Rallye Mathématique Transalpin

Tome 3 - Épreuves 2005-2006

14e Rallye Mathématique Transalpin.

2e participation de la section belge,

organisé par la
Société Belge des Professeurs de Mathématiques d'expression française,
http://www.rmt.sbpm.be

avec le soutien de

Ministère de la Communauté française

CASIO

SHOPPING cora

Ce livret a été réalisé grâce à la participation active des membres du Comité RMT. La mise en page a été réalisée par J. Miewis et Ph. Skilbecq, qui en assure la responsabilité éditoriale pour le Comité RMT et la SBPMef.
La publication de ce livret est rendue possible grâce au soutien de Madame la Ministre-Présidente de la Communauté française de Belgique en charge de l'Enseignement obligatoire et de Promotion sociale.

Siège administratif : Rue du Onze Novembre, 24 – 7000 Mons
Courriel : sbpm@sbpm.be web : http://www.sbpm.be

Rallye Mathématique Transalpin

Tome 3 - Le 14eRMT - Édition 2005-2006

Sommaire

- ***Entre nous...*** *4*

- **C. Géron, *Le RMT au congrès de la SBPMef – Namur, le 23 août 2006*** *6*
- **F. Jaquet, *14e Rallye mathématique transalpin – Les problèmes de la première épreuve*** *16*

- ***Le 14e RMT, épreuve d'essai*** *24*
- ***Réponses de l'épreuve d'essai*** *29*
- ***Le 14e RMT, première épreuve*** *37*
- ***Analyse et réponses de la première épreuve*** *42*
- ***Le 14e RMT, deuxième épreuve*** *47*
- ***Analyse et réponses de la deuxième épreuve*** *52*
- ***Le 14e RMT, épreuve finale*** *57*
- ***Réponses de la finale*** *62*

Une publication de la

Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française (asbl)

Rallye Mathématique Transalpin en Belgique
Comité exécutif en 2006/2007

Laetitia Desmet, Françoise Bols, Christine Géron Michel Herman, Christine Lemaître, Philippe Mairesse, Jocelyne Maréchal, Jules Miewis, Nicole Miewis, Geoffrey Pliez, Francis Renier, Philippe Rome, Philippe Skilbecq, Pierre Stegen

Les finalistes de la 14^{e}édition du RMT

Catégorie	Finalistes 2005/2006	
Cat. 3	Ecole N.D. de Bonne Espérance à Braine le Comte Athénée Royal Verdi à Verviers Ecole Libre de Meux Ecole du Grand Chemin à Montigny-le-Tilleul	Classe gagnante
Cat. 4	Ecole Sainte Anne à Waterloo Collège Sainte Marie à Rêves Ecole de la Croix de Momignies Ecole Saint Jean-Baptiste à Huppaye	Classe gagnante
Cat. 5	Institut Notre-Dame à Marche-en-Famenne Ecole Sainte Catherine à Tamines Ecole Sainte Véronique à Liège Athénée Royal de Vielsalm	Classe gagnante
Cat. 6	Ecole du Jardin Botanique I à Liège Ecole Saint Remy à Écaussines Ecole de la Communauté française à Nil St Vincent Ecole Sainte Catherine à Tamines	Classe gagnante (ex-aequo) Classe gagnante (ex-aequo)

Les membres du comité félicitent les élèves des classes gagnantes, mais aussi tous les autres élèves qui ont participé à la quinzième édition du RMT.

Les problèmes du RMT sont protégés par droits d'auteur

Rallye Mathématique Transalpin ©ARMT Pour une utilisation en classe ou pour publication, veuillez indiquer leur référence. Pour une utilisation commerciale, veuillez prendre contact avec les coordinateurs internationaux (www.math-armt.org).

Entre nous. . .

Chères amies, chers amis,
Chers collègues,

Nous voici déjà au tome 3 de ce livret destiné à rendre compte, entre autres choses, du dynamisme du Rallye Mathématique Transalpin et de notre section belge plus particulièrement. . .Même si nous avons constaté une baisse significative du nombre de classes participant au RMT pour la 2^{e}édition. En effet, si la première année avu quelques 150 classes s'incrire, pour la deuxième édition, seulement 70 classes ont souhaité y participer. Il faut cependant relativiser les choses. . .sur les 150 classes inscrites, 108 ont participé aux deux épreuves qualificatives. Et cela, nous devons le déplorer, plus que la baisse du nombre d'inscriptions.

Certes, le RMT est un concours, et l'on peut comprendre que d'aucuns soient « décus » par les résultats de la première épreuve et préfèrent ne pas participer à la deuxième ! Cependant, le RMT est bien plus qu'un-concours, c'est aussi une *approche* particulière de l'enseignement des mathématiques et de l'apprentissage en général. L'aspect « concours » est surtout présent pour stimuler les élèves, pour favoriser leurs interactions. . . L'aspect « didactique » est au service des maîtres qui souhaitent diversifier leurs approches du processus d'enseignement apprentissage des mathématiques. En ce sens, qu'importe le résultats, pourvu qu'il y ait apprentissage chez les élèves.

Cependant, la participation au « concours » n'est qu'une étape pour favoriser l'apprentissage. C'est dans l'exploitation du concours qu'apparaît la phase la plus productive d'apprentissages. . . Pour une part, ce Livret RMT tente de vous accompagner dans cette démarche d'exploitation.

Vous trouverez dans ce tome 3, les problèmes les épreuves de la 14^{e}édition du RMT (année scolaire 2005/2006). Vous trouverez également les solutions à ces problèmes et quelques analyses, encore sommaires. Comme pour la 13^{e} épreuve (Tome 1 à télécharger sur le site du RMT), nous y avons inclus les moyennes et écarts-types.

Le tome 4 qui vous sera envoyé au mois de décembre, contiendra des analyses plus approfondies de certains problèmes, avec notamment des propositions d'exploitation en classe.

Lorsque vous lirez ces lignes, peut-être aurez-vous déjà découvert le nouveau site Internet de votre section RMT. En effet, durant trois années, la Communauté française nous a hébergé gratuitement sur son serveur (`www.enseignement.be`) et nous l'en remercions vivement. Cependant, la SBPMef ([1]) ayant décidé de posséder son propre hébergement (`www.sbpm.be`), il était tout à fait naturel que le site du RMT y soit déposé (`www.rmt.sbpm.be`).

Un autre site devrait également faire partie de vos parcours sur la *toile* : `www.math-armt.org`. Il s'agit du site de l'ARMT ([2]), association internationale qui organise le RMT dans différents pays européens (Suisse, Italie, France, Luxembourg, Belgique) et en Israël.

Sur ces sites, mais particulièrement sur celui de votre section belge, vous trouverez les dernières recommandations pour l'organisation du Rallye dans votre classe. Celles-ci seront également reproduites dans le prochain Tome de ce Livret RMT.

Je m'arrête ici et vous souhaite de trouver dans ce Livret RMT quantité d'idées pour renouveler ou étoffer vos activités de mathématiques. Je vous souhaite bonne lecture de ce Tome 3 et à bientôt dans le Tome 4.

Philippe Skilbecq
Rédacteur responsable du Livret RMT

([1]) Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française.
([2]) Association du Rallye Mathématique Transalpin.

Le RMT au congrès de la SBPMef – Namur, le 23 août 2006

CHRISTINE GÉRON, *Membre du Comité RMT*

Introduction

Lors du 32e congrès organisé à Namur par la Société Belge des Professeurs de Mathématiques d'expression française (SBPMef), l'occasion fut donnée au comité RMT de proposer aux participants un atelier poursuivant deux objectifs :

– mettre les participants en situation « concours » en leur proposant des problèmes à résoudre en un laps de temps limité, comme s'ils formaient une classe de primaire participant réellement au rallye,
– ouvrir la discussion sur l'analyse des démarches adoptées et sur l'exploitation de ces problèmes dans les classes.

Ce dispositif en deux temps illustre bien l'esprit du Rallye Mathématique Transalpin. Il s'agit non seulement de proposer un concours collectif (le RMT s'adresse bien à l'ensemble de la classe et non à des élèves isolés) mais aussi de développer une analyse didactique des problèmes du concours de manière à les exploiter judicieusement en classe, en complément aux activités proposées traditionnellement aux élèves.

1. Mise en situation

Dans un premier temps, cinq problèmes ont été proposés aux participants : `Les pots`, `Un triangle qui grandit`, `Décoration`, `Les trois coffres` et `Kaléiodoscope1`. Les énoncés de ces problèmes sont repris en annexe (annexe 1, pages 10 et suivantes).
Pour résoudre les problèmes de manière efficace, les « élèves » ont d'abord procédé à une lecture collective des énoncés avant de répartir ceux-ci au sein de duos formés de manière assez spontanée.

En est-il toujours de même dans les classes ?

Il semblerait que non au vu des observations réalisées par les étudiants chargés de gérer les classes finalistes. Ces derniers ont utilisé la grille présentée en annexe 2 (page 15) pour rendre compte du dispositif organisationnel mis en place (ou non) dans les classes. Pourtant, le mode d'organisation peut avoir une influence sur les résultats au concours, la gestion du temps en étant un des aspects primordiaux. Dans certaines classes, le dispositif s'est rodé au fil des épreuves qualificatives, dans d'autres, moins. Ainsi, dans la classe de 3e primaire victorieuse en 2006, un enfant a pour mission d'être le gardien du temps et d'en informer ses condisciples de manière à ce qu'ils puissent expliquer posément les démarches utilisées afin d'éviter des erreurs dues à la précipitation. En outre, d'autres questions peuvent se poser concernant l'organisation des enfants :

– Y a-t-il une méthode utilisée pour répartir les élèves en groupes et si oui, laquelle ?
– Comment s'y prendre pour constituer des groupes « efficaces RMT » ?

Seule l'observation des classes lors des finales successives permettront (peut-être) de répondre à ces questions.

2. Présentation des réponses produites et comparaison avec les analyses *a priori* des problèmes

Lors de l'analyse de chacun des cinq problèmes, divers éléments ont été soulignés.

1. Plusieurs démarches peuvent cohabiter sur la feuille-réponse d'un même problème sans que le groupe n'en ait sélectionné une. Ce phénomène est également observé sur les copies rendues par les élèves.

   De surcroît, il apparaît quelques fois un *décalage* entre l'écriture numérique et l'écriture « en français ». Par exemple, pour le problème `Les pots`, deux explications cohabitent sur la feuille réponse :
   - la première en francais : « On part du plus grand pot et on cherche les combinaisons possibles » ;
   - la seconde dans un langage plus mathématique puisque les combinaisons en question sont explicitées : $(7, 3, 1), (5, 6), (6, 4, 1), (5, 3, 2, 1), (5, 4, 2), (6, 3, 2)$ et $(7, 4)$.

   Il semblerait donc que la recherche numérique de la solution n'ait pas été guidée par la règle énoncée.
2. Dans certains cas, la procédure experte utilisée par les enseignants fait souvent appel à des notions théoriques plutôt qu'à des pratiques intuitives semblables à celles que les élèves vont utiliser. Ce fut notamment le cas dans le problème `Les trois coffres`. En effet, le premier réflexe des adultes (surtout pour les enseignants du secondaire) est d'abord de résoudre un problème de trois équations à trois inconnues avant de poser la question : « Comment les enfants peuvent-il résoudre le problème ? », autrement dit, comment résoudre ce problème sans connaissances expertes de type résolution d'équations ?

   Ce questionnement émis par les participants résume toute la difficulté rencontrée lors de l'élaboration des analyses a priori par les rédacteurs de problèmes du RMT. Il faut réfléchir en terme de symbolisme « intuitif »souvent utilisé par les élèves. Par symbolisme intuitif, il faut comprendre une notation symbolique, induite par la situation, utilisée par les élèves alors que celle-ci n'a pas encore été introduite dans le cursus. Ceci demande aux rédacteurs des analyses *a priori* d'avoir autant d'imagination que les élèves, ce qui n'est pas toujours une tâche aisée !
3. Le niveau de difficulté du problème `Kaléidoscope 1` se traduit en grande partie par le type de matériel mis à la disposition des élèves pour le résoudre. Leur permettre d'utiliser des transparents leur facilite grandement la tâche. Il faut aussi veiller, pour l'aspect concours du rallye, à ce que le même matériel soit proposé aux classes participantes.

3. Analyse de l'exploitation possible des problèmes dans les classes

Les enseignants, par groupes, devaient déterminer les savoirs mathématiques en jeu dans un problème choisi ainsi que des exploitations possibles en classe. Trois problèmes ont fait l'objet d'une analyse approfondie : `Les pots`, `Les trois coffres` et `Décoration`. Voici le fruit de leurs réflexions.

3.1. Les pots

Les savoirs mathématiques en jeu sont essentiellement de deux types.

1. Utilisation de propriétés d'addition, d'associativité et de commutativité : plusieurs groupements sont possibles pour reformer les nombres comme par exemple $11 = 6 + 5$ et donc $11 = 6 + 3 + 2$ car 3 et 2 font 5.
2. Logique : il faut ordonner la recherche, la rendre plus systématique. Il s'agit par exemple d'envisager toutes les combinaisons possibles, dans un ordre tel que (7,6), (7,5), (7,4)... et d'éliminer petit à petit celles qui ne conviennent pas. On élimine (7,6) et (7,5) car $7 + 6 \neq 11$ et $7 + 5 \neq 11$. Par contre, on conserve (7,4) car $7 + 4 = 11$.

   Une autre démarche consiste à partir de 7 et 1 et de rechercher avec quel(s) autre(s) récipient(s) on peut atteindre 11. De cette manière, on est sûr de ne pas avoir de doublon.

Quelles sont les extensions possibles ?

1. Faire apparaître plusieurs fois le même pot et ainsi donner la possibilité d'utiliser la multiplication et la distributivité (exemple : $11 = 2 \times 5 + 1$).
2. Prendre un récipient de départ de 110 litres au lieu de 11 litres pour travailler les centaines ou prendre un récipient de départ de 1,100 litre au lieu de 11 litres afin d'utiliser des nombres décimaux.
3. Proposer le même problème avec un habillage différent (modification de la situation ou des grandeurs en jeu) pour mettre en évidence le problème numérique sous-jacent et non le contexte de mesure.
4. Proposer des pots dont les contenances ne seraient pas toutes exprimées dans la même unité de manière à travailler la conversion et les mesures de capacité.

Pour ce problème, il importe encore de procéder à la validation des résultats obtenus. Pour ce faire une validation à deux niveaux s'impose : d'une part, pour s'assurer que toutes les réponses sont citées (validation au niveau du systématisme employé pour résoudre le problème de type combinatoire) et, d'autre part, pour s'assurer que toutes les sommes donnent 11 (validation sur les opérations en effectuant les opérations inverses par exemple).

3.2. Les trois coffres

Ce problème met en scène, de manière originale, une situation de proportionnalité.

Que peut-on proposer comme extension ?

1. Certaines données numériques peuvent être modifiées.
   Par exemple, si chaque coffre contient 42 pièces, que se passe-t-il ? Soit on recommence tout le raisonnement depuis le début, soit on trouve un moyen plus rapide.
   En existe-t-il un ? Pour mettre les enfants sur la piste un indice du type « Avec 60, c'est facile ! » peut leur être proposé. L'objectif poursuivi est d'amener les enfants à utiliser une règle de trois ou plus généralement, les rapports internes.
2. Pour travailler la proportionnalité, on peut donner des nombres différents à chaque groupe d'enfants. Les proportions seront alors différentes mais il s'agira toujours de proportionnalité.
   Attention toutefois au contexte dans lequel apparaît cette situation : si on passe de 30 à 15 pièces, on fait intervenir des 1/2 pièces ! La résolution de ce problème devient impossible dans le cadre des pièces mais pas dans le cadre des nombres.
3. Pour travailler sur les équivalences, on peut conserver les 30 pièces de départ pour tous les groupes mais modifier pour chacun d'eux la façon de combiner les lingots. La réflexion portera alors sur le(s) point(s) commun(s) à toutes les démarches : l'équivalence.
4. De même, on pourrait proposer à chacun des groupes le même problème mais dans un contexte différent. En comparant, on mettrait en évidence l'utilisation d'une même démarche de résolution indépendamment de l'habillage du problème.

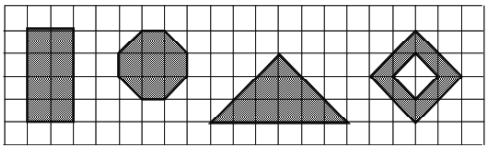
3.3. Décoration

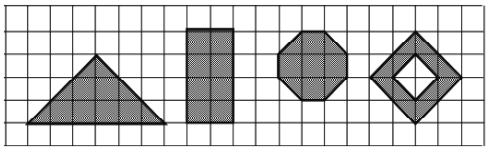
Il s'agit à nouveau d'un problème de proportionnalité dont l'habillage est fort différent de celui des `trois coffres`.

Selon certains participants à l'atelier, ce problème pourrait être proposé aux élèves des quatre premières années du primaire à condition d'utiliser des outils tels que le géoplan ou le papier pointé de manière à rendre la situation plus concrète. Cependant, pour des élèves de première année primaire, certaines variables de la situation (telle la correspondance entre la surface à peindre et la quantité de peinture) pourraient constituer un frein à sa résolution !

La présence du rectangle en première position de la représentation géométrique accompagnant l'énoncé pourrait induire le carré comme unité de mesure commune. Pourquoi dès lors ne pas présenter le triangle

en première position pour voir si les enfants modifieraient le choix de l'unité d'aire ? Préfèreraient-ils alors une unité triangulaire ? Cela étant, si l'unité triangulaire est choisie, le coefficient de proportionnalité entre le nombre de pots de peinture et le nombre d'unités devient fractionnaire.





	Rectangle	Octogone	Triangle	Carrés emboîtés	
Unité carrée	8	7	9	6	× 3
Nombre de pots de peinture	?24 ?	21	27	18	
Unité triangulaire	16	14	18	12	× 3/2
Nombre de pots de peinture	?24 ?	21	27	18	

Quelle(s) extension(s) proposer ?
- Proposer d'autres suites de nombres pour le nombre de pots (exemple : 12, 14, . . . , 18). Dans ce cas, la démarche de résolution reste identique même si les rapports externes ne sont pas les mêmes.
- Proposer des suites de nombres pour lesquelles l'inconnue se trouve en début ou en fin de suite.

4. Conclusion

Il ressort des différentes propositions de variation trois pistes principales pour approfondir les apprentissages.

Premièrement, mettre en évidence la structure du problème permet d'abstraire la méthode de résolution et les savoirs inclus.

