



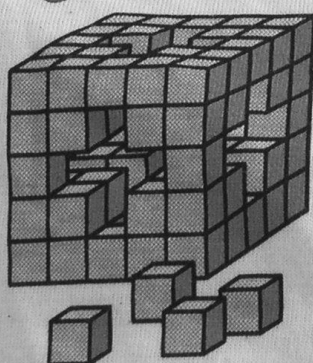
*Rallye
Mathématique
Transalpin*



Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française

Le Rallye Mathématique...

J'y participe !



$$20 \times 2 + 16 \times 2 + 4 = 76$$

<http://www.enseignement.be/rallyemathsbpm>

Tome 1 - Épreuves 2004-2005

13^e Rallye Mathématique Transalpin.

1^{re} participation de la section belge

organisée par la
Société Belge des Professeurs de Mathématiques d'expression française
<http://www.enseignement.be/rallyemathsbpm>

avec le soutien de



Ce livret a été réalisé grâce à la participation active des membres du Comité RMT. La mise en page a été réalisée par J. MIEWIS et PH. SKILBECQ, qui en assure la responsabilité éditoriale pour le Comité RMT et la SBPMef.

La publication de ce livret est rendue possible grâce au soutien de Madame la Ministre-Présidente de la Communauté française de Belgique en charge de l'Enseignement obligatoire et de Promotion sociale.

Siège administratif : Rue de la Halle, 15, 7000 – Mons

Courriel : sbpm@sbpm.be

web : <http://www.sbpm.be>



Rallye Mathématique Transalpin

Tome 1 - Épreuves 2004-2005

Sommaire

• <i>Préface</i>	<i>3</i>
• <i>PH. SKILBECQ, Le 13^e RMT, première édition en Communauté française de Belgique.</i>	<i>5</i>
• <i>F. JAQUET, Confrontations mathématiques, quels apports pour les maîtres ?</i>	<i>11</i>
• <i>J. MIÉWIS, Élaboration des questions du RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN</i>	<i>25</i>
• <i>Le Rallye Mathématique, épreuve d'essai</i>	<i>29</i>
• <i>Réponses de l'épreuve d'essai</i>	<i>35</i>
• <i>Le Rallye Mathématique, première épreuve</i>	<i>45</i>
• <i>Analyse et réponses de la première épreuve</i>	<i>50</i>
• <i>Le Rallye Mathématique, seconde épreuve</i>	<i>54</i>
• <i>Analyse et réponses de la seconde épreuve</i>	<i>60</i>
• <i>Le Rallye Mathématique, épreuve finale</i>	<i>63</i>
• <i>Réponses de la finale</i>	<i>69</i>

Préface

Le RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN ⁽¹⁾ a été organisé pour la première fois en **Communauté française de Belgique** au cours de l'année scolaire 2004/2005. Le présent document a pour principal objet de rassembler les problèmes qui ont été transmis aux classes ayant participé à cette première saison. Pour chacun des problèmes des deux épreuves qualificatives, nous avons noté la moyenne et l'écart-type afin que chaque enseignant puisse situer les résultats de sa classe. Dans une publication future, nous proposerons des analyses de problèmes à partir des réponses des élèves. Nous compléterons ces analyses de propositions d'exploitation en classe. Ces documents seront également disponibles sur le site Internet de la section, à l'adresse <http://www.enseignement.be/rallyemathsbpm>. Ce livret contient également trois articles. L'un de Ph. SKILBECQ, présente une synthèse de cette première saison du **RMT**, l'autre de F. JAQUET, coordinateur international de l'ASSOCIATION DU RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN ⁽²⁾, expose l'intérêt d'un concours tel que celui-ci. Un troisième, de J. MIEWIS, décrit comment les problèmes du **RMT** sont mis au point.

Le comité belge francophone du **RMT** a fait de l'analyse des épreuves et surtout de la publication des résultats de ces analyses une priorité de son travail. Ce livret en est une première expression. Nous ferons en sorte qu'il soit suivi de nombreux autres. Pour ce faire, la collaboration de tous est indispensable, chercheurs, enseignants de tous niveaux, et surtout enseignants participant au **RMT**.

