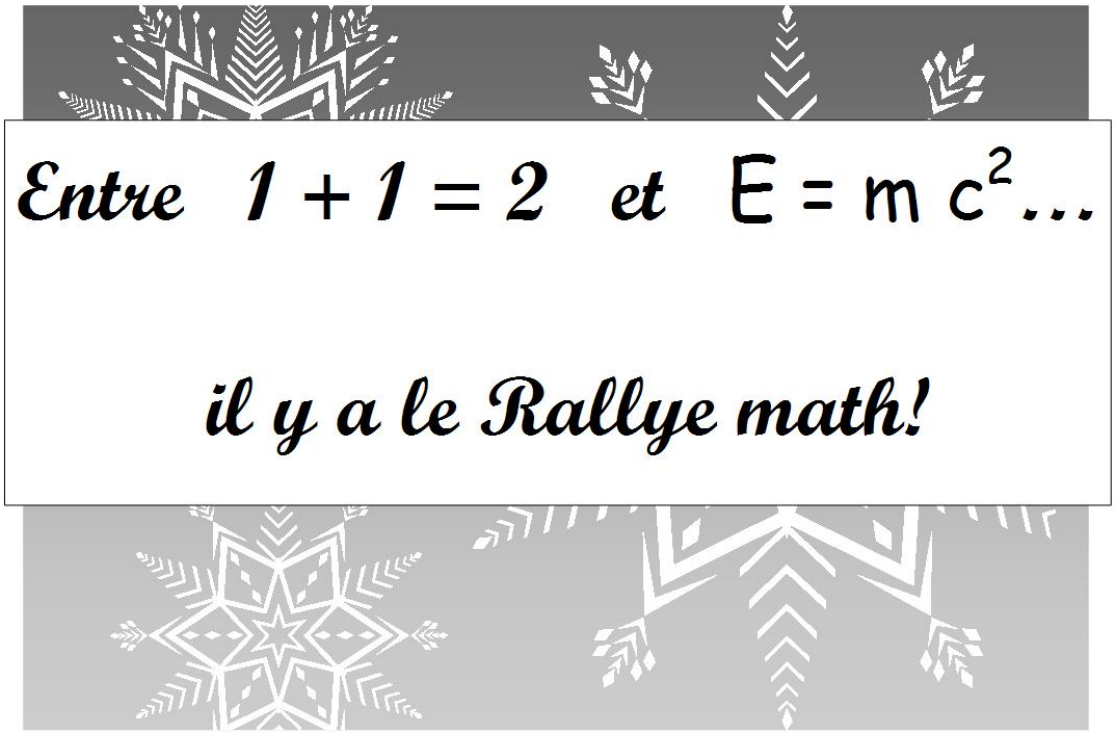
Rallye
Mathématique
Transalpin



Livret RMT

Tome 4 - Épreuves 2006-2007

Décembre 2007

15e Rallye Mathématique Transalpin.

organisé par la
Société Belge des Professeurs de Mathématiques d'expression française
http://www.enseignement.be/rallyemathsbpm

avec le soutien de

Ministère de la Communauté française

Ce livret a été réalisé grâce à la participation active des membres du Comité RMT. La mise en page a été réalisée par Ph. Skilbecq, qui en assure la responsabilité éditoriale pour le Comité RMT et la SBPMef.
La publication de ce livret est rendue possible grâce au soutien de Madame la Ministre-Présidente de la Communauté française de Belgique en charge de l'Enseignement obligatoire et de Promotion sociale.

Siège administratif : SBPMef – Rue du 11 Novembre, 7000 – Mons
Courriel : sbpm@sbpm.be web : http://www.sbpm.be

Rallye Mathématique Transalpin

Tome 4 - Le 15^{e}RMT - Édition 2006-2007

Sommaire

- ***Entre nous...*** ***4***

- ***Le 15^{e} RMT, épreuve d'essai*** ***6***
- ***Réponses de l'épreuve d'essai*** ***13***
- ***Le 15^{e} RMT, première épreuve*** ***23***
- ***Analyse et réponses de la première épreuve*** ***28***
- ***Le 15^{e} RMT, deuxième épreuve*** ***33***
- ***Analyse et réponses de la deuxième épreuve*** ***41***
- ***Le 15^{e} RMT, épreuve finale*** ***49***
- ***Analyse et réponses de l'épreuve finale*** ***56***

Une publication de la

Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française (asbl)

Rallye Mathématique Transalpin en Belgique
Comité exécutif en 2006/2007

Laetitia Desmet, Françoise Bols, Christine Géron Michel Herman, Christine Lemaître, Philippe Mairesse, Jocelyne Maréchal, Jules Miewis, Nicole Miewis, Geoffrey Pliez, Francis Renier, Philippe Rome, Philippe Skilbecq, Pierre Stegen

Les finalistes de la 15^{e}édition du RMT

Catégorie	Finalistes 2006/2007	
Cat. 3	École libre de Meux École communale du Centre à Dour Institut Sainte Marie à Rèves E.N.D.B.E à Braine-le-Comte École communale d'Awan à Aywaille École Saint-Jean Berckmans à Montigny-le-Tilleul	 Classe gagnante
Cat. 4	École du Jardin Botanique à Liège École libre de Meux École Saint-Jean Berckmans à Montigny-le-Tilleul École du Grand Chemin à Montigny-le-Tilleul	 Classe gagnante (déjà gagnante en cat. 3 l'an dernier)
Cat. 5	Ecole communale d'Henri-Chapelle École communale de Villers-Perwin École Sainte Catherine à Tamines École de Comblain-la-Tour	 Classe gagnante
Cat. 6	Institut Don Bosco à Liège Institut Notre-Dame 1 à Marche-en-Famenne École Saint Rémy à Écaussines École Sainte Anne à Waterloo	Classe gagnante (ex-aequo) Classe gagnante (ex-aequo)

Les membres du comité félicitent les élèves des classes gagnantes, mais aussi tous les autres élèves qui ont participé à cette quinzième édition du RMT.

Les problèmes du RMT sont protégés par droits d'auteur

Rallye Mathématique Transalpin ©ARMT Pour une utilisation en classe ou pour publication, veuillez indiquer leur référence. Pour une utilisation commerciale, veuillez prendre contact avec les coordinateurs internationaux (www.math-armt.org).

Entre nous. . .

Chères amies, chers amis,
Chers collègues,

Vous avez reçu le tome 3 il y a à peine quelques semaines et voici déjà le tome4 ! Ceci nous permet de rattraper un petit retard que nous avions pris au début de cette année. Retard justifié en partie par les occupations de chacun des membres du comité d'organisation. . . Vous comprendrez ainsi aisément certains appels à votre participation que nous faisons régulièrement. Le dernier concernait les séances de corrections des problèmes. Ces séances sont très enrichissantes d'un point de vue de l'enseignement. Les observations des copies des élèves mettent en évidence des pratiques d'élèves pour la résolution des problèmes, la communication des résultats. . . Le programme des séances de corrections de cette année est le suivant :

Les dates des séances de correction

Le samedi 16 février 2007	Liège et Nivelles
Le samedi 12 avril 2007	Liège et Nivelles

Ces séances ont lieu à partir de 9h30. Si vous êtes disponibles et intéressés par une de ces séances, à Liège (Maison de l'Environnement) ou à Nivelles (Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) n'hésitez pas à le faire savoir à l'un des membres du comité.

Dans ce quatrième tome du Livret RMT, vous trouverez les problèmes de la 15^{e} édition du RMT, avec les résultats des classes belges. Ce tome, comme les trois premiers, est envoyé aux enseignants ayant participé au RMT depuis sa première organisation en 2004. Vous êtes ainsi 218 enseignants du fondamental à le recevoir. Les articles de ce Livret sont aussi disponibles gratuitement au format pdf (`Acrobat Reader`) sur le site du Rallye Mathématique Transalpin à l'adresse suivante : `http://rmt.sbpm.be/publications_articles.php`

Ce format de publication vous permet d'imprimer les problèmes à un format A4 directement utilisable avec la classe.

Dans le 5^{e} tome de ce Livret RMT, vous retrouverez la rubrique « Situons les mots ! », ainsi que plusieurs analyses de problèmes à partir des copies des élèves. Si vous avez des propositions d'activités à partir des problèmes du RMT, n'hésitez pas à nous contacter, c'est avec plaisir que nous les publierons ou que nous travaillerons avec vous pour les publier.

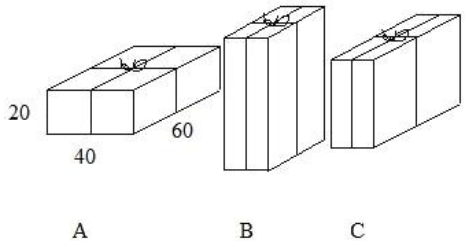
La fin de cette année 2007 approche à grands pas. Quand vous recevrez ce Livret *Saint Nicolas* sera déjà rentré et le *Père Noël* se préparera. . . Aussi, avec l'ensemble des membres du Comité, je vous souhaite, ainsi qu'à vos élèves, d'agréables fêtes de fin d'année.

Bonne lecture.

Philippe Skilbecq,
responsable de la section belge.

LES CADEAUX (Cat. 5, 6, 7, 8), problème extrait du 6ième RMT, épreuve II.

Le Père Noël prépare des milliers de cadeaux en boîtes de mêmes dimensions :$20cm, 40cm$ et $60cm$. Ses trois assistants ont des façons différentes de placer les rubans.
Anastasie fait le noeud au milieu de la grande face (méthode A), Balthazar le fait sur une petite face placée en haut (méthode B), Célestine choisit une face moyenne pour son noeud (méthode C).
Les trois noeuds sont les mêmes et nécessitent $30cm$ de ruban.



Le père Noël n'est pas content car il estime que deux de ses assistants gaspillent son ruban avec leurs méthodes.

Le père Noël a-t-il raison ?
L'un des assistants utilise-t-il moins de ruban que les autres ?
Expliquez comment vous avez procédé.

Le 15e RMT, épreuve d'essai

© ARMT

Madame, Mademoiselle, Monsieur,

Voici l'épreuve d'essai du 15eRallye Mathématique Transalpin. Elle contient autant de problèmes que les épreuves qualificatives que vous recevrez si vous participez par la suite au concours : 5 problèmes (1 à 5) pour la catégorie 3 (3e primaire), 6 problèmes (2 à 7) pour la catégorie 4 (4e primaire), 7 problèmes (3 à 9) pour la catégorie 5 (5e primaire), 7 problèmes (6 à 11) pour la catégorie 6 (6e primaire).

Vous constaterez que certains problèmes concernent plusieurs catégories, que cela ne vous inquiète pas. Pour chaque problème, différentes démarches, stratégies, registres de représentation... peuvent être utilisés et chacun, à son niveau et à sa manière, peut donc résoudre le problème. Ne voyez pas un quelconque classement de ces problèmes « par difficulté croissante » à partir des catégories. Par exemple, vous pourriez croire que le problème 5, associé aux catégories 3, 4 et 5, est plus « difficile » que le problème 3, associé aux catégories 3 et 4 seulement. Ce qui n'est pas le cas. En effet, le problème 5 peut être résolu de manière géométrique en dessinant la mosaïque, ce qui n'est pas très compliqué avec une feuille quadrillée. Par contre, trouver « la » ou plutôt l'ensemble des réponses au problème 3, sans en oublier, est bien plus « difficile ».

Pour cette épreuve d'essai, nous vous proposons de sélectionner les problèmes de la catégorie correspondant à votre classe (si vous avez une classe à plusieurs niveaux, vous devez participer à l'épreuve de la catégorie correspondant à votre classe la plus « haute » ; classe de 3e, 4e, catégorie 4). Ensuite, photocopiez ces problèmes sur des feuilles quadrillées (un problème par feuille) pour faciliter la notation des réponses, notamment les résolutions de type géométrique. Ensuite, expliquez les règles du concours : les élèves ont cinquante minutes pour résoudre en groupe, sans votre aide, les problèmes de leur catégorie ; leur dire qu'il serait profitable de les résoudre en groupe ; et surtout leur annoncer de ne pas oublier de noter la ou les réponses et les explications. Leur dire aussi que ceci est un entraînement en vue de décider de la participation au concours.

Pour plus d'informations sur les modalités organisationnelles du RMT en classe, n'hésitez pas à consulter les pages du site du RMT (`http ://www.enseignement.be/rallyemathsbpm` ([1])).

Pour vous, nous vous proposons de ne rien faire d'autre que d'observer vos élèves affairés à constituer des groupes, à rechercher ensemble, à s'organiser pour noter les solutions... Ces observations vous serviront dans un deuxième temps à analyser avec vos élèves le travail qu'ils viennent d'effectuer tant au niveau de la résolution des problèmes que de la gestion des groupes.

Ce deuxième temps peut par exemple débuter par l'exposé des problèmes et des solutions par chacun des groupes, puis par la discussion des résultats. Mais vous pouvez aussi proposer à l'ensemble des élèves de résoudre individuellement chacun des problèmes et ensuite comparer leurs réponses avec celles des groupes. Ou bien encore travailler un problème à la fois...

Les réponses à ces problèmes et quelques propositions de travail avec les élèves seront mises en ligne prochainement sur le site du RMT. Par la suite, vous pourrez également utiliser les autres problèmes dans vos cours. Nous devons cependant préciser que tous les problèmes du RMT sont protégés par droits d'auteur et qu'ils ne peuvent être utilisés dans des publications sans l'accord des responsables de l'Association du Rallye Mathématique Transalpin. Ceci ne s'applique cependant pas pour une utilisation pédagogique dans votre classe.

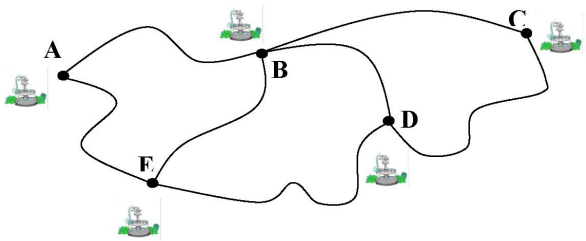
Nous vous souhaitons, ainsi qu'à vos élèves, beaucoup de plaisirs et d'apprentissages avec le Rallye Mathématique Transalpin et espérons vous retrouver parmi les classes participant au concours dès janvier prochain. Attention l'inscription définitive doit être réalisée pour le 13 janvier au plus tard, soit sur le site du Rallye, soit par écrit au secrétariat de la SBPMef. Le montant de l'inscription pour l'ensemble des épreuves est fixé à 12 Euros (si inscription via Internet) ou 15 Euros (si inscription « papier »). Cette inscription couvre toute la classe, quel que soit le nombre d'élèves qui la compose.

([1]) Ceci est l'ancienne adresse du site du RMT. La nouvelle adresse est : `http ://rmt.sbpm.be`

Les problèmes

Fontaines

Chaque matin, Monsieur Amidezo passe boire un peu d'eau à chacune de ses cinq fontaines. Il suit les chemins marqués sur le plan.

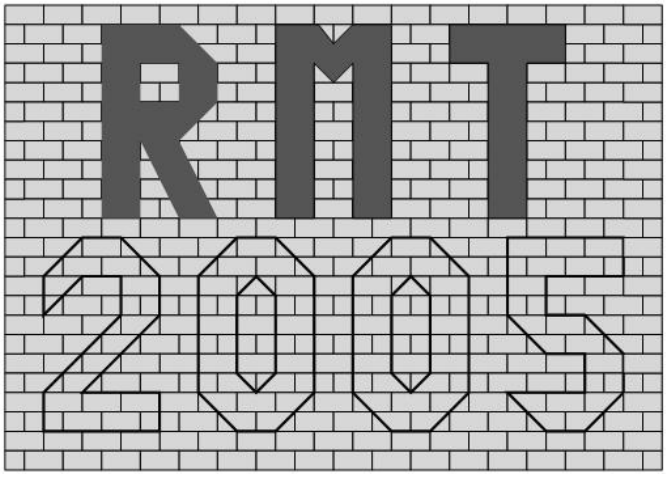


Il part toujours de la fontaine A, sans jamais passer deux fois par la même fontaine.

Combien Monsieur Amidezo peut-il faire de parcours différents pour passer par toutes ses fontaines ?
Décrivez vos parcours précisément.

RMT 2005

Sur le mur de l'école, on a peint l'intérieur des lettres R, M et T pour la prochaine finale du Rallye Mathématique Transalpin. Il reste encore à peindre l'intérieur des quatre chiffres de 2005. Sophie va peindre, le « 2 » et le premier « 0 ». Marc peindra l'autre « 0 » et le « 5 ».



Qui utilisera le plus de peinture ?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Table de multiplication

Alain a construit une petite table de multiplication, des nombres de 1 à 6 (dans la ligne du haut) par les nombres de 1 à 4 (dans la colonne de gauche). Dans sa table, Alain a écrit trois fois le nombre 12.

X	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24

Berthe a construit une grande table de multiplication, des nombres de 1 à 25 (dans la ligne du haut) par les nombres de 1 à 70, (dans la colonne de gauche).

Combien de fois a-t-elle écrit le nombre 72 ?
Justifiez votre réponse.

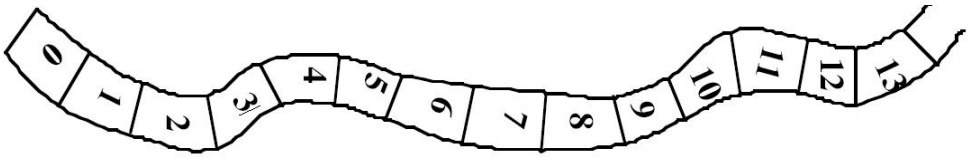
Le nez de Pinocchio

Le nez de Pinocchio a 5 cm de long. Quand Pinocchio dit un mensonge, la Fée aux cheveux bleus l'allonge de 3 cm, mais quand il dit la vérité, la Fée le raccourcit de 2 cm. A la fin de la journée, Pinocchio a dit 7 mensonges et son nez a 20 cm de long.

Combien de fois Pinocchio a-t-il dit la vérité à la Fée au cours de la journée ?
Expliquez comment vous avez fait pour trouver la réponse.

En sautant

Une grenouille, un kangourou et un lièvre se déplacent sur la « piste » des nombres.



 © ARMT

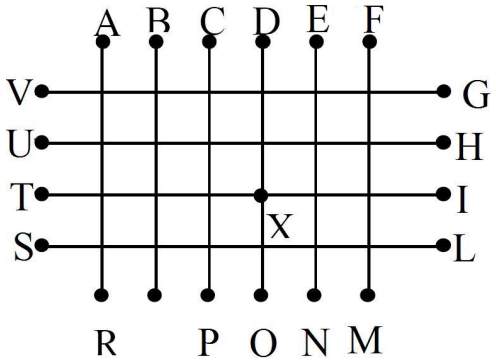
Ils partent tous de la case 0.
La grenouille fait toujours des sauts de trois cases, (elle arrive donc sur la case 3 après son premier saut), le Kangourou fait toujours des sauts de six cases et le lièvre des sauts de quatre cases.
A son dernier saut, chaque animal arrive sur la dernière case du parcours.
Chaque animal laisse ses traces sur les cases où il pose ses pattes. A la fin du jeu, il y a 9 cases qui contiennent à la fois les traces des trois animaux.