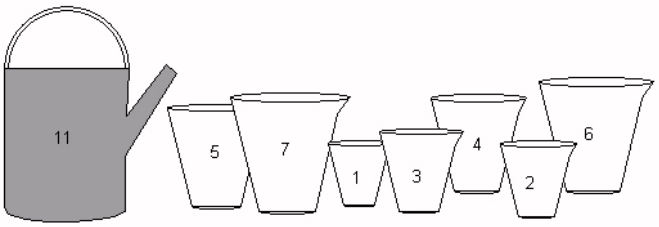
Cela permet, dans un second temps, d'imaginer d'autres problèmes conservant la structure de base et les savoirs sous-jacents. Toutefois, une modification du contexte permet de travailler ces savoirs en diversifiant les manières de les appréhender.

Enfin, l'utilisation de méthodologies différentes au niveau de la gestion des groupes permet d'enrichir la mise en commun soit en proposant un problème identique à tous les groupes pour confronter les démarches de résolution, soit en proposant à chaque groupe un problème différent en apparence mais traitant d'un même sujet.

Annexe 1

1. **LES POTS** (CAT. 3, 4, 5)©ARMT

Devant l'arrosoir, qui contient exactement 11 litres d'eau, il y a sept pots vides : de 1 litre, 2 litres, 3 litres, 4 litres, 5 litres, 6 litres et 7 litres.



Mario doit choisir quelques pots dans lesquels il versera toute l'eau de son arrosoir. Les pots choisis devront être entièrement pleins, mais il ne faut pas qu'ils débordent ! Quels pots Mario peut-il choisir ? Par exemple, si Mario choisit les pots 3, 4 et 6, il n'aura pas assez d'eau pour les remplir tous. S'il choisit les pots 6 et 2, il n'arrivera pas à vider entièrement son arrosoir. S'il choisit les pots 3, 6 et 2, c'est possible, il pourra vider l'arrosoir et remplir entièrement les pots.
Mais il y a encore d'autres possibilités.
Indiquez-les toutes et expliquez comment vous les avez trouvées.

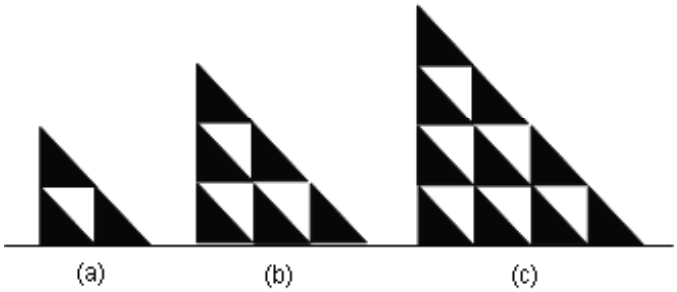
Domaine de connaissances : arithmétique (addition de petits nombres) ; combinatoire.

Analyse *a priori* de la tâche

- Comprendre que les possibilités de choix comportent un nombre variable de pots.
- Passer dans le domaine numérique pour organiser la recherche qui consiste à décomposer 11 en somme de termes de 1 à 7, s'apercevoir que l'ordre des termes n'importe pas, et veiller à ne pas proposer deux fois la même somme avec les mêmes nombres.
- Trouver les possibilités en ordonnant la recherche, par exemple en écrivant systématiquement les sommes en ordonnant leurs termes : si le plus grand des nombres est 7, alors la somme 11 est obtenue de deux manières : $7+4$ et $7+3+1$; si le plus grand des nombres est 6, la somme 11 est obtenue de trois manières : $6+5$, $6+4+1$ et $6+3+2$; si le plus grand des nombres est 5, la somme 11 est obtenue de deux manières : $5+4+2$ et $5+3+2+1$; si le plus grand des nombres est le 4, la somme 11 ne peut être obtenue car $4+3+2+1=10$ est inférieure à 11 ; Il y a donc en tout 7 façons possibles pour Mario de remplir ses pots.
  Ou : trouver les possibilités par de très nombreux essais, non organisés, en éliminant les possibilités égales.

2. **UN TRIANGLE QUI GRANDIT** (CAT. 4, 5, 6)©ARMT

Pour construire la figure à deux niveaux (a), on utilise 3 triangles noirs et 1 triangle blanc. Pour construire la figure à trois niveaux (b), on utilise 6 triangles noirs et 3 triangles blancs. Pour construire la figure à quatre niveaux (c), on utilise 10 triangles noirs et 6 triangles blancs. Roland a construit une figure beaucoup plus grande en utilisant exactement 55 triangles noirs.



De combien de niveaux se compose cette figure ?
Combien de triangles blancs ont été nécessaires à Roland pour sa construction ?
Expliquez comment vous avez trouvé.

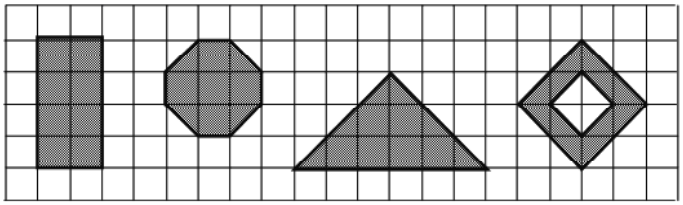
Domaine de connaissances : arithmétique (addition, multiplication, soustraction) ; géométrie.

Analyse *a priori* de la tâche

- Comprendre que chaque figure a un niveau de plus que la précédente et essayer de dessiner les figures suivantes. Comme les triangles sont en fait des demi-carrés, le dessin en est facilité sur du papier quadrillé.
- Comprendre la construction géométrique des étages successifs supplémentaires.
- Compter les triangles noirs jusqu'à arriver à 55. On en déduit le nombre d'étages et l'on peut compter les triangles blancs que Roland a utilisés.
  Ou, pour éviter les dessins, travailler dans le domaine numérique et tenir une liste précise du comptage des triangles noirs pour trouver le nombre d'étages ; par exemple :
  nombre de triangles noirs : 3 6 10 15 21 28 36 45 55
  nombre d'étages : 2 3 4 5 6 7 8 9 10
  Pour établir cette liste, comprendre la régularité de sa construction ; soit en remarquant que l'on passe d'un nombre de triangles noirs au suivant en ajoutant 3, puis 4, puis 5, ..., puis 9 ; soit en remarquant que le nombre de triangles noirs de la figure à n étages s'obtient en ajoutant n au nombre de triangles noirs de la figure précédente (celle qui est à n-1 étages).
- Se rendre compte que l'on peut ajouter à cette liste de comptage des triangles noirs une liste soigneusement coordonnée du comptage des triangles blancs, par exemple :
  nombre de triangles noirs : 3 6 10 15 21 ... 55
  nombre d'étages : 2 3 4 5 6 ... 10
  nombre de triangles blancs : 1 3 6 10 15 ... 45
  Pour établir cette liste de comptage des triangles blancs, comprendre soit qu'on y trouve les mêmes nombres que sur la liste du comptage des triangles noirs avec un "décalage" vers la droite de chacun des nombres de la liste ; soit en remarquant que l'on passe d'un nombre de triangles blancs au suivant en ajoutant 2, puis 3, puis 4, ..., puis 8.
  Ou : constater que le nombre de triangles noirs correspond à la somme des nombres naturels jusqu'à n (n = nombre d'étages) et que le nombre de triangles blancs correspond à la somme des nombres naturels jusqu'à n-1 (n = nombre d'étages) ou que ce nombre de triangles blancs est égal au nombre de triangles noirs moins n.
  Ou : constater que le nombre total des triangles est 1, 4, 9, 16, ... (suite des carrés) et calculer le nombre de triangles blancs par différence.

3. **DECORATION** (CAT. 5, 6, 7)©ARMT

Un peintre a peint ces quatre figures différentes sur un mur, chacune avec une couche de peinture de la même épaisseur.



Il a utilisé des pots de peinture de même grandeur : 18 pots de rouge pour une des figures ; 21 pots de bleu pour une autre figure ; 27 pots de jaune pour une autre figure ; des pots de noir pour la figure qui reste.
A la fin de son travail, tous les pots étaient vides.
Indiquez la couleur de chaque figure.
Combien de pots de peinture noire a-t-il utilisés ?
Expliquez comment vous avez trouvé.

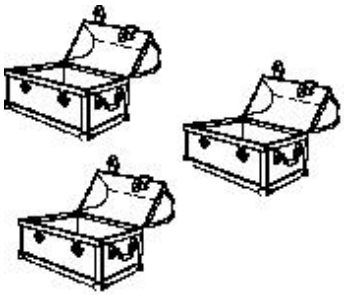
Domaine de connaissances : géométrie (comparaison et mesures d'aire, définir une unité de mesure d'aires) ; arithmétique : proportionnalité.

Analyse *a priori* de la tâche

- Choisir une unité d'aire.
- Trouver le nombre d'unités dans chacune des figures.
- Classer ces figures selon leur aire, en triangles (double carré = 12 ; octogone = 14 ; rectangle = 16 ; triangle = 18) ou en carrés (double carré = 6 ; octogone = 7 ; rectangle = 8 ; triangle = 9).
- Faire la correspondance entre les aires de figures et le nombre de pots de peinture (losange en rouge, octogone en bleu, rectangle en noir et triangle en jaune).
- Trouver le nombre de pots de peinture noire (24).

4. **LES TROIS COFFRES** (Cat. 5, 6)©ARMT

Le contenu de chacun de ces trois coffres a la même valeur que 30 pièces d'or.
Dans chaque coffre, il n'y a que des lingots.
Dans le premier coffre, il y a 4 petits lingots et 1 lingot moyen.
Dans le second coffre, il y a 2 petits lingots et 2 lingots moyens.
Dans le troisième coffre, il y a 1 lingot moyen et 1 grand lingot.



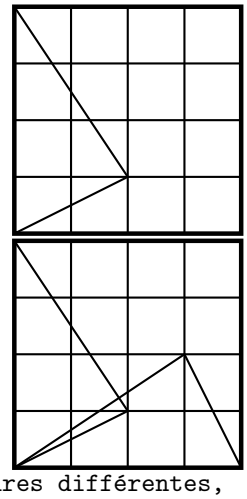
Combien de pièces d'or vaut un petit lingot ?
Combien de pièces d'or vaut un lingot moyen ?
Combien de pièces d'or vaut un grand lingot ?
Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

Domaine de connaissances : arithmétique (échanges, équivalences, proportionnalité) ; logique.

Analyse *a priori* de la tâche

- Se rendre compte que, si chaque valeur de coffre est de 30 (pièces d'or), les coffres sont équivalents entre eux, bien qu'ils ne contiennent que des lingots différents soit en nombre soit en grandeur. Tirer, de l'équivalence entre les contenus des deux premiers coffres : $4p + 1m = 2p + 2m$ (p désigne la valeur d'un petit lingot, m désigne la valeur d'un lingot moyen) une équivalence plus simple en retirant 2 p dans chaque coffre : $2p + 1m = 2m$, puis une dernière équivalence encore plus simple, en retirant 1 m de chaque coffre, pour arriver à l'équivalence : $2p = 1m$.
  De la même manière, tirer de l'équivalence entre les contenus du premier et du troisième coffre : $4p + 1m = 1m + 1g$ (g désigne la valeur d'un grand lingot) l'équivalence plus simple : $4p = 1g$.
  On peut donc par substitution, entre les relations $2p = 1met4p = 1g$, obtenir la relation $1g = 2m$.
- À l'aide des relations précédentes, voir que les contenus de chacun des coffres peuvent s'exprimer, après substitution, avec une seule sorte de lingots ; par exemple des petits lingots : le contenu du premier coffre est de : $4p + 1m = 4p + 2p = 6p$; le contenu du deuxième coffre est de : $2p + 2m = 2p + 2x2p = 2p + 4p = 6p$; le contenu du troisième coffre est de : 1m+1g = 2p+4p = 6p. Ceci permet de passer à la " mesure " de chaque lingot en pièces d'or. Comprendre que 6 petits lingots valent 30 pièces d'or et donc qu'un petit lingot vaut 5 pièces d'or $(30 : 6 = 5)$; trouver la valeur d'un lingot moyen $(10 = 2x5)$ et d'un grand lingot $(20 = 4x5)$: $m = 10$ pièces d'or et $g = 20$ pièces d'or.
  Ou : procéder par essais, au hasard ou organisés. Par exemple, à partir du contenu du troisième coffre, postuler que $m = 12$ et $g = 18$, ce qui conduira à une contradiction en vérifiant ces valeurs de m et g pour les contenus des deux autres coffres.
  Puis, ce qui peut paraître naturel, essayer les valeurs $m = 10$ et $g = 20$, qui permet de trouver $p = 5$ par observation du contenu du deuxième coffre et enfin de vérifier ces valeurs pour le contenu du premier coffre.
  Ou : travailler avec des représentations graphiques des lingots et des équivalences, plus faciles pour appliquer les règles d'équivalence (par exemple sous forme de balance à équilibrer).

5. **KALEIDOSCOPE 1** (Cat. 6, 7)©ARMT



Vous disposez de deux cartes carrées transparentes. Sur chacune d'elle est dessiné un quadrillage et un triangle comme le montre la figure ci-contre : (le quadrillage et le triangle se voient d'un côté comme de l'autre puisque les cartes sont transparentes).

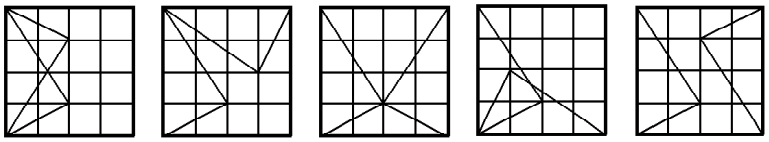
Si l'on superpose les deux cartes en faisant coïncider leurs bords, on peut obtenir, par exemple, cette figure, qui n'a pas d'axe de symétrie :

Toujours en superposant exactement les 2 cartes, combien de figures différentes, mais avec un axe de symétrie, peut-on obtenir ?
Dessinez toutes les figures différentes, avec un axe de symétrie, que vous avez trouvées.

Domaine de connaissances : géométrie (transformations dans le plan, symétrie et rotation).

Analyse *a priori* de la tâche

- Construire les deux cartes sur une feuille transparente ou sur une feuille quadrillée en pensant à représenter le triangle sur les deux faces du papier comme si la feuille était transparente ; ou dessiner sur des carrés les figures obtenues par rotation et par retournement d'un des deux triangles et vérifier si les figures obtenues possèdent un axe de symétrie
- Découvrir les quatre figures ayant un axe de symétrie 1, 2, 3, 4, obtenues par retournement d'une des cartes et rotations successives d'un quart de tour. Remarquer qu'il faut écarter la figure 5 qui présente une symétrie centrale mais pas axiale.



Annexe 2

Rallye Mathématique Transalpin – Grille d'observation du travail des groupes

Phase 1 – Répartition des problèmes

11. Y a-t-il lecture préalable des énoncés avant la formation des groupes ?		☐ OUI	☐ NON
12. Les groupes semblent-ils avoir été formés au préalable ?		☐ OUI	☐ NON
13. Qui organise les groupes ?	☐ Un ou plusieurs élèves meneurs	☐ Choix individuel ou copinage	☐ Choix selon consigne(s) donnée(s) au préalable
14. Les groupes semblent-ils être formés de manière homogène quant aux performances des enfants ?	☐ OUI (« les plus forts ensemble, les plus faibles ensembles »)	☐ NON (groupes plus ou moins hétérogènes)	

Phase 2 – Résolution des problèmes

21. Comment les enfants organisent-ils la résolution ?	☐ Recherche individuelle puis mise en commun			☐ Recherche de groupe		
22. Quels types de fonctionnement les groupes emploient-ils ?				Groupe 1	☐ Intuitif	☐ Organisé
				Groupe 2	☐ Intuitif	☐ Organisé
				Groupe 3	☐ Intuitif	☐ Organisé
				Groupe 4	☐ Intuitif	☐ Organisé
				Groupe 5	☐ Intuitif	☐ Organisé
				Groupe 6	☐ Intuitif	☐ Organisé
				Groupe 7	☐ Intuitif	☐ Organisé
24. Y a-t-il des demandes d'explication vers d'autres groupes ?	☐ OUI	Lesquels ? (numéro du problème) _____				☐ NON
25 Quelles activités de « validation » peut-on observer dans le groupe ?	☐ Argument d'autorité (« je suis fort en math...)	☐ Compromis pour écouter les autres	☐ Discussion sur la démarche	☐ Discussion sur la réponse	☐ Aucune discussion ou prise de pouvoir implicite	☐ Autre

Phase 3 – Rédaction des solutions et explications

31. Quels comportements les élèves utilisent-ils lorsqu'il est nécessaire de noter la réponse et les explications ?	☐ Rédaction d'un élève sans contrôle des autres	☐ Rédaction d'un élève avec participation collective

14e Rallye mathématique transalpin – Les problèmes de la première épreuve

FRANÇOIS JAQUET, *Coordinateur internationale de l'ARMT*

([1])

1. Introduction

En 2005/2006, le Rallye Mathématique Transalpin en est à sa 14e édition et le nombre de ses sections continue à augmenter pour arriver maintenant à 24. Le concours initialement organisé pour les classes de la troisième à la cinquième primaire s'est étendu progressivement aux degrés 6, puis 7 et 8, pour atteindre les degrés 9 depuis 2004 et 10 depuis cette année. L'extension géographique et des catégories a un effet sur le nombre de classes inscrites, qui a dépassé les 2000 il y a deux ans et arrive maintenant à 2500. L'effectif des classes se stabilise cependant avec le temps et atteint environ 300 dans les sections les plus anciennes comme la Suisse romande, Parma, Siena, Luxembourg. Ce nombre représente un maximum pour une équipe d'animateurs du point de vue de la gestion, mais c'est aussi un seuil « naturel » si l'on considère les contingences pour les maîtres des classes inscrites.

Participer au RMT n'est en effet pas une simple substitution de deux ou trois leçons de mathématiques par un « divertissement » : on s'engage à respecter des délais et des règles, à organiser la surveillance de l'épreuve par un collègue, à exploiter ou, au moins, à discuter des problèmes avec les élèves après l'épreuve, à participer si possible aux corrections.

On doit aussi faire confiance à ses élèves et à leurs capacités de travailler en groupe, avec toutes les implications dues à la confrontation avec d'autres classes. On doit encore être convaincu de l'intérêt de la résolution de problèmes pour y consacrer du temps normalement consacré au sacro-saint programme, *a priori* surchargé. La participation au RMT est donc en corrélation étroite avec des conceptions pédagogiques et didactiques bien particulières et, par conséquent, une partie seulement des maîtres s'y engagent.