La publication de ces livrets est réalisée grâce au soutien de Madame la Ministre-Présidente de la Communauté française de Belgique en charge de l'Enseignement obligatoire et de Promotion sociale.

Nous souhaitons rappeler que ces problèmes sont la propriété de l'**ARMT** et sont protégés par les droits d'auteur. Il est donc recommandé d'en citer la provenance lors d'une utilisation dans des documents de classe et de demander l'autorisation de publication à l'**ARMT** pour un usage à caractère commercial.

L'**ARMT** regroupe l'ensemble des sections participant au **RMT**. Actuellement, 22 sections y sont inscrites, dont voici la liste :

Aosta (Italie)	Luxembourg	Rozzano (Italie)
Belluno (Italie)	Milano (Italie)	Sassari (Italie)
Belgique	Negeev (Israël)	Siena (Italie)
Bourg-en-Bresse (France)	Parma (Italie)	Suisse romande
Cagliari (Italie)	Perugia (Italie)	Ticino (Suisse)
Franche Comté (France)	Puglia (Italie)	Udine (Italie)
Genova (Italie)	Riva del Garda (Italie)	Vicenza (Italie)
Lodi (Italie)		

⁽¹⁾ Nous utiliserons régulièrement l'abréviation **RMT** dans la suite de ce document.

⁽²⁾ Nous utiliserons régulièrement l'abréviation **ARMT** dans la suite de ce document.

Rallye Mathématique Transalpin en Belgique

Comité exécutif

LAETITIA DESMET, MICHEL HERMAN MARTINE MACHTELINGS, PHILIPPE MAIRESSE,
JOCELYNE MARÉCHAL, JULES MIEWIS, NICOLE MIEWIS, FRANCIS RENIER, PHILIPPE
SKILBECQ, PIERRE STEGEN, CHRISTIAN VAN HOOSTE, CLAUDE VILLERS

Jury belge du Rallye Mathématique Transalpin



M. Branders, Cellule Cyberécole de la Communauté Française,
Me Capacchi, Inspectrice cantonale,
Me Maréchal, Inspectrice cantonale,
M. Paternotte, Instituteur - chercheur.



Me Bols, Professeur de mathématique HE P.-H. Spaak de Nivelles,
M. Marlier, Professeur de mathématique,
Me Miewis, Professeur de mathématique Collège Saint Louis de Liège,
M. Van Hooste, Professeur de mathématique Athénée Vauban de Charleroi,
M. Villers, Professeur de mathématique.



M. Ballieu, Professeur de mathématique, Athénée de Binche,
Me Guissard, Professeur de mathématique Athénée de Waterloo,
Me Noël, Professeur de mathématique, HE de la ville de Mons,
M. Stegen, Professeur de pédagogie, HE de la ville de Liège,



Me Frémal, Professeur de mathématique, I.S.E.L.L. Ste Croix à Liège,
M. Herman, Professeur de mathématique, HE de la ville de Liège,
M. Noël, Professeur émérite, université de Mons-Hainaut,
M. Renier, Inspecteur cantonal.

Le 13^e RMT, première édition en *Communauté française de Belgique.*

PHILIPPE SKILBECQ, *Responsable de l'organisation du
RMT pour la SBPMef*

Le RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN est un concours de mathématiques, créé en Suisse il y a 13 ans ⁽¹⁾ et destiné aux élèves des quatre dernières années de l'enseignement fondamental et aux trois premières années de l'enseignement secondaire. En **Communauté française**, le RMT est organisé depuis 2004 uniquement pour les élèves de 3^e, 4^e, 5^e et 6^e primaires.