Indiquez le numéro de la dernière case de la piste.
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

L'araignée

Une araignée se déplace le long des fils d'un treillis. Elle part d'un des points indiqués sur la figure par $A, B, C \ldots$ U, V et arrive au croisement X, où elle s'arrête pour construire sa toile. Le long de son chemin elle se déplace ainsi :

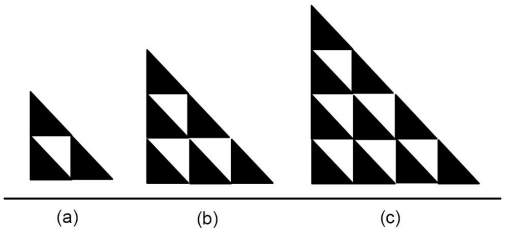
- au premier croisement, elle passe tout droit ;
- au deuxième, elle tourne à gauche ;
- au troisième, elle tourne à gauche ;
- au quatrième, elle tourne à droite ;
- au cinquième, elle tourne à droite ;
- au sixième, elle passe tout droit ;
- au septième, elle tourne à droite ;
- au huitième croisement, elle s'arrête.



De quels points l'araignée a-t-elle pu partir ?
Dessinez tous les parcours possibles de l'araignée.

Un triangle qui grandit

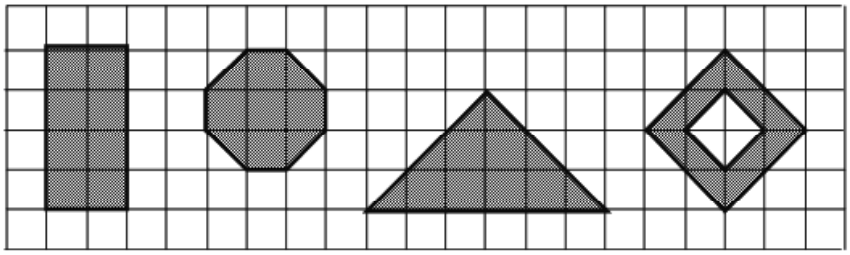
Pour construire la figure à deux niveaux (a), on utilise 3 triangles noirs et 1 triangle blanc.
Pour construire la figure à trois niveaux (b), on utilise 6 triangles noirs et 3 triangles blancs.
Pour construire la figure à quatre niveaux (c), on utilise 10 triangles noirs et 6 triangles blancs.
Roland a construit une grande figure en utilisant exactement 55 triangles noirs.



De combien de niveaux se compose cette figure ?
Combien de triangles blancs ont été nécessaire à Roland pour sa construction ?
Expliquez comment vous avez trouvé.

Décoration

Un peintre a peint ces quatre figures différentes sur un mur, chacune avec une couche de peinture de la même épaisseur. Il a utilisé des pots de peinture de même grandeur :



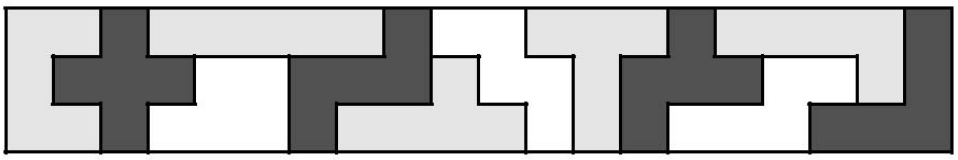
- 18 pots de rouge pour une des figures,
- 21 pots de bleu pour une autre figure,
- 27 pots de jaune pour une autre figure,
- des pots de noir pour la figure qui reste.

A la fin de son travail, tous les pots étaient vides.

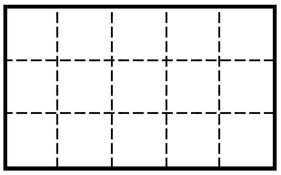
Indiquez la couleur de chaque figure.
Combien de pots de peinture noire a-t-il utilisés ?
Expliquez comment vous avez trouvé.

Avec des pentaminos

Un pentamino est une figure formée de cinq carrés égaux. Il y a 12 pentaminos différents avec lesquels on peut former un rectangle de « 3×20 » :



Éric joue avec ses 12 pentaminos et cherche à faire un rectangle de « 3×5 ». Il prend une des 12 pièces, et s'aperçoit qu'il n'arrivera pas à finir son rectangle.

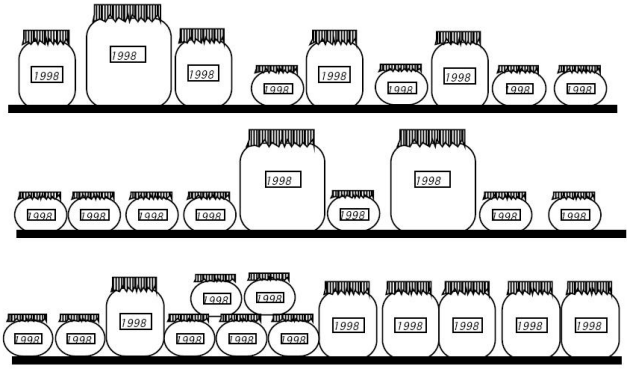


Quelles pièces Éric n'arrivera jamais à utiliser pour son rectangle ?
Expliquez pourquoi.

Les pots de confiture

Maria a fait des confitures et a placé les pots, petits, moyens et grands, sur trois rayons.
Il y a exactement 5 kg de confiture sur chaque rayon.

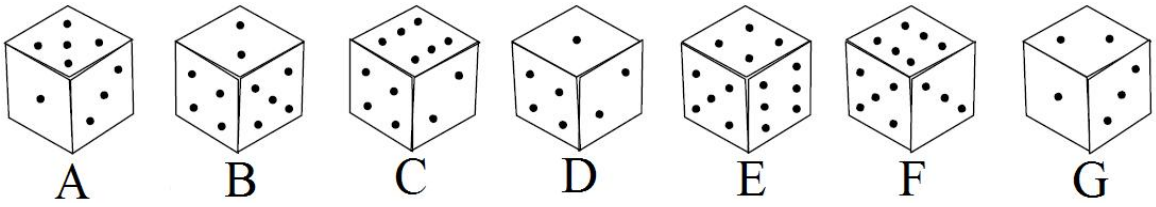
Combien pèsent un grand pot, un moyen et un petit ?
Expliquez votre raisonnement.



Les dés

Un dé est construit correctement s'il respecte les règles suivantes :
- la somme des nombres inscrits sur deux faces opposées est 7 ;
- si on regarde le dé de façon à voir les trois faces comprenant un nombre impair, on remarque que le « un », le « trois » et le « cinq » sont placés dans le sens inverse aux aiguilles d'une montre ;
- de même, si on regarde le dé de façon à voir les trois faces comprenant un nombres pair, on remarque que même le « deux », le « quatre » et le « six » sont aussi placés dans le sens inverse aux aiguilles d'une montre.

La figure suivante montre sept dés déposés sur une table. Parmi eux, ont été insérés trois dés « irréguliers ».



Quel est ce nombre ?
Expliquez comment vous l'avez trouvé ?

Les champignons

Mon oncle et ses quatre enfants, Anna, Bruno, Céline et Daniel, sont allés aux champignons.
- Ils ont cueilli 30 champignons en tout.
- Chacun a récolté au moins deux champignons.
- Anna et Céline ont, ensemble, moins de 8 champignons.
- Ce n'est pas Anna qui a récolté le moins de champignons.
- Le nombre de champignons de Céline est le tiers du nombre de ceux de Bruno.
- Daniel, à lui seul, a récolté autant de champignons que mon oncle et Anna.

Combien chacun a-t-il pu récolter de champignons ?
Justifiez vos réponses.

 © **ARMT**

Réponses de l'épreuve d'essai

Les différents problèmes de cette épreuve d'essai sont extraits d'épreuves précédentes du Rallye Mathématique Transalpin. Le tableau suivant détaille le public visé, les domaines mathématiques et l'origine de chacun de ces problèmes.

No	Titre	3	4	5	6	7	8	9	Ar.	Alg.	Gé.	Lo.	Orignie
1	Fontaines	3									X		EP-11-1
2	RMT 2005	3	4								X		EP-13-1
3	Tables de multiplication	3	4	5					X				EP-06-F
4	Le nez de Pinocchio	3	4	5					X				EP-07-2
5	En sautant	3	4	5					X				EP-10-F
6	L'araignée		4	5	6				X				EP-11-1
7	Un triangle qui grandit		4	5	6				X		X		EP-13-2
8	Décoration			5	6	7			X		X		EP-09-2
9	Avec des Pentaminos			5	6	7					X	X	EP-13-1
10	Les pots de confiture				6	7	8						EP-06-2
11	Les dés				6	7	8				X	X	EP-13-2
12	Les champignons				6	7	8	9	X			X	EP-13-1

Légende

Ar.	Arithmétique
Alg.	Algèbre
Gé.	Géométrie
Lo.	Logique
$EP-11-1$	11^{e} Rallye Mathématique Transalpin, épreuve 1
$EP-06-F$	6^{e} Rallye Mathématique Transaplin, épreuve finale

Analyses *a priori* des problèmes et réponses

Pour chacun des problèmes présentés (à l'exception du problème 3, **Tables de multiplication**), nous présentons l'énoncé ainsi que les éléments d'analyse *a priori* proposés par les concepteurs de ces problèmes.

Pour rappel, l'analyse *a priori* est un terme qui désigne l'analyse des conduites possibles des élèves confrontés à une tâche ou une situation de résolution de problèmes. Cette démarche préalable d'investigations fait intervenir deux ensembles d'informations : l'analyse des connaissances mathématiques en jeu (cadre théorique mathématique) et des notions plus didactiques (que sait-on de la manière dont les élèves s'approprient les connaissances mathématiques en jeu ? Quels sont les dispositifs qui facilitent cette appropriation ?).

L'analyse *a priori* occupe une place centrale dans le dispositif de conception et de choix de problèmes du RMT ; en effet, elle permet de :

– s'interroger sur la nature et la pertinence mathématiques des tâches adressées aux élèves au travers de la résolution du problème posé. Autrement dit, quelle est la validité mathématique des problèmes proposés aux élèves ?
– définir de manière objective le barème de cotation utilisé lors de la phase de correction. C'est en effet sur la base de l'analyse *a priori* que les équipes chargées de l'élaboration des problèmes d'une épreuve définissent au préalable les critères de cotation valables pour toutes les sections participantes. Quels points attribuer en fonction de la qualité des réponses produites ?

– réaliser une analyse *a posteriori* afin de confirmer ou d'infirmer, totalement ou partiellement, les hypothèses développées lors de l'analyse *a priori* et de réfléchir ainsi au potentiel que recèle la situation-problème pour la mise en place de situations d'apprentissage. Quels enseignements peut-on tirer de l'analyse formative des productions des élèves ?

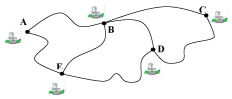
Prochainement, nous vous communiquerons des analyses d'exploitations didactiques menées au départ de quelques-uns des problèmes de cette épreuve d'essai.

Le tableau suivant met en regard des problèmes de cet épreuve et l'objet principal de l'analyse didactique.

Problèmes	Nature de l'exploitation didactique
Table de multplication (cat. 3, 4, 5)	Quelques réflexions sur la gestion de la phase de mise en commun lors de l'utilisation d'un tel problème comme point de départ d'une démarche d'apprentissage Source : Jaquet, F. (2001). La mise en commun, enjeu des innovations actuelles dans l'enseignement des mathématiques. Math-Ecole, p. 199.
Le nez de Pinocchio (cat. 3, 4, 5)	Analyse de stratégies développées par les élèves pour résoudre ce problème un peu particulier sur un plan numérique. Source : Grugnetti, L. & Dupuis, C. (2001). Le nez de Pinocchio, un problème de mathématique « inverse ». Math-Ecole, p. 200.
En sautant (cat. 3, 4, 5)	De la nécessité de réaliser une analyse *a priori* avant de proposer aux élèves de résoudre des problèmes du RMT dans une situation d'apprentissage et non de concours. Source : Charnay, R. (2003). L'analyse *a priori*, un outil pour l'enseignant. Math-Ecole, p. 209.
RMT 2005 (cat. 3, 4)	Un problème pour approcher la notion d'aire – analyse des différentes stratégies que peuvent utiliser les élèves pour résoudre cette situation de comparaison des aires de deux ensembles de figures géométriques. Source : Skilbecq, Ph. (2006). Un problème de géométrie. Livret RMT – Tome 2.
Un triangle qui grandit (cat. 4, 5, 6)	Ce type de problème de dénombrement ne se rencontre guère dans les classes primaires – il est par contre beaucoup plus fréquent au début de l'enseignement secondaire. Une manière de s'intéresser à la liaison primaire-secondaire et à la spécificité des approches de ces deux niveaux d'enseignement. Source : Stegen, P. (2006). Un triangle qui grandit, un outil pour aborder les suites numériques à l'école primaire. Livret RMT – Tome 2.
Décoration (cat. 5, 6, 7)	Un outil pour aborder de manière empirique la notion de proportionnalité. Source : Stegen, P. (à paraître). Décoration, une situation-problème pour aborder la notion de proportionnalité.
Avec des pentaminos (cat. 5, 6, 7)	Les pentaminos des objets mathématiques « mal connus » mais pourtant à l'origine de nombreuses exploitations au départ d'un matériel didactique ... facile à reproduire. Source : Villers, Cl. (2006). Avec les pentaminos. Livret RMT – Tome 2.
Les pots de confiture (cat. 6, 7, 8)	Analyse de stratégies de résolution développées par des élèves. Source : Crociani, L., Doretti, L., Salomone, L. (1999). Un problème et son analyse didactique : les pots de confiture. Math- Ecole, p. 188.

Fontaines Cat. 3

Chaque matin, Monsieur Amidezo passe boire un peu d'eau à chacune de ses cinq fontaines. Il suit les chemins marqués sur le plan.



Il part toujours de la fontaine A, sans jamais passer deux fois par la même fontaine.
Combien Monsieur Amidezo peut-il faire de parcours différents pour passer par toutes ses fontaines ?
Décrivez vos parcours précisément.

Domaine de connaissances
- Géométrie : localisation, parcours
- Combinatoire : capacité de procéder de manière systématique

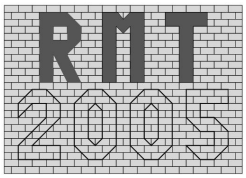
Analyse de la tâche
- Comprendre qu'un itinéraire complet des fontaines consiste, en partant de A, à passer une fois par toutes les autres fontaines, selon les chemins offerts.
- Essayer, par essais, d'effectuer un itinéraire et se rendre compte qu'il y a plusieurs possibilités.
- Comprendre la nécessité d'une méthode systématique pour déterminer tous les parcours possibles qui relient la fontaine A aux autres fontaines B, C, D, E.
- Utiliser un diagramme en arbre pour noter les divers parcours ou les marquer de différentes couleurs sur autant de copies du dessin.
- Déterminer les 6 parcours complets possibles : A–B–C–D–E, A-B-E-D-C, A-E-B-C-D, A-E-D-B-C, A-E-D-C-B. Vérifier aussi que les deux autres itinéraires : A-B-D-C et A-B-D-E sont incomplets ; ils ne passent que par quatre fontaines.

Solution

Les 6 parcours différents sont : A–B–C–D–E, A-B-E-D-C, A-E-B-C-D, A-E-D-B-C, A-E-D-C-B.

RMT 2005 Cat. 3, 4

Sur le mur de l'école, on a peint l'intérieur des lettres R, M et T pour la prochaine finale du Rallye Mathématique Transalpin. Il reste encore à peindre l'intérieur des quatre chiffres de 2005. Sophie va peindre, le « 2 » et le premier « 0 ». Marc peindra l'autre « 0 » et le « 5 ».



Qui utilisera le plus de peinture ?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Domaine de connaissances
- Géométrie : approche de la notion d'aire, détermination de l'aire de figures par recouvrement et comptage d'unités

Analyse de la tâche
- Se rendre compte que la quantité de peinture dépend de la grandeur des surfaces à recouvrir et qu'il faut trouver une (ou plusieurs) unités d'aire pour les comparer.
- Choisir, parmi les unités les plus évidentes : la « brique » (rectangle), la « demi-brique » (carré), le triangle ou demicarré (qui permet d'avoir des nombres entiers d'unités).
- L'unité (ou les unités) choisie(s), organiser les comptages après avoir éventuellement dessiné le pavage complet en triangles ou en triangles et carrés.
- Se rendre compte qu'il est inutile de calculer l'aire des « 0 » et qu'il suffit de comparer celles du « 2 » et du « 5 ».
- Trouver les aires par comptage et conclure que c'est Marc qui utilisera le plus de peinture, en donnant par exemple, avec le carré comme unité : aire du « 2 » = 34 et aire du « 5 » = 36

Solution

Marc utilisera le plus de peinture : aire du « 2 »= 34 et aire du « 5 »= 36.

Table de multiplication Cat. 3, 4, 5

Alain a construit une petite table de multiplication, des nombres de 1 à 6 (dans la ligne du haut) par les nombres de 1 à 4 (dans la colonne de gauche). Dans sa table, Alain a écrit trois fois le nombre 12.

X	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24

Berthe a construit une grande table de multiplication, des nombres de 1 à 25 (dans la ligne du haut) par les nombres de 1 à 70, (dans la colonne de gauche).
Combien de fois a-t-elle écrit le nombre 72 ? Justifiez votre réponse.

Domaine de connaissances
– Arithmétique : diviseurs Analyse de la tâche

Analyse de la tâche
– Découvrir qu'il y a 9 produits égaux à 72 figurant dans la table de Berthe : 2×36, 3×24, 4×18, 6×12, 8×9, 9×8, 12×6, 18×4, $24! \times 3$ dont les facteurs sont les diviseurs de 72 en respectant les contraintes de l'énoncé (il ne faut donc pas compter les deux permutations 2×36 et 36×2 car il n'y en a qu'une seule dans la table de Berthe - la ligne du haut ... s'arrête à 25 !).

Solution
Les 9 produits égaux à 72 figurant dans la table de Berthe sont : 2×36, 3×24, 4×18, 6×12, 8×9, 9×8, 12×6, 18×4, $24! \times 3$.

Le nez de Pinocchio Cat 3, 4, 5

Le nez de Pinocchio a 5 cm de long. Quand Pinocchio dit un mensonge, la Fée aux cheveux bleus l'allonge de 3 cm, mais quand il dit la vérité, la Fée le raccourcit de 2 cm. A la fin de la journée, Pinocchio a dit 7 mensonges et son nez a 20 cm de long.
Combien de fois Pinocchio a-t-il dit la vérité à la Fée au cours de la journée ?
Expliquez comment vous avez fait pour trouver la réponse.

