyelvek különbsége
- Az $L \subseteq V^*$ nyelv komplementere a V ABCre vonatkozóan $\bar{L} = V^* - L$

Definíció: (Nyelv megfordítása)
Legyen V egy ABC, és $L \subseteq V^*$, $L^{-1} = \{u^{-1} | u \in L\}$ tükörképe az L nyelvnek.

Tulajdonságok: $(L^{-1})^{-1} = L, (L^{-1})^i = (L^i)^{-1}, i \geq 0$

Definíció: (HEAD(L))
$HEAD(L) = \{u | u \in V^*, uv \in L, v \in V^*\}$, nyilvánvaló, hogy L részhalmaza HEAD(L)-nek.

Definíció: (Homomorfizmus)

- Legyen V_1, V_2 két ábécé, a $h: V^* \rightarrow V^*$ leképzést homomorfizmusnak nevezzük, ha teljesülnek a következők:
- h egyértelmű, azaz minden $u \in V^*$ szóra pontosan egy $v \in V^*$ szó létezik, amelyre h(u) = v teljesül.
- h(uv) = h(u)h(v) ha $u, v \in V^*$

Definíció: (ε mentes homomorfizmus)
A h homomorfizmus ε mentes, ha $h(u) \neq \varepsilon$ minden $u \in V^+$ szóra.

Definíció: (Nyelv homomorf képe)
Legyen $h: V_1^* \rightarrow V_2^*$ homomorfizmus. Az $L \in V_1^*$ nyelv h homomorf képén a $h(L) = \{w \in V_2^* | w = h(u), u \in V_1^*\}$ nyelvet értjük.

Definíció: (Izomorfizmus)
A homomorfizmust izomorfizmusnak nevezzük, ha bármely két u és v V_1^* beli szóra teljesül, hogy ha h(u) = h(v) akkor h = v

Tétel: (G Grammatika egy normálformája)
Minden G = (N,T,P,S) generatív grammatikához meg tudunk konstruálni egy vele ekvivalens és azonos típusú G'=(N',T,P',S) generatív grammatikát úgy, hogy P' egyetlen szabályának a jobboldalán sem fordul elő terminális szimbólum.

Definíció: (Reguláris műveletek)
Az unió, konkatenáció valamint az iteráció lezárása műveleteket együttesen reguláris műveleteknek nevezzük

Tétel: (Nyelvosztályok zártsága a reguláris műveletekre)
Az L_i i=0,1,2,3 nyelvosztályok mindegyike zárt a reguláris műveletekre.

Tétel: (L_i nyelv tulajdonságai)
- i=0,1,2 zárt a megfordítás és a konkatenáció műveleteire.
- I=0,1,2 zárt a homomorfizmus és a az i=1 zárt az ε mentes homomorfizmus műveleteire

Definíció: (Grammatikai transzformációkkal nyert grammatikák)
Grammatikai transzformációkkal nyert grammatikák
- Melyek bizonyos szintaktikai feltételnek vagy tulajdonságnak tesznek elget
- Általában minden szempontból egyszerűbben az eredeti grammatikánál
- Ugyan azon típusba tartoznak
- Ugyan azt a nyelvet generálják

Tétel: (Környezetfüggetlen normálforma)
Minden G=(N,T,P,S) grammatikához meg tudunk konstruálni egy vele ekvivalens G'=(N',T,P',S') grammatikát, úgy hogy.
- G' minden szabályának a jobb oldala nem üres szó
- Kivéve azt az esetet, hogy ha az üres szó benne van a G által generált nyelvben
- Mely esetben $S' \rightarrow \varepsilon$ egyetlen olyan szabály, melynek a jobb oldala üres szó, és ekkor S' nem fordul elő egyetlen szabály jobb oldalán sem.

Definíció: (ε mentes grammatika)
A G grammatikát ε -mentesnek nevezzük, ha egyetlen szabály jobb oldala sem tartalmaz üres szót.