Pour cette première édition, 148 classes se sont inscrites au RMT en Communauté française, toutes provinces et tous réseaux confondus. L'analyse des fichiers d'inscription par rapport aux catégories montre une forte représentation de la catégorie 6 — 6^e année primaire — avec près de la moitié des effectifs (figure 1). Peut-être cela traduit-il une *croyance* selon laquelle les « problèmes de math c'est surtout pour les grands ». Cependant si l'on se réfère aux documents officiels que sont les *Socles de compétences*, aucune distinction d'âge n'est faite quant à l'usage des problèmes dans les situations d'apprentissage. Mais sans doute, faudrait-il aussi s'entendre sur le terme « problème ». Dans l'article *Confrontations mathématiques, quels apports pour les maîtres ?*, F. JAQUET rencontre quelque peu cette problématique. Nous y reviendrons également dans un prochain article.

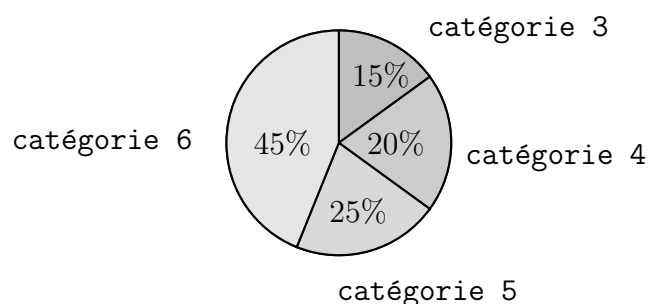


Fig. 1

Les objectifs essentiels du RMT sont au nombre de deux. D'abord, proposer un concours de mathématiques où les élèves résolvent des problèmes en groupe, en prenant en charge l'entièreté de la résolution. Ensuite, utiliser les résultats de ce concours à des fins de recherche en didactique des mathématiques et proposer aux enseignants l'ensemble des constats, recherches, exploitations, ... Ce sont là deux objectifs ambitieux au service des enseignants et des élèves.

⁽¹⁾ Pour plus de renseignements sur l'historique du RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN, nous invitons le lecteur à visiter le site Internet du RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN en **Communauté française**, <http://www.enseignement.be/rallyemathsbpm>

L'organisation de ce concours est prévue en quatre étapes. La première, de novembre à décembre, consiste à réaliser une épreuve d'essai dans sa classe afin de déterminer, avec les élèves, de la participation au RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN. C'est aussi pour le maître le moment de se mettre en recul et d'observer ses élèves en situation de résolution de problèmes en groupe, d'observer leur capacité à former des groupes, à prendre en charge un énoncé, à discuter des procédures de résolution, à les argumenter, à discuter et argumenter la ou les solutions, à se mettre d'accord sur une notation et une justification ou une explication, . . . Ces observations serviront lorsque la classe entière analysera les problèmes et leur résolution, tant au niveau proprement mathématique qu'au niveau des comportements de groupe. Cette épreuve d'essai possède donc un double objectif, déterminer la participation au RMT et s'entraîner à cette façon de résoudre des problèmes.

Ensuite, viennent les deux épreuves qualificatives, l'une en janvier, l'autre en mars. Elles s'organisent en classe, durant une période de **50 minutes**, sous la surveillance d'un adulte **autre que l'enseignant**. Ces deux dernières conditions sont essentielles dans l'organisation du RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN.

Enfin, l'épreuve finale a rassemblé en mai, cette année à Nivelles, les quatre meilleures classes — résultats cumulés aux épreuves qualificatives — de chaque catégorie, soit 16 classes.

1. La finale du samedi 7 mai 2005

Seize classes étaient donc réunies à Nivelles pour disputer la finale de la première saison du RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN en **Communauté française de Belgique**. Le tableau ci-dessous présente les finalistes (sans ordre particulier) et les quatre classes gagnantes.