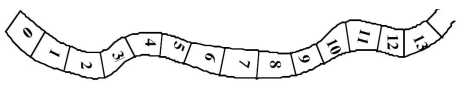
Domaine de connaissances
– Arithmétique : suite des nombres naturels, addition, soustraction et multiplication

Analyse de la tâche
– Déterminer que, pour 7 mensonges, le nez de Pinocchio s'allonge de 21 cm (7×3), qui, ajoutés aux $5cm$ d'origine pourrait atteindre $26cm$ $(21 + 5)$; si le nez de Pinocchio n'a que $20cm$, cela signifie qu'il a raccourci de $6cm$ (26–20) et que, par conséquent, il a dit trois fois la vérité $(6 : 2)$;
– dessiner une bande numérique et y effectuer 7 déplacements de 3 en 3 à partir de 5 pour arriver à 26 et retourner à 20 en 3 déplacements de 2 en 2 ;
– effectuer par essais des déplacements alternés (ou additions et soustractions) pour arriver à 20 avec 7 déplacements de 3 en avant (ou 7×3).

Solution
Pinocchio a dit trois fois la vérité.

En sautant Cat. 3, 4, 5

Une grenouille, un kangourou et un lièvre se déplacent sur la « piste » des nombres. Ils partent tous de la case 0.
La grenouille fait toujours des sauts de trois cases, (elle arrive donc sur la case 3 après son premier saut), le Kangourou fait toujours des sauts de six cases et le lièvre des sauts de quatre cases.



A son dernier saut, chaque animal arrive sur la dernière case du parcours.
Chaque animal laisse ses traces sur les cases où il pose ses pattes. A la fin du jeu, il y a 9 cases qui contiennent à la fois les traces des trois animaux. **Indiquez le numéro de la dernière case de la piste.**
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Domaine de connaissances
– Arithmétique : multiples, suite de nombres

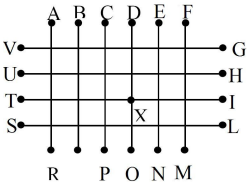
Analyse de la tâche
– Remarquer que la grenouille, le lièvre et le kangourou aboutissent après chaque saut sur des cases notées par des multiples respectifs de 3, 4 et 6.
– Noter sur un ruban numérique ou dans un tableau, les cases sur lesquelles chaque animal laisse ses traces (par des couleurs ou des lettres) et constater que celles qui portent les traces des trois animaux sont celles des multiples de 12 (ppcm de 3, 4 et 6). En déduire que, en comptant la case de départ, la dernière case du parcours sera 96 (8×12 ou $12 + 12 + 12...$) ;
– ou dessiner un ruban des nombres et y noter toutes les traces des animaux et, par comptage des 9 cases portant les trois traces, trouver que la dernière case est celle du nombre 96.

Solution

La dernière case du parcours est 96.

L'araignée Cat. 4, 5, 6

Une araignée se déplace le long des fils d'un treillis. Elle part d'un des points indiqués sur la figure par $A, B, C \ldots$ U, V et arrive au croisement X, où elle s'arrête pour construire sa toile. Le long de son chemin elle se déplace ainsi :
– au premier croisement, elle passe tout droit ;
– au deuxième, elle tourne à gauche ;
– au troisième, elle tourne à gauche ;
– au quatrième, elle tourne à droite ;
– au cinquième, elle tourne à droite ;
– au sixième, elle passe tout droit ;
– au septième, elle tourne à droite ;
– au huitième croisement, elle s'arrête.

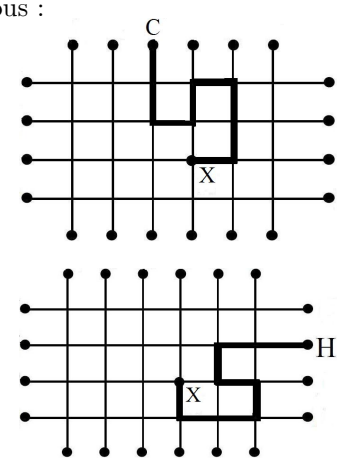


De quels points l'araignée a-t-elle pu partir ? Dessinez tous les parcours possibles de l'araignée.

Domaine de connaissances
– Géométrie : cheminement sur un réseau, orientation (gauche-droite), rotations

Analyse de la tâche

On peut aborder le problème selon deux points de vue différents
– exécuter les ordres en partant à chaque fois de points différents de la grille, écarter les parcours qui n'amènent pas à X et identifier les deux parcours possibles, c'est-à-dire ceux qui partent de C et de H comme sur les figures ci-dessous :



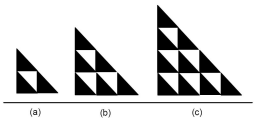
– ou suivre les ordres en rétrogradant du point X (il s'agit d'intervertir gauche et droite) et se rendre compte qu'il y a deux parcours possibles.

Solution

Deux parcours sont possibles : ceux qui partent de C et de H comme sur les figures ci-dessus.

Un triangle qui grandit Cat. 4, 5, 6

Pour construire la figure à deux niveaux (a), on utilise 3 triangles noirs et 1 triangle blanc.
Pour construire la figure à trois niveaux (b), on utilise 6 triangles noirs et 3 triangles blancs.
Pour construire la figure à quatre niveaux (c), on utilise 10 triangles noirs et 6 triangles blancs.
Roland a construit une grande figure en utilisant exactement 55 triangles noirs.



De combien de niveaux se compose cette figure ?
Combien de triangles blancs ont été nécessaire à Roland pour sa construction ?
Expliquez comment vous avez trouvé.

Domaine de connaissances
- Arithmétique : addition
- Géométrie

Analyse de la tâche
- Comprendre que chaque figure a un niveau de plus que la précédente et essayer de dessiner les figures suivantes. Comme les triangles sont en fait des demi-carrés, le dessin en est facilité sur du papier quadrillé.
- Comprendre la construction géométrique des étages successifs supplémentaires.
- Compter les triangles noirs jusqu'à arriver à 55. On en déduit le nombre d'étages et l'on peut compter les triangles blancs que Roland a utilisés.
  Ou, pour éviter les dessins, travailler dans le domaine numérique et tenir une liste précise du comptage des triangles noirs pour trouver le nombre d'étages ; par exemple :

nombre de triangles noirs :	3	6	10	15	21	28	36	45	55
nombre d'étages :	2	3	4	5	6	7	8	9	10

- Pour établir cette liste, comprendre la régularité de sa construction ; soit en remarquant que l'on passe d'un nombre de triangles noirs au suivant en ajoutant 3, puis 4, puis 5, ..., puis 9 ; soit en remarquant que le nombre de triangles noirs de la figure à n étages s'obtient en ajoutant n au nombre de triangles noirs de la figure précédente (celle qui est à n-1 étages).
- Se rendre compte que l'on peut ajouter à cette liste de comptage des triangles noirs une liste soigneusement coordonnée du comptage des triangles blancs, par exemple :

nombre de triangles noirs :	3	6	10	15	21	...	55
nombre d'étages :	2	3	4	5	6	...	10
nombre de triangles blancs :	1	3	6	10	15	...	45

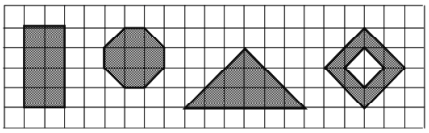
- Pour établir cette liste de comptage des triangles blancs, comprendre soit qu'on y trouve les mêmes nombres que sur la liste du comptage des triangles noirs avec un "décalage" vers la droite de chacun des nombres de la liste ; soit en remarquant que l'on passe d'un nombre de triangles blancs au suivant en ajoutant 2, puis 3, puis 4, ..., puis 8.
  Ou : constater que le nombre de triangles noirs correspond à la somme des nombres naturels jusqu'à n (n = nombre d'étages) et que le nombre de triangles blancs correspond à la somme des nombres naturels jusqu'à n-1 (n = nombre d'étages) ou que ce nombre de triangles blancs est égal au nombre de triangles noirs moins n.
  Ou : constater que le nombre total des triangles est 1, 4, 9, 16, ... (suite des carrés) et calculer le nombre de triangles blancs par différence.

Solution

Les deux réponses sont 10 étages et 45 triangles blancs.

Décoration Cat. 5, 6, 7

Un peintre a peint ces quatre figures différentes sur un mur, chacune avec une couche de peinture de la même épaisseur. Il a utilisé des pots de peinture de même grandeur :



- 18 pots de rouge pour une des figures,
- 21 pots de bleu pour une autre figure,
- 27 pots de jaune pour une autre figure,
- des pots de noir pour la figure qui reste.

A la fin de son travail, tous les pots étaient vides.
Indiquez la couleur de chaque figure.
Combien de pots de peinture noire a-t-il utilisés ?
Expliquez comment vous avez trouvé.

Domaine de connaissances
- Géométrie : comparaison et mesures d'aire, définir une unité de mesure d'aires.
- Arithmétique : proportionnalité.

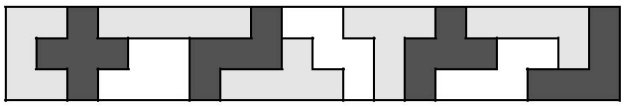
Analyse de la tâche
- Choisir une unité d'aire.
- Trouver le nombre d'unités dans chacune des figures.
- Classer ces figures selon leur aire, en triangles (double carré = 12 ; octogone = 14 ; rectangle = 16 ; triangle = 18) ou en carrés (double carré = 6 ; octogone = 7 ; rectangle = 8 ; triangle = 9).
- Faire la correspondance entre les aires de figures et le nombre de pots de peinture (losange en rouge, octogone en bleu, rectangle en noir et triangle en jaune).
- Trouver le nombre de pots de peinture noire (24).

Solution

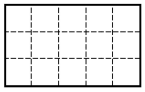
Il faut 24 pots de peinture noire ([1]).

Avec des pentaminos Cat. 5, 6, 7

Un pentamino est une figure formée de cinq carrés égaux. Il y a 12 pentaminos différents avec lesquels on peut former un rectangle de « 3×20 » :



Éric joue avec ses 12 pentaminos et cherche à faire un rectangle de « 3×5 ». Il prend une des 12 pièces, et s'aperçoit qu'il n'arrivera pas à finir son rectangle.



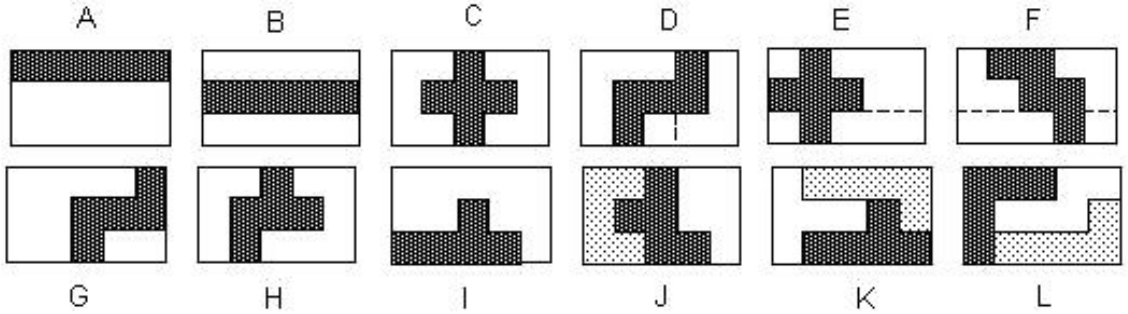
Quelles pièces Éric n'arrivera jamais à utiliser pour son rectangle ?
Expliquez pourquoi.

Domaine de connaissances
- Logique et raisonnement : organisation systématique
- Géométrie : observation de formes

Analyse de la tâche
- constater que la « barre »A, ne laisse que deux couches qui ne pourraient être complétées que par deux pièces égales ;
- constater qu'une position centrale pour certaines pièces symétriques impliquerait qu'on devrait utiliser deux fois le même pentamino pour compléter le rectangle 3×5, B, C, D ;

([1]) Nous invitons le lecteur intéressé par ce problème à lire l'article page **??** dans ce tome 4, ou à consulter l'analyse réalisée dans le tome 3, pages 8 et 9.

– observer que certains pentaminos, selon leur disposition, partagent la grille en fragments qui ne comptent pas exactement 5 carrés et rendent donc toute solution impossible E, F, G, H ;
– à la suite de ces constatations, vérifier pièce par pièce s'il est possible de compléter la grille 3×5 avec deux autres pentaminos différents. Par exemple en modifiant la disposition du pentamino de H en J, on trouve une solution, de même pour le changement de I en K ;
– constater que seuls, la « barre » A, B, la « croix » C, E, le « Z » D, G et le « W » F ne peuvent être utilisés. On trouve des configurations de trois pentaminos différents pour les huit autres, par exemple J, K, L.

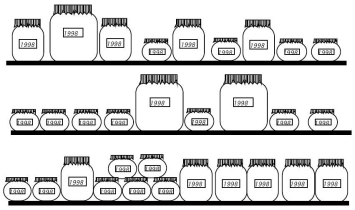


Solution

Les 4 pièces impossibles sont : la « barre », la « croix », le « Z » et le « W ».

Les pots de confiture Cat. 6, 7, 8

Maria a fait des confitures et a placé les pots, petits, moyens et grands, sur trois rayons. Il y a exactement 5 kg de confiture sur chaque rayon.
Combien pèsent un grand pot, un moyen et un petit ?
Expliquez votre raisonnement.



Domaine de connaissances
– Arithmétique : égalités à compléter
– Algèbre : « systèmes d'équations »

Analyse de la tâche
– Comprendre que les trois types différents de pots jouent un rôle fondamental ;
– Comparer les pots des deuxième et troisième rayons et comprendre que, les nombres de petits pots étant égaux, les deux grands du deuxième rayon sont de même masse que les six moyens du troisième rayon : 2 grands = 6 moyens ou 1 grand = 3 moyens ;
– Comparer les pots des rayons 1 et 2 et en déduire que 1 moyen = 3 petits ;
– Procéder à la détermination des masses, en prenant comme unité de mesure un petit pot : sur chaque rayon, on a l'équivalent de 25 petits pots et donc chacun d'entre-eux a une masse de $0,2kg$; chaque pot moyen $0,6kg$ et chaque grand $1,8kg$.

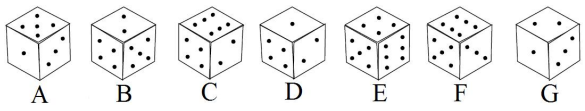
Solution

Les petits pots pèsent $0,2kg$; les pots moyens pèsent $0,6kg$ et les grands pots pèsent $1,8kg$.

Les dés Cat. 6, 7, 8

Un dé est construit correctement s'il respecte les règles suivantes :
- la somme des nombres inscrits sur deux faces opposées est 7 ;
- si on regarde le dé de façon à voir les trois faces comprenant un nombre impair, on remarque que le « un », le « trois » et le « cinq » sont placés dans le sens inverse aux aiguilles d'une montre ;
- de même, si on regarde le dé de façon à voir les trois faces comprenant un nombres pair, on remarque que même le « deux », le « quatre » et le « six » sont aussi placés dans le sens inverse aux aiguilles d'une montre.

La figure suivante montre sept dés déposés sur une table. Parmi eux, ont été insérés trois dés « irréguliers ».



Quel est ce nombre ?
Expliquez comment vous l'avez trouvé ?

Domaine de connaissances
- Géométrie : visualisation spatiale ; les sens de rotation (trigonométrique et horlogique) ; les propriétés des cubes
- Logique : négation d'une proposition

Analyse de la tâche
- Comprendre la règle pour la construction correcte d'un cube et procéder au contrôle de chaque cube dessiné.
- Se rendre compte que les dés à écarter sont : le dé B parce que les nombres inscrits sur deux faces consécutives ont pour somme 7 ; le dé C parce que sur les faces « pairs », les nombres 2, 4 et 6 se succèdent dans le sens horlogique ; le dé G parce que, le nombre « cinq » se trouve sur la face posée sur la table, donc les trois faces « impairs », 1,3,5 sont placées dans le sens horlogique. Les autres dés, A, D, E et F, sont donc réguliers.
- Éventuellement, employer un dé, directement disponible ou construit à partir du développement d'un cube et indiquer sur ces faces les nombres de 1 à 6 en respectant les consignes de construction, pour vérifier que les configurations A, D, E et F sont possibles ; de même pour justifier que les dés B, C et G sont irréguliers.

Solution

Les solutions correctes indiquant les cubes irréguliers sont : B, C, G.

Les champignons Cat. 6, 7, 8, 9

Mon oncle et ses quatre enfants, Anna, Bruno, Céline et Daniel, sont allés aux champignons.
- Ils ont cueilli 30 champignons en tout.
- Chacun a récolté au moins deux champignons.
- Anna et Céline ont, ensemble, moins de 8 champignons.
- Ce n'est pas Anna qui a récolté le moins de champignons.
- Le nombre de champignons de Céline est le tiers du nombre de ceux de Bruno.
- Daniel, à lui seul, a récolté autant de champignons que mon oncle et Anna.

Combien chacun a-t-il pu récolter de champignons ?
Justifiez vos réponses.

Domaine de connaissances
- Arithmétique : addition, multiplication
- Logique : gestion de plusieurs conditions simultanées
- Algèbre : résolution d'un système d'équations et inéquations du premier degré à 5 inconnues

Analyse de la tâche
- Chercher les répartitions possibles des champignons dans les paniers d'Anna et de Céline et trouver les 5 possibilités respectant les contraintes de l'énoncé. 4 et 3 ; 5 et 2 ; 4 et 2 ; 3 et 2, 3 et 3 à ce moment de la recherche.

- Calculer le nombre correspondant de champignons de Bruno dans les cinq cas puis la différence entre le nombre total de champignons et la somme des champignons récoltés par Anna, Céline et Bruno, c'est-à-dire ceux de mon oncle et Daniel ensemble.
- Calculer enfin les deux derniers nombres, à partir de la somme connue : $D+O$ et de la relation donnée par l'énoncé : $D = O + A$. On peut procéder par essais successifs ou par un raisonnement arithmétique avec substitution, correspondant à une procédure algébrique. (Par exemple, en substituant $O + A$ à D dans l'expression connue $D + O$, on obtient $2 \times O + A$, puis en enlevant A on arrive à $2 \times O$.
  Les résultats peuvent être organisés en tableau, par exemple :

Anna	Céline	Bruno	$A + B + C$	$D + 0$	Daniel	Oncle
5	2	6	13	17	11	6
4	3	9	16	14	9	5
4	2	6	12	18	11	6
3	3	9	15	15	9	6
3	2	6	11	19	11	8

- Le contrôle de la condition « Ce n'est pas Anna qui a récolté le moins de champignons » élimine la 4e hypothèse et il ne reste que les solutions, remises dans l'ordre A, B, C, D, O : (5, 6, 2, 11, 6) ; (4, 9, 3, 9, 5) ; (4, 6, 2, 11, 6) ; (3, 6, 2, 11, 8).