Tétel: (ε mentes grammatika)
Minden környezetfüggetlen G grammatikához meg tudunk konstruálni egy vele ekvivalens G' ε mentes környezetfüggetlen grammatikát, amelyre L(G') =L(G) - { ε }

Definíció: (G=(N,T,P,S) grammatika Chomsky Normálformájú)
A G=(N,T,P,S) környezetfüggetlen grammatikát Chomsky-normálformájúnak nevezünk, ha minden egyes szabálya :
- Vagy $X \rightarrow u, X \in N, u \in T$
- Vagy $X \rightarrow YZ\, ahol\, X, Y, Z \in N$

Tétel: (Chomsky-normálforma)
Minden ε -mentes G=(N,T,P,S) környezetfüggetlen grammatikához meg tudunk konstruálni egy vele ekvivalens G'=(N',T,P',S) Chomsky-normálformájú környezetfüggetlen grammatikát.

Tétel: (Minden u-ról eldönthető, hogy benne van a az L(G)-ben)
Minden G környezetfüggetlen grammatika esetében eldönthető, hogy egy u szó benne van-e a G grammatika által generált nyelvben.

Definíció: (Levezetési fa)
Legyen V véges nemüres halmaz, amelynek elemeit csúcsoknak nevezzük. Az élek E halmaza csúcsok rendezett párjaiból álló halmaz, azaz $E \subseteq V \times V$. A (V,E) rendezett párt irányított fának nevezzük, ha van olyan $r \in V$ csúcs, amelyre teljesülnek a következők:

- Az E halmaz egyetlen élének végcsúcsa sem azonos r-el
- Minden r-től különböző csúcshoz V-ben létezik egy r-ből kiinduló irányított út.

Tétel: (L(G) üres e)
Minden környezetfüggetlen grammatikáról eldönthető, hogy az általa generált nyelv az üres nyelv-e vagy sem.

Definíció: (Aktív nemterminálisok)
A környezetfüggetlen grammatika egy nemterminálisát inaktívnak vagy nem aktívnak nevezzük, ha nem vezethető le belőle egy terminális szó sem, egyébként aktívnak mondjuk.

Definíció: (Elérhető nemterminális)
A környezetfüggetlen grammatika egy nemterminálisát nem elérhetőnek nevezzük, ha nem fordul elő egyetlen olyan szóban sem, amely a kezdőszimbólumból levezethető, egyébként elérhetőnek mondjuk.

Definíció: (Hasznos nemterminális)
Egy nemterminálist nem hasznosnak mondjuk, ha vagy inaktív vagy nem elérhető vagy mindkét tulajdonság teljesül. Egy nem terminálist hasznosnak nevezünk, ha aktív és elérhető.

Tétel: (Eldönthető, hogy egy nemterminális aktív e vagy sem)
Az, hogy egy G =(N,T,P,S) környezetfüggetlen grammatika A nemterminálisa inaktív-e, eldönthető.

Definíció: (Redukált grammatika)
Egy környezetfüggetlen grammatika redukált, ha minden nemterminálisa aktív és elérhető

Tétel: (Redukált grammatika)
Minden környezetfüggetlen grammatikához meg tudunk konstruálni egy vele ekvivalens redukált környezetfüggetlen grammatikát.

Tétel: (Bar-Hillel vagy pumpáló lemma)
Minden L környezetfüggetlen nyelvhez meg tudunk adni két olyan p és q természetes számot úgy, hogy minden olyan szó L-ben, amely hosszabb mind p *uxwyz* alakú, ahol $|xwy| \leq q, qy \neq \varepsilon$, és minden $ux^i wy^i v$ szó is benne is benne van az L nyelvben minden $i \geq 0$ nagyobb számra $(u, x, w, y, v \in T^*)$

Tétel: (Környezet független nyelv végtelen)
Eldönthető, hogy egy környezetfüggetlen grammatika végtelen nyelvet generál-e vagy sem.

Definíció: (Lineáris grammatika)
Egy G=(N,T,P,S) környezetfüggetlen grammatikát lineárisnak nevezünk, ha minden szabálya:

- vagy $A \rightarrow u, A \in N, u \in T^*$
- vagy $A \rightarrow u_1 B u_2$ alakú ahol $A, B \in N, u_1, u_2 \in T^*$

Továbbá G-t bal lineárisnak, illetve jobb lineárisnak nevezünk, ha $u_1 = \varepsilon$, illetve $u_2 = \varepsilon$ minden 2. alakú szabályra.