	Catégorie 3	Catégorie 4	Catégorie 5	Catégorie 6
Gagnants	Institut Notre Dame de Bonne Espérance à Braine-le-Comte Monsieur Philippe Delabie	École primaire Sainte Véronique à Liège Monsieur Claude Thonon	École primaire Sainte Véronique à Liège Monsieur Nicolas Schmitz	École communale de Grand Manil à Gembloux Monsieur Luc Ronsmans

Finalistes	Institut Notre Dame de Bonne Espérance à Braine-le-Comte	École communale du Jardin botanique 1 à Liège	École communale du Jardin botanique 1 à Liège	Sacré Cœur de Lindhout à Bruxelles
	Institut Notre Dame de Bonne Espérance à Braine-le-Comte	École libre de Meux	École Saint Jean Baptiste de Huppaye	École communale de Thiméon
	Athénée royal Verdi à Verviers	École Saint Jean Baptiste de Huppaye	École communale de Hyon	Institut Notre Dame à Marche-en-Famene

2. Des comportements d'élèves lors de la finale

Lors de la finale à Nivelles, des étudiants de la section « instituteurs » de la HE P.-H. Spaak de Nivelles et de la ENCBW de Louvain-la-Neuve accompagnaient les classes finalistes dans leur local respectif. Ces étudiants étaient ainsi chargés de veiller au bon déroulement de la finale. Ils avaient aussi pour tâche d'observer les élèves à partir d'une grille d'observation structurée en trois parties :

- la prise de connaissance des problèmes et la formation des groupes ;
- la résolution des problèmes ;
- la rédaction des solutions et des explications, justifications ou vérifications.

L'objet de ces observations était de connaître davantage le comportement des élèves en situation de résolution de problèmes en groupe. La récolte des données relatives à ces observations et leur analyse montrent que les élèves de 2 classes seulement lisent les problèmes avant de former les groupes et de se répartir les problèmes (figure 2, page 8). Nous pouvons nous en étonner car il est raisonnable de penser que pour se répartir les problèmes, il faut les lire au préalable.

Nous nous sommes donc intéressés à la manière avec laquelle les groupes avaient été constitués. La poursuite de l'analyse met en évidence que pour 11 classes sur les 16, les groupes ont été formés à l'avance par l'enseignant (figure 3, page 8).