Du point de vue de la construction des problèmes, on relève une évolution certaine, qui n'est peut-être pas toujours visible dans les énoncés mais qui est bien réelle dans les analyses *a priori* et dans les intentions didactiques. Le RMT, au travers de ses journées d'études, s'intéresse de plus en plus à l'exploitation de ses problèmes au-delà du « concours » ou de la confrontation entre classes. Il suffit de parcourir la liste des thèmes de ces rencontres internationales pour s'en convaincre : *Le RMT, quels apports pour la didactique ?* ; *RMT : Évolution des connaissances et évaluation des savoirs mathématiques* ; *RMT : Potentialités pour la classe et la formation* ; *RMT et évaluation* ; *Qu'est-ce qu'un bon problème pour le RMT ?* ; *Les problèmes du RMT dans la pratique de la classe*, jusqu'à celui de la prochaine rencontre de 2006 : *Les problèmes au service de l'apprentissage : le rôle du RMT*.

Pour s'inscrire dans cette évolution, `Math-Ecole` ([2]) présente cette fois-ci les problèmes de la première épreuve du 14e RMT, accompagnés de commentaires sur leur préparation, ou sur leur intérêt pour la classe, comme supports pour l'apprentissage ou l'évaluation.

([1]) Cet article est paru sous une forme similaire dans la revue Math-Ecole, n° 217, 2005.

([2]) Publication suisse proposée aux enseignants du fondamental et du secondaire inférieur parue jusqu'en 2006 au format papier et qui devrait *renaître* prochainement en version électronique.

2. Quelques problèmes de la première épreuve

1.**Sudoku** (Cat. 3)

Placez dans chaque case vide de ce tableau l'une de ces quatre lettres : un A ou un B ou un C ou un D, en respectant les règles suivantes.
Il doit y avoir les quatre lettres différentes
- dans chaque ligne,
- dans chaque colonne,
- dans chacun des quatre carrés de quatre cases (blanc ou gris).

A	B		
		C	
D		A	

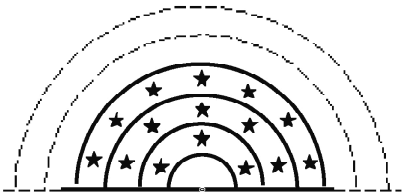
Expliquez comment vous avez fait pour remplir les cases vides.

Commentaires

Le Sudoku est à la mode et il fallait bien qu'il entre dans le RMT. Certains craignaient les difficultés dues à un sujet non scolaire et la grille est par conséquent de 4×4 seulement. Mais les craintes se sont révélées infondées : toutes les classes ont pu la remplir correctement. C'est au niveau des explications que le bât blesse. Si une grille de ce type est très facile à compléter, les élèves ont de la peine à décrire leurs démarches et leurs étapes. Il semble donc difficile d'exploiter ce genre de problèmes dans des buts didactiques, même si l'on est capable de décrire les opérations logiques mobilisées par le Sudoku : négations, conjonctions et déductions.

2.**L'Éventail de Julie** (Cat. 3, 4)

Julie a un éventail construit avec 20 bandes en papier couleur. Elle désire l'embellir avec de petites étoiles. Sur la première bande, la plus petite, elle colle 3 étoiles ; sur la deuxième 5, sur la troisième 7. Elle continue en collant sur chaque bande deux étoiles de plus que sur la précédente, jusqu'à la dernière bande.



Combien de petites étoiles Julie va-t-elle coller sur la vingtième bande ?
Combien de petites étoiles doit-elle coller sur tout l'éventail ?
Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

Commentaires

L'analyse de la tâche prévoyait une résolution arithmétique :
- Comprendre la disposition des " bandes " de l'éventail et comment se prolonge le dessin (les bandes manquantes),
- percevoir la progression arithmétique (de raison 2 à partir de 3) : 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; ...
- déterminer son vingtième terme, par énumération en écrivant toute la progression : ... 37 ; 39 ; 41 ou par calcul : $3 + (2 \times 19) = 41$
- déterminer la somme des 20 termes : $3 + 5 + 7 + 9 + \ldots + 37 + 39 + 41 = 440$, en les additionnant un à un en une seule addition, ou en calculant les sommes partielles successives : $3 + 5 = 8$; $8 + 7 = 15$; $15 + 9 = 24 \ldots 399 + 41 = 440$
  ou encore en effectuant l'addition à la calculatrice.

Ou une résolution de type graphique :
- Dessiner tout l'éventail (les 20 bandes) avec toutes les étoiles, puis compter celles de la dernière bande et celles de tout l'ensemble.

L'une et l'autre de ces procédures exigent un contrôle rigoureux.

Le barème d'attribution des points (commun à toutes les sections) était le suivant :

4 Les 2 solutions correctes (41 et 440) avec explication de la démarche (liste des 20 termes, écriture des additions, ...).
3 Les 2 solutions correctes avec détails très partiels ou sans explications.
2 Une seule erreur, par exemple pour la 20e bande, avec total correspondant ou erreur dans le calcul de la somme.
1 Deux ou trois erreurs de calcul.
0 Plus de trois erreurs de calcul ou incompréhension du problème.

Les classes de 3e année ont obtenu des moyennes situées entre 1,5 et 2. En 4e année, en revanche, la moyenne est voisine de 3 ([3]).

Proposé à des classes entières, de degré 3 ou 4, ce problème va donc certainement faire apparaître des réponses différentes qui, lors de mises en commun, donneront lieu à des confrontations intéressantes sur les manières les plus efficaces de contrôler les 20 premiers termes de la progression arithmétique 3 ; 5 ; 7 ; 9 ;... et la somme des 20 premiers.

La valeur de la variable « nombre de bandes » qui a été fixée à 20 après de longues réflexions lors de l'élaboration du problème est essentielle pour faire basculer les procédures par dessin vers les procédures numériques.

3. **Les paquets du Père Noël** (Cat. 3, 4)

Le Père Noël prépare des paquets rouges, des paquets bleus et des paquets verts.
Chaque paquet rouge pèse 3 kilos. Chaque paquet bleu pèse 5 kilos.
Chaque paquet vert pèse 8 kilos.
Le Père Noël met plusieurs paquets dans sa hotte.
Il veut que les paquets pèsent, ensemble, exactement 25 kilos.

Quels types de paquets peut-il mettre ensemble dans sa hotte ?
Notez toutes vos solutions et expliquez comme vous les avez trouvées.

Commentaires

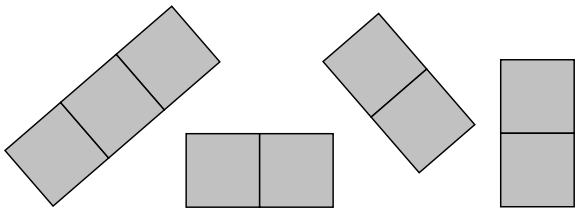
Un autre problème d'arithmétique (addition, multiplication : décomposition de 25 en sommes de termes 3, 5 et 8) combiné avec de la logique (arrangements ou combinaisons), conduisant à quatre solutions, 5 bleus : $5 \times 5 = 25$; 5 rouges et 2 bleus : $(5 \times 3) + (2 \times 5) = 25$; 3 rouges et 2 verts : $(3 \times 3) + (2 \times 8) = 25$; 4 rouges, un bleu et un vert : $(4 \times 3) + (1 \times 5) + (1 \times 8) = 25$.
On voit ici que l'intérêt réside dans l'exhaustivité des solutions et leur écriture. Les résultats sont du même ordre que ceux du problème précédent, ce qui permet de proposer cette petite recherche en 3e comme en 4e année, pour autant qu'elle soit accompagnée de phases collectives de validation et d'institutionnalisation.

([3]) Note du responsable éditorial : ceci correspond à une analyse des résultats globalisés au niveau de toutes les sections (Italie, Suisse, France, Luxembourg et Belgique). Pour ce problème, la moyenne des classes belges est de 1.25 pour la catégorie 3 et de 1.55 pour la catégorie 4. Voir page 42

4. **Planches à recouvrir** (Cat. 3, 4, 5)

A	B	C
D	E	F
G	H	I

Zoé doit recouvrir complètement cette planche de 9 cases carrées.
Pour ce faire, elle dispose :
- d'une pièce recouvrant exactement 3 cases ;
- de trois pièces recouvrant chacune exactement 2 cases.



Comment Zoé peut-elle recouvrir complètement sa planche ?
Indiquez toutes les possibilités.
Expliquez votre démarche.

Commentaires

Dans ce problème de pavage, c'est l'inventaire exhaustif des 12 combinaisons qui est au centre de la tâche. La réussite augmente avec l'âge des élèves. En 3e année, les élèves ne trouvent que de 6 à 9 solutions. Il faut attendre la 5e année pour voir apparaître les solutions complètes, avec explications claires de la démarche, dans un quart des classes.

5. **Les fleurs de Rosalie** (Cat. 3, 4, 5)

Rosalie est fleuriste. Aujourd'hui, elle compose un beau bouquet de tulipes de trois couleurs différentes : pour chaque tulipe rouge, elle met deux tulipes jaunes et trois tulipes blanches. En tout, son bouquet comprend 48 tulipes.

Combien de tulipes rouges Rosalie met-elle dans son bouquet ?
Combien de tulipes jaunes Rosalie met-elle dans son bouquet ?
Combien de tulipes blanches Rosalie met-elle dans son bouquet ?
Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

Commentaires

Il s'agit ici d'un partage proportionnel de 48 en une somme de 3 nombres dans des rapports de 1, 2 et 3. On pourrait penser que cette notion ne figurant pas dans les programmes de l'école primaire, le problème est trop difficile. Mais les élèves peuvent y arriver par d'autres voies, comme le propose l'analyse *a priori* de la tâche :
- Comprendre que le nombre de tulipes jaunes est le double de celui des tulipes rouges et que le nombre des tulipes blanches en est le triple.
- Imaginer que le bouquet peut se décomposer en petits bouquets comprenant six tulipes (1 rouge, 2 jaunes, 3 blanches) et qu'il y a 8 de ces petits bouquets (48 : 6 = 8), et donc qu'il y a 8 rouges, 16 jaunes et 24 blanches.

– Ou travailler à partir d'un dessin soit par groupements successifs jusqu'à obtention de 48 tulipes soit par « décomposition » du dessin de 48 tulipes.
– Ou établir un tableau progressif (de proportionnalité). La réussite est moyenne en 3e, mais presque totale en 5e.

Ce problème, repris en classe, dans le champ de la multiplication et de la division, conviendrait particulièrement à une approche de la proportionnalité, en augmentant éventuellement les nombres afin d'en faire émerger certaines propriétés générales.

6. **Le triathlon** (Cat. 4, 5)

Le triathlon comporte trois disciplines sportives :
– la natation ;
– le vélo ;
– la course à pied.

Jack s'est inscrit à un triathlon. Il décide d'organiser son entraînement de la façon suivante :
– une heure de natation tous les cinq jours ;
– un circuit de $40km$ à vélo tous les trois jours ;
– une heure de course à pied tous les quatre jours.

Le 1er mai, il commence sa préparation en faisant une heure de natation.
Le 4 mai, il commence son entraînement de vélo.
Le 5 mai, il commence son entraînement de course à pied.

A quelle date Jack fera-t-il pour la première fois un entraînement des trois disciplines dans la même journée ?
Expliquez comment vous avez trouvé.

Commentaires

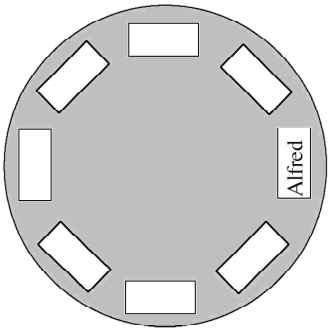
Ce problème a suscité bien des doutes lors de son élaboration. Il a été reformulé plusieurs fois sans qu'on arrive à un énoncé très clair. C'est peut-être dû au contexte, très artificiel, de cet entraînement ou à la perte de vue des savoirs mathématiques en jeu.

L'analyse *a priori* n'a pu mettre en évidence, sous sa rubrique « domaine de connaissances », que le comptage de 3 en 3, de 4 en 4 et de 5 en 5 et la connaissance du nombre de jours des mois. Il n'y a pas d'autre moyen de le résoudre que d'établir un calendrier des différents entraînements et d'attendre le 30 juin pour les voir se dérouler le même jour. Si le 1er mai n'avait pas été une exception à la règle, (les trois entraînements auraient dû avoir lieu ce jour-là, mais ce n'est pas relevé dans l'énoncé), la tâche aurait été plus simple pour ceux qui maîtrisent la notion de plus petit multiple commun (ppmc). Il aurait suffit de calculer le ppmc de 3, 4 et 5 : 60 et d'attendre le 60e jour après le 1er mai.

Les résultats sont très moyens en 4e comme en 5e et il semble bien que l'origine des difficultés se situe au niveau du décryptage de l'énoncé et non des savoirs mathématiques.

7. **Chacun à sa place** (Cat. 4, 5, 6)

Alfred, Brice, Carla, Dany, Émile, Frédéric, Gina et Henri vont s'installer autour d'une table ronde. Alfred a déjà choisi sa place et a mis des cartons vides sur la table pour indiquer la place de ses camarades.
– Gina veut être à côté de Frédéric, mais pas à sa gauche ;
– Carla veut être assise entre Brice et Émile ;
– Dany veut être à côté de Gina ;
– Émile veut être juste en face d'Alfred ;
– Henri veut être assis juste à la droite d'Alfred.



Trouvez une disposition possible et écrivez le nom des enfants à leur place.
Indiquez les étapes qui vous ont permis de placer toutes les personnes.

Commentaires

Les savoirs mathématiques mobilisés ici sont difficiles à définir, on les trouve en géométrie dans des positions relatives et en logique. Et pourtant, ce type de problème revient régulièrement dans les épreuves du RMT.

C'est à la lecture des explications des élèves pour l'attribution des points qu'apparaît l'intérêt de cette petite reconstitution car on a relevé deux types de démarche bien distincts conduisant à la solution correcte.

- Pour le premier, on place les deux personnages dont la position est sans équivoque : Émile et Henri. On met ensuite Clara à la gauche d'Émile, puis Brice, pour combler le groupe des deux places libres entre Émile et Henri, mais sans imaginer que Clara, puis Brice auraient aussi pu être placés à la droite d'Émile, dans deux des trois places libres entre Émile et Henri.
  Il est facile enfin de placer les trois autres enfants.
- Le second type de démarche fait appel à une hypothèse et à sa vérification. Après avoir placé Émile et Henri comme précédemment, on essaye chacun des deux placements de Clara, à gauche ou à droite d'Émile et l'on abandonne l'essai qui conduit à une contradiction. Ce second type de démarche peut aussi reposer sur la constatation que Gina est entre Frédéric et Dany et que ces trois enfants doivent se placer dans le groupe des trois places encore vides.
  Mais cette démarche est plus rare car elle nécessite la prise en compte simultanée de deux consignes pour former le groupe des trois enfants.

Le premier type de démarche est très fréquent en 4^{e} et 5^{e} où de très nombreux groupes se contentent de la première solution « qui marche », même si elle a été trouvée au hasard, sans se soucier de son unicité.

Il y a un grand saut de qualité du premier au second type de démarche, qui prend en compte les différentes éventualités et qui permet d'être certain que la solution est unique.

Les critères d'attribution des points (voir ci-dessous) cherchaient à souligner la différence entre une « explication » et une simple « vérification », mais ils n'étaient pas assez clairs pour dissiper tous les doutes des correcteurs et garantir la distinction entre les deux types de démarche.

Critères d'attribution des points :

4 Réponse correcte (dans le sens des aiguilles d'une montre : A, D, G, F, E, C, B, H), avec explication sur la démarche
3 Réponse correcte, sans explication ou avec explication partielle, mais vérification explicite des contraintes
2 Réponse correcte, sans explication de la démarche ni vérification des contraintes ou réponse erronée, mais expliquée, où une consigne n'a pas été respectée
1 Réponse partiellement correcte (au moins 3 personnages bien placés) ou réponse « en miroir » A, H, B, C, E, F, G, D.
0 Incompréhension du problème

Selon ces critères, les moyennes obtenues vont, selon les sections, de 1,6 à 2 en catégorie 4, de 1,8 à 2,5 en catégorie 5 et de 2,5 à 2,9 en catégorie 6.

8. **Les souris en chocolat** (Cat. 5, 6, 7)

Max et André ont acheté chacun une boîte de 25 souris en chocolat. La boîte de Max coûte 40 euros et contient seulement des grandes souris. La boîte d'André coûte 30 euros et contient seulement des petites souris. Pour que chacun ait des souris de chaque sorte, Max donne 12 grandes souris à André et André donne 12 petites souris à Max. Mais Max n'est pas satisfait car il estime qu'André lui doit encore quelque chose.

Combien de petites souris André doit-il encore donner à Max pour que les comptes soient justes ?
Expliquez votre raisonnement.

Commentaires

L'énoncé a subi de nombreuses modifications en cours d'élaboration. Certaines sections ont préféré les « souris » aux « cigares » de la version originale et il a fallu préciser les conditions de l'échange.

L'analyse de la tâche prévoyait ceci :
- Constater que si les nombres de souris de chacun restent les mêmes après les échanges (Max a 25 souris : 13 grandes et 12 petites ; André a aussi 25 souris, 12 grandes et 13 petites), les échanges ne sont pas équitables pour les valeurs en euros.
- On peut calculer le prix unitaire des souris par des divisions par 25 ($1,60 euro$ les grandes et $1,20 euros$ les petites) et en déduire la valeur des nouvelles boîtes : $13 \times 1{,}60 + 12 \times 1,20 = 35{,}20 euros$ pour celle de Max et $12 \times 1,60 + 13 \times 1,20 = 34,80 euros$ pour celle d'André. Ce dernier, dont la boîte initiale coûtait $30 euros$, doit donc $4,80 euros$ à Max., ce qui représente 4 petites souris.
  On peut aussi considérer la différence entre la valeur de la boîte de Max et celle d'André, qui vaut douze fois la différence entre le prix d'une grande souris et le prix d'une petite souris : $1,60 - 1,20 = 0,40$. Une grande souris vaut $0,40 euro$ de plus qu'une petite souris. Donc, André doit $12 \times 0,40 = 4,80 euros$ à Max.
- En déduire que André doit encore donner 4 petites souris supplémentaires à Max.
  Ou : calculer la différence après le partage directement en « grandes souris » ou en « petites », sans déterminer leurs valeurs en euros : du rapport 30/40 on peut déduire qu'une « petite » vaut les $\frac{3}{4}$ d'une « grande » ou que 3 « grandes » valent 4 « petites » et que 12 « grandes » valent 16 « petites ».