Solution

Les 4 réponses sont : (3, 6, 2, 11, 8) ; (4, 6, 2, 11, 7) ; (5, 6, 2, 11, 6) ; (4, 9, 3, 9, 5).

Le 15e RMT, première épreuve

© ARMT

Tableau des problèmes

No	Titre		Arithmétique	Algèbre	Géométrie	Logique
1	L'âne de Tom	3	x			
2	Nombre à deviner	3 4	x			
3	Les paquets du Père Noël	3 4	x			x
4	Planche à recouvrir	3 4 5			x	x
5	Les fleurs de Rosalie	3 4 5	x			
6	Triathlon	4 5	x			
7	Chacun à sa place	4 5 6			x	x
8	Les souris en chocolat	5 6	x			
9	Des carrés empilés	5 6			x	
10	Les pots de bonbons	5 6	x			x
11	La nappe	6	x	x	x	
12	La pièce de monnaie	6			x	x
13	Le numéro de téléphone	6	x			x

L'âne de Tom

Tom est allé en ville pour faire ses provisions. Il les a réparties dans 6 sacs qu'il veut faire transporter par son âne jusqu'à sa maison. Voici les sacs de provisions sur lesquels on a noté leurs poids en kilos.

Tom veut placer tous ces sacs dans les deux grands paniers que son âne porte sur ses flancs, de manière à ce que les deux paniers aient le même poids.

Comment Tom peut-il faire ?
Décrivez toutes les façons de placer les sacs dans les paniers et expliquez comment vous les avez trouvées.

Nombre à deviner

Jacques pense à un nombre. Ses camarades doivent le deviner. Pour les aider, il leur donne les renseignements suivants :
– ce nombre est pair ;
– le double de ce nombre est plus petit que 100 ;
– ce nombre est plus grand que 33 ;
– le chiffre 4 figure une fois seulement dans ce nombre ;

– si l'on échange les deux chiffres de ce nombre, on obtient un nombre plus petit que 70 mais plus grand que 50.

Quel est le nombre de Jacques ?
Expliquez comment vous avez fait pour le trouver.

Qui est leplus vieux ?

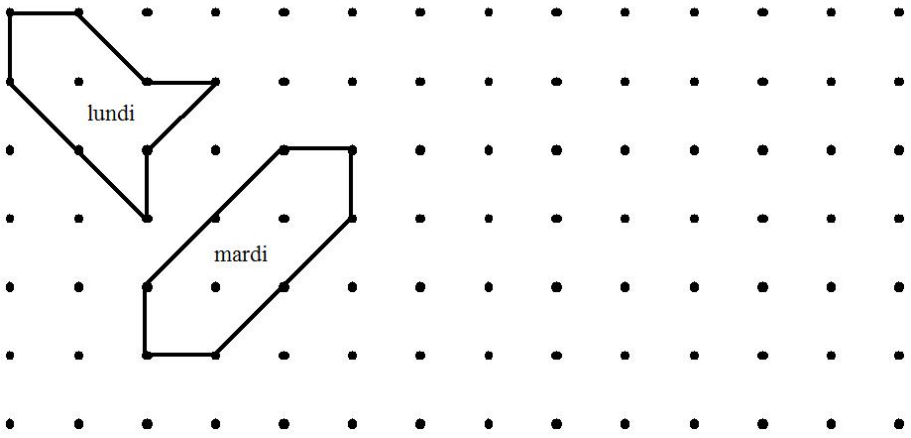
Carole, Jean, Luc, Marie et Pierre sont cinq amis inséparables, bien qu'ils aient tous des âges différents.
– Carole n'est pas la plus jeune du groupe ;
– Pierre est plus âgé que Carole ;
– Jean est le plus âgé des garçons, mais il est plus jeune que Marie.

Classez les noms des cinq amis, du plus âgé au plus jeune.
Expliquez comment vous avez fait pour trouver.

La vache dans le verger

Les arbres du verger du père Michel sont très bien alignés. Ils sont représentés par les points noirs sur le plan ci-dessous : Lundi matin, le père Michel a fait un enclos pour que sa vache, Hortense, puisse brouter l'herbe qui pousse sous les arbres. Il a utilisé 8 barres de bois, 4 grandes et 4 plus petites, qu'il a placées entre 8 troncs d'arbres pour relier un tronc à l'autre. Lundi soir, Hortense a mangé toute l'herbe de l'enclos, mais elle a encore faim. Mardi, matin, le père Michel fait un nouvel enclos, plus grand que celui du lundi, en utilisant les huit mêmes barres. Hortense aura ainsi plus d'herbe à manger. Mardi soir, Hortense a tout mangé, mais elle a encore faim.

Plan du verger du Père Michel
avec la place des enclos de lundi et mardi



Aidez le père Michel et dessinez un enclos pour mercredi et un autre pour jeudi, de plus en plus grands, pour donner chaque jour plus d'herbe à Hortense. Mais attention, vous devez toujours utiliser les huit mêmes barres, entre huit arbres.
Expliquez pourquoi votre enclos de mercredi est plus grand que celui de mardi et celui de jeudi plus grand que celui de mercredi.

Les âges des frères

Dans une famille, il y a 3 garçons : Antoine, Bernard et Christian, et une fille Denise. Denise regarde l'album de photos familial et constate que :
- quand Antoine avait 8 ans Bernard avait 12 ans ;
- quand Bernard avait 9 ans Christian avait 3 ans.

Quel âge avait Christian quand Antoine avait 10 ans ?
Expliquez comment vous avez trouvé.

Le cycliste

Un coureur cycliste s'entraîne pendant 5 jours. Il fait chaque jour 6 tours de piste de plus que le jour précédent. Durant ses 5 jours d'entraînement, il a fait en tout 100 tours de piste.

Combien a-t-il fait de tours de piste chaque jour ?
Expliquez votre raisonnement.

Repas de gala

Le restaurant " Au Glouton " prépare sa salle pour le repas de gala des 122 participants d'un congrès. Le restaurateur possède 12 tables de 8 personnes et 12 tables de 6 personnes, mais les organisateurs du congrès ont demandé qu'il n'y ait aucune place vide aux tables utilisées.

Combien de tables de chaque sorte peuvent être préparées pour répondre à la demande des organisateurs ?
Indiquez vos solutions et expliquez comment vous les avez trouvées.

Le carré de Thomas

Dans du carton, Thomas a découpé plusieurs pièces carrées :
- 3 carrés de 1 cm de côté
- 5 carrés de 2 cm de côté
- 5 carrés de 3 cm de côté
- 1 carré de 4 cm de côté
- 1 carré de 5 cm de côté

Il veut assembler toutes ces pièces pour faire un puzzle carré de 10 cm de côté. Les pièces ne doivent pas se chevaucher et il ne doit pas y avoir de vide.

Thomas peut-il former ce grand carré avec toutes les pièces qu'il a découpées ?
Expliquez pourquoi.
Dessinez ce carré de 10 cm de côté et les pièces que vous avez utilisées pour le former.

Catégorie 5 Catégorie 6

Joueurs de golf

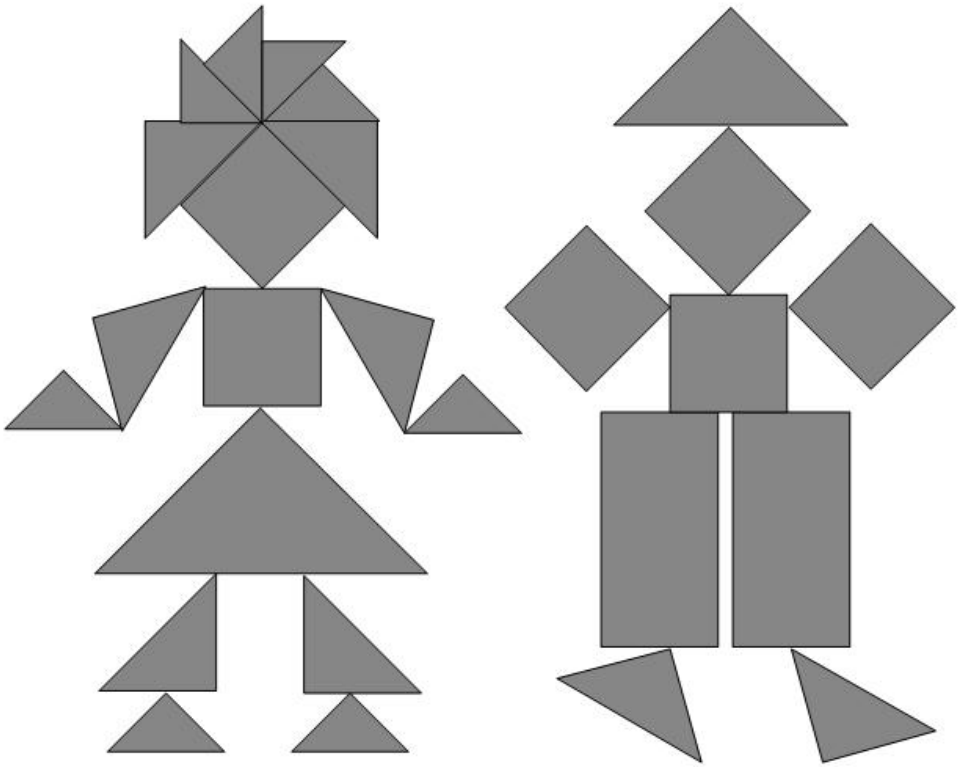
Au golf, Claude s'entraîne à tirer des balles dans un trou. Il dit à son ami André : « Je te donne 2 euros chaque fois que je manque le trou mais tu me donnes 1 euro chaque fois que je mets la balle dedans ». André accepte le défi. Après 18 tirs, André doit 3 euros à Claude.

Combien de tirs Claude a-t-il manqués ?
Expliquez votre raisonnement.

Catégorie 5 Catégorie 6

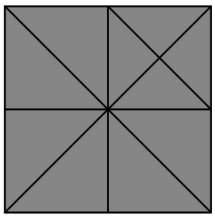
Coupe et découpe

En collant des pièces qu'il avait découpées dans du carton, Aldo a fait un tableau qui représente deux personnages : une fillette à gauche et un garçon à droite.



Selon vous, pour faire son tableau, Aldo a-t-il utilisé plus de carton pour la fillette ou pour le garçon ?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Pour préparer les pièces de son tableau, Aldo a utilisé plusieurs feuilles de carton, carrées et de même grandeur. Il les a pliées une, deux ou trois fois, puis découpées en suivant certains des plis obtenus. Cette figure montre une feuille carrée de carton et les différents pliages qu'Aldo a pu effectuer :



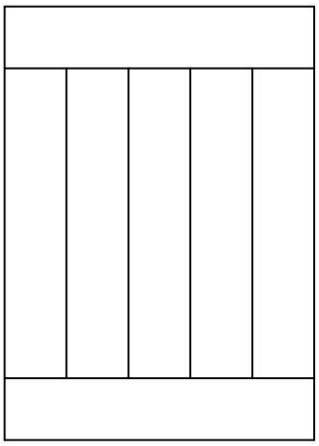
Les bancs du parc

Dans un grand parc, il y a deux sortes de bancs : des bancs à deux places et des bancs à trois places. Il y a 15 bancs à deux places de plus que de bancs à trois places Il y a en tout 185 places assises sur les bancs du parc. Combien ce parc compte-t-il de bancs en tout ? Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Combien ce parc compte-t-il de bancs en tout ?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

La table de jardin

Le papa de Luc a construit une table de jardin rectangulaire en utilisant 7 planches de bois identiques, ayant chacune un périmètre de 3 m. Voici le dessin du plateau de la table, comme il se présente à la fin de la construction.



Quelle est la longueur et la largeur de cette table de jardin ?
Donnez votre réponse et expliquez votre raisonnement.

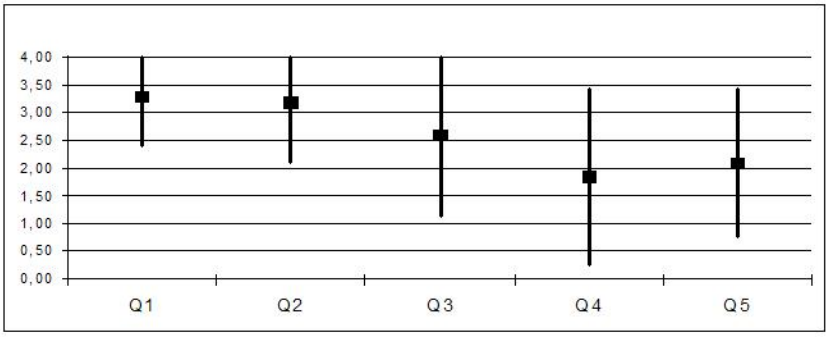
Analyse et réponses de la première épreuve

Q1 : L'âne de Tom	Q5 : Les âges des frères	Q9 : Joueurs de golf
Q2 : Nombre à deviner	Q6 : Le cycliste	Q10 : Coupe et découpe
Q3 : Qui est le plus vieux ?	Q7 : Repas de gala	Q11 : Les bancs du parc
Q4 : La vache dans le verger	Q8 : Le carré de Thomas	Q12 : La table de jardin

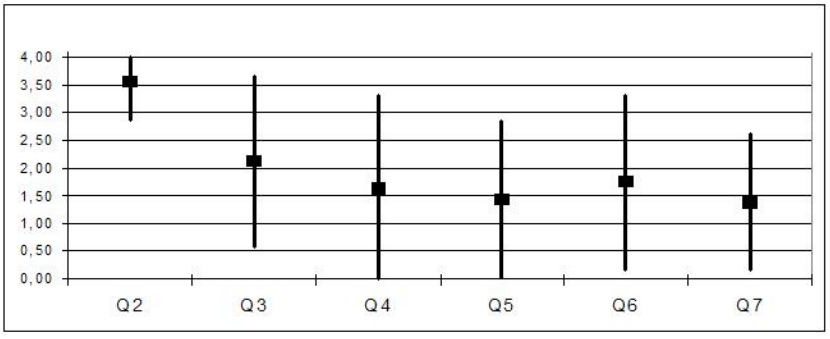
		Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12
3e	Moyenne	3,27	3,17	2,58	1,83	2,08							
	Écart-type	0,86	1,07	1,44	1,57	1,32							
4e	Moyenne		3,56	2,11	1,63	1,44	1,75	1,38					
	Écart-type		0,68	1,53	1,69	1,40	1,56	1,22					
5e	Moyenne					3,13	0,38	0,75	1,63	0,38	2,57	0,75	
	Écart-type					1,27	0,99	1,09	0,99	0,99	1,50	0,83	
6e	Moyenne						2,90	2,45	2,45	1,33	2,41	1,76	2,32
	Écart-type						1,61	1,02	1,36	1,73	1,30	1,44	1,36

Graphiques des moyennes et écarts-types par catégorie

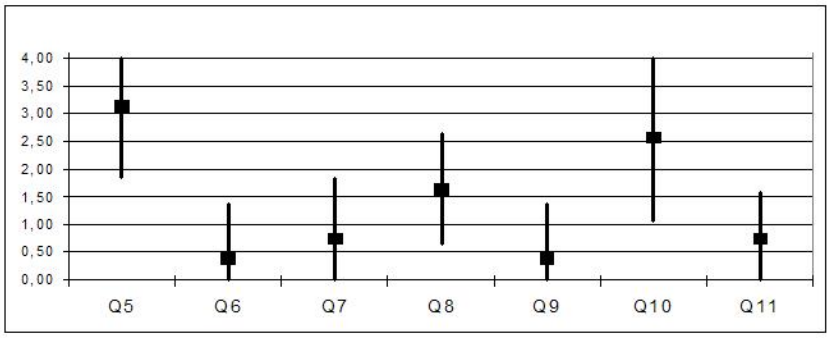
Catégorie 3



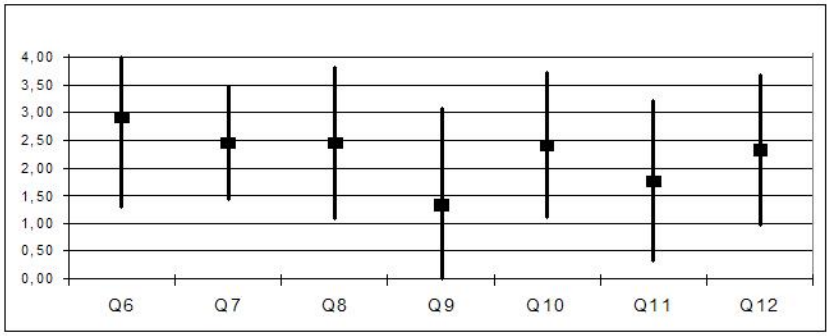
Catégorie 4



Catégorie 5



Catégorie 6



Réponses et analyses

Q1 : L'âne de Tom

Les deux possibilités sont : $12 + 16 = 10 + 7 + 5 + 6$ et $16 + 7 + 5 = 10 + 6 + 12$

Tom est allé en ville pour faire ses provisions. Il les a réparties dans 6 sacs qu'il veut faire transporter par son âne jusqu'à sa maison. Voici les sacs de provisions sur lesquels on a noté leurs poids en kilos.

Tom veut placer tous ces sacs dans les deux grands paniers que son âne porte sur ses flancs, de manière à ce que les deux paniers aient le même poids.

Comment Tom peut-il faire ?
Décrivez toutes les façons de placer les sacs dans les paniers et expliquez comment vous les avez trouvées.

Domaine de connaissances

– Arithmétique : opérations ; décomposition additive d'un nombre.

Analyse de la tâche

– Comprendre l'énoncé pour pouvoir le mathématiser.
– Se rendre compte que si les deux paniers doivent avoir le même poids, chacun d'eux doit peser la moitié du total, c'est-à-dire $(10 + 7 + 12 + 5 + 6 + 16) : 2 = 28kg$.
– Chercher à obtenir 28 en utilisant les nombres donnés, après avoir éventuellement remarqué que les deux nombres impairs (7 et 5) doivent être ensemble.

– Découvrir ainsi qu'il y a deux manières de distribuer les sacs dans les paniers, correspondant aux deux égalités numériques : $16+7+5 = 10+6+12 et 12+16 = 10+7+5+6$. (Pour trouver la deuxième manière de distribuer les sacs, il faut se libérer de la contrainte imaginaire « 3 sacs dans chaque panier » et penser que la répartition des nombres de sacs peut être inégale (4 et 2) sans influence sur le poids des paniers).

Ou : procéder par essais en cherchant chaque fois à former avec les nombres donnés deux additions qui donnent le même résultat.

Q2 : Nombre à deviner

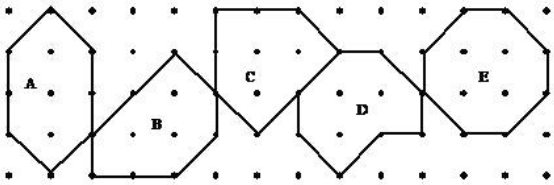
Le nombre de Jacques est 46.