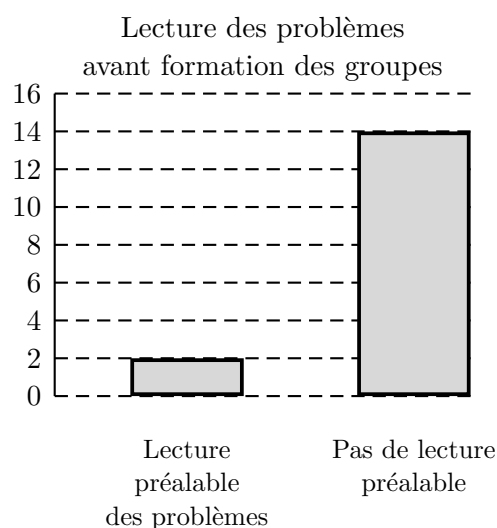


Fig. 2

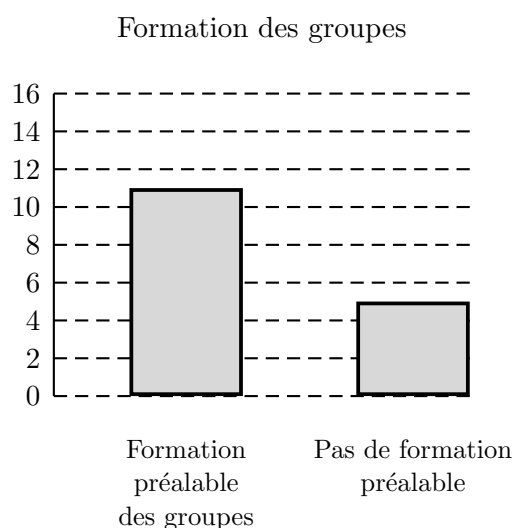


Fig. 3

Ces résultats montrent que les enseignants ont pris en charge la formation des groupes plutôt que de donner aux élèves les outils (connaissances et compétences) nécessaires à ce difficile exercice. Peut-être est-ce dû à la formation — ou l'information — des enseignants par rapport au travail de groupe. Peut-être aussi, faut-il tenir compte du contexte « compétitif » de la finale. Il est tout à fait légitime de participer à un concours avec l'envie de gagner. Il faut cependant replacer ce concours dans le contexte éducatif de l'école. Le concours peut être considéré comme un moyen complémentaire à tous ceux déjà à la disposition des enseignants pour rencontrer différents apprentissages, notamment ceux liés à l'aspect collaboratif. En effet, le « concept » RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN peut être analysé à partir de deux situations distinctes. D'abord, la plus évidente sans doute, la situation de concours dans laquelle il faut être le plus performant. Ensuite, la situation d'enseignement-apprentissage durant laquelle, dégagés de toute pression, enseignants et élèves complètent leur formation à propos de tel ou tel domaine envisagé par le RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN, reprennent l'un ou l'autre problème plus complexe et tentent de le résoudre en groupe classe. . .

Pour revenir au constat cité ci-dessus et concernant la formation des groupes, loin de nous l'idée de blâmer les enseignants qui ont formé les groupes au préalable. Dans un contexte de compétition, il faut agir pour gagner : c'est le propre d'un concours, pour autant que l'on respecte les règles. Et dans ce cas précis, les règles sont claires : l'entière organisation de la résolution des problèmes doit être laissée aux élèves. L'enseignant ne peut donc intervenir dans l'organisation des groupes. Nous reviendrons dans un prochain article sur ce point du règlement et les conséquences qu'il peut avoir sur le travail en classe.

3. Quels problèmes en 2004 – 2005 ?

Pour bien comprendre ce qu'est le RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN, nous nous sommes également intéressés aux problèmes proposés au cours de cette première session.

Nous avons ainsi réalisé un premier classement des problèmes à partir d'une typologie basée sur les domaines : arithmétique, géométrie, logique, mesure, raisonnement, combinatoire.

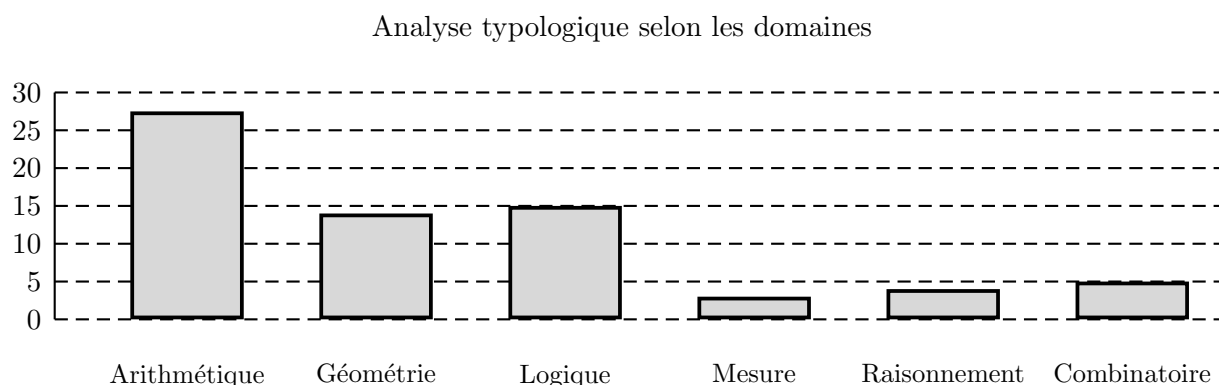


Fig. 4

Un constat s'impose d'emblé : les problèmes d'arithmétique représentent une large part des problèmes proposés au RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN (près de 50%). Il faut cependant être conscient que pour certains problèmes l'arithmétique ne constitue pas la difficulté majeure. L'analyse *a priori* du problème des *deux rectangles* illustre ce propos (voir l'énoncé page 64).

ANALYSE A PRIORI

Domaines de connaissances

Géométrie : rectangles, polygones et périmètres

Arithmétique : additions

L'arithmétique est toutefois une activité importante de l'activité mathématique, comme le souligne D. PERRIN, « [...], l'un des éléments importants, pour l'élève comme pour le mathématicien, est la capacité de mener des calculs. Cet aspect technique est fondamental (et parfois sous-estimé) car il conditionne la progression [...] C'est un peu la même situation que pour un musicien : la virtuosité n'est pas un but, mais elle est un atout précieux » ⁽²⁾. D'autres typologies pourraient être envisagées dans les mois à venir pour classer les problèmes du RMT, comme celle basée sur les démarches nécessaires à la résolution des problèmes, ou celle basée sur les démarches de validation des réponses. Ce long travail a été initié dans plusieurs sections de l'ASSOCIATION DU RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN.