À la lecture de ce qui précède, on constate que ce problème d'échange requiert des raisonnements en plusieurs étapes et fait intervenir soit les nombres décimaux, soit les fractions. Les résultats sont très variables d'une année à l'autre et d'une section à l'autre. Par exemple, en Suisse romande, les moyennes des points attribués (sur 4 pour la réussite avec explications) vont de 0,79 en 5e, 1,60 en 6e à 2,83 en 7e ; de 1,50 en 5e, 2,00 en 6eà 2,75 en 7e à Belluno (section italienne).

Le 14e RMT, épreuve d'essai

© ARMT

Les jetons

Antoine a 30 jetons à répartir dans des boîtes. Deux boîtes sont rouges et trois sont bleues. Il veut qu'il y ait le même nombre de jetons dans les boîtes de même couleur.

Trouvez et indiquez toutes les façons possibles de répartir tous les jetons dans les boîtes.

La collection de Léon

Léon a gardé les bougies de ses gâteaux d'anniversaire depuis l'âge de 1 an jusqu'à aujourd'hui. Chaque année, toutes les bougies du gâteau étaient neuves. Léon possède actuellement 91 bougies.

Quel âge a-t-il ?
Notez comment vous avez trouvé l'âge de Léon.

Bar du Parc

Au Bar du Parc, Jules prépare des jus de fruits. Il a quatre sortes de fruits : des ananas - des oranges - des kiwis - des bananes.
Anne a choisi un jus " ananas - orange ",
Bertrand a choisi un jus " orange ",
Caroline a choisi le mélange des " quatre sortes de fruits ",...
Et il y a encore beaucoup d'autres choix possibles.

Avec ses quatre sortes de fruits, combien de jus de fruits différents Jules peut-il préparer pour ses clients ?
Indiquez lesquels.

La combinaison du coffre

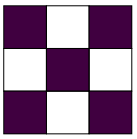
Marc se trouve devant son coffre-fort. Il a oublié la combinaison qui lui permet d'ouvrir le coffre, mais il se souvient : - que c'est un nombre de 3 chiffres, - que ce nombre est plus grand que 400, - qu'il ne contient pas de 0, - que le chiffre des unités vaut la moitié du chiffre des centaines. Marc est patient et il décide d'essayer tous les nombres de ce genre.

Combien de nombres devra-t-il essayer pour être certain de pouvoir ouvrir son coffre ? Ecrivez-les tous.

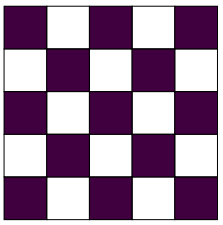
La mosaïque

Figure 1

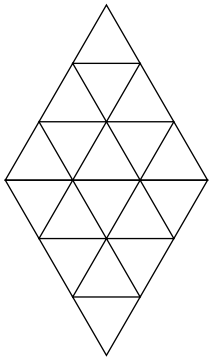
Mireille a 55 carrés blancs et 75 noirs, de même taille. Elle désire construire une mosaïque carrée, la plus grande possible, avec un carré noir au centre. - Elle commence par placer un carré noir (figure 1), - elle entoure entièrement le carré noir de nouveaux carrés, en alternant les couleurs (figure 2), - elle continue en entourant la figure 2 de nouveaux carrés, en alternant toujours les couleurs (figure 3), - et ainsi de suite.

Figure 2 

Combien de carrés blancs et combien de carrés noirs lui restera-t-il lorsqu'elle aura construit sa mosaïque carrée la plus grande possible avec un carré noir au centre ?
Dessinez la mosaïque de Mireille et expliquez comment vous avez trouvé le nombre de carrés qui restent.

Figure 3 

Monsieur Triangle



Voici la cour de Monsieur Triangle. Il l'a pavée entièrement avec des dalles triangulaires dont chaque côté mesure 1 mètre. Son voisin a une cour qui a aussi la forme d'un losange, mais qui mesure 6 mètres de côté. Il veut également la recouvrir de dalles triangulaires de 1 mètre de côté.

De combien de dalles le voisin de Monsieur Triangle a-t-il besoin pour recouvrir sa cour ?
Expliquez comment vous avez trouvé.

Une étrange calculatrice

Une étrange calculatrice ne permet que de multiplier par 2 ou de soustraire 2. L'écran de la calculatrice affiche actuellement le nombre 15.

Quel est le nombre minimum d'opérations à effectuer pour obtenir le nombre 200, à partir du nombre 15 ?
Donnez le détail de vos opérations.

Les tantes et les oncles de Claude

Claude dit : - ma tante Jeanne a deux sœurs et deux frères, - ma mère a deux frères et une sœur, - tous mes oncles et toutes mes tantes sont célibataires.

Combien Claude a-t-il de tantes et combien a-t-il d'oncles ?
Décrivez comment vous avez trouvé la solution..

La fermeture du bar

C'est la fermeture du bar. Il faut balayer le sol. Le barman a mis les chaises et les tabourets sur les tables. Dans le bar, il y a : - 3 tables carrées, qui ont chacune 4 pieds - des tables rondes, qui ont chacune un seul pied central, - des chaises, qui ont chacune 4 pieds, - des tabourets, qui ont chacun 3 pieds. Sur chaque table carrée, il y a 4 chaises. Sur l'une des tables rondes, il y a deux tabourets. Sur chacune des autres tables rondes, il y a deux chaises. Le barman compte les pieds des tables, des chaises et des tabourets : il en trouve 94 au total.

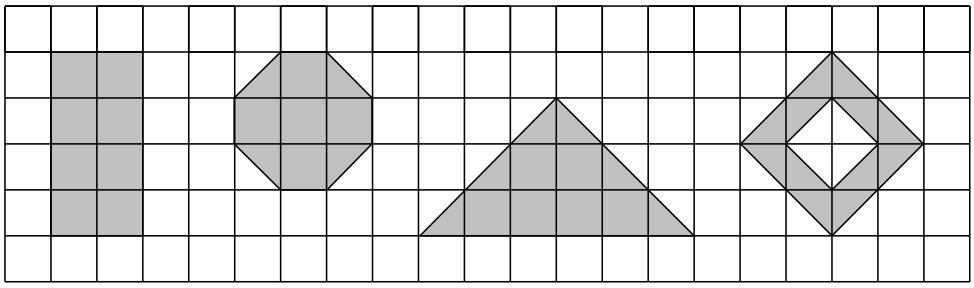
Combien y a-t-il de tables en tout dans le bar ?
Expliquez comment vous avez trouvé.

Décoration

Un peintre a peint ces quatre figures différentes sur un mur, chacune avec une couche de peinture de la même épaisseur. Il a utilisé des pots de peinture de même grandeur :

- 18 pots de rouge pour une des figures,
- 21 pots de bleu pour une autre figure,
- 27 pots de jaune pour une autre figure,
- des pots de noir pour la figure qui reste.

À la fin de son travail, tous les pots étaient vides.



Indiquez la couleur de chaque figure.
Combien de pots de peinture noire a-t-il utilisés ?
Expliquez comment vous avez trouvé.

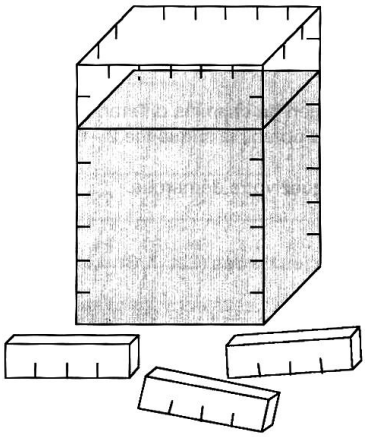
Une photo entre amies

Aude, Béa, Dina, Eva et Julie veulent faire une photo souvenir. Trois d'entre elles seront assises au premier rang et les deux autres seront debout, au second rang. Elles décident de se faire photographier plusieurs fois par le père de Julie, en changeant chaque fois de place. Aude et Béa, qui sont des amies intimes, veulent cependant toujours être l'une à côté de l'autre. La séance de photos commence et, à un certain moment, Dina dit que si Aude et Béa ne veulent pas se séparer, toutes les photos possibles ont déjà été prises.

Combien de photos ont-elles été prises jusqu'à ce moment ?// Expliquez votre raisonnement.

À ras le bord

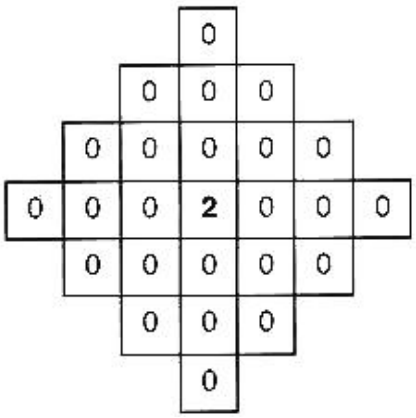
MARINA a une belle boîte de plastique transparente qu'elle a rempli d'eau jusqu'à la sixième graduation. Elle y plonge maintenant des petites briques, une à une, comme celles qui sont représentées sur le dessin et qui vont se déposer au fond du récipient. A un certain moment, elle se rend compte que si elle ajoute encore une brique, l'eau débordera de la boîte.
Combien de briques a-t-elle mis dans la boîte ?
Expliquez votre réponse.



L'an 2000

Partez de la case contenant le chiffre 2. Déplacez-vous trois fois d'une case, horizontalement ou verticalement, sans jamais revenir sur vos pas. Notez les chiffres des cases de votre chemin.

Combien de chemins différents permettent ainsi d'obtenir la séquence 2-0-0-0 ?
Expliquez votre démarche.



 © ARMT

Réponses de l'épreuve d'essai

Ces problèmes sont extraits de l'édition 2001, 9^{e}RMT.

Les problèmes extraits de la 2^{e} épreuve	Problèmes extraits de l'épreuve finale
2. La collection de Léon (Cat.3, 4)	1. Les jetons (Cat.3)
3. Bar du Parc (Cat. 3, 4)	4. La combinaison du coffre (Cat. 3, 4)
5. La mosaïque (Cat. 3, 4, 5)	7. Une étrange calculatrice (Cat. 4, 5, 6)
6. Monsieur Triangle (Cat. 4, 5)	9. La fermeture du bar (Cat. 5, 6)
8. Les tantes et les oncles de Claude (Cat. 5, 6)	12. À ras le bord (Cat. 6, 7)
10. Décoration (Cat. 5, 6, 7)	13. L'an 2000 (Cat. 6, 7, 8)
11. Une photo entre amies (Cat. 5, 6, 7, 8)	

Les jetons

Ce problème d'arithmétique fait appel aux notions de somme, de diviseur et de multiple. Il fait aussi appel à la combinatoire, sous condition puisque toutes les solutions ne sont pas acceptables : seules celles qui répondent aux deux conditions émises dans l'énoncé doivent être retenues. Ces conditions sont d'une part « avoir le même nombre de jetons dans chaque boîte de même couleur », d'autre part « distribuer les 30 jetons ».

Comme pour beaucoup de problèmes de ce type, la résolution requiert de l'organisation pour ne pas oublier de solutions. Une résolution basée essentiellement sur une démarche par essai-erreur est donc peu pertinente.

Démarches de résolution
Pour éviter la démarche par essai-erreur, une période d'analyse du problème est nécessaire. Notons cependant que celle-ci peut démarrer par quelques essais pour mieux comprendre le problème. Par exemple, on peut déposer un jeton dans chaque boîte jusqu'à ce que les 30 jetons soient distribués. Dans ce cas, il y a 6 jetons dans chaque boîte. Les deux conditions sont bien respectées.

Ensuite, il est possible de modifier cette situation en enlevant des jetons des boîtes rouges pour les distribuer dans les boîtes bleues. Se pose alors le problème des diviseurs ou multiples. En effet, si on ôte un jeton dans chaque boîte rouge, il y a deux jetons à distribuer dans 3 boîtes bleues. Ce qui ne peut se faire. Il faut donc continuer à retirer le même nombre de jetons dans chaque boîte rouge jusqu'à obtenir un nombre de jetons qu'il est possible de distribuer équitablement dans les trois boîtes bleues. Ce premier nombre est 6, soit trois jetons ôtés dans chaque boîte rouge.

Il faut ensuite continuer cette démarche... ou bien se rendre compte qu'il est possible d'organiser la résolution d'une autre manière. Par exemple, constater qu'il faut obtenir 30 à l'aide d'une somme de deux termes. Un des deux doit être divisible par 2 (ou multiple de 2) pour les boîtes rouges, l'autre divisible par trois (ou multiple de 3) pour les boîtes bleues.

Une résolution à l'aide d'un tableau comme celui ci-dessous peut aider :

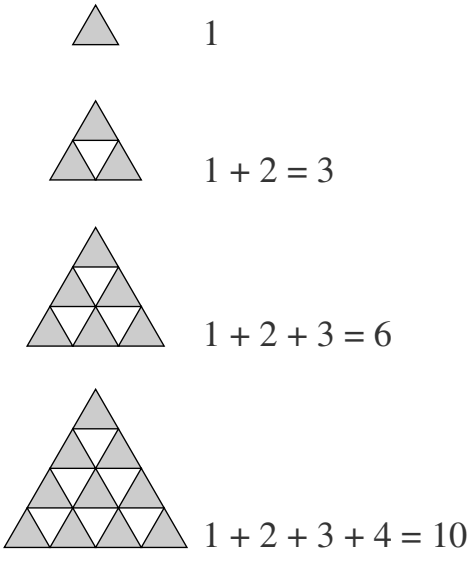
Terme 1	Terme 2	Somme	boîte rouge	boîte rouge	boîte bleue	boîte bleue	boîte bleue
1	29	30					
2	28	30					
3	27	30					
4	26	30					
5	25	30					
6	24	30	3	3	8	8	8
7	23	30					
...	...	30					
12	18	30	6	6	6	6	6
...	...	30					
18	12	30	9	9	4	4	4
...	...	30					
24	6	30	12	12	2	2	2
...	...	30					

Solutions

	Sol 1	Sol 2	Sol 3	Sol 4
boîtes rouges	2×3	2×6	2×9	2×12
boîtes bleues	3×8	3×6	3×4	3×2

La collection de Léon

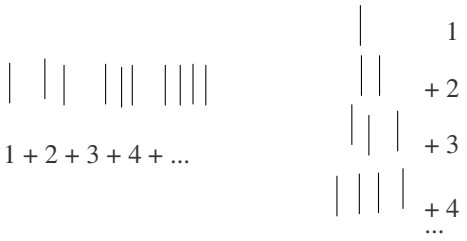
Ce problème d'arithmétique est relativement simple et fait appel à la notion de somme ou de différence. La suite des nombres générée par la résolution du problème est nommée suite des nombres triangulaires. En effet, ces nombres peuvent être représentés par des triangles équilatéraux comme le montre la figure ci-contre.



Démarches de résolution

Deux démarches sont possibles, l'une additive, l'autre soustractive. Dans le cas de la démarche additive, il faut additionner les premiers nombres naturels jusqu'à obtenir 91, soit $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13=91$. Dans le cas de la démarche soustractive, il faut soustraire les premiers naturels à partir de 91 jusqu'à obtenir 0, soit $91-1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13=0$.

Notons que la démarche additive peut s'appuyer sur un dessin des bougies, soit de manière linéaire (dessin de barres les unes à côtés des autres) ou à la manière d'une suite triangulaire comme expliqué ci-dessus.



Solution

Léon a 13 ans.

Bar du Parc

Ce problème de combinatoire nécessite à nouveau une bonne organisation pour ne pas omettre l'une ou l'autre solution.

Démarches de résolution

Il s'agit de se rendre compte d'abord qu'il est possible de réaliser des jus avec un seul fruit, ou avec deux fruits, ou trois fruits, ou quatre fruits. Ensuite, de manière structurée, il faut rechercher les solutions possibles pour chaque type de jus. Un tableau peut aussi aider à la structuration de la résolution.

Type de jus	Jus possibles	Nombre de solutions
1 fruit	Ananas ou oranges ou kiwis ou bananes	4
2 fruits	Ananas-oranges ou ananas-kiwis ou ananas-bananes ou oranges-kiwis ou oranges-bananes ou kiwis-bananes	6
3 fruits	Ananas-oranges-kiwis ou ananas-oranges-bananes ou ananas-kiwis-bananes ou oranges-kiwis-bananes	4
4 fruits	Ananas-oranges-kiwis-bananes	1

Solution

Il y a donc 15 jus différents possibles.

La combinaison du coffre

Ce problème d'arithmétique, tout comme le précédent, demande une bonne organisation de la résolution pour ne pas oublier de solutions : 27 pour ce probleme !

Démarches de résolution

En fonction des données du problème, il faut comprendre que les nombres à trouver sont compris entre 411 et 999, hormis tous les nombres comprenant un 0. Comprendre aussi que si le chiffre des unités vaut la moitié du chiffre des centaines, alors seuls les chiffres 4, 6 et 8 peuvent être aux rangs des centaines.

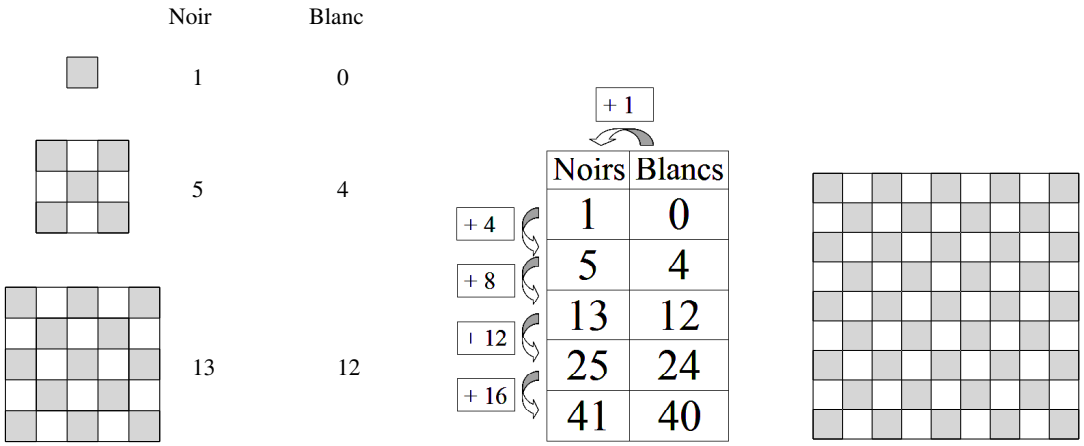
Solution

Les 27 solutions sont : 412, 422, 432, 442, 452, 462, 472, 482, 492 ; 613, 623, 633, 643, 653, 663, 673, 683, 693 ; 814, 824, 834, 844, 854, 864, 874, 884, 894.

La mosaïque

Voici un problème de géométrie qui peut être résolu en dessinant sur du papier quadrillé par exemple, mais aussi en essayant de comprendre la structure additive sous-jacente. Les figures ci-dessous exposent cela.