Q3 : Qui est leplus vieux

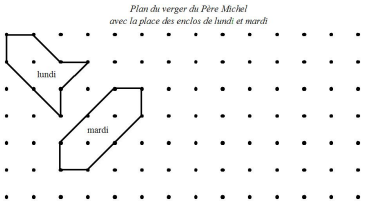
Marie, Jean, Pierre, Carole, Luc.

Q4 : La vache dans le verger

Quelques solutions pour le mercredi (A, B, C, D) et la solution pour le jeudi (E).



Les arbres du verger du père Michel sont très bien alignés. Ils sont représentés par les points noirs sur le plan ci-dessous : Lundi matin, le père Michel a fait un enclos pour que sa vache, Hortense, puisse brouter l'herbe qui pousse sous les arbres. Il a utilisé 8 barres de bois, 4 grandes et 4 plus petites, qu'il a placées entre 8 troncs d'arbres pour relier un tronc à l'autre. Lundi soir, Hortense a mangé toute l'herbe de l'enclos, mais elle a encore faim. Mardi, matin, le père Michel fait un nouvel enclos, plus grand que celui du lundi, en utilisant les huit mêmes barres. Hortense aura ainsi plus d'herbe à manger. Mardi soir, Hortense a tout mangé, mais elle a encore faim.



Aidez le père Michel et dessinez un enclos pour mercredi et un autre pour jeudi, de plus en plus grands, pour donner chaque jour plus d'herbe à Hortense. Mais attention, vous devez toujours utiliser les huit mêmes barres, entre huit arbres.
Expliquez pourquoi votre enclos de mercredi est plus grand que celui de mardi et celui de jeudi plus grand que celui de mercredi.

Domaine de connaissances
- Géométrie : propriétés de figures fermées, comparaison de longueurs
- Mesures : recherche d'une unité commune d'aire

Analyse de la tâche
- Interpréter le plan du verger et y repérer les arbres, les barres de longueurs différentes et les différents enclos
- Observer les périmètres des enclos et reconnaître qu'il y a deux sortes de barres, celles dont la longueur correspond à un côté du « quadrillage » ou à une « diagonale ». Constater que chaque périmètre est composé de quatre barres de chacune des deux sortes.
- Comprendre que « ce qu'il y a à manger » dans l'enclos, ou « plus grand » se réfère à l'aire de l'enclos, dont le périmètre est toujours le même et dont la forme ne semble pas devoir être prise en compte. Chercher alors à comparer les aires pour vérifier que cette grandeur a augmenté et chercher à en trouver une plus grande.
- Trouver que les aires des enclos peuvent s'exprimer en « carrés » et/ou en « triangles » (demi-carrés). Par exemple, l'aire du lundi vaut 2 carrés entiers et 4 triangles, celle du mardi de 3 carrés entiers et 4 triangles.

– Chercher une disposition des perches qui donne une aire plus grande (4 carrés et 4 triangles, puis 5 carrés et 4 triangles) en tenant compte des trois contraintes : augmentation de l'aire du mardi au mercredi, découverte d'une des formes A à D, augmentation de l'aire du mercredi au jeudi, espect des longueurs de barres (4 « côtés », 4 « diagonales »)

Q5 : Les âges des frères

Christian avait 8 ans.

Q6 : Le cycliste

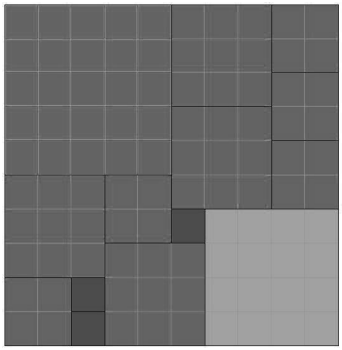
Les nombres des tours effectués chacun des 5 jours sont, respectivement, 8, 14, 20, 26, 32.

Q7 : Repas de gala

10 tables de 8 places et 7 tables de 6 places ; 7 tables de 8 places et 11 tables de 6 places.

Q8 : Le carré de Thomas

La réponse complète correcte : « Non, il y a un carré de côté 3 cm en trop », avec le dessin ci-contre.



Q9 : Joueurs de golf

Claude a manqué 5 tirs.

Au golf, Claude s'entraîne à tirer des balles dans un trou. Il dit à son ami André : « Je te donne 2 euros chaque fois que je manque le trou mais tu me donnes 1 euro chaque fois que je mets la balle dedans ». André accepte le défi. Après 18 tirs, André doit 3 euros à Claude.

Combien de tirs Claude a-t-il manqués ? Expliquez votre raisonnement.

Ce problème, semblable à « Les tartelettes », de l'épreuve II (page 43), est assez difficillement résolu par les élèves. Nous vous en proposons donc également l'analyse *a priori*.

Domaine de connaissances

– Arithmétique : multiplication et soustraction

Analyse de la tâche

– Comprendre que la somme des tirs réussis et des tirs manqués est 18.
– Comprendre que le résultat final est la différence entre les euros que André doit à Claude et ceux que Claude doit à André.
– - Comprendre que si Claude a réussi tous ses tirs André lui doit 18 euros, ou que s'il les a tous manqués, il doit payer 36 euros à André.
– En partant d'une de ces deux constatations, modifier progressivement le nombre des tirs réussis ou manqués et calculer ce que André doit payer, jusqu'à trouver la solution : 13 tirs réussis et 5 manqués.

Ou, Supposer qu'il y a eu autant de tirs bien ajustés que de tirs manqués, c'est-à-dire 9 et 9, et procéder comme précédemment.

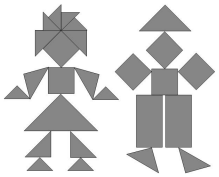
Ou, supposer par exemple que les 18 tirs ont été réussis. Claude devrait alors recevoir 18 euros. Procéder

en remplaçant une réussite par un échec et se rendre compte que la somme totale initiale (18) diminue de 3 ; comprendre que, avec 5 échecs la somme initiale diminue de 15 et qu'il reste alors 3 euros à Claude.
Ou, comprendre que pour chaque tir manqué, il faut deux réussites pour compenser. Se rendre compte que Claude, avec un crédit positif de 3 euros, a forcément eu 3 réussites et que, pour les 15 autres tirs, les réussites et les échecs se sont compensés, et que par conséquent il y a eu 10 tirs gagnants et 5 manqués.
Ou, essaiyer systématiquement : 18 réussis, 17 réussis, 16 réussis...
Ou, trouver les possibilité par essais non organisés, ce qui ne garantit pas l'unicité de la solution.

Q10 : Coupe et découpe

Il faut plus de carton pour le garçon.

En collant des pièces qu'il avait découpées dans du carton, Aldo a fait un tableau qui représente deux personnages : une fillette à gauche et un garçon à droite.



Selon vous, pour faire son tableau, Aldo a-t-il utilisé plus de carton pour la fillette ou pour le garçon ?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Domaine de connaissances
- Géométrie : surfaces d'aires équivalentes
- Mesures d'aires : unité de mesure commune

Analyse de la tâche
- Analyser le tableau et reconnaître ses différents éléments (des triangles rectangles isocèles de quatre grandeurs différentes, des carrée et des rectangles), par mesurage ou découpage et superposition.
- Établir des relations entre les pièces et constater qu'elles peuvent être décomposées ou pavées en n'utilisant qu'une seule unité : le petit triangle (qu'on trouve sur le dessus de la chevelure de la fillette).
- Décomposer toutes les formes en petits triangles unités et déterminer l'aire par comptage. Trouver ainsi qu'il faut 36 triangles-unités pour réaliser la figure de la fillette et 40 pour celle du garçon.

Ou, utiliser d'autres unités comme le triangle « double du petit » ou le carré (équivalent à 4 petits triangles ou à l'un des triangles valant le quart d'une feuille de carton).
Ou, par compensation, juxtaposer les formes géométriques qui composent la fillette à d'autres équivalentes composant le garçon, pour finalement trouver que ce dernier nécessite plus de carton.

Q11 : Les bancs du parc

Le parc peut contenir 77 bancs en tout : 31 à 3 places et 46 à 2 places.

Q12 : La table de jardin

Les dimensions de la table de jardin sont : largeur 125 cm ou 1,25 m ; longueur 175 cm ou 1,75 m.

Le 15e RMT, deuxième épreuve

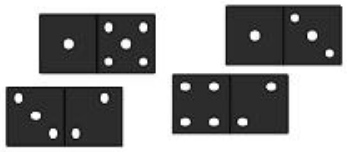
© ARMT

Tableau des problèmes

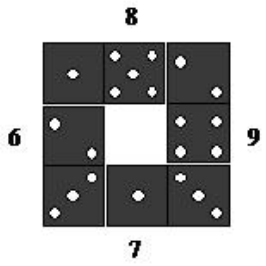
No	Titre					Arithmétique	Algèbre	Géométrie	Logique
1	Dominos	3	4			x			x
2	Les tartelettes	3	4			x			
3	Le potager de Grand-père	3	4			x		x	
4	La rosace de Julie I	3	4					x	
5	Ruban adhésif	3	4	5				x	
6	Nombres répétés I		4	5		x			
7	La rosace de Julie II			5	6			x	
8	Les crayons du RMT			5	6	x			
9	Les jetons de Françoise			5	6				x
10	Machine à calculer			5	6	x			
11	Le champ agrandi			5	6	x		x	
12	Nombres répétés II				6	x			
13	Les tirelires de Robert				6	x			

Dominos

Sophie a ces quatre dominos :



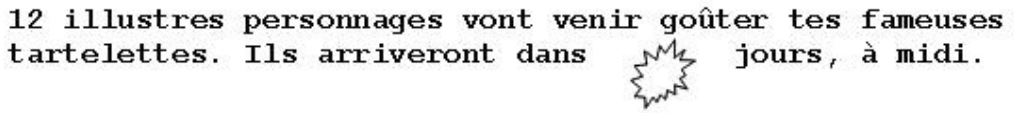
Elle les dispose en carré, comme sur cette figure :
Elle constate qu'il y a 8 points sur le côté du haut, 9 points sur le côté de droite, 7 points en bas et 6 points à gauche, mais elle aimerait qu'il y ait le même nombre de points sur chaque côté.



Arrivera-t-elle à disposer ces quatre dominos, toujours en carré, mais de manière à avoir le même nombre de points sur chaque côté ?
Dessinez une solution pour chaque nombre de points que vous avez trouvé.

Les tartelettes

Un matin, le pâtissier du pays des Douceurs reçoit ce message :



Mais une grosse tache empêche de lire le nombre de jours.
Le pâtissier se met aussitôt au travail pour avoir au plus vite 12 tartelettes, une pour chaque personnage. Mais la préparation est longue et le pâtissier ne peut en faire que 5 chaque matin. Malheureusement pour lui, ses quatre fils sont très gourmands et, chaque après-midi, ils mangent chacun une des tartelettes pour leur goûter.
Heureusement, lorsque les illustres personnages arrivent, le pâtissier a exactement 12 tartelettes prêtes.

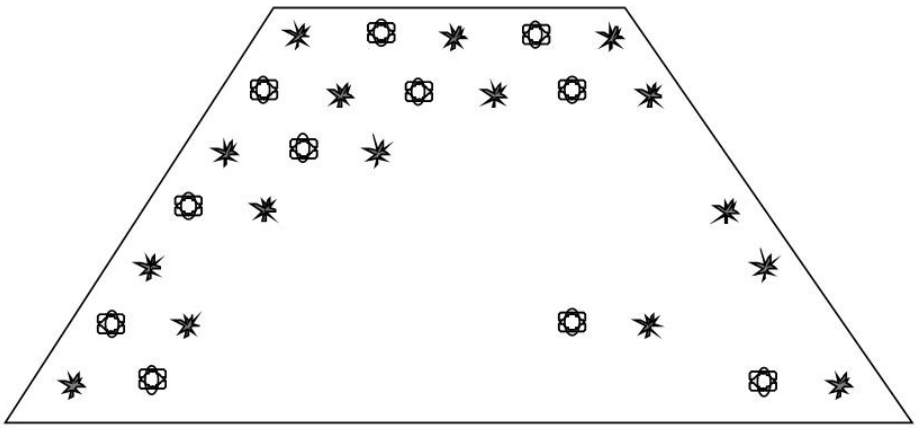
Quel est le nombre caché par la tache sur le message ?
Expliquez comment vous avez fait pour le trouver.

Catégorie 3 Catégorie 4

Le potager de grand-père

Grand-père a planté des salades et des choux dans tout son jardin potager, représenté ici :

Le jardin de Grand-père



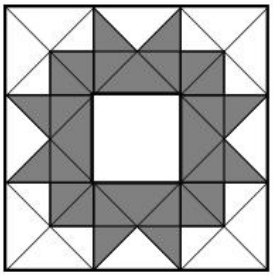
Sur la première ligne, en haut de la figure, il a planté 3 choux et 2 salades. Sur la deuxième ligne, il a pu placer une salade de plus. Sur la troisième ligne, il avait planté 4 choux et 3 salades. Il avait continué ainsi, très régulièrement, jusqu'à la dernière ligne. Mais, la nuit dernière, la famille Lièvre est passé par là et a mangé de nombreux légumes.

Combien les lièvres ont-ils mangé de salades ?
Et combien de choux ?
Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

Catégorie 3 Catégorie 4

La rosace de Julie (I)

Julie veut repeindre le cadre de ce miroir en blanc et en gris. Elle se demande si elle doit acheter plus de peinture blanche ou plus de peinture grise. Bien sûr, le miroir (le carré au centre) ne doit pas être repeint et la couche de peinture aura partout la même épaisseur.

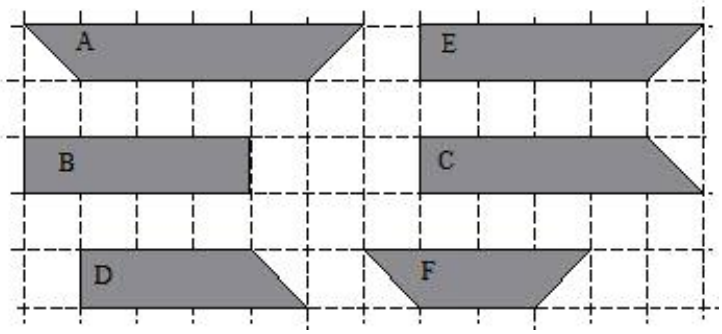


Devra-t-elle utiliser plus de gris que de blanc, plus de blanc que de gris, autant de blanc que de gris... ?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

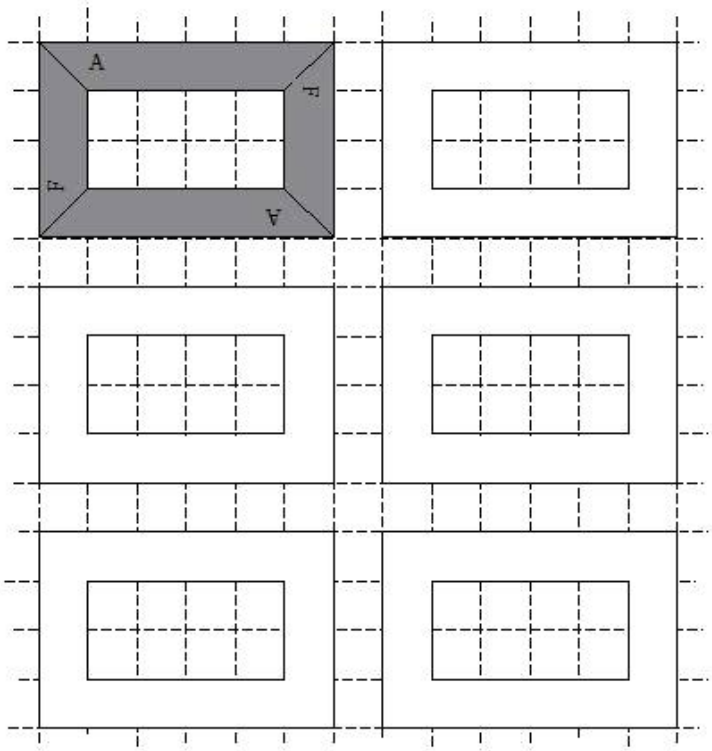
Catégorie 3 Catégorie 4 Catégorie 5

Ruban adhésif

Dans un ruban de papier adhésif, Jacques a découpé plusieurs 6 bandes de modèles différents : A, B, C, D, E et F.



Il a recouvert le cadre d'un tableau en y collant 4 bandes : 2 du modèle A et 2 du modèle F. Ces bandes ne se superposent pas.
Jacques se demande s'il aurait pu recouvrir le cadre de manière différente.



Trouvez toutes les manières de recouvrir le cadre, différentes de celle de Jacques, avec quatre bandes, sans que les bandes se superposent.
Dessinez vos solutions, toutes différentes, sur les modèles préparés en blanc, en notant le nom des modèles utilisés. Attention : les bandes adhésives ne se collent que sur une face, on doit toujours voir la lettre.

 © ARMT

Nombres répétés I

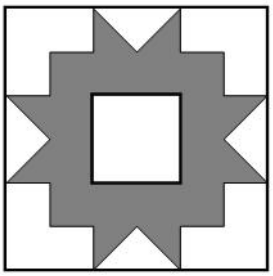
Dans la table de multiplication " des nombres qui parlent ", le 36 et le 40 ont déjà trouvé leurs places. Le nombre 40 dit au nombre 36 : Tu n'es que trois fois dans la table de multiplication des nombres de 1 à 10. Moi, j'y suis quatre fois et je vaux 4 de plus que toi.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4									*36*	*40*
5								*40*		
6						*36*				
7										
8					*40*					
9				*36*						
10				*40*						

Quels sont les nombres qui pourront dire la même phrase à un autre lorsque la table sera complétée ?
Indiquez tous les nombres qui sont quatre fois dans la table et qui valent 4 de plus qu'un nombre qui n'y est que trois fois.
Expliquez comment vous les avez trouvés.

La rosace de Julie (II)

Julie veut repeindre le cadre de ce miroir en blanc et en gris. Elle se demande si elle doit acheter plus de peinture blanche ou plus de peinture grise. Bien sûr, le miroir (le carré au centre) ne doit pas être repeint et la couche de peinture aura partout la même épaisseur.



Devra-t-elle utiliser plus de gris que de blanc, plus de blanc que de gris, autant de blanc que de gris. . . ?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

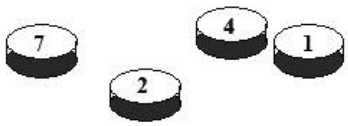
Les crayons du 15e RMT

Les organisateurs ont décidé d'offrir un crayon à tous les participants du 15e RMT. À la fabrique de crayons, un employé est chargé de mettre le logo « 15e RMT, 2007 » sur chaque crayon. Avec 10 crayons, il remplit des boîtes sur lesquelles il met aussi le logo « 15e RMT, 2007 ». Lorsqu'il a rempli dix boîtes, il en fait un paquet, sur lequel il marque de nouveau le logo « 15e RMT, 2007 ». Finalement, avec 10 paquets, il remplit un carton sur lequel il marque encore le logo « 15e RMT, 2007 ». Aujourd'hui, l'employé a préparé les crayons commandés par la section de Transalpie. Il a compté que, pour cette section, il a dû mettre 2007 fois le logos « 15e RMT, 2007 ».