Definíció: (Lineáris nyelv)
Egy L nyelvet lineárisnak, bal-lineárisnak, illetve jobb-lineárisnak mondunk, ha van olyan G lineáris, bal-lineáris, illetve jobb-lineáris grammatika, amelyre L=L(G) teljesül.

Tétel: (Reguláris nyelv generálása)
Minden bal-lineáris grammatika reguláris nyelvet generál.

Tétel: (Reguláris nyelvosztály zártsága)
L_3 zárt a tükrözés műveletre nézve és minden reguláris nyelv generálható bal-lineáris grammatikával.

Tétel: (3-tipusú grammatikák normálformája)
Minden 3-tipusú, azaz reguláris nyelv generálható egy olyan grammatikával, amelynek szabályai:

- $X \rightarrow aY$ *, ahol* $X, Y \in N$ *és* $a \in T$ *vagy*
- $X \rightarrow \varepsilon$ *alakúak , ahol* $X \in N$

Tétel: (Minden regulárius grammatikához meg tudjuk konstruálni a normálformát)
Minden ε -mentes reguláris grammatikához konstruálható egy vele ekvivalens reguláris grammatika

Tétel: (Környezetfüggetlen nyelvek zártsági tulajdonságai)
A környezetfüggetlen nyelvek osztálya, azaz az L_2 zárt a reguláris nyelvekkel való metszetre nézve.

Definíció: (Önbeágyazó környezetfüggetlen grammatika)
A G=(N,T,P,S) környezetfüggetlen grammatika önbeágyazó, ha van olyan A nemterminálisa, amelyre $A \Rightarrow_G^* xAy$ teljesül, ahol $x, y \in (N \cup T)^+$

Tétel: (Reguláris nyelvek nem önbeágyazók)
Ha a G környezetfüggetlen grammatika nem önbeágyazó, akkor reguláris.

Definíció: (Reguláris kifejezések)
Legyenek V és $V' = \{\varepsilon, \cdot, +, (,)\}$ diszjunk ábécék, a V ábécé feletti reguláris kifejezéseket rekurzív módon a következőképpen definiáljuk:

- ε reguláris kifejezés V felett
- Minden $a \in V$ reguláris kifejezés V felett
- Ha R reguláris kifejezés V felett, akkor $(R)^*$ is reguláris kifejezés V felett.
- Ha Q és R reguláris kifejezések V felett, akkor $(Q)\cdot(R), és\,(Q)+(R)$ is reguláris kifejezések V felett.

Minden reguláris kifejezés meghatároz egy reguláris nyelvet.

Tétel: (Reguláris kifejezések és nyelvek kapcsolata)
Minden reguláris kifejezés egy reguláris nyelvet jelöl, és megfordítva minden reguláris nyelvhez megadható egy ezen nyelvet jelölő reguláris kifejezés

Definíció: (u szó helyettesítése)
Legyen V egy ABC, valamint legyen $a \in V$ -re V_a abc és $s(a) \subseteq V_a^*$. Minden $a_1 a_2 \ldots a_n \in V^*$ szóra definiáljuk az u szó s helyettesítését a következőképpen: $s(u) = s(a_1) s(a_2) .. s(s_n)$. Továbbá $s(\varepsilon) = \varepsilon$. Az s helyettesítés kiterjeszthető bármely $L \subseteq V^*$ nyelvre a következő módon: $s(L) = \{w | w \in s(u), u \in L\}$

Definíció: (Hossz nem csökkentő grammatika)
Egy G=(N,T,P,S) 0-tiousú grammatika hossz-nemcsökkentőnek mondjuk, ha bármely $u \rightarrow v \in P$ szabályra $|u| \leq |v|$

Tétel: (Hosszt nem csökkentő grammatika által generált nyelv)
Minden hossz nem csökkentő grammatika környezetfüggő nyelvet generál.

Tétel: (Környezetfüggő grammatika esetén eldönthető hogy u szó levezethető e benne)
Minden környezetfüggő G=(N,T,P,S) grammatika és minden $u \in T^*$ szó esetén eldönthető, hogy G-ben u levezethető e vagy sem.