Pour l'enseignant, dans un moment d'exploitation du problème, il est intéressant d'amener les élèves à observer les suites numériques produites à partir des dessins géométriques et de découvrir les régularités qu'elles contiennent.



Solution

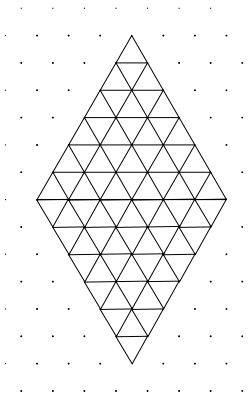
La plus grande mosaïque contient 41 carrés noirs et 40 carrés blancs. Il reste donc 34 carrés noirs et 15 carrés blancs.

Monsieur Triangle

Ce problème peut aussi être résolu soit par une voie géométrique (dessiner) soit par une voie arithmétique. Comme pour le problème précédent, il s'agit de repérer une structure dans une suite de nombres.

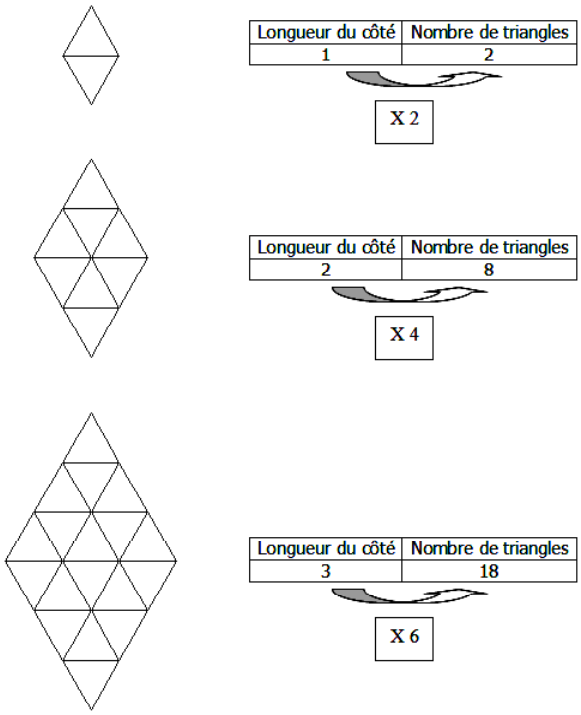
Démarches de résolution

La voie géométrique de résolution se base principalement sur un dessin de préférence sur une trame triangulaire. Lorsque le dessin est réalisé, il suffit de compter le nombre de triangles. C'est un travail quelque peu fastidieux mais qui permet d'accéder à la solution.



La voie numérique s'appuie sur une observation de la figure géométrique initiale présentée dans l'énoncé et peut s'exprimer dans deux démarches différentes au moins.

L'une s'appuie sur l'observation des triangles dans la figure proposée au départ et sur la décomposition de celle-ci. Constatons que pour une cour de 1m de côté, il faut 2 dalles triangulaires, pour une cour de 2m de côté, il faut 8 dalles triangulaires, ... comme le montre la figure ci-contre.
Ainsi, progressivement se construit deux suites de nombres. En les observant, il est possible de comprendre que pour passer de la valeur de l'une à la valeur de l'autre située au même rang, il faut multiplier (ou diviser) la valeur de l'une par le rang et par 2.



Rang	Côté	Calcul	Dalles
1	1	$1 \times 1 \times 2$	2
2	2	$2 \times 2 \times 2$	8
3	3	$3 \times 3 \times 2$	18
4	4	$4 \times 4 \times 2$	32
5	5	$5 \times 5 \times 2$	50
6	6	$6 \times 6 \times 2$	72

Une autre démarche numérique consiste à effectuer sensiblement le même travail mais à partir des losanges, et non plus des triangles. Cette démarche s'appuie entre autres sur la démarche du calcul des aires de type *Longueur* $\times$ *largeur*. Même si dans ce cas, il s'agit d'une utilisation quelque peu abusive. Ainsi, pour la cour d'1m de côté, il faut 1×1 losange ; pour la cour de 2m, il faut 2×2 losanges ;... pour la cour de 6m de côté, il faudra 6×6 losanges, soit 72 triangles puisque chaque losange contient 2 triangles.

Solution

Il faut 72 dalles pour paver la cour.

Une étrange calculatrice

Ce problème d'arithmétique fait uniquement appel à des connaissances sur les nombres. Deux démarches peuvent être utilisées, l'une partant de 15 et tentant de rejoindre 200, l'autre partant de 200 et tentant de rejoindre 15.

Solution

Les 6 opérations à effectuer sont les suivantes : $15 - 2 = 13$; $13 \times 2 = 26$; $26 \times 2 = 52$; $52 - 2 = 50$; $50 \times 2 = 100$; $100 \times 2 = 200$

Les tantes et les oncles de Claude

Voici un problème de logique appliqué à des connaissances de la structure familiale : soeur, frère, papa, maman, tante, oncle. En l'occurence, tante Jeanne ne peut être la sœur de la maman de Claude, sinon

cette dernière aurait aussi deux sœurs et deux frères comme tante Jeanne.
Le papa de Claude est donc un des frères de tante Jeanne.

Solution

Claude a 3 oncles et 4 tantes.

La fermeture du bar

Ce problème de logique et d'arithmétique peut se résoudre assez facilement en suivant les informations dans l'ordre dans lequel elles sont notées dans l'énoncé.

Démarches de résolution

- 3 tables carrées avec 4 chaises chacune, soit 60 pieds ;
- 1 table ronde avec 2 tabourets, soit 7 pieds ;
- soit un total de 67 pieds, il reste donc 27 pieds pour un ensemble de tables rondes avec 2 chaises soit 9 pieds par ensemble table-chaises ;
- 27 : 9 = 3, soit 3 tables et 6 chaises ;
- au total, il y a dans le bar 3 tables carrées et 4 tables rondes.

Solution

Il y a 7 tables dans le bar.

Décoration

Ce problème de géométrie, décrit dans l'article de C. Géron, *Le RMT au congrès de la SBPMef – Namur, le 23 août 2006*, en page 8 de ce tome 3 et analysé plus en détails dans le prochain tome, fait appel à ce que l'on nomme l'unité de mesure commune. En effet, les formes employées dans le problème sont composées soit de carrés soit de triangles. Il faut donc soit comptabiliser le nombre de triangles en divisant les carrés en deux, soit comptabiliser le nombre de carrés en rassemblant les triangles par paires pour obtenir des carrés. Ce type de résolution a déjà été traité dans le tome 2, à propos du problème *RMT 2005*.

Solution

Il faut 24 pots de peinture noire.

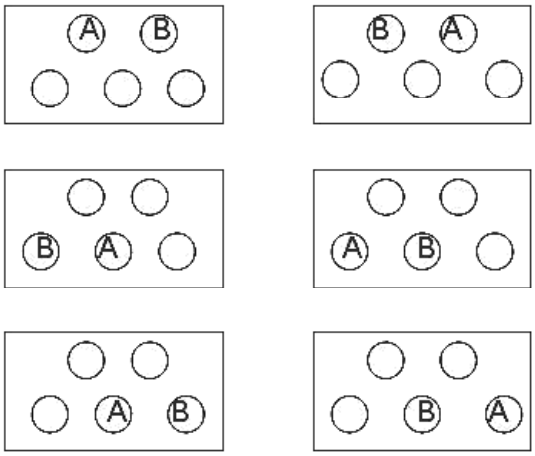
Une photo entre amies

La résolution de ce problème de logique et de combinatoire peut s'appuyer sur un ou plusieurs dessins, comme le montre la figure ci-dessous..

Démarches de résolution

Il s'agit de rechercher toutes les possibilités de placer différemment Aude et Béa sur les cinq positions proposées en les laissant l'une à côté de l'autre.

La consigne à respecter est de changer de place à chaque photo, il n'est donc pas interdit de revenir à une place occupée précédemment.
La figure ci-contre montre les six possibilités de placement d'Aude et de Béa. Pour chacune de ces 6 possibilités, il y a également 6 possibilités de placement des trois autres amies :
- Dina (D) - Eva (E) - Julie (J) ;
- D - J - E ;
- E - D - J ;
- E - J - D ;
- J - D - E ;
- J - E - D.



Soit un total de 36 possibilités de placement différent.

Solution

36 photos différentes ont été prises.

À ras le bord

Ce problème fait appel à des connaissances issues des domaines de l'arithmétique et des grandeurs, plus particulièrement des volumes.

Démarches de résolution

À partir des graduations inscrites sur la boîte en plastique, il est possible de déterminer qu'il reste 36 « cubes » pour que le niveau de l'eau atteigne le bord du récipient.

Chaque brique est constituée de 4 « cubes ». Donc après avoir placé 9 briques, le niveau de l'eau sera au ras du bord du récipient, $9 \times 4 = 36$.

Solution

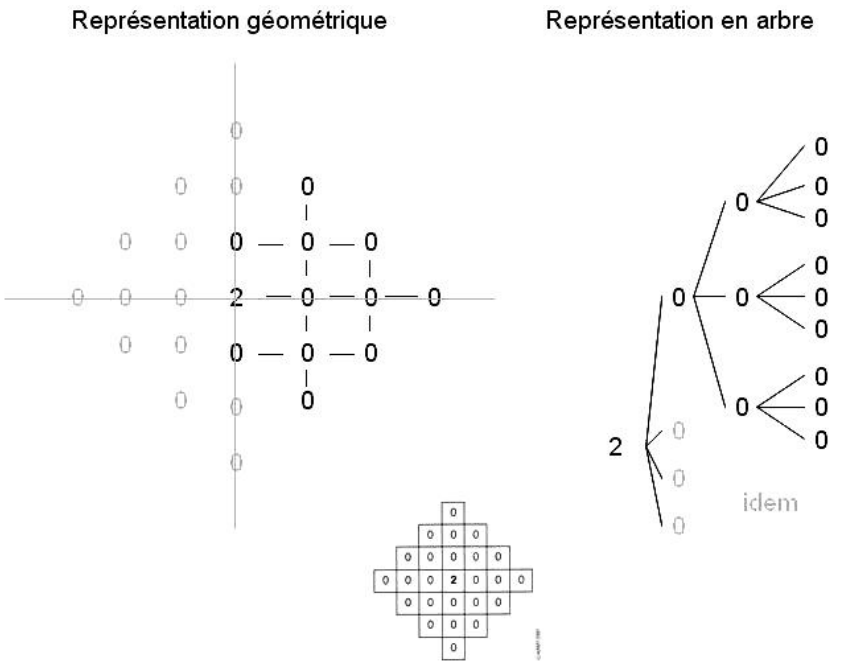
Marina a déjà mis 9 briques dans la boîte.

L'an 2000

Ce problème fait appel à la fois à la géométrie et à la combinatoire.

Démarches de résolution

Pour le résoudre, il est bien sûr possible de se repérer sur le dessin. Mais il est également possible d'exprimer la situation sous la forme d'un arbre. En effet, partant du chiffre 2 au centre, quatre choix sont possibles, correspondant aux directions horizontale et verticale. Ensuite, trois choix sont possibles (avant, bas ou haut), suivis de trois autres choix encore (avant, bas ou haut). Soit un total de 9 choix par direction. Au total, 4×9 soit 36 chemins sont possibles pour obtenir le nombre 2000.



Solution

36 chemins différents permettent d'obtenir la séquence 2-0-0-0.

Le 14e RMT, première épreuve

© ARMT

Sudoku

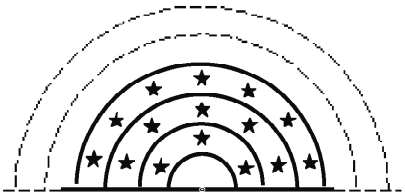
Placez dans chaque case vide de ce tableau l'une de ces quatre lettres : un A ou un B ou un C ou un D,en respectant les règles suivantes.
Il doit y avoir les quatre lettres différentes
– dans chaque ligne ;
– dans chaque colonne ;
– dans chacun des quatre carrés de quatre cases (blanc ou gris).

A	B		
		C	
D		A	

Expliquez comment vous avez fait pour remplir les cases vides.

L'éventail de Julie

Julie a un éventail construit avec 20 bandes en papier couleur. Elle désire l'embellir avec de petites étoiles. Sur la première bande, la plus petite, elle colle 3 étoiles ; sur la deuxième 5, sur la troisième 7. Elle continue en collant sur chaque bande deux étoiles de plus que sur la précédente, jusqu'à la dernière bande.



Combien de petites étoiles Julie va-t-elle coller sur la vingtième bande ?
Combien de petites étoiles doit-elle coller sur tout l'éventail ?
Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

Les paquets du Père Noël

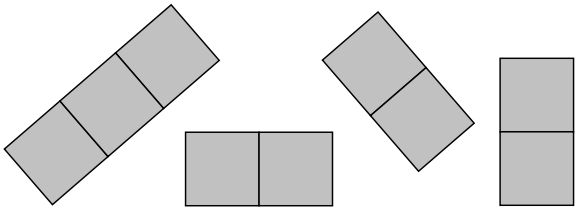
Le Père Noël prépare des paquets rouges, des paquets bleus et des paquets verts.
Chaque paquet rouge pèse 3 kilos. Chaque paquet bleu pèse 5 kilos.
Chaque paquet vert pèse 8 kilos.
Le Père Noël met plusieurs paquets dans sa hotte.
Il veut que les paquets pèsent, ensemble, exactement 25 kilos.

Quels types de paquets peut-il mettre ensemble dans sa hotte ?
Notez toutes vos solutions et expliquez comme vous les avez trouvées.

Planches à recouvrir

Zoé doit recouvrir complètement cette planche de 9 cases carrées.
pour ce faire, elle dispose :
- d'une pièce recouvrant exactement 3 cases ;
- de trois pièces recouvrant chacune exactement 2 cases.

A	B	C
D	E	F
G	H	I



Comment Zoé peut-elle recouvrir complètement sa planche ?
Indiquez toutes les possibilités.
Expliquez votre démarche.

Les fleurs de Rosalie

Rosalie est fleuriste. Aujourd'hui, elle compose un beau bouquet de tulipes de trois couleurs différentes : pour chaque tulipe rouge, elle met deux tulipes jaunes et trois tulipes blanches. En tout, son bouquet comprend 48 tulipes.

Combien de tulipes rouges Rosalie met-elle dans son bouquet ?
Combien de tulipes jaunes Rosalie met-elle dans son bouquet ?
Combien de tulipes blanches Rosalie met-elle dans son bouquet ?
Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

Une analyse des démarches de résolution de ce problèmes est proposée en page 44.

Le triathlon

Le triathlon comporte trois disciplines sportives :
- la natation ;
- le vélo ;
- la course à pied.

Jack s'est inscrit à un triathlon. Il décide d'organiser son entraînement de la façon suivante :
- une heure de natation tous les cinq jours ;
- un circuit de $40km$ à vélo tous les trois jours ;
- une heure de course à pied tous les quatre jours.

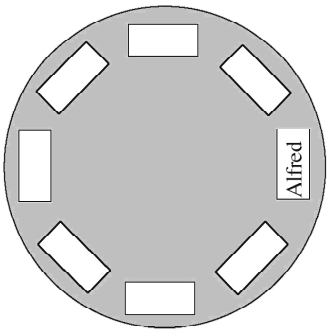
Le 1er mai, il commence sa préparation en faisant une heure de natation.
Le 4 mai, il commence son entraînement de vélo.
Le 5 mai, il commence son entraînement de course à pied.

A quelle date Jack fera-t-il pour la première fois un entraînement des trois disciplines dans la même journée ?
Expliquez comment vous avez trouvé.

Chacun à sa place

Alfred, Brice, Carla, Dany, Émile, Frédéric, Gina et Henri vont s'installer autour d'une table ronde. Alfred a déjà choisi sa place et a mis des cartons vides sur la table pour indiquer la place de ses camarades.

- Gina veut être à côté de Frédéric, mais pas à sa gauche ;
- Carla veut être assise entre Brice et Émile ;
- Dany veut être à côté de Gina ;
- Émile veut être juste en face d'Alfred ;
- Henri veut être assis juste à la droite d'Alfred.



Trouvez une disposition possible et écrivez le nom des enfants à leur place.
Indiquez les étapes qui vous ont permis de placer toutes les personnes.

Les souris en chocolat

Max et André ont acheté chacun une boîte de 25 souris en chocolat. La boîte de Max coûte 40 euros et contient seulement des grandes souris. La boîte d'André coûte 30 euros et contient seulement des petites souris. Pour que chacun ait des souris de chaque sorte, Max donne 12 grandes souris à André et André donne 12 petites souris à Max. Mais Max n'est pas satisfait car il estime qu'André lui doit encore quelque chose.

Combien de petites souris André doit-il encore donner à Max pour que les comptes soient justes ?
Expliquez votre raisonnement.

Des carrés empilés

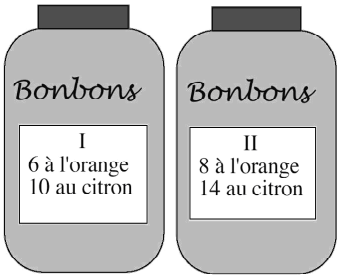
Huit carrés de 10 cm de côté, désignés par des lettres A, B, C, D, E, F, G et H, ont été collés dans un certain ordre, l'un après l'autre, sur un carton carré de 20 cm de côté.
Les voici dessinés ci-contre.

Retrouvez dans quel ordre les carrés ont été collés. Expliquez votre démarche.

A	A	A	A	B	B	B	B
A	A	A	A	B	B	B	B
A	A	E	E	E	E	C	C
A	A	E	E	E	E	C	C
G	G	E	E	E	E	D	D
G	G	E	E	E	E	D	D
F	F	F	F	H	H	D	D
F	F	F	F	H	H	D	D

Les pots de bonbons

Dans un premier pot, Grand-mère met 6 bonbons à l'orange et 10 au citron. Dans un deuxième pot, elle met 8 bonbons à l'orange et 14 au citron. Les bonbons sont de même forme et enveloppés de la même façon. Comme Grand-mère sait que Julien n'aime pas le goût du citron, elle lui dit : « Tu peux prendre un bonbon. Je te laisse choisir le pot dans lequel tu pourras glisser ta main, sans regarder à l'intérieur ».



Julien réfléchit bien et choisit enfin le pot où il pense avoir la meilleure chance de prendre un bonbon à l'orange.

À la place de Julien, quel pot auriez-vous choisi ?
Justifiez votre réponse en expliquant votre raisonnement.