Combien de crayons la section de Transalpie a-t-elle commandés ?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Les jetons de Françoise

Françoise a quatre jetons.
Elle observe que, sur chacune des huit faces est écrit un nombre différent, de 1 à 8.
Elle lance ses quatre jetons une première fois et elle voit apparaître le 7, le 2, le 4 et le 1, comme sur la figure ci-dessous :



Elle lance ses jetons une deuxième fois et elle obtient le 6, le 4, le 5 et le 2 ; puis une troisième fois, elle obtient le 8, le 2, le 6 et le 5. Enfin elle les jette une quatrième fois et obtient le 7, le 4, le 3 et le 5. Quels sont les nombres qui figurent sur chacun des jetons, l'un sur une face et l'autre sur la face opposée ? Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Quels sont les nombres qui figurent sur chacun des jetons, l'un sur une face et l'autre sur la face opposée ?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

 © ARMT

Machine à calculer

Sophie possède une sorte de machine à calculer munie d'une touche ☺.

Quand Sophie tape 5 puis ☺, sa machine affiche : 25

Quand Sophie tape 7 puis ☺, sa machine affiche : 31

Quand Sophie tape 10 puis ☺, sa machine affiche : 40

Quand Sophie tape 9 puis ☺, que doit afficher sa machine ?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Le champ agrandi

Le père Julien possède un champ carré entouré d'une clôture. Son voisin accepte de lui vendre un peu de terrain pour l'agrandir en un carré ayant des côtés d'un mètre de plus. La surface de son champ augmente ainsi de 41 m2.

Quelle était la longueur des côtés de son ancien champ ?
Maintenant que le terrain est plus grand, la clôture précédente n'est plus suffisante : combien de mètres de clôture manquent-ils ?
Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

Nombres répétés II

Julie a constaté que, dans sa table de multiplication des nombres de 1 à 10, certains nombres ne figurent qu'une fois, par exemple le 1, le 49 et le 100. D'autres nombres sont deux fois dans la table, par exemple le 2, le 3 et le 14 ; d'autres y sont trois fois, par exemple le 4, le 9 et le 16 ; d'autres encore sont quatre fois dans la table, par exemple le 6 et le 20. Mais il n'y a pas de nombres qui figurent plus de quatre fois dans sa table.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	*1*	*2*	*3*	*4*		*6*			*9*			
2	*2*	*4*	*6*				*14*	*16*		*20*		
3	*3*	*6*	*9*									
4	*4*			*16*	*20*							
5				*20*								
6	*6*											
7		*14*					*49*					
8		*16*										
9	*9*											
10		*20*										
11												
12												

La table de Julie, de1 à 10 (carré en traits épais)
et la table de sa grand-mère, de1 à 12

La grand-mère de Julie, lui dit que, lorsqu'elle était jeune, elle a appris la table de 1 à 12 où il y a des nombres qui apparaissent plus de quatre fois.

Notez en rouge tous les nombres qui figurent cinq fois dans la table de la grand-mère de Julie, s'il y en a.
Notez en bleu ceux qui apparaissent six fois, dans la table de grand-mère, s'il y en a.
Notez en vert ceux qui apparaissent deux fois dans la table de Julie et quatre fois dans la table de grand-mère, s'il y en a.

Les tirelires de Robert

Pour son anniversaire, Robert a reçu trois tirelires contenant chacune un nombre différent d'euros. Le produit de ces trois nombres est 30. Durant l'année, Robert ne touche pas à l'argent contenu dans ses tirelires, mais au contraire, il ajoute encore dans chacune des trois tirelires le même nombre d'euros (par exemple il ajoute 1 euro dans chaque tirelire). Lors de son anniversaire suivant, il calcule que le produit des nombres d'euros contenus dans les trois tirelires est 560.

Combien d'euros contenait chacune des trois tirelires au moment où Robert les a reçues.
Y a-t-il plusieurs solutions ?
Expliquez votre raisonnement.

 © **ARMT**

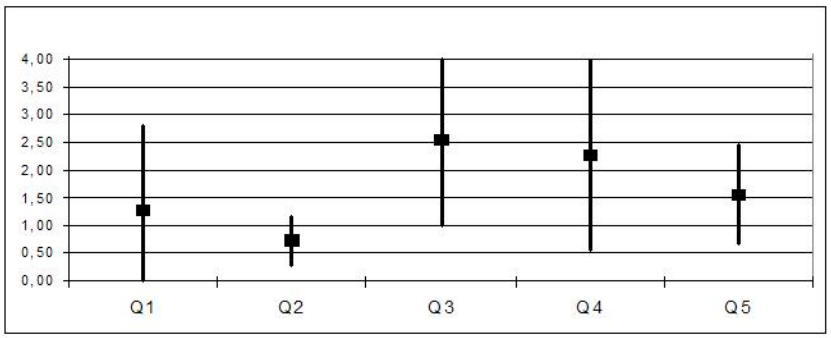
Analyse et réponses de la deuxième épreuve

Q1 : Dominos
Q2 : Les tartelettes
Q3 : Le potager de Grand-père
Q4 : La rosace de Julie I
Q5 : Ruban adhésif
Q6 : Nombres répétés I
Q7 : La rosace de Julie II
Q8 : Les crayons du RMT
Q9 : Les jetons de Françoise
Q10 : Machine à calculer
Q11 : Le champ agrandi
Q12 : Nombres répétés II
Q13 : Les tirelires de Robert

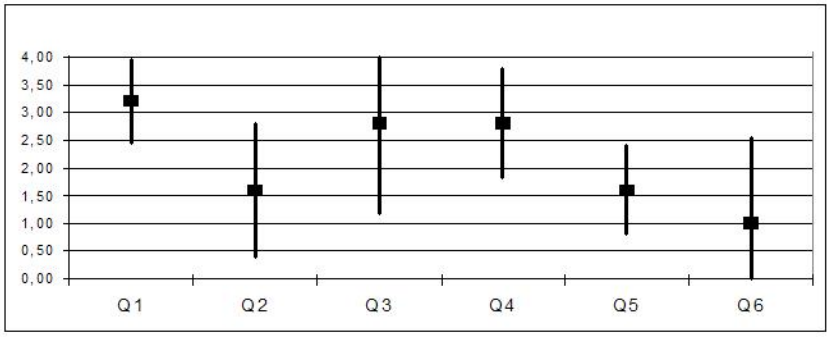
		Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13
3e	Moyenne	1,27	0,73	2,55	2,27	1,55								
	Écart-type	1,54	0,45	1,56	1,71	0,89								
4e	Moyenne	3,20	1,60	2,80	2,80	1,60	1,00							
	Écart-type	0,75	1,20	1,60	0,98	0,80	1,55							
5e	Moyenne					1,00	2,13	1,25	0,75	1,88	3,38	0,25		
	Écart-type					0,87	1,54	1,30	1,30	1,54	1,32	0,66		
6e	Moyenne							2,89	1,47	2,72	3,00	0,67	0,74	1,50
	Écart-type							1,59	1,72	1,19	1,33	1,11	1,45	1,42

Graphiques des moyennes et écarts-types par catégorie

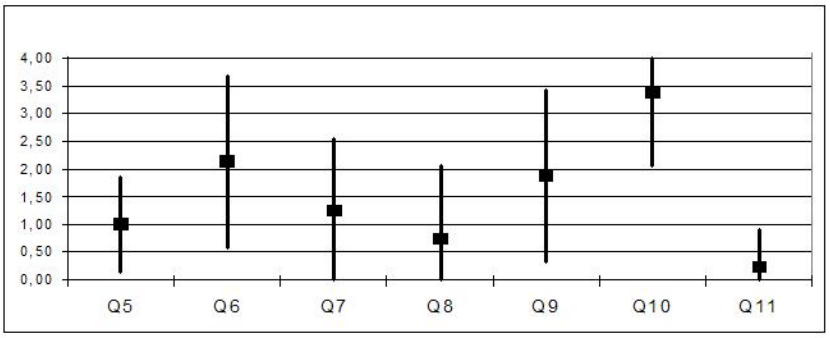
Catégorie 3



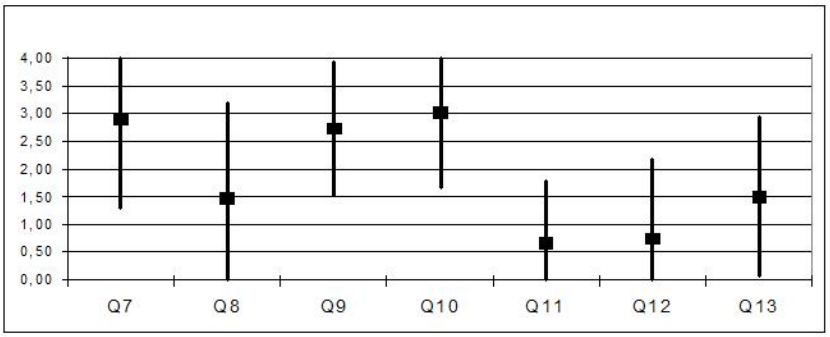
Catégorie 4



Catégorie 5



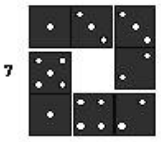
Catégorie 6

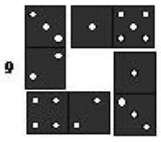


Réponses et analyses

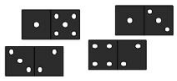
Q1 : Dominos

Les deux dessins ci-contre, une disposition avec 7 points et une disposition avec 9 points.

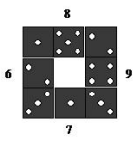




Sophie a ces quatre dominos :



Elle les dispose en carré, comme sur cette figure :
Elle constate qu'il y a 8 points sur le côté du haut, 9 points sur le côté de droite, 7 points en bas et 6 points à gauche, mais elle aimerait qu'il y ait le même nombre de points sur chaque côté.



Arrivera-t-elle à disposer ces quatre dominos, toujours en carré, mais de manière à avoir le même nombre de points sur chaque côté ? Dessinez une solution pour chaque nombre de points que vous avez trouvé.

Domaine de connaissances

– Arithmétique : addition

Analyse de la tâche

– Comprendre, au travers de l'exemple de la deuxième figure, ce que signifie la « somme des points sur un côté ».
– Comprendre qu'en retournant un des dominos ou en en échangeant les places de deux d'entre eux, on modifie le nombre de points sur les côtés.
– Constater que, vu que certains dominos ont 6 points, le minimum de points sur chaque côté est 7, (obtenu par un domino de 6 points et une partie de domino à 1 point). Se construire un modèle des quatre dominos (découpage...) et procéder par essais.
Par exemple pour 7 points, en plaçant le (1 ;5) à côté du « 1 » du domino (1 ;3) et chercher s'il est possible de placer les 2 autres de façon à obtenir 7 sur tous les côtés.

– Essayer avec une somme de 8 points (pas de solution), puis avec une somme de 9 points en se rendant compte que, par rapport à la solution de 7 points, les parties de « 5 points » et « 4 points » doivent être placées aux sommets des carrés, où elles sont comptées deux fois, alors que les parties « 1 point » et « 2 points » doivent être sur des milieux de côtés, où elles ne sont comptées qu'une seule fois.
– Essayer avec des sommes supérieures à 9 et comprendre que les recherches sont inutiles car les points à disposition ne suffisent plus.

Q2 : Les tartelettes

Le nombre caché est 8.

Un matin, le pâtissier du pays des Douceurs reçoit ce message :

12 illustres personnages vont venir goûter tes fameuses tartelettes. Ils arriveront dans jours, à midi.

Mais une grosse tache empêche de lire le nombre de jours.
Le pâtissier se met aussitôt au travail pour avoir au plus vite 12 tartelettes, une pour chaque personnage. Mais la préparation est longue et le pâtissier ne peut en faire que 5 chaque matin. Malheureusement pour lui, ses quatre fils sont très gourmands et, chaque après-midi, ils mangent chacun une des tartelettes pour leur goûter.
Heureusement, lorsque les illustres personnages arrivent, le pâtissier a exactement 12 tartelettes prêtes.

Quel est le nombre caché par la tache sur le message ?
Expliquez comment vous avez fait pour le trouver.

Les résultats à ce problèmes sont assez faibles : la moyenne se situant à 0,73 avec un écart-type de 0,45 ! Ceci signifie que la plupart des classes ont échoué à ce problème. Nous proposons de l'analyser plus en profondeur dans un prochain tome. Mais nous vous proposons déjà ci-dessous son analyse *a priori*.

Domaine de connaissances
– Arithmétique : addition et soustraction

Analyse de la tâche
– Comprendre les différentes relations temporelles contenues dans l'énoncé :
  • les tartelettes sont préparées le matin ;
  • les enfants en mangent 4 chaque après-midi ;
  • les invités arrivent à midi (avant que les enfants ne puissent les manger).
– Procéder à un comptage progressif, jour par jour, en s'aidant par exemple d'un tableau de ce genre :

Jour	1er	2e	3e	4e	5e	6e	7e	8e
Tartelettes produites le matin	5	5	5	5	5	5	5	5
Tartelettes disponibles à midi	5	6	7	8	9	10	11	12
Tartelettes mangées au goûter	4	4	4	4	4	4	4	4
Tartelettes disponibles le soir	1 (5-4)	2 (1+5-4)	3 (2+4-4)	4	5	6	7	

Ou : comprendre que les 7 premiers jours, la fabrication et les pertes reviennent à une production de 1 tartelette/jour et que les 5 tartelettes produites le 8e jour permettent d'atteindre 12.

Q3 : Le potager de grand-père

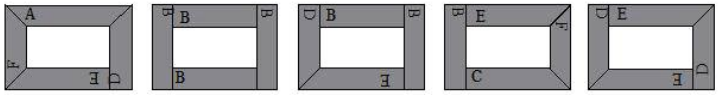
Les lièvres ont mangé 15 salades et 14 choux.

Q4 : La rosace de Julie (I)

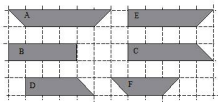
Égalité des aires, autant de peinture grise que de blanche.

Q5 : Ruban adhésif

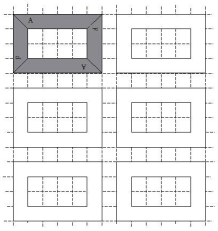
les cinq dispositions à trouveret à dessiner sont :



Dans un ruban de papier adhésif, Jacques a découpé plusieurs 6 bandes de modèles différents : A, B, C, D, E et F.



Il a recouvert le cadre d'un tableau en y collant 4 bandes : 2 du modèle A et 2 du modèle F. Ces bandes ne se superposent pas.
Jacques se demande s'il aurait pu recouvrir le cadre de manière différente.



Trouvez toutes les manières de recouvrir le cadre, différentes de celle de Jacques, avec quatre bandes, sans que les bandes se superposent.
Dessinez vos solutions, toutes différentes, sur les modèles préparés en blanc, en notant le nom des modèles utilisés. Attention : les bandes adhésives ne se collent que sur une face, on doit toujours voir la lettre.

Domaine de connaissances
- Géométrie : décomposition et composition d'une figure, isométries

Analyse de la tâche
- Comprendre que les bandes choisies ne doivent pas se superposer, mais qu'elles peuvent s'orienter et se déplacer par rotations et translations.
- Découper des bandes et essayer de les placer, ou chercher à les dessiner sur les cadres.
  Au cours de ces essais, il faut prendre conscience, que les bandes C, D et E n'ont pas d'axe de symétrie et qu'il ne faut pas les confondre avec des formes symétriques par rapport à un axe.
  Il faut aussi tenir compte des " longueurs " des bandes (A : 6 et 4 carrés, E et C :5 et 4, B : 4 et 4, D : 4 et 3 et F : 4 et 2.)
- Découvrir les cinq autres solutions : (A, D, E, F), (B, B, B, B), (B, B, D, E), (B, C, E, F) et (E, D, E, D) et éliminer celles qui ont une pièce retournée (C, D, ou E)

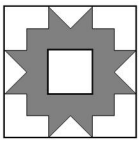
Q6 : Nombres répétés

Les nombres à trouver sont 8, 20 et 40.

Q7 : La rosace de Julie (II)

Égalité des aires, autant de peinture grise que de blanche.

Julie veut repeindre le cadre de ce miroir en blanc et en gris. Elle se demande si elle doit acheter plus de peinture blanche ou plus de peinture grise. Bien sûr, le miroir (le carré au centre) ne doit pas être repeint et la couche de peinture aura partout la même épaisseur.

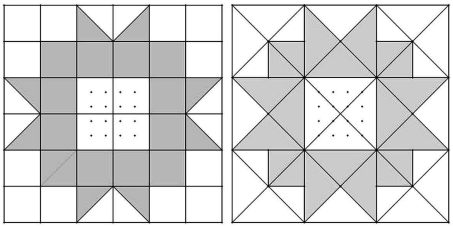


Devra-t-elle utiliser plus de gris que de blanc, plus de blanc que de gris, autant de blanc que de gris. . . ?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

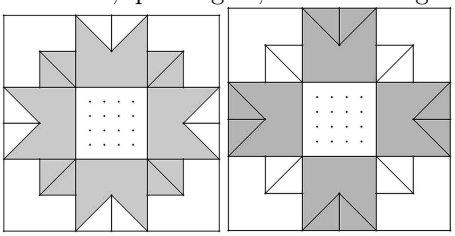
Domaine de connaissances
- Géométrie : décomposition-recomposition de formes
- Grandeurs : unité de mesure commune

Analyse de la tâche
- Comprendre que le carré du milieu n'intervient pas dans la comparaison des aires.
- Comprendre que la surface blanche à couvrir peut être décomposée en plusieurs surfaces.
- Comprendre qu'il est possible de comparer des aires sans les mesurer ou les calculer avec des unités conventionnelles.

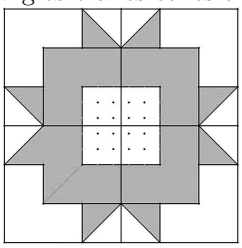
– Voir des décompositions possibles de chaque figure en ajoutant des traits dans le carré : déterminer l'unité de mesure commune (un carré ou un triangle) ; compter le nombre de carrés (16) ou de triangles (16) dans chacune des deux parties à colorier ; comparer ces deux nombres et reconnaître l'égalité des aires à couvrir.



– Voir qu'il est possible d'ajouter des lignes dans la partie grisée pour obtenir des carrés ; réaliser l'appariement géométrique entre ces quatre carrés et les quatre triangles clairs ; huit plus grands carrés à colorier apparaissent alors, quatre blancs, quatre gris ; constater l'égalité des aires.



– Tracer les médianes du grand carré ; prolonger les lignes intérieures pour faire apparaître des formes identiques aux quatre formes claires de coin ; réaliser des appariements géométriques entre ces formes et réaliser des appariements entre les triangles blancs et les triangles gris ; constater l'égalité des aires.