Definíció: (Kuroda normálforma)
Egy hossz-nemcsökkentő G=(N,T,P,S) grammatika Kuroda normálformájú, ha minden szabálya:

- vagy $A \rightarrow a$
- vagy $A \rightarrow B$
- vagy $A \rightarrow BC$
- vagy $AB \rightarrow CD$

alakú ahol $a \in T, A, B, C, D \in N$

Tétel: (Hossz-nemcsökkentő grammatika Kuroda normálformája)
Minden hossz-nemcsökkentő grammatikához meg tudunk konstruálni egy vele ekvivalens Kuroda normálformájú grammatikát.

Tétel: (Környezetfüggő grammatika generálható Kuroda normálformájú grammatikával)
Minden ε -mentes környezetfüggő grammatika generálható Kuroda normálformájú grammatikával

Tétel: (0 típusú grammatikák egy normálformája)
Minden G=(N,T,P,S) a típusú grammatikához létezik egy vele ekvivalens G' grammatika, amelynek minden egyes szabályának az alakja:
$S \rightarrow \varepsilon , A \rightarrow a , A \rightarrow B , A \rightarrow BC , AB \rightarrow AC , AB \rightarrow CB , AB \rightarrow B$ ahol $a \in T , S , A , B , C , D \in N$ és az S kezdőszimbólum csak a szabályok jobb oldalán fordul elő.

Definíció: (Véges autómata)
A véges autómata egy rendezett ötös: $A=(Q , T , \delta , q_{0,} F)$, ahol:

- Q az állapotok véges nemüres halmaza
- T az input szimbólumok ÁBC-je
- δ egy leképzés, úgynevezett állapotátmeneti vagy átmeneti függvény ami $Q \times T \rightarrow Q$ alakú
- $q_0 \in Q$ a kezdőállapot
- $F \subseteq Q$ az elfogadó állapotok halmaza

Definíció: (Determinisztikus automata)
A δ függvény egyértékű, ezért minden egyes (q,a) párra, ahol $(q , a) \in K \times T$ egyetlen olyan állapot létezik, amelyre $\delta(q , a)=s$ teljesül. Ezért ezt a véges autómatát determinisztikus automatának nevezzük.

Definíció: (Nem determinisztikus véges automata)
Ha többértékű állapot-átmeneti függvényt is megengedünk, azaz δ a $Q \times T$ halmazból a 2^Q halmazba való leképzés, akkor nem determinisztikus véges automatáról beszélünk.

Definíció: (A automata u szót v-re redukálja egy lépésben)
Legyen $A=(Q , T , \delta , q_{0,} F)$ egy véges automata és legyenek $u , b \in QT^*$ szavak. Azt mondjuk, hogy az A automata az u szót v szóra redukálja egy lépésben,v agy közvetlenül, ha van olyan $qa \rightarrow p$ szabály, M_δ -ban és van olyan $w \in T^*$ szó amelyre u = qaw és v = pw teljesül.

Definíció: (A automata u szót v-re redukálja)
Az $A=(Q , T , \delta , q_{0,} F)$ véges automata az $u \in QT^*$ szót a $v \in QT^*$ szóra redukálja ($u \Rightarrow_A^* v$), ha vagy u = v vagy van olyan $z \in QT^*$ amelyre $u \Rightarrow_A^* z \, és \, z \Rightarrow_A v$ teljesül.

Definíció: (Az automata által elfogadott nyelv)
Az $A=(Q , T , \delta , q_{0,} F)$ véges automata által elfogadott (vagy másképpen felismert) nyelv alatt az
$L(A)=\{u \in T^* | q_0 \Rightarrow_A^* p , q_0 \in Q_0 , p \in F\}$ szavak halmazát értjük.

Megj:
Az üres szó akkor és csak akkor van benne az automata által elfogadott nyelvben, ha $Q_0 \cap F \neq \emptyset$

Tétel: (L(G) = L(A) ha G 3 típusú és A nem determinisztikus véges automata)
Minden A nem determinisztikus véges automatához meg tudunk adni egy 3-tipusú G grammatikát úgy, hogy L(G) = L(A) teljesül.