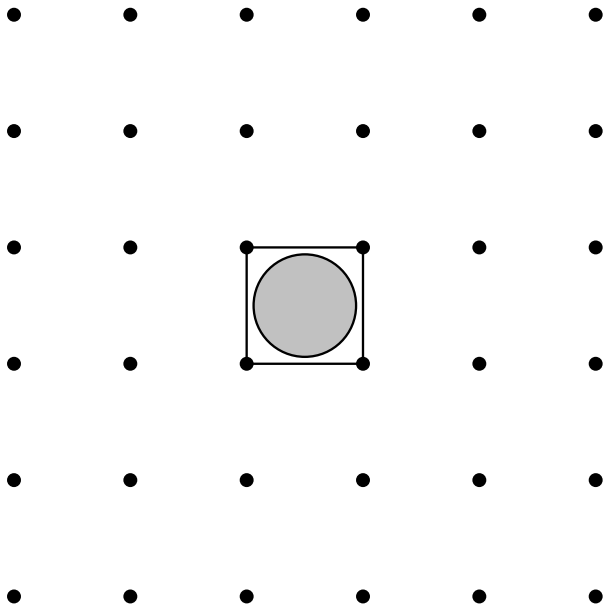
La nappe

Dans la salle à manger de Luc, il y a une table carrée avec des rallonges. Quand les rallonges sont sorties, la table devient rectangulaire et sa longueur est le double de sa largeur. Une nappe placée sur la table rectangulaire retombe alors de 25 cm de chaque côté. La même nappe placée sur la table carrée, retombe de 65 cm de chacun des deux côtés où les rallonges sont rentrées.

Quelles sont les dimensions de la nappe ?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

La pièce bien méritée

Au milieu d'une planche à clous, comme le montre cette figure, se trouve une pièce d'or.



Max et David utilisent des élastiques et essaient de former le plus possible de carrés qui enferment la pièce de monnaie sans toutefois la toucher. (Le plus petit de ces carrés est déjà dessiné). Celui qui arrive à former le plus de carrés gagnera la pièce d'or. Max réussit à former 19 carrés, David en trouve 23, il gagne donc la pièce.

Pourriez-vous gagner contre David ?
À votre avis, combien peut-on former de carrés ?
Indiquez les carrés que vous avez trouvés.

Le numéro de téléphone

Carla ne se rappelle plus le numéro de téléphone de son amie Ada et le demande à Giorgio, un ami commun. Giorgio s'amuse et lui donne quelques renseignements sur les 6 chiffres qui composent ce numéro de téléphone.

- Le premier et le dernier chiffre sont identiques et représentent un nombre impair ;
- le troisième et le quatrième chiffre forment un nombre égal au tiers du nombre formé par les deux premiers chiffres ;
- les trois derniers chiffres représentent trois nombres consécutifs, qui se suivent dans l'ordre croissant.

Selon les renseignements de Giorgio, quel peut être le numéro de téléphone d'Ada ?
Justifiez votre réponse.

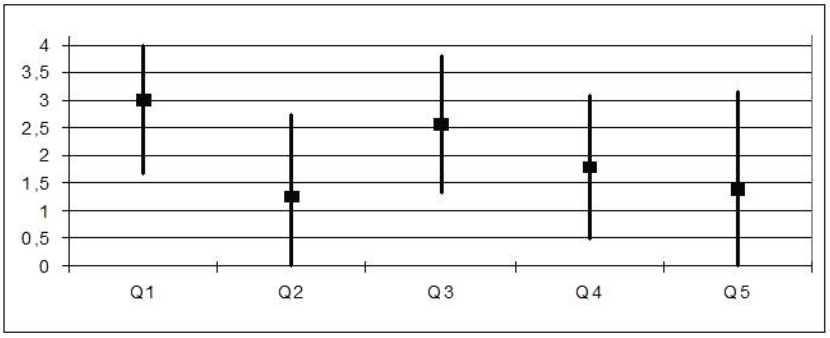
Analyse et réponses de la première épreuve

Q1 : Sudoku
Q2 : L'éventail de Julie
Q3 : Les paquets du Père Noël
Q4 : Planche à recouvrir
Q5 : Les fleurs de Rosalie
Q6 : Triathlon
Q7 : Chacun à sa place
Q8 : Les souris en chocolat
Q9 : Des carrés empilés
Q10 : Les pots de bonbons
Q11 : La nappe
Q12 : La pièce de monnaie
Q13 : Le numéro de téléphone

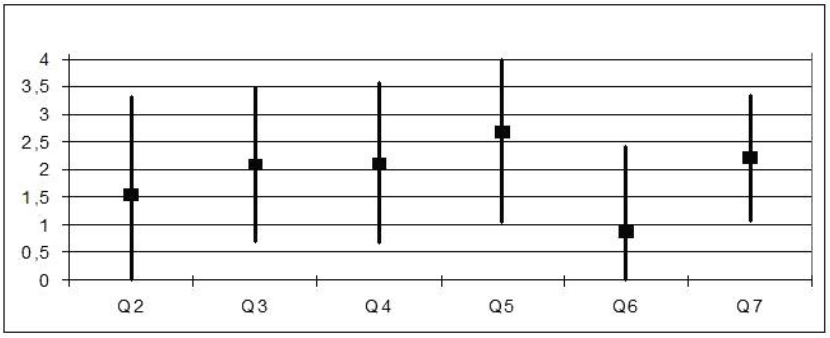
		Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13
3e	Moyenne	3,00	1,25	2,56	1,78	1,38								
	Écart-type	1,32	1,49	1,24	1,30	1,77								
4e	Moyenne		1,55	2,08	2,11	2,68	0,88	2,21						
	Écart-type		1,75	1,38	1,45	1,63	1,54	1,13						
5e	Moyenne				1,75	3,13	1,63	2,42	1,75	1,92	2,08			
	Écart-type				1,39	1,36	1,51	1,08	1,91	1,38	1,38			
6e	Moyenne							2,77	2,14	2,14	1,90	0,35	1,10	1,43
	Écart-type							0,97	1,88	1,46	1,26	0,67	0,91	1,08

Graphiques des moyennes et écarts-types par catégorie

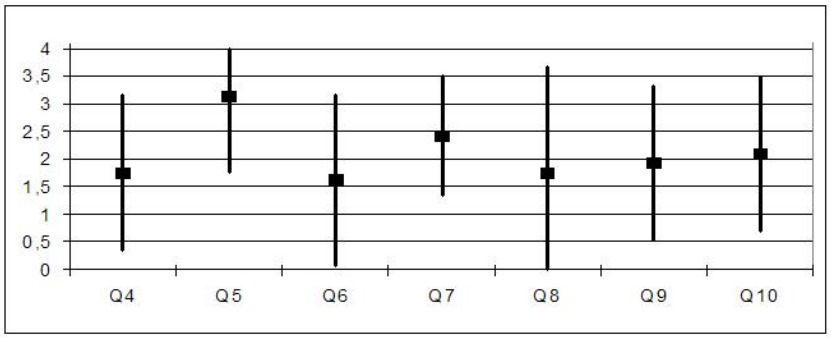
Catégorie 3



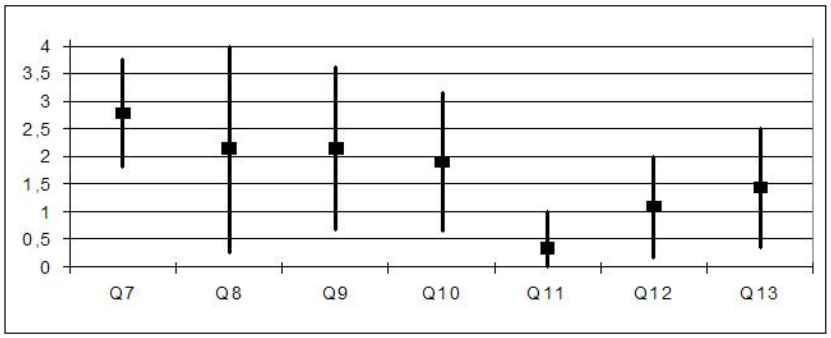
Catégorie 4



Catégorie 5



Catégorie 6



Analyse

Avant d'indiquer les réponses, nous proposons le tableau ci-dessous qui synthétise les informations concernant les problèmes de la première épreuve.

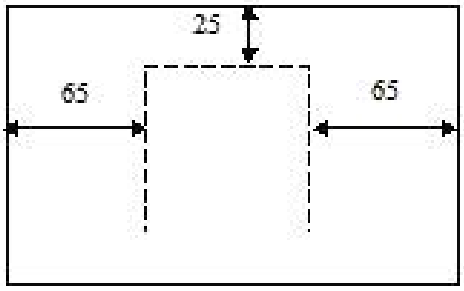
No	Titre		Arithmétique	Algèbre	Géométrie	Logique
1	Sudoku	3				x
2	L'éventail de Julie	3 4	x			
3	Les paquets du Père Noël	3 4	x			x
4	Planche à recouvrir	3 4 5			x	x
5	Les fleurs de Rosalie	3 4 5	x			
6	Triathlon	4 5	x			
7	Chacun à sa place	4 5 6			x	x
8	Les souris en chocolat	5 6	x			
9	Des carrés empilés	5 6			x	
10	Les pots de bonbons	5 6	x			x
11	La nappe	6	x	x	x	
12	La pièce de monnaie	6			x	x
13	Le numéro de téléphone	6	x			x

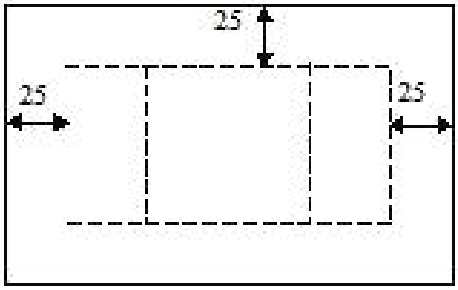
Sans doute pourrions-nous nous étonner de constater que le problème 11 proposé aux classes de 6e soit situé dans le domaine de l'algèbre, domaine mathématique abordé principalement à partir l'enseignement secondaire. En réalité, il faut comprendre qu'il est possible de résoudre ce problème à partir d'une

démarche algébrique (équation du premier degré). Cependant, nul n'empêche de résoudre le problème à partir de considérations intuitives, basées sur des démarches arithmétiques et logiques, qui peuvent elles-mêmes s'appuyer sur un dessin par exemple.

Ainsi, l'analyse *a priori* réalisée par les sections internationales met en évidence les démarches arithmétiques et géométriques suivantes :

- Interpréter géométriquement la situation par des dessins (voir ci-contre) : en se rendant compte que pour passer d'un carré à un rectangle dont la longueur est le double de la largeur, les rallonges doivent être deux *demi-carrés* (si elles sont égales, ce qui est habituel) ou former un carré (si elles n'étaient pas égales).
- Constater que la différence entre 65 et 25 correspond à une largeur de rallonge de 40 (ou que la différence globale entre 130 (2×65) et 50 (2×25) est 80 et correspond à l'allongement total dû aux rallonges. (mesures en cm)
- En déduire que le carré a un côté de 80, la table avec les rallonges a une longueur de 160, et que la nappe a des dimensions de 130 ($80+2\times25$) et 210 ($160+2\times25$) (mesures en cm).
  Ou, sans passer par un dessin : se rendre compte que l'allongement total de $80cm$ ($2\times(65-25)$) correspond au côté du « carré ajouté » par les rallonges et donc du côté du carré de la " petite " table et en déduire les dimensions de la table ouverte, puis celles de la nappe.





En ce qui concerne la démarche algébrique, l'analyse *a priori* indique :

« . . .en ayant désigné par x la mesure du côté de la table, en cm, on écrit l'équation $2x+50 = x+130$, qui a comme solution 80 ; on obtient ainsi les mesures des côtés de la nappe ($80+50 = 130$ et $160+50 = 210$). »

Pour d'autres problèmes par contre, comme le problème 5 *Les fleurs de Rosalie*, les démarches sont situées dans le même domaine, en l'occurence l'arithmétique, mais elles s'appuient sur des supports différents. L'analyse *a priori* ci-dessous, extraite du travail des sections internationales, l'expose assez bien.

Analyse de la tâche

- Comprendre que le nombre de tulipes jaunes est le double de celui des tulipes rouges et que le nombre des tulipes blanches en est le triple.
- Imaginer que le bouquet peut se décomposer en petits bouquets comprenant six tulipes (1 rouge, 2 jaunes, 3 blanches) et qu'il y a 8 de ces petits bouquets ($48 : 6 = 8$), et donc qu'il y a 8 rouges, 16 jaunes et 24 blanches.
- Ou travailler à partir d'un dessin, soit par groupements successifs jusqu'à obtention de 48 tulipes, soit par « décomposition »du dessin de 48 tulipes ;
- ou établir un tableau progressif de proportionnalité comme celui-ci :

Tulipes rouges	Tulipes jaunes	Tulipes blanches	Total
1	2	3	6
2	4	6	12
...	...	...	...
8	16	24	48

Réponses

Q1 : Sudoku

A	B	D	C
C	D	B	A
B	A	C	D
D	C	A	B

Q2 : L'éventail de Julie

41 étoiles sur la 20^{e}bande, et 44 au total.

Q3 : Les paquets du Père Noël

Quatre solutions :
- 5 paquets bleus ;
- 5 rouges et 2 bleus ;
- 3 rouges et 2 verts ;
- 4 rouges, 1 bleu et 1 vert.

Q4 : Planche à recouvrir

16 solutions à ce problème :

ABC, DE, GH, FI	GHI, AB, DE, CF	ADG, BE, CF, HI	CFI, BE, AD, HG
ABC, EF, HI, DG	GHI, BC, EF, AD	ADG, EH, FI, BC	CFI, EH, DG, BA
ABC, DG, EH, FI	GHI, AD, BE, CF	ADG, BC, EF, HI	CFI, BA, ED, HG

Q5 : Les fleurs de Rosalie

8 tulipes rouges, 16 jaunes, 24 blanches.

Q6 : Le triathlon

Le 30 juin.

Q7 : Chacun à sa place

Dans le sens des aiguilles d'une montre : Alfred, Dany, Gina, Frédéric, Émile, Carla, Brice, Henri

Q8 : Les souris en chocolat

André doit donner 4 petites souris.

Q9 : Des carrés empilés

L'ordre est : B-C-D-H-F-G-A-E.

Q10 : Les pots de bonbons

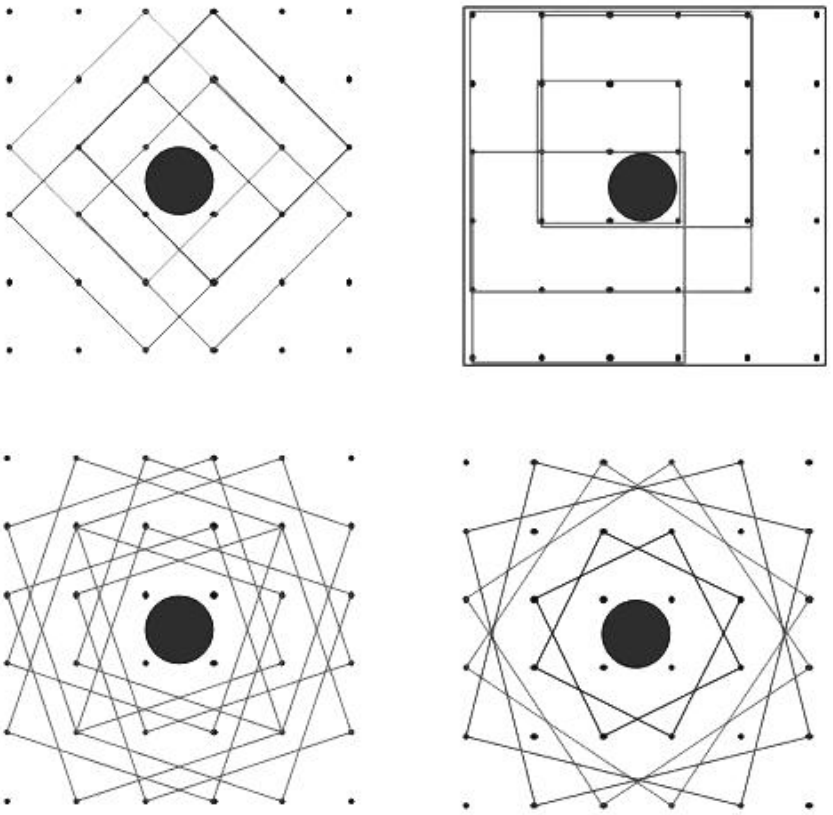
Il faut choisir le premier pot.

Q11 : La nappe

Les dimensions sont 130 cm et 210 cm.

Q12 : La pièce bien méritée

37 carrés.



Q13 : Le numéro de téléphone

Les deux numéros possibles sont 331123 et 752567.

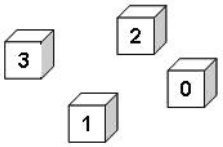
Le 14e RMT, deuxième épreuve

© ARMT

Jeu de cubes

Louis a quatre cubes de bois. Sur chacun d'eux est écrit un chiffre : 0, 1, 2 ou 3.

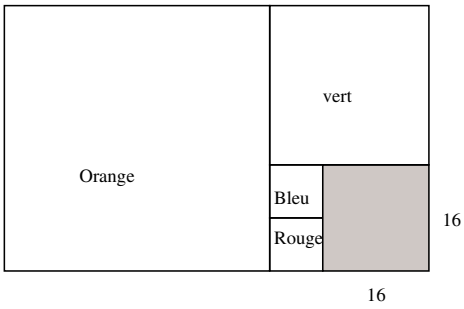
Louis joue souvent avec ses cubes : il s'amuse à en placer deux, trois ou quatre l'un à côté de l'autre de plusieurs façons. Il lit à chaque fois le nombre formé.



Quels sont les nombres plus grands que 300 et plus petits que 1300 que Louis peut former en jouant avec ses cubes ?
Écrivez-les et expliquez comment vous les avez trouvés.

Les cinq carrés

Avec cinq carrés, de différentes couleurs, Claire a rempli entièrement un grand rectangle comme le montre le dessin. Les côtés du carré gris, en bas à droite, mesurent $16cm$.
Quelles sont la longueur et la largeur du rectangle ? Expliquez comment vous avez trouvé ces deux réponses.



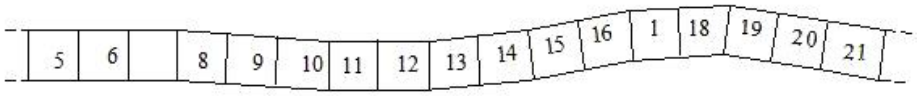
À deux sur une balance

Anne et Julie se tiennent ensemble sur une balance. La balance indique $50kg$.
Anne descend et, à sa place, Charles monte à côté de Julie. La balance indique $58kg$.
Julie descend et Anna revient, à côté de Charles. La balance indique $52kg$.