Q8 : Les crayons du RMT

La section de Transalpie a commandé 1808 crayons.

Les organisateurs ont décidé d'offrir un crayon à tous les participants du 15e RMT. À la fabrique de crayons, un employé est chargé de mettre le logo « 15^{e} RMT, 2007 » sur chaque crayon. Avec 10 crayons, il remplit des boîtes sur lesquelles il met aussi le logo « 15^{e} RMT, 2007 ». Lorsqu'il a rempli dix boîtes, il en fait un paquet, sur lequel il marque de nouveau le logo « 15^{e} RMT, 2007 ». Finalement, avec 10 paquets, il remplit un carton sur lequel il marque encore le logo « 15^{e} RMT, 2007 ». Aujourd'hui, l'employé a préparé les crayons commandés par la section de Transalpie. Il a compté que, pour cette section, il a dû mettre 2007 fois le logos « 15^{e} RMT, 2007 ».

Combien de crayons la section de Transalpie a-t-elle commandés ?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Les résultats à ce problème tant pour la catégorie 5 que pour la catégorie 6 sont assez faibles. Les calculs sont pourtant assez simples : dans la plupart des cas il faut multiplier par 10 ! La complexité du problème provient de la gestion « en emboîtement » des données !

Domaine de connaissances

– Arithmétique : numération, les quatre opérations

Analyse de la tâche

– Lire l'énoncé et comprendre qu'on se trouve dans une situation de numération décimale : une boîte représente une dizaine, un paquet représente une centaine et un carton un millier.

– Comprendre que le nombre de logos est supérieur au nombre de crayons car ils sont mis aussi sur les boîtes, les paquets et les cartons et trouver les correspondances suivantes :
pour 10 crayons (une dizaine) il y a 11 logos, avec celui de la boîte
pour 100 crayons (une centaine), il y a 111 logos, avec celui du paquet
pour 1000 crayons (un millier), il faut 1111 logos, avec celui du carton.
– Comprendre que, deux cartons exigeraient 2222 logos et que, par conséquent, il n'y a pas deux cartons entiers pour 2007 logos, mais un carton entier et un reste de $2007 - 1111 = 896$ logos.
– Déterminer le nombre de paquets (111) dans 896 et arriver à 8 paquets et $896 - 888 = 8$ logos restants.
– En conclure que la section de Transalpie a commandé l'équivalent de 1 carton, 8 paquets et 8 crayons, c'est à-dire 1808 crayons.

Ou, procéder par essais et approximations en considérant qu'il y a moins de 2007 crayons (logos pour les boîtes, paquets, cartons).
Supposer par exemple qu'il y en a 1800, alors il faut : $1800 + 180 + 18 + 1 = 1999$ logos, ce qui ne suffit pas. Essayer alors avec, par exemple, 1810 : $1810 + 181 + 18 + 1 = 2010$, et réduire le nombre de crayons pour trouver finalement qu'il y en a 1808 : $1808 + 180 + 18 + 1 = 2007$.

Q9 : Les jetons de Françoise

Les quatre associations correctes sont : 1 – 5 ; 2 – 3 ; 4 – 8, 6 – 7.

Q10 : Machine à calculer

La machine doit afficher 37.

Q10 : Coupe et découpe

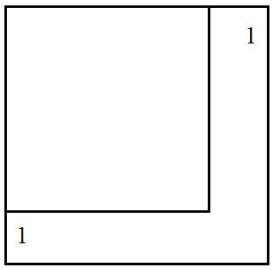
La longueur du côté de l'ancien champ était 20 m ; il manque maintenant 4 m de clôture.

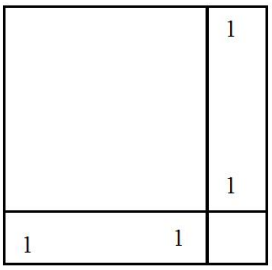
Le père Julien possède un champ carré entouré d'une clôture. Son voisin accepte de lui vendre un peu de terrain pour l'agrandir en un carré ayant des côtés d'un mètre de plus. La surface de son champ augmente ainsi de 41 m2.

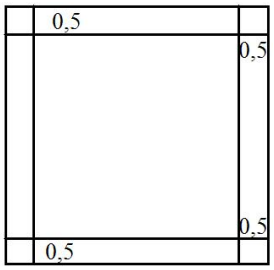
Quelle était la longueur des côtés de son ancien champ ?
Maintenant que le terrain est plus grand, la clôture précédente n'est plus suffisante : combien de mètres de clôture manquent-ils ?
Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

Domaine de connaissances
– Géométrie : périmètre et aire d'un carré, aire du rectangle
– Arithmétique (addition, multiplication)

Analyse de la tâche
– Représenter la situation par un croquis de ce genre :







– Constater que la clôture doit être allongée de 4 fois 1 mètre.
Ou, se rappeler que le périmètre d'un carré vaut 4 fois la longueur d'un côté. Et si le côté augmente de 1 mètre, le périmètre va augmenter de 4 mètres.

– Décomposer la partie gagnée en deux rectangles et un petit carré d'un mètre de côté. Les deux rectangles ont pour aire ensemble $41 - 1 = 40m^2$. Ayant même longueur (le côté de l'ancien champ) et même largeur (1 m), ils ont même aire. Chacun fait donc $20m^2$.
Les côtés de l'ancien champ mesuraient donc 20 m.

Ou, dresser un inventaire organisé en faisant varier le côté, pour déterminer la solution correspondante :

mesure ancien côté (en m)	16	...	20	...	21
mesure nouveau côté (en m)	17	...	21	...	22
différence des aires (en m^2)	$289 - 256 = 33$	...	$441 - 400 = 41$	...	$484 - 441 = 43$

et s'apercevoir que les différences des deux carrés augmentent de 2 en 2, et qu'il n'y a qu'une solution à retenir.

Q12 : Nombres répétés (II)

Cinq fois le « 36 » ; six fois le « 12 » le « 24 » ; quatre fois le « 48 », le « 60 » et le « 72 ».

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4		6			9			12
2	2	4	6			12	14	16		20		24
3	3	6	9	12				24				36
4	4		12	16	20	24			36			48
5				20								60
6	6	12		24		36		48		60		72
7		14					49					
8		16	24			48			72			
9	9			36				72				
10		20				60						
11												
12	12	24	36	48	60	72						

Q12 : Les tirelires de Robert

Il y avait dans les trois tirelires 2, 3, et 5 euros.

Pour son anniversaire, Robert a reçu trois tirelires contenant chacune un nombre différent d'euros. Le produit de ces trois nombres est 30. Durant l'année, Robert ne touche pas à l'argent contenu dans ses tirelires, mais au contraire, il ajoute encore dans chacune des trois tirelires le même nombre d'euros (par exemple il ajoute 1 euro dans chaque tirelire). Lors de son anniversaire suivant, il calcule que le produit des nombres d'euros contenus dans les trois tirelires est 560.

Combien d'euros contenait chacune des trois tirelires au moment où Robert les a reçues. Y a-t-il plusieurs solutions ?
Expliquez votre raisonnement.

Domaine de connaissances
– Arithmétique : multiplication de nombres naturels, décomposition en facteurs, commutativité
Analyse de la tâche
– Décomposer 30 en trois facteurs différents et constater, par une recherche organisée, qu'il n'y a que quatre décompositions : $1 \times 2 \times 15$ — $1 \times 3 \times 10$ — $1 \times 5 \times 6$ — $2 \times 3 \times 5$. Ajouter un même nombre à chacun des facteurs de chaque décomposition pour trouver si les nouveaux facteurs donnent un produit de 560.
Par exemple $1 \times 2 \times 15$ devient $(1+1) \times (2+1) \times (15+1) = 2 \times 3 \times 16 = 96$ puis $(1+2) \times (2+2) \times (15+2) =$

$3 \times 4 \times 17 = 204$, puis $4 \times 5 \times 18 = 360$ puis $5 \times 6 \times 19 = 570$, qui dépasse 560.
La décomposition cherchée est $2 \times 3 \times 5$ qui devient $3 \times 4 \times 6 = 72$, puis $4 \times 5 \times 7 = 120$, puis $5 \times 6 \times 8 = 240$, puis $6 \times 7 \times 9 = 378$ et finalement puis $(2+5) \times (3+5) \times (5+5) = 7 \times 8 \times 10 = 560$.
Robert a donc ajouté 5 euros aux contenus initiaux qui étaient de 2, 3 et 5 euros.

– Vérifier que les autres décompositions initiales ne permettent pas d'atteindre 560 et en déduire que la solution du problème est unique

Ou, partir des décompositions de 560 en produits de trois facteurs différents. Vu que $560 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7$, on peut éliminer les facteurs 1 ou 2 et les facteurs supérieurs à 15 vu l'impossibilité de revenir à des facteurs initiaux positifs et dont le produit sera 30. Il reste à examiner $7 \times 10 \times 8$, $14 \times 10 \times 4$. (C'est le premier de ces deux cas qui permet de revenir à une décomposition de 30 en trois facteurs : $2 \times 3 \times 5$)
Ou, trouver au hasard les trois nombres, mais sans pouvoir se prononcer sur l'unicité.

Le 15e RMT, épreuve finale

© ARMT

Tableau des problèmes

No	Titre		Arithmétique	Algèbre	Géométrie	Logique
1	Les pièces d'Émilie	3	x			x
2	Puzzle de quatre triangles (I)	3			x	
3	Bicyclettes et tricycles	3 4	x			
4	La maison d'Élise	3 4	x			x
5	Le classement	3 4 5				x
6	Chiffres rouges et chiffres noirs	4 5	x			
7	La boucle	4 5	x		x	
8	Puzzle de quatre triangles (II)	4 5 6			x	
9	Panneaux routiers	5 6	x		x	
10	Garçon, l'addition !	5 6	x			
11	Fouilles archéologiques	5 6	x		x	
12	Les confitures	6	x			
13	Zéro perdant	6	x			
14	Toujours 6 (I)	6	x			

Les pièces d'Émilie

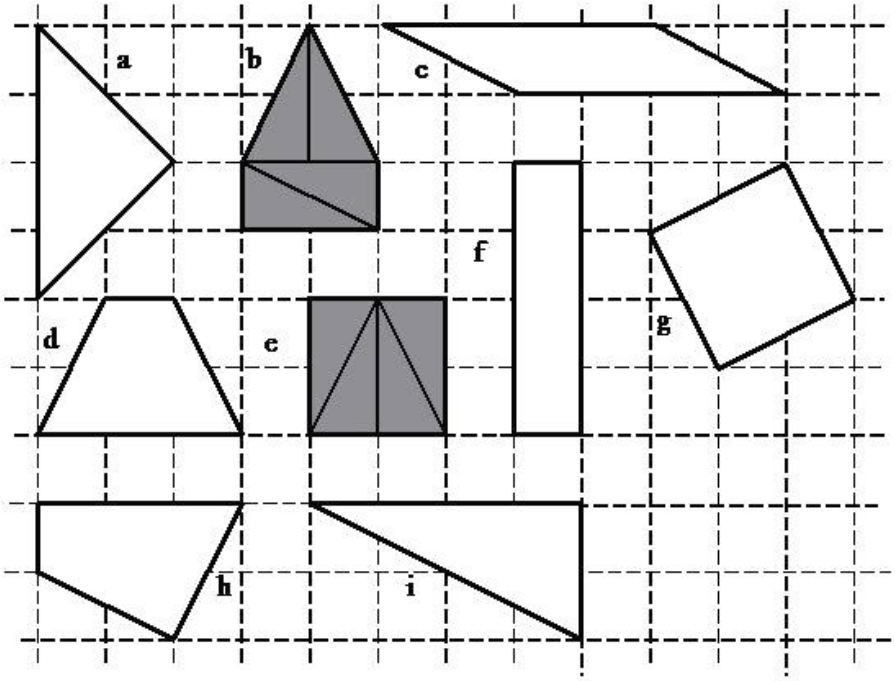
Dans sa tirelire, Émilie n'a que des pièces de 5, 10, 20 ou 50 centimes. Elle en prend huit et remarque qu'elle a exactement 1 euro.

Quelles sont les huit pièces qu'Émilie peut avoir prises dans sa tirelire ?
Écrivez toutes vos solutions.

Catégorie 3

Puzzle de quatre triangles (I)

Rosalie a de nombreux triangles de carton gris, tous égaux (de même forme et de même grandeur). Elle essaie de recouvrir entièrement chacune des figures dessinées ci-dessous, en utilisant à chaque fois 4 de ses triangles égaux. Elle a déjà réussi à recouvrir la " maison " (b) et le carré (e) qui sont en gris et sur lesquels on voit bien les quatre triangles.



Rosalie pourra-t-elle recouvrir chacune des autres figures en utilisant toujours quatre triangles égaux ?
Pour chaque figure :
– si c'est possible, dessinez de façon précise les quatre triangles ;
– si c'est impossible, dites pourquoi ça ne va pas.

Catégorie 3 Catégorie 4

Bicyclettes et tricycles

Un jour de vacances, Laurent va trouver son ami Georges qui loue des bicyclettes pour adultes et des tricycles pour enfants. Laurent regarde les bicyclettes et les tricycles et compte 17 roues.

Combien de bicyclettes et combien de tricycles y a-t-il ?
Faites la liste des solutions possibles et expliquez votre raisonnement.

 © ARMT

La maison d'Élise

Cinq amies, Alice, Blanche, Charlotte, Danièle et Élise habitent la même rue.
Leurs maisons se trouvent les unes à côté des autres, toutes du même côté de la rue.
Sur ce côté de la rue, les maisons portent toutes des numéros impairs : la première maison porte le numéro 1, la deuxième le numéro 3, la troisième le numéro 5 et ainsi de suite.
- Blanche habite au numéro 17.
- Charlotte habite la maison qui porte le numéro le plus grand.
- Charlotte n'habite pas à côté de chez Alice ni à côté de chez Danièle.
- Alice habite au numéro 21.

Quel est le numéro de la maison d'Élise ?
Expliquez votre raisonnement.

Le classement

Cinq amis, Jacques, Romain, Georges, Tony, et Valéry ont fait une course. Voici quelques informations sur le classement de cette course :
- Jacques est arrivé avant Georges.
- Georges était entre Romain et Valéry à l'arrivée, il n'y avait personne d'autre entre eux.
- Romain n'est pas dans les trois premiers.
- Jacques et Valéry sont arrivés après Tony.

Reconstituez le classement de ces cinq coureurs, du premier au dernier.
Expliquez comment vous avez trouvé.

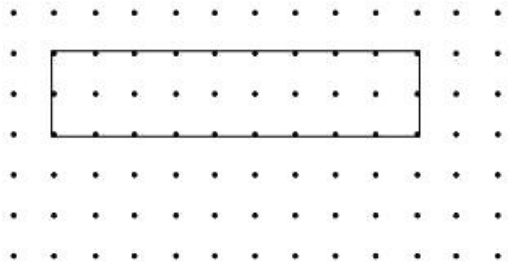
Chiffres rouges et chiffres noirs

Julien a écrit chacun des nombres de 0 à 99 sur des billets en utilisant un stylo noir pour les chiffres " 1 ", " 3 ", " 5 ", " 7 " et " 9 " et un stylo rouge pour les chiffres " 0 ", " 2 ", " 4 ", " 6 " et " 8 ".
Il répartit les billets dans quatre boîtes sur lesquelles il écrit N, R, NR et RN.
- dans la boîte N, il met les nombres qui sont écrits entièrement en noir, comme 37 ou 7
- dans la boîte R, il met les nombres qui sont écrits entièrement en rouge, comme 6 ou 24
- dans la boîte NR, il met les nombres dont le chiffre des dizaines est noir et le chiffre des unités est rouge, comme 58
- et dans la boîte RN, il met les nombres qui restent, comme 85.

Dans quelle boîte y aura-t-il le plus de nombres ?
Dans quelle boîte y aura-t-il le moins de nombres ?
Expliquez vos réponses.

La boucle

Archibald a tendu une boucle de ficelle sur une planche à clous rectangulaire. Il constate que sa boucle :
- forme un rectangle dont les côtés sont parallèles à ceux de la planche,
- touche 22 clous,
- entoure 18 carrés entiers.

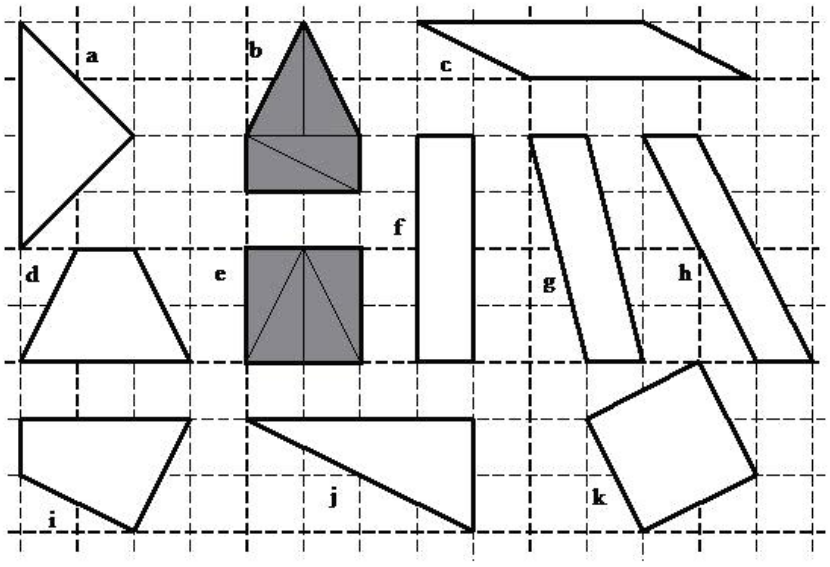


Dessinez une boucle qui, comme la précédente :
- **forme un rectangle dont les côtés sont parallèles à ceux de la planche**
- **touche toujours 22 clous**
- **mais entoure le plus grand nombre possible de carrés entiers.**

Etes-vous sûrs d'avoir trouvé le rectangle qui contient le plus grand nombre de carrés ?

Puzzles de quatre triangles (II)

Rosalie a de nombreux triangles de carton gris, tous égaux (de même forme et de même grandeur). Elle essaie de recouvrir entièrement chacune des figures dessinées ci-dessous, en utilisant à chaque fois 4 de ses triangles égaux. Elle a déjà réussi à recouvrir la " maison " (b) et le carré (e) qui sont en gris et sur lesquels on voit bien les quatre triangles.



Rosalie pourra-t-elle recouvrir chacune des autres figures en utilisant toujours quatre triangles égaux ?
Pour chaque figure :
- **si c'est possible, dessinez de façon précise les quatre triangles ;**
- **si c'est impossible, dites pourquoi ça ne va pas.**

Panneaux routiers

Guillaume roule sur l'autoroute A1 de Transalpie qui va de Sudoku, au sud du pays, à Nordicus au nord du pays, en passant par la capitale, Transville.
Il vient de quitter Sudoku et passe devant un panneau qui indique :

Transville 90 km Nordicus 270 km

Guillaume se dit alors : Tiens, une des distances est le tiers de l'autre ! Un peu plus tard, avant d'arriver à Transville, Guillaume voit un nouveau panneau qui indique :

Transville 25 km.