Tétel: (L(A) = L(G) ha G 3 típusú és A nem determinisztikus véges automata)
Minden 3-tipusú G grammatikához meg tudunk adni egy A véges automatát úgy, hogy L(A) = L(G)

Tétel:
Minden $¿(Q , T , \delta , q_{0,} F)$ nem determinisztikus véges automatához meg tudunk konstruálni egy $A'=(Q' , T , \delta' , q_0' , F')$ determinisztikus véges automatát úgy, hogy L(A) = L(A') teljesül.

Tétel:
A reguláris nyelvek osztálya zárt a komplemens műveletre nézve.

Tétel:
A reguláris nyelvek osztálya zárt a metszet műveletére nézve

Tétel:
Eldönthető, hogy két reguláris grammatika azonos nyelvet generál-e vagy sem.

Tétel:
$L \subseteq T^*$ akkor és csak akkor ismerhető fel determinisztikus véges automatával, ha E_{L} véges indexű.

Tétel:
Az L reguláris nyelvet felismerő minimális determinisztikus véges automata az izomorfizmus erejéig egyértelmű

Definíció: (Összefüggő determinisztikus véges automata)
Legyen $A=(Q, T, \delta, q_0, F)$ determinisztikus véges automata. A q állapot a kezdő állapotból elérhetőnek mondjuk, ha létezik olyan $q_0 x \Rightarrow^* q$ redukció, ahol x valamely T feletti szó.
Az $A=(Q, T, \delta, q_0, F)$ determinisztikus véges automatát összefüggőnek mondunk, ha minden állapota elérhető a kezdőállapotból.

Definíció: (Veremautomata)
A veremautomata egy rendezett hetes: $A=(Z, Q, T, \delta, z_0, q_0, F)$, ahol
- Z a veremszimbólumok véges halmaza
- Q az állapotok véges halmaza
- T az inputszimbólumok véges halmaza
- δ leképzése a $Z \times Q \times (T \cup \varepsilon)$ halmaznak $Z^* \times Q$ véges részhalmazaiba az úgynevezett átmeneti függvény
- $z_0 \in Z$ a kezdeti veremszimbólum
- $q_0 \in Q$ a kezdő állapot
- $F \subseteq Q$ az elfogadó állapotok halmaza

Definíció: (Veremautomata konfigurációja)
A veremautomata konfigurációja alatt az uq alakú szót értjük, ahol $u \in Z^*$ a verem aktuális tartalma, és $q \in Q$ az aktuális állapot.

Definíció: (Veremautomata által elfogadott nyelv)
Az A veremautomata által elfogadott nyelv $L(A)=\{w \in T^* | z_0 q_0 w \Rightarrow_A^* up, ahol\ u \in Z^*, p \in F\}$

Definíció: (Determinisztikus veremautomata)
Az $A=(Z, Q, T, \delta, z_0, q_0, F)$ veremautomatát determinisztikusnak mondjuk, ha minden $(z, q) \in Z \times Q$ pár esetén
- vagy $\delta(z, q, a)$ pontosan egy elemet tartalmat minden $a \in T$ input szimbólumra és $M(z, q, \varepsilon)=\emptyset$
- $\delta(z, q, \varepsilon)$ pontosan egy elemet tartalmaz és a $\delta(z, q, a)=\emptyset$ minden $a \in T$ szimbólumra

Definíció:
Az N(A) nyelvet az A veremautomata üres veremmel fogadja el, ha
$N(A)=\{w \in T^* | z_0 q_0 w \Rightarrow_A^* p, ahol\ p \in Q\}$

Tétel:
Bármely A veremautomatához meg tudunk adni egy A' veremautomatát úgy, hogy L(A) = N(A') teljesül.

Tétel:
Bármely G környezetfüggetlen grammatikához meg tudunk adni egy olyan A veremautomatát, amelyre L(A) = L(G) teljesül.

Tétel:
Minden A veremautomatához meg tudunk adni egy környezetfüggetlen G grammatikát úgy, hogy L(G) = N(A) teljesül.