Mettez dans l'ordre les trois enfants, du plus léger au plus lourd.
Pouvez-vous aussi dire combien pèse Anna ? Et combien pèse Julie ?
Et combien pèse Charles ?
Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

Ruban de nombres

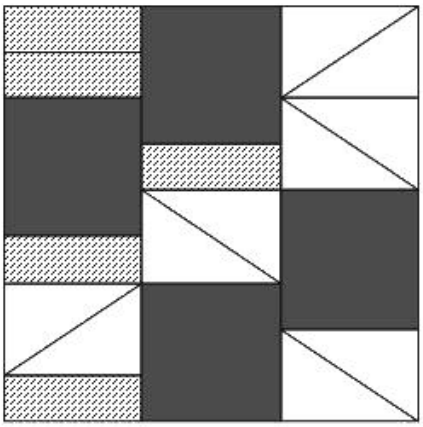
Carla a écrit les nombres de 1 à 120 sur les cases d'une bande. Son petit frère a trouvé très amusant d'effacer tous les chiffres « 7 ». Voici une partie de la bande avec les « 7 » effacés :



Sur la bande de 1 à 120 où les « 7 » ont été effacés,
– combien y a-t-il de cases vides ?
– combien y a-t-il de cases avec un nombre d'un seul chiffre ?
Expliquez comment vous avez trouvé vos deux réponses.

Le foulard

Un couturier est en train de créer un nouveau modèle de foulard carré à partir de trois figures géométriques de base : des carrés, des rectangles et des triangles. Voici le modèle qu'il a créé dans lequel apparaissent quatre carrés égaux, cinq rectangles égaux et dix triangles égaux.
Maintenant, il aimerait créer d'autres modèles de foulards carrés de même taille en n'utilisant qu'une seule des trois figures de base.



Selon vous, le styliste pourra-t-il n'utiliser que des carrés ? Si oui, combien ?
Ou seulement des rectangles ? Si oui, combien ?
Ou seulement des triangles ? Si oui, combien ?

© ARMT

Des nombres avec des « 2 »

Anne, Béatrice, Daniel et Élise ont trouvé des cartes carrées sur lesquelles sont écrits « 2 » ou « x ».

Avec ces cartes, chacun des enfants a obtenu un nombre, différent de celui des autres et plus petit que 100.

Anne a obtenu 8 de cette façon, avec cinq cartes :

2	x	2	x	2

Avec seulement quatre cartes, Béatrice a obtenu 44 ainsi :

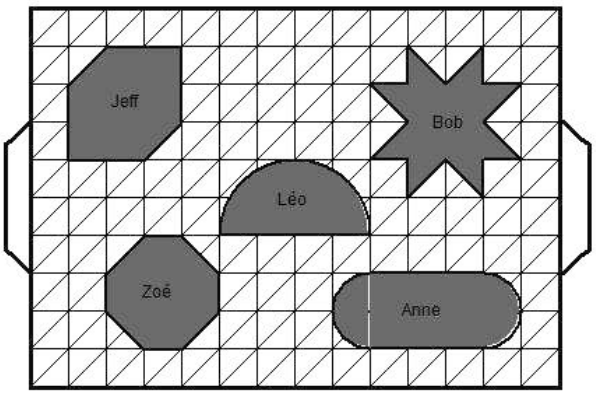
2	2	x	2

Daniel a obtenu un nombre qui vaut 24 de plus que le nombre obtenu par Élise.

Quels sont les nombres obtenus par Daniel et par Élise ?
Montrez comment Daniel et Élise ont disposé leurs cartes pour obtenir leur nombre et expliquez comment vous les avez trouvés.

Biscuits

Voici les biscuits que le pâtissier a préparés pour cinq enfants et qu'il a placé très précisément sur un plateau. Les biscuits sont tous de même épaisseur, mais certains enfants sont mécontents et disent que leur biscuit est plus petit que celui des autres.



Pensez-vous que tous les enfants auront la même quantité de biscuit à manger ?
Sinon, mettez les biscuits dans l'ordre, du plus petit au plus grand.
Expliquez votre réponse.

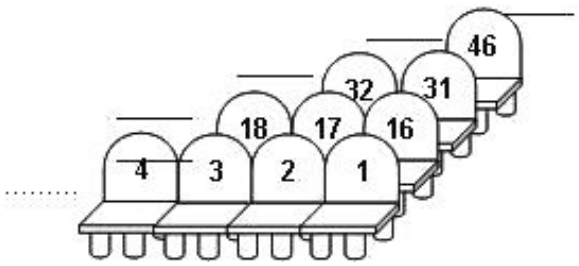
Petits gourmands

Anne, Daniel et Alice se sont partagé un paquet de bonbons de manière à en avoir tous le même nombre. Un peu plus tard, chacun en a déjà mangé 14. À ce moment, ils se rendent compte que s'ils mettent ensemble tous les bonbons qui leur restent, le total est égal au nombre de bonbons que chaque enfant avait reçus au moment du partage.

Combien le paquet contenait-il de bonbons ?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Au théâtre

Dans le théâtre de ma ville, les fauteuils sont disposés en rangs tous égaux et sont numérotés de telle manière que le numéro le plus petit de chaque rang soit sur le premier fauteuil du rang, à droite (comme sur cette figure).



Anne a acheté un billet pour le prochain spectacle et aura la place 104. Son amie Danièle a décidé d'aller aussi à ce spectacle et souhaite être le plus près possible d'Anne. À la billetterie, on lui dit qu'elle peut choisir entre la place 107 et la place 88 qui sont encore libres toutes les deux.

Quelle place doit-elle choisir ?
Justifiez votre réponse.

Le nombre de Charles

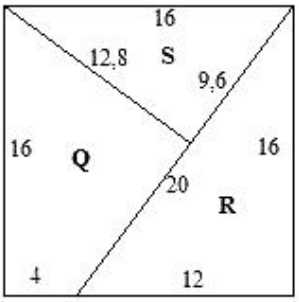
Annie est professeur de mathématiques. Pour entraîner ses élèves à calculer, elle a distribué à chacun un billet sur lequel est inscrit un nombre entier naturel et a donné, à la suite les unes des autres, les instructions suivantes :
- ajoutez 20 au nombre inscrit sur votre billet ;
- divisez cette somme par 3 ;
- soustrayez 2 au résultat précédent ;
- multipliez ce que vous avez obtenu par 4 ;
- et finalement soustrayez 10 et notez votre résultat.

Charles a effectué correctement tous les calculs et a obtenu comme résultat final le double du nombre qu'il avait reçu.

Selon vous, quel était le nombre inscrit sur le billet de Charles ?
Expliquez votre réponse.

Puzzle I

On a découpé un carré de 16 cm de côté en trois pièces, comme le montre cette figure :
- un premier triangle rectangle **R** dont les côtés mesurent $20cm$, $16cm$ et $12cm$;
- un second triangle rectangle **S** dont les côtés mesurent $16cm$, $12,8cm$ et $9,6cm$;
- un quadrilatère **Q** avec deux angles droits.



Le quadrilatère Q étant fixe, avec les deux triangles R et S qui peuvent être retournés, combien pouvez-vous former de polygones convexes différents (c'est-à-dire dont les angles sont tous inférieurs à un angle plat et qui ne sont pas superposables) ?
Dessinez ces polygones et calculez leurs périmètres.

Au fitness

Angéla et Rosanna fréquentent la même salle de culture physique mais avec des modalités de paiement différentes. Angéla paie une somme fixe de $12euros$ par mois puis $2,50euros$ pour chaque séance où elle est présente. Rosanna préfère payer $3euros$ par présence effective.
Les deux amies qui fréquentent la salle de culture physique avec assiduité ont déterminé le nombre de présences pour lequel le mode de paiement est tout à fait indifférent.

Combien de fois par mois les deux amies doivent-elles aller en salle de culture physique pour être certaines de payer la même somme ?
Expliquez votre réponse.

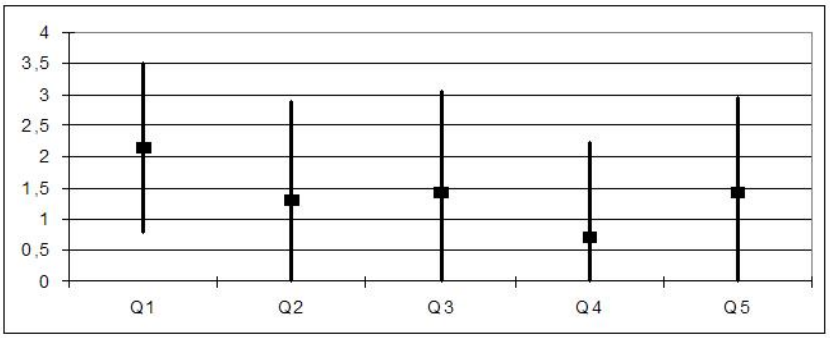
Analyse et réponses de la deuxième épreuve

Q1 : Jeu de cubes
Q2 : Les cinq carrés
Q3 : À deux sur une balance
Q4 : Ruban de nombres
Q5 : Le foulard
Q6 : Des nombres avec des « 2 »
Q7 : Biscuits
Q8 : Petits gourmands
Q9 : Au théâtre
Q10 : Le nombre de Charles
Q11 : Puzzle I
Q12 : Au fitness

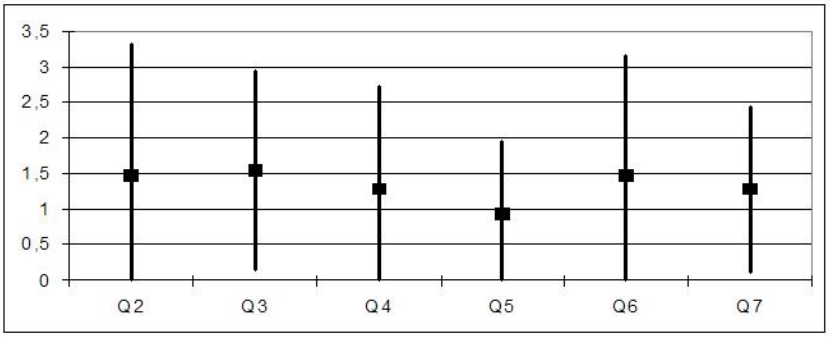
		Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12
3e	Moyenne	2,14	1,29	1,43	0,71	1,43							
	Écart-type	1,35	1,60	1,62	1,50	1,51							
4e	Moyenne		1,46	1,54	1,27	0,93	1,47	1,27					
	Écart-type		1,85	1,39	1,44	1,03	1,68	1,16					
5e	Moyenne				2,17	2,67	2,83	2,67	1,00	2,17	1,50		
	Écart-type				1,72	1,75	1,60	1,63	1,55	2,04	1,22		
6e	Moyenne						3,05	2,57	2,10	3,59	1,86	0,76	1,05
	Écart-type						0,92	1,20	1,73	0,59	0,77	0,70	1,36

Graphiques des moyennes et écarts-types par catégorie

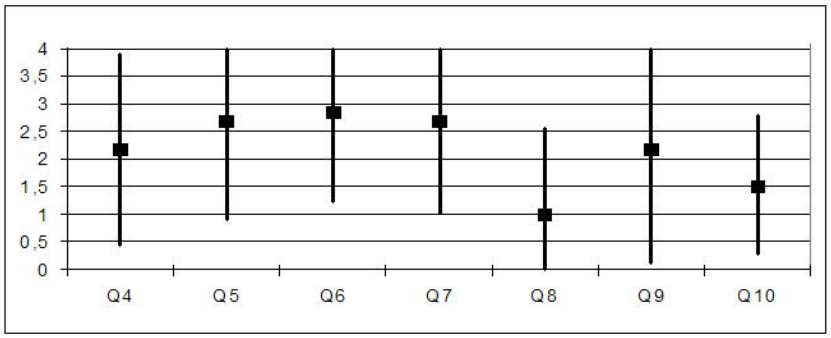
Catégorie 3



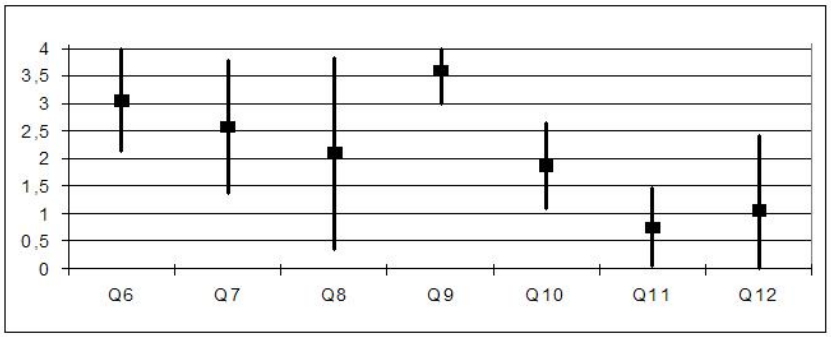
Catégorie 4



Catégorie 5



Catégorie 6



Analyse

Avant d'indiquer les réponses, nous proposons le tableau ci-dessous qui synthétise les informations concernant les problèmes de la deuxième épreuve.

No	Titre		Arithmétique	Algèbre	Géométrie	Logique
1	Jeu de cubes	3	x			x
2	Les cinq carrés	3 4	x		x	
3	À deux sur une balance	3 4	x			x
4	Ruban de nombres	3 4 5	x			
5	Le foulard	3 4 5			x	
6	Des nombres avec des « 2 »	4 5 6	x			x
7	Biscuits	4 5 6	x		x	
8	Petits gourmands	5 6	x			x
9	Au théâtre	5 6	x			
10	Le nombre de Charles	5 6	x	x		
11	Puzzle I	6			x	x
12	Au fitness	6	x	x		

En observant le tableau des moyennes et écarts-types, nous remarquons que pour les catégories 3 et 4 la plupart des moyennes sont inférieures à 2. Ainsi les questions 2 à 5 possèdent, pour ces deux catégories, des moyennes bien inférieures à 2. Nous reviendrons dans un prochain article sur ces observations et tenterons de les expliquer à partir de l'analyse des feuilles réponses récoltées.

Nous reproduisons cependant ci-dessous les analyses de tâche pour chacun de ces quatre problèmes.

Les cinq carrés ([1])

- Observer le dessin et les cinq carrés, vérifier les alignements.
- Constater que les deux petits carrés sont égaux, que leurs deux côtés alignés correspondent au côté du carré gris et que par conséquent, ils ont chacun $8cm$ de côté (16 : 2).
- Voir ensuite qu'un côté du carré vert est la somme des côtés des carré gris et bleu, c'est-à-dire 24 (16 + 8) et, vu que la figure est un carré, que tous ses côtés mesurent $24cm$.
- Voir finalement qu'un côté du carré orange est la somme des côtés des carré vert, bleu et rouge, c'est-à-dire 40 ($24 + 8 + 8$) et, vu que la figure est un carré, que tous ses côtés mesurent $40cm$.
- En déduire, par additions de mesures, la longueur du rectangle : $64 = 40+24$ et la largeur : $40 = 24+16$ ou la largeur du carré orange
  Ou procéder par dessin des carrés, sur quadrillage (avec une réduction car les dimensions réelles sont trop grandes pour que le dessin tienne sur une feuille) en commençant par le carré gris et les deux petits, puis le vert, puis l'orange.

À deux sur une balance

- Comprendre que la balance indique la somme des deux poids des enfants qui y sont montés.
- D'après les deux première informations, comprendre que, au changement entre Anne et Charles, correspond une augmentation du poids, de 50 à 58 kg, ce qui signifie que Charles est plus lourd que Anne de $8kg$.
  D'après la deuxième et la troisième informations, comprendre que, lorsque Anne remplace Julie, le poids diminue de 58 à 52 kg, ce qui signifie que Anne est plus légère que Julie de $6kg$. (Avec un même raisonnement, entre la première et la troisième informations, on trouve que Charles est plus lourd que Julie de 2 kg.)
- Arriver ainsi à la sériation des poids : $Anne < Julie < Charles$
  ou, avec des valeurs numériques : $A < J = A + 6 < C = A + 8 = J + 2$.
- À partir de la sériation numérique, sachant que Charles pèse 8 kg de plus qu'Anne, se rendre compte que, lorsqu'ils sont ensemble sur la balance et arrivent à $52kg$, cette dernière somme représente deux fois le poids d'Anne augmenté de $8kg$. En retirant les $8kg$, déduire que deux fois le poids d'Anne est $44kg$ donc qu'Anne pèse $22kg$.
- Sans tenir compte de la sériation précédente, effectuer des essais et les organiser. Par exemple, en partant de 24 et 26 pour les poids d'Anne et Julie, dont la somme est 50, calculer le poids de Charles par soustraction à partir de $C + J = 58$, puis vérifier la somme des poids d'Anne et Charles :

Poids de :	Anne	Julie	Charles	$A + C$	
1e essai	24	26	32	56	différent de 52, (écart de 4) ne convient pas
2e essai	23	27	31	54	différent de 52, (écart de 2) diminue mais ne convient pas
3e essai	22	28	30	52	égal à 52, (écart de 0) convient
4e essai	21	29	29	50	différent de 52, (écart de 2) ne convient pas
...	...	...	...	...	...

([1]) Ce problème a été utilisé au cours d'une recherche effectuée par le Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (2007) concernant l'apprentissage des formules d'aire en 5^{e}année primaire.

Ruban de nombres

- Imaginer la bande complète des nombres de 1 à 120 et ce qu'elle devient lorsqu'on efface les chiffres « 7 », ou la construire en écrivant tout ou partie des nombres.
- Prendre conscience des régularités de la position des chiffres « 7 » : un par dizaine pour les chiffres des unités, dix dans la dizaine de 70 à 79 pour les chiffres des dizaines, cas particulier du 77 dont les deux chiffres seront effacés...
- Compter, avec un contrôle rigoureux, les nombres restants sur la bande construite, ou mentalement en se représentant les deux catégories, de manière explicite : 2 cases sont vides, « 7 »et « 77 », 25 cases $(3 \times 8 + 1)$ contiennent des nombres d'un seul chiffre : 3 pour chacun des huit chiffres restants de « 1 » à « 9 »(par exemple, pour le « 2 », issues des cases 2, 27 et 72) et 1 case avec « 0 » issus de 70
- Donner les deux réponses (2 et 25) avec les nombres de chiffres correspondants

Le foulard

- Observer le dessin et confronter les bandes qui divisent le grand carré, de même aire mais constituées de figures différentes, en formes et nombres.
- Déduire, par confrontation des bandes deux à deux : un carré est équivalent à trois rectangles (confrontation entre la bande de gauche et la bande centrale) un triangle rectangle est équivalent à un rectangle (puisque quatre rectangles et quatre triangles sont équivalents, comme on l'observe en comparant la bande de gauche et la bande de droite)
- Déduire du dessin et des considérations sur les équivalences entre figures que le foulard peut être recouvert en utilisant seulement des carrés (il en faut 9) ou seulement des rectangles (il en faut 27). Puisque les triangles sont équivalents aux rectangles, on pourrait penser que le foulard peut être recouvert aussi par 27 triangles. Mais il n'est pas possible d'utiliser seulement ces triangles : ils devraient en effet être unis deux à deux par leurs hypoténuses pour former des rectangles « doubles »(équivalant à deux petits rectangles) ; pour le pavage et on ne pourrait en placer que 13 au maximum (correspondant à 26 petits rectangles). Il resterait alors une partie vide du foulard (équivalente à un rectangle).
  Ou : procéder de manière empirique, par exemple par découpage précis des pièces et par pavage ou, par mesurage des côtés pour déterminer les rapports entre les côtés.