À quelle distance de Nordicus se trouve-t-il alors ?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Garçon, l'addition !

Dans un restaurant, Luc, Marie, Nathalie, Olivier et Patricia, demandent l'addition après avoir bien mangé.
Les cinq amis doivent payer un total de 128 euros. Ils décident de partager ce montant en parts égales, mais pour ne pas faire attendre le serveur, chacun met 25 euros sur la table. Luc ajoute 1 euro et Olivier ajoute 2 euros.
Ils sortent du restaurant.Avant de se quitter, ils cherchent une manière d'équilibrer les comptes pour que tous aient payé la même somme.

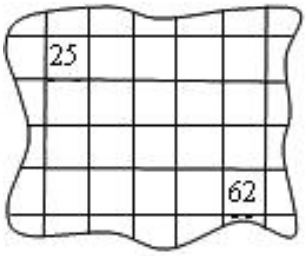
- Marie propose : « Je donne 1 euro à Luc. Nathalie et Patricia donnent chacune 1 euro à Olivier. »
- Nathalie propose : « Je donne 60 centimes à Luc. Marie et Patricia donnent chacune 60 centimes à Olivier. »
- Patricia affirme que la distribution ne serait pas correcte ni dans un cas, ni dans l'autre.

Qui a raison ?
Comment peuvent-ils faire pour se partager correctement le montant ?
Expliquez votre réponse.

Fouilles archéologiques

Dans la tombe d'un ancien empereur de Transalpie, des archéologues ont retrouvé une partie d'une tablette sur laquelle tous les nombres sont illisibles sauf 25 et 62.

Les archéologues savent que, à cette époque, les tablettes de nombres étaient construites selon des règles bien précises :
- une tablette complète était un quadrillage carré (même nombre de lignes que de colonnes)
- on y écrivait la suite des nombres entiers 1, 2, 3, ... en commençant par 1 dans la première case en haut à gauche,
- les nombres se suivaient de gauche à droite et, lorsqu'une ligne était complète, on continuait dans la ligne au-dessous, toujours de gauche à droite,
- il y avait un nombre dans chaque case et, évidemment, le plus grand nombre se trouvait dans la case en bas à droite.



Combien y avait-il de nombres dans cette tablette lorsqu'elle était complète ?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Les confitures

C'est la récolte des cerises. Grand-mère prépare des confitures dans son énorme chaudron, pour sa famille et ses voisins. Lundi, elle cuit 8 kg de cerises avec 5 kg de sucre. Mardi, elle cuit 10 kg de cerises avec 7 kg de sucre. Jeudi, jour de la plus grande récolte, elle cuit 16 kg de cerises avec 10 kg de sucre. Samedi, fin de la récolte, elle cuit 5 kg de cerises avec 3 kg de sucre.

Quel est le jour où elle a fait la confiture qui a le goût le plus sucré ?
Y a-t-il des jours où les confitures ont le « même goût » en sucre ?
Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

Zéro perdant

Un commerçant a vendu un article dont le prix en euros est un nombre entier de trois chiffres comportant un « 0 ».
En établissant la facture, il commet une erreur et ne frappe que les deux chiffres différents de « 0 », dans le bon ordre cependant. Il envoie donc cette facture avec un prix qui est un nombre de deux chiffres.
Lorsque le client paie la facture, le commerçant s'aperçoit de son erreur et se dit : Mauvaise affaire, j'ai perdu 441 euros en oubliant ce maudit« 0 ».

Quel était le prix de l'objet ?
Expliquez comment vous l'avez trouvé.

Toujours 6 (I)

Toto s'apprête à effectuer la multiplication $7,5 \times 0,8$ sur sa calculatrice. Avant de presser la touche « = » il se dit : « Je vais voir apparaître un nombre de deux chiffres après la virgule car ma grand-mère m'a dit que si on multiplie deux nombres qui ont chacun un chiffre après la virgule, on obtient un nombre qui s'écrit avec deux chiffres après la virgule ». Toto presse alors la touche « = » et, surprise, c'est le nombre 6 qui apparaît ! Il vérifie avec d'autres calculatrices et chaque fois il trouve que $7,5 \times 0,8 = 6$. Il se demande alors s'il y a d'autres couples de nombres que $7,5$ et $0,8$ qui ont aussi chacun un chiffre après la virgule, et dont le produit est 6.

Et vous, qu'en pensez-vous ?
Combien y a-t-il de couples de nombres décimaux ayant chacun un chiffre après la virgule dont le produit est 6 **?**
Écrivez tous ces couples et dites comment vous les avez trouvés.

Analyse et réponses de l'épreuve finale

Q1 : Les pièces d'Émilie	Q6 : Chiffres rouges et chiffres noirs	Q11 : Fouilles archéologiques
Q2 : Puzzle de quatre triangles (I)	Q7 : La boucle	Q12 : Les confitures
Q3 : Bicyclettes et tricycles	Q8 : Puzzle de quatre triangles (II)	Q13 : Zéro perdant
Q4 : La maison d'Élise	Q9 : Panneaux routiers	Q14 : Toujours 6 (I)
Q5 : Le classement	Q10 : Garçon, l'addition !	

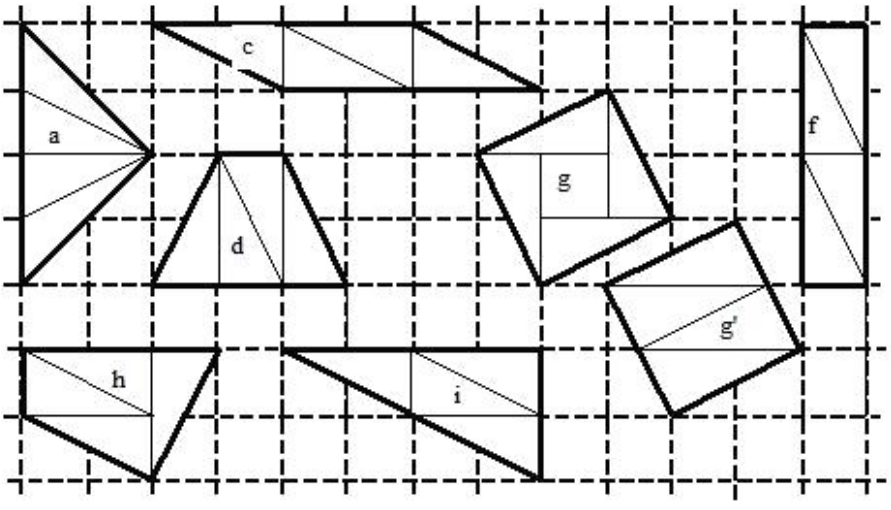
Q1 : Les pièces d'Émilie

Les 5 combinaisons possibles sont :

a)	5	5	10	10	10	20	20	20
b)	5	5	5	5	10	10	10	50
c)	5	5	5	5	20	20	20	20
d)	10	10	10	10	10	10	20	20
e)	5	5	5	5	5	5	20	50

Q2 : Puzzle de quatre triangles

Les pavages corrects sont c, d, f, h, i.



Q3 : Bicyclettes et tricyles

Les 3 solutions correctes sont :
- 1 tricycle et 7 bicyclettes.
- 3 tricycles et 4 bicyclettes.
- 5 tricycles et 1 bicyclette.

Q4 : La maison d'Élise

La maison d'Élise possède le numéro 23.

Q5 : Le classement

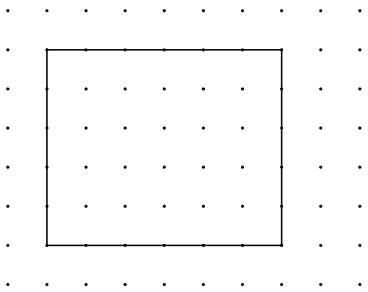
Tony, Jacques, Valéry, Georges et Romain.

Q6 : Chiffres rouges et chiffres noirs

La boîte contenant le plus de billets est la « N » (30). Celle en contenant le moins est la « RN » (20).

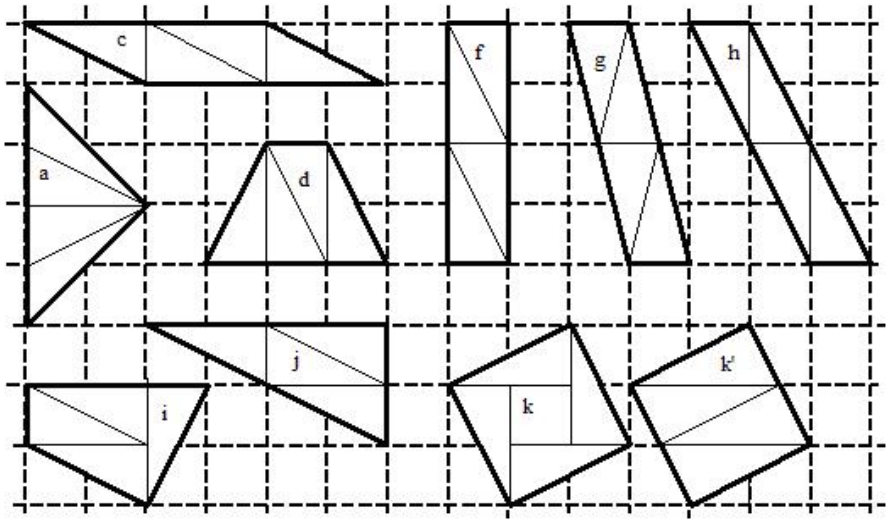
Q7 : La boucle

Dessin d'un rectangle 5×6 .



Q8 : Puzzle de quatre triangles (II)

Les pavages corrects des 6 figures c, d, f, h, i, j.



Q9 : Panneaux routiers

Guillaume se trouve à $205km$ de Nordicus.

Q10 : Garçon, l'addition !

Patricia a raison. Marie, Nathalie et Patricia doivent donner 60 centimes chacune. Luc recevra 40 centimes et Olivier recevra 1,40 euro

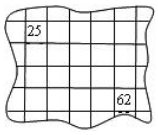
Q11 : Fouilles archéologiques

Il y avait 121 nombres sur la tablette.

Ce problème est assez complexe, nous reproduisons ci-dessous son analyse *a priori* réalisée par les sections de l'ARMT. Toutefois, si vous avez pu réaliser ce problème en classe avec vos élèves, nous sommes intéressés de recevoir vos constats, interrogations, remarques...

Dans la tombe d'un ancien empereur de Transalpie, des archéologues ont retrouvé une partie d'une tablette sur laquelle tous les nombres sont illisibles sauf 25 et 62.

Les archéologues savent que, à cette époque, les tablettes de nombres étaient construites selon des règles bien précises :



- une tablette complète était un quadrillage carré (même nombre de lignes que de colonnes)
- on y écrivait la suite des nombres entiers 1, 2, 3, ... en commençant par 1 dans la première case en haut à gauche,
- les nombres se suivaient de gauche à droite et, lorsqu'une ligne était complète, on continuait dans la ligne au-dessous, toujours de gauche à droite,
- il y avait un nombre dans chaque case et, évidemment, le plus grand nombre se trouvait dans la case en bas à droite.

Combien y avait-il de nombres dans cette tablette lorsqu'elle était complète ?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Domaine de connaissances

- Arithmétique : régularité dans la numération (bande numérique), opérations (multiplication et division euclidienne)
- Géométrie : disposition ordonnée sur une grille carrée

Analyse de la tâche

- Se rendre compte que les tablettes qui répondent aux règles de construction ont un nombre de cases qui est un carré (4, 9, 16, ...) et que, par conséquent, y figurent les nombres de 1 à 4 dans la tablette « 2 » ou de 1 à 9 dans la tablette « 3 » ou de 1 à 16 dans la tablette « 4 »...
- Construire éventuellement une ou deux tablettes complètes pour se faire une représentation de ces objets anciens. (Constater que la tablette dessinée n'est certainement pas la tablette « 10 » des nombres de 1 à 100 (10×10) car le 29 (quatre cases après 25 devrait être dans la colonne du 69 et non du 62). Il faut pour cela se référer au tableau des nombres que les élèves utilisent en 2e et 3e années par exemple.
- Observer que, d'après le fragment donné où apparaissent le 62 et des cases de la ligne suivante, la tablette n'est pas celle de « 8 » (64), ni d'un des carrés inférieurs, mais au moins celle de « 9 » (81) ou d'un carré supérieur.
- Déduire des règles de construction que la différence entre deux nombres qui se suivent dans une même colonne est le « numéro » (nombre de lignes ou colonnes) de la tablette.
- Compléter les cases de la ligne du 25 jusqu'à 29 (dans la colonne de 62). Observer qu'il y a trois lignes entre ces deux nombres et calculer leur différence, $62 - 29 = 33$, qui vaut trois fois le « numéro » de la tablette.
  En déduire qu'il s'agit de la tablette « 11 » qui contient les 121 nombres de 1 à 121.

Ou, chercher à situer la case 25 par rapport à la case 1 pour reconstituer la tablette. Par exemple, compléter les 4 cases qui précèdent le 62 dans sa ligne, (61, 60, 59, 58), voir que de 58 il faut remonter de 33 (3×11) pour arriver à 25 (47, 36, 25), puis continuer par 14 et 3 pour arriver à la 3e case de la première ligne (on ne peut aller plus haut sans entrer dans les nombres négatifs). Avec ces données, compléter le tableau et s'apercevoir qu'il s'agit de la tablette « 11 » (d'autres chemins reconstitués, en diagonale, horizontalement ou verticalement permettent d'arriver aux mêmes conclusions).
Ou, construire les tablettes « 9 », « 10 » et « 11 » pour constater que cette dernière convient, sans toutefois se rendre compte que c'est la seule.

Q12 : Les confitures

Mardi est le jour de la confiture la plus sucrée, lundi et jeudi sont les jours où les confitures ont la même teneur en sucre.

Q13 : Zéro perdant

Le prix de l'article est de 490$euros$.

Q14 : Toujours 6 (I)

Il y a deux couples de nombres de 1 chiffre après la virgule : (2,4 ; 2,5) et (0,8 ; 7,5).

Toto s'apprête à effectuer la multiplication $7,5 \times 0,8$ sur sa calculatrice. Avant de presser la touche « = » il se dit : « Je vais voir apparaître un nombre de deux chiffres après la virgule car ma grand-mère m'a dit que si on multiplie deux nombres qui ont chacun un chiffre après la virgule, on obtient un nombre qui s'écrit avec deux chiffres après la virgule ». Toto presse alors la touche « = » et, surprise, c'est le nombre 6 qui apparaît ! Il vérifie avec d'autres calculatrices et chaque fois il trouve que $7,5 \times 0,8 = 6$. Il se demande alors s'il y a d'autres couples de nombres que $7,5$ et $0,8$ qui ont aussi chacun un chiffre après la virgule, et dont le produit est 6.

Et vous, qu'en pensez-vous ?
Combien y a-t-il de couples de nombres décimaux ayant chacun un chiffre après la virgule dont le produit est 6 **?**
Écrivez tous ces couples et dites comment vous les avez trouvés.

Domaine de connaissances

- Arithmétique : multiplication des nombres décimaux, multiples et diviseurs, factorisation

Analyse de la tâche

- Vérifier que le produit de $7,5$ et$0,8$ est bien 6, sur une calculatrice ou « à la main », pour se rendre compte que la règle de la grand-mère n'est pas vraie pour tous les produits car les deux chiffres après la virgule peuvent être des « 0 » qui ne s'écrivent pas.
- Comprendre d'abord que l'un des deux facteurs présente un 5 comme chiffre des dixièmes.
- Chercher d'autres couples de nombres décimaux d'un chiffre après la virgule dont le produit est 6, en sachant que l'un des facteurs est de la forme « ...,5 » (5 comme chiffre des dixièmes). Essayer par exemple toutes les divisions de 6 successivement par $0,5; 1,5$; ... ; c'est-à-dire $6 : 0,5 = 12$; $6 : 1,5 = 4$; $6 : 2,5 = 2,4$; $6 : 3,5 = 1,7428...$; $6 : 4,5 = 1,333...$; $6 : 5,5 = 1,0909...$; $6 : 6,5 = 0.923...$; $6 : 7,5 = 0,8$; $6 : 8,5 = ...$ et constater, en continuant bien au-delà de $6 : 8,5$ qu'il n'y en a que deux qui conviennent et conduisent aux couples (2,4 ;2,5) et (7,5 ; 0,8) (déjà connu).

Ou, penser à 600, par exemple, à la place de $6,00$ et décomposer 600 en facteurs premiers : $600 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$. Parmi les couples de nombres dont le produit est 600, on ne doit prendre en compte que ceux dont les chiffres des unités sont différents de 0 pour obtenir, en revenant au produit 6, que ceux ayant un chiffre après la virgule différent de 0. C'est-à-dire qu'il faut éviter des nombres composés de facteurs 2 et 5 simultanément. Il n'y a donc que $2 \times 2 \times 2 = 8$ et $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$ d'une part, $3 \times 5 \times 5 = 75$ et $5 \times 5 = 25$ d'autre part.
Ou, imaginer le problème dans un cadre géométrique comme la recherche de tous les rectangles de $6dm^2$ dont les mesures des côtés ont un nombre de 1 chiffre après la virgule, en dm, ou sont un nombre entier en cm non multiple de 10. On est ainsi ramené à la recherche des couples de diviseurs de 600, dans l'ensemble des nombres naturels $(1; 600), (2; 300), ...(8; 75), ...(20; 30), (24; 25)$ dont deux seuls conviennent.
Ou, se fonder sur les règles de multiplication des fractions et rechercher les couples tels que $a/b \times c/d = 600/100$ en dressant l'inventaire des dénominateurs tels que $b \times d = 100$ et qu'il ne faudra retenir que les fractions qui s'écrivent sous forme de nombres décimaux d'un chiffre exactement après la virgule.

CASIO

n° 1 du calcul

félicite et encourage

tous les participants du

Rallye Mathématique Transalpin

en Belgique.

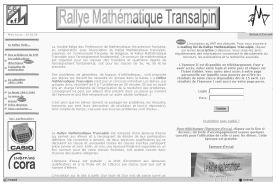
Bloc-notes. . .

Le site de l'ARMT

L'Association du Rallye Mathématique Transalpin possède son propre site à partir duquel vous pourrez mieux connaître notre association.

`http://www.math-armt.org`

Vous pourrez également télécharger les problèmes des épreuves précédentes, des articles concernant des analyses de problèmes, . . .



Le site du RMT en Belgique

Le site du RMT est maintenant hébergé sur le serveur de la SBPMef. Vous y trouverez nombre de renseignements concernant l'organisation du RMT mais aussi l'épreuve d'essai de cette année.

`http://www.sbpm.rmt.be`

Rallye Mathématique Transalpin

Le Livret RMT

Les quatre premiers tomes du Livret RMT sont disponibles gratuitement en ligne sur le site du RMT.

Rallye Mathématique Transalpin