Réponses

Q1 : Jeu de cubes

Les dix nombres sont : $301, 302, 312, 310, 320, 321, 1023, 1032, 1203, 1230$.

Q2 : Les cinq carrés

Longueur : $64cm$, largeur : $40cm$

Q3 : À deux sur une balance

$Anne < Julie < Charles$ avec $Anne = 22kg$, $Julie = 28kg$, $Charles = 30kg$

Q4 : Ruban de nombres

Les deux réponses correctes sont 2 cases vides et 25 cases contenant un nombre d'un seul chiffre.

Q5 : Le foulard

Oui, avec 9 carrés ; oui, avec 27 rectangles ; non avec les triangles

Q6 : Des nombres avec des deux

Les nombres obtenus par Daniel et par Élise sont 88 et 64.

Q7 : Biscuits

Le classement complet est le suivant : Léo (< 7), Zoé (7), Jeff et Bob (8), Anne (> 8).

Q8 : Petits gourmands

Le paquet contenait 63 bonbons.

Q9 : Au théâtre

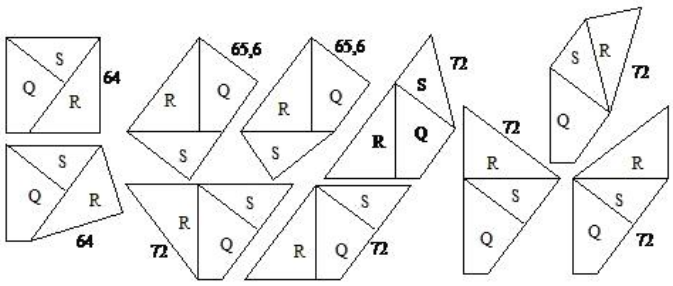
Danièle devra choisir la place 88 pour être près de son amie.

Q10 : Le nombre de Charles

Le nombre inscrit sur le billet de Charles est 13.

Q11 : Puzzle

Les 10 figures trouvées avec l'indication de leurs périmètres comme le montrent les figures ci-dessous.



Q12 : Au fitness

Les deux amies doivent aller 24 fois en salle de culture physique pour être certaines de payer la même somme.

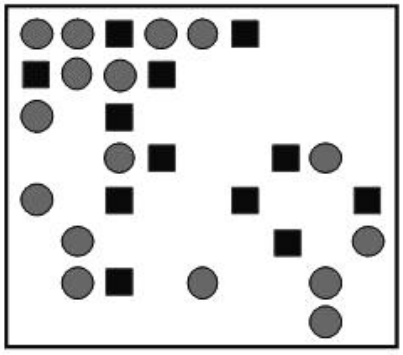
Le 14e RMT, épreuve finale

© ARMT

Les bons chocolats

Les chocolats de cette boîte étaient disposés régulièrement quand elle était pleine :
- dans la première ligne, deux chocolats au lait, ronds, étaient suivis d'un pavé de chocolat noir, puis de deux ronds, puis d'un pavé, puis de deux ronds. . . ;
- la ligne suivante commençait par un pavé suivi de deux ronds, puis d'un pavé. . . ;
- la troisième ligne était comme la première ligne, la quatrième comme la deuxième, et ainsi de suite.

Certains chocolats ont déjà été mangés et il n'en reste que 28.



Combien de chocolats au lait, ronds, ont déjà été mangés ?
Et combien de pavés de chocolat noir ?
Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

Le mage Belcolor

Il était une fois un mage appelé Belcolor. Il s'habillait en jaune le lundi et le jeudi, en bleu le dimanche et en rouge les autres jours de la semaine. Il y a quelques années, il portait un habit bleu le 3 mai.

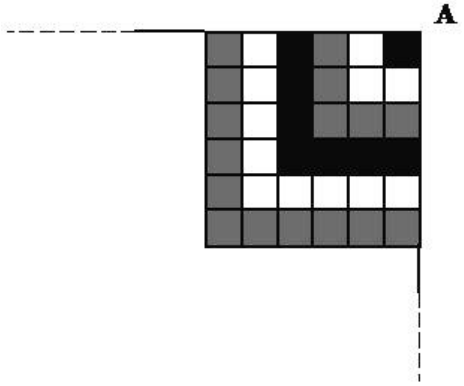
Combien de jours Belcolor s'est-il habillé en jaune, et combien de jours s'est-il habillé en rouge durant le mois de mai de cette année-là ?
(Souvenez-vous que le mois de mai a 31 jours)
Expliquez comment vous avez fait pour trouver vos réponses.

Les petites voitures

Luc a cinq petites voitures, une bleue, une grise, une jaune, une rouge et une verte. Il les place dans son garage, les unes à côté des autres. Il voit que :
- la grise est à côté de la verte ;
- il y a deux voitures entre la rouge et la bleue ;
- la rouge n'est pas à une extrémité ;
- la jaune est à gauche de la grise, mais entre elles, il y a une autre voiture.

Dessinez la disposition des voitures.
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Carrelage en « L »



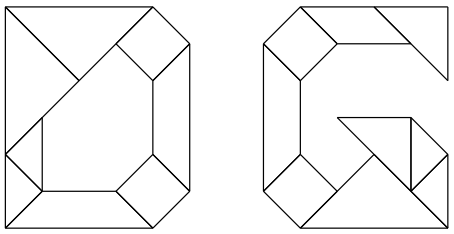
Rita a une chambre carrée. Elle veut y poser un carrelage. Elle souhaite utiliser des carreaux carrés de trois couleurs différentes. Elle commence par disposer les carreaux comme sur le dessin (qui représente le début du carrelage) :

- Elle place d'abord un carreau noir dans un des coins de sa chambre, le coin A.
- Elle entoure ce carreau noir avec des carrés blancs.
- Elle dispose alors un autre rang en forme de " L " avec des carreaux gris.
- Elle décide ensuite de continuer avec la même régularité, pour arriver à 20 carreaux par côté, achevant ainsi de carreler toute sa chambre.

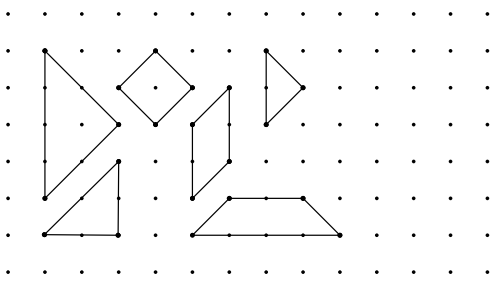
Combien de carreaux de chaque couleur doit-elle utiliser pour le carrelage de toute sa chambre ?
Expliquez votre raisonnement.

Les deux lettres

Danielle et Gabrielle ont marqué la première lettre de leur nom sur leur cahier en y collant des triangles, des carrés et d'autres figures.
Voici les deux lettres D et G qu'elles ont obtenues :



Toutes les figures qu'elles ont utilisées ont été découpées dans du papier à points, selon ces six modèles :



Qui a utilisé le plus de papier à points pour composer la première lettre de son nom?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Les problèmes du Rallye

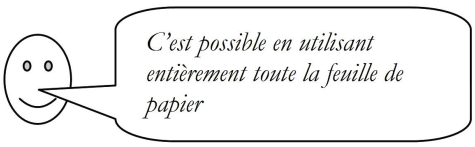
Un groupe de professeurs prépare les problèmes du prochain rallye pour les élèves des catégories 3, 4 et 5. Ils ont décidé qu'il y aurait 5 problèmes pour la catégorie 3, 6 problèmes pour la catégorie 4 et 7 problèmes pour la catégorie 5. Certains problèmes concerneront plusieurs catégories :
- 1 problème sera commun seulement aux catégories 3 et 4 ;
- 3 problèmes seront communs seulement aux catégories 4 et 5 ;
- 2 problèmes seront communs aux trois catégories ;
- 2 problèmes ne seront proposés que pour la catégorie 5.

Combien de problèmes le groupe de professeurs doit-il préparer ?
Expliquez votre démarche pour trouver la réponse.

Pas de gaspillage

La maman de Sophie a acheté une feuille de papier de 24 cm sur 34 cm. Elle veut y découper le plus possible d'étiquettes rectangulaires de 6 cm de large sur 8 cm de long.

Sophie :



Sophie a-t-elle raison ?
Combien d'étiquettes sa maman peut-elle découper dans la feuille qu'elle a achetée ?
Dessinez un découpage possible avec les détails des dimensions.

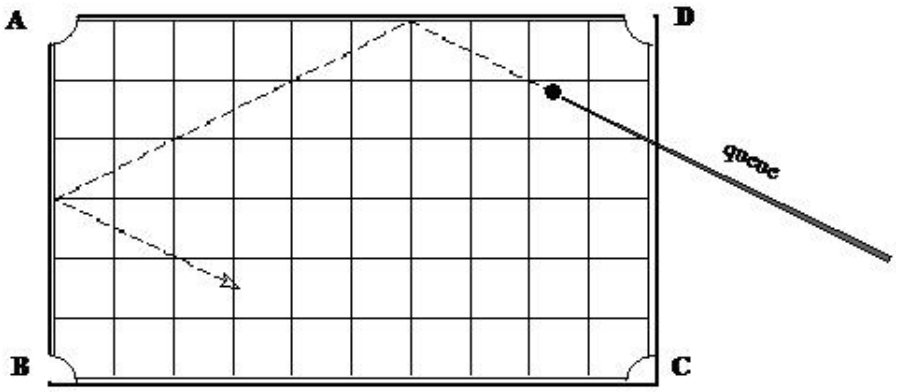
Le défi

Paul, Marie et Luc écrivent des additions en utilisant, pour chacune d'elle, une fois et une seule chacun des six chiffres : 1, 2, 3, 4, 5 et 6. Les trois amis se lancent un défi : ils cherchent à obtenir, par une de ces additions, le plus grand nombre inférieur à 100. Paul a obtenu $39 : 6+5+23+4+1$. Marie a obtenu 97, mais ce n'est pas valable car elle n'utilise pas le « 5 » : $64+32+1$. Luc a obtenu 95, mais ce n'est pas valable car il a utilisé deux fois le « 2 » : $22+56+14+3$.

Trouvez le plus grand nombre inférieur à 100, qui est le résultat d'une addition écrite avec les six chiffres 1, 2, 3, 4, 5, et 6, pris chacun une seule fois.
Indiquez tous vos calculs pour expliquez votre réponse.

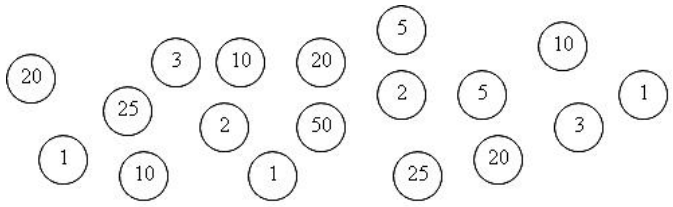
Le billard

Ernest joue au billard. Le dessin représente la position de sa boule. Il désire la faire entrer dans un des trous (A, B, C, ou D) et la pousse avec force d'un coup de queue. La boule, quand elle rencontre un bord du billard, rebondit comme l'indique le dessin. La boule d'Ernest, après avoir rebondi quelques fois contre les bords du billard, entre dans un des trous.



Complétez le parcours de la boule d'Ernest. Dans quel trou est-elle entrée ?
Combien de fois a-t-elle touché les bords ?

Jetons numériques



Paul, André et Jean se sont partagé ces 18 jetons de la manière suivante :
- chacun a pris le même nombre de jetons ;
- chacun a obtenu la même somme en additionnant les nombres de ses jetons ;
- en additionnant les nombres de deux de ses jetons, Paul obtient 22 ;
- André a pris un des jetons sur lequel est écrit le nombre 3.

Qui a le jeton sur lequel est écrit 50 ?
Qui a pris l'autre jeton sur lequel est écrit 3 ?
Justifiez votre raisonnement.

© ARMT

Ping-pong

Annie, Béatrice et Chantal ont passé leur après-midi à jouer au ping-pong. Chacune fait le compte des parties qu'elle a jouées. Voici leur conversation : - Annie : " moi, j'ai joué 7 parties en tout ". - Béatrice : " et moi, 5 parties ". - Chantal : " tiens, moi aussi, j'ai joué 5 parties ". - Mais Béatrice répond : " Chantal, je ne suis pas d'accord, selon moi, tu as joué 6 parties en tout ". Annie et Béatrice ont bien compté les parties qu'elles ont jouées. D'après vous Chantal a-t-elle joué 5 ou 6 parties ? Combien de parties chacune a-t-elle jouées contre chacune des autres ? Justifiez votre raisonnement.

D'après vous Chantal a-t-elle joué 5 ou 6 parties ?
Combien de parties chacune a-t-elle jouées contre chacune des autres ?
Justifiez votre raisonnement.

L'insomniaque

Le grand-père de Julie souffre d'insomnie. Au lieu de « compter les moutons », il a mis au point un système original pour s'endormir : il compte 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7... en tapant sur le bord du lit avec les doigts de la main droite dans cet ordre : « pouce, index, majeur, annulaire, auriculaire, annulaire, majeur, index, pouce, index, majeur... ».

Quel doigt correspondra au nombre 152 ?
Et lequel correspondra au nombre 3251 ?
Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

Réponses de la finale

No	Titre		Arithmétique	Algèbre	Géométrie	Logique
1	Les bons chocolats	3	x		x	
2	Le mage Belcolor	3 4	x			
3	Les petites voitures	3 4 5				x
4	Carrelage en « L »	3 4 5	x		x	
5	Les deux lettres	3 4 5			x	
6	Les problèmes du Rallye	4 5 6	x			x
7	Pas de gaspillage	4 5 6	x		x	
8	Le défi	5 6	x			
9	Le billard	5 6	x			
10	Jetons numériques	6	x			
11	Ping-pong	6	x			x
12	L'insomniaque	6	x			

Q1 : Les bons chocolats

32 chocolats au lait et 12 pavés au chocolat noir.

Q2 : Le mage Belcolor

Durant le mois de mai, le mage Belcolor s'est habillé 8 jours en jaune et 18 jours en rouge.

Q3 : Les petites voitures

Les voitures sont disposées dans l'ordre suivant : $Jaune - Rouge - Grise - Verte - Bleue$

Q4 : Carrelage en « L »

Rita utilisera 133 carreaux noirs, 147 carreaux blancs et 120 carreaux gris.

Q5 : Les deux lettres

Danielle a utilisé plus de papier (20 petits triangles au total pour Danielle et 19 petits triangles pour Gabrielle).

Q6 : Les problèmes du Rallye

Les professeurs doivent préparer 10 problèmes.

Q7 : Pas de gaspillage

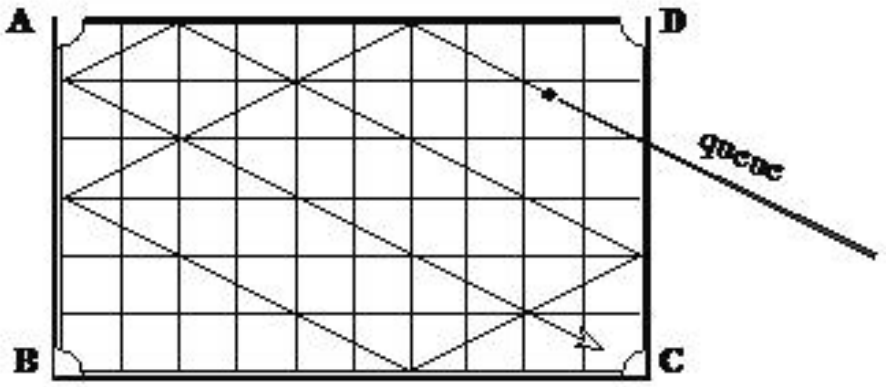
La maman de Sophie peut découper 17 étiquettes.

Q8 : Le défi

Le nombre à trouver est 93.

Q9 : Le billard

La bille entre dans le trou C après 6 rebonds .



Q10 : Jetons numériques

André a le jeton marqué 50 et Paul a l'autre jeton marqué 3.

Q11 : Ping-pong

Chantal a joué 6 parties (Chantal-Béatrice : 2 parties ; Chantal-Annie : 4 parties ; Annie-Béatrice : 3 parties).

Q12 : L'insomniaque

Le doigt tapé en 152^{e} position est l'index, celui de la 3251^{e} position est le majeur.

CASIO

n° 1 du calcul

félicite et encourage

tous les participants de ce

2e Rallye Mathématique Transalpin

en Belgique.

Bloc-note. . .

Le NOUVEAU site du RMT

Vous y trouverez quantité d'informations concernant le RMT : son histoire, le règlement de participation, le calendrier de la 16e édition (2007/2008), les articles parus dans les tomes 1 et 2 à télécharger gratuitement. . . Vous pourrez également vous inscrire en ligne à la 16e édition.

`http://rmt.sbpm.be`

Le site de l'ARMT

Vous y trouverez quantité d'informations concernant l'Association du RMT qui gère l'organisation du RMT en Europe : son histoire, des articles concernant l'exploitation des problèmes télécharger gratuitement, les actes des journées internationales. . .

`http://www.math-armt.org`

Le Livret RMT

La prochaine parution du Livret RMT (Tome 4) est programmée en décembre prochain. Vous y trouverez les problèmes de la 15e édition, ainsi que des analyses de problèmes.

Vous souhaitez participer aux travaux de votre section RMT. . .

Le Comité de la section belge organise le RMT pour l'enseignement fondamental en Communauté française de Belgique. Il se réunit entre 6 et 8 fois par an, alternativement à Nivelles et à Liège. Au cours de ces réunions, nous organisons le concours, élaborons de nouveaux problèmes, discutons des exploitations pour la classe, préparons des formations. . . Si vous êtes intéressé. . . contactez Philippe Skilbecq, responsable de la section belge, 067 21 25 27 ou `philippes@crem.be`, ou un membre du comité.

Rallye Mathématique Transalpin