⁽²⁾ ERMEL, [1999], *Vrai ? Faux ?... On en débat !*, Paris : INRP. — D. PERRIN est professeur de mathématiques à l'IUFM de Versailles.

4. Conclusion

Cette première édition du RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN en ***Communauté française de Belgique*** peut être considérée comme un succès pour les mathématiques. Aux dires des enseignants participant à la finale, ce fut une belle aventure.

Mais le RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN est aussi une grande communauté de recherche sur l'enseignement des mathématiques avec cette caractéristique qu'elle englobe plusieurs pays européens.

Participer au RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN avec sa classe c'est participer à cette communauté de recherche.

Confrontations mathématiques, quels apports pour les maîtres ?

FRANÇOIS JAQUET, *Coordinateur international de l'ARMT*

Résumé : L'examen des copies rendues par les groupes d'élèves résolvant des problèmes dans le cadre du RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN (RMT) permet d'identifier leurs différentes stratégies de résolution. Cet article décrit les procédures relevées pour deux problèmes du 13^e RMT : « Les pots » et « Les trois coffres ». Il met en évidence, pour chacune d'elles, les savoirs effectivement mis en œuvre par les élèves, tels qu'ils apparaissent à la lecture de leurs explications. Les différentes catégories de stratégies conduisent à des interrogations et à des suggestions de développement pour les maîtres qui aimeraient en savoir plus sur les potentialités de ces problèmes dans le cadre de leur enseignement : pour exploiter l'intérêt suscité par leur résolution en compétition, pour l'évaluation des représentations et des compétences de leurs élèves, pour de nouvelles activités d'apprentissage destinées à leur classe entière.

1. Introduction

1.1. Le cadre général

Les concours de mathématiques se développent un peu partout dans le monde dans le cadre des structures scolaires ou en marge de celles-ci. Sous des modalités très diverses, ils proposent, en général, des problèmes à résoudre. Leurs organisateurs sont bien souvent des professeurs de mathématiques, dont l'objectif est de faire partager leur intérêt pour la discipline à leurs élèves ou à un public plus large. Certains concours attirent les « forts en maths » et se limitent à établir un palmarès fondé sur les « bonnes réponses » obtenues. D'autres, de plus en plus nombreux, ont des visées pédagogiques : engagement des maîtres, initiation à de nouvelles pratiques... Le RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN s'inscrit dans cette tendance, affiche explicitement des objectifs en vue de la formation des maîtres et, à cet effet, analyse de manière détaillée ses problèmes et les stratégies des groupes d'élèves qui les résolvent.

Le RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN demande aux élèves, non seulement la (les) réponse(s) aux problèmes proposés, mais aussi, des explications sur la manière dont ils ont procédé pour y arriver par des injonctions du genre « expliquez comment vous avez trouvé », « indiquez les détails de vos calculs »...

Note : FRANÇOIS JAQUET est également un ancien collaborateur de l'Institut Romand de Recherche et Documentation Pédagogique (IRDP) et rédacteur de la revue Math-Ecole.

Les informations apportées sur les « feuilles-réponses » ou « copies » des groupes d'élèves sont certes fragmentaires ou difficiles à interpréter, mais le RMT les considère comme essentielles :

- pour en savoir plus sur les procédures ou stratégies de résolution, du point de vue du maître,
- pour inciter à l'explicitation et à un retour sur les parcours de résolution empruntés par les élèves.

Les maîtres sont associés à toutes les étapes du rallye, dans la mesure de leurs disponibilités ils peuvent ainsi :

- observer des élèves (les leurs lors de l'épreuve d'essai et ceux d'autres classes) en activité de résolution de problème ;
- évaluer les productions de leurs propres élèves et leurs capacités d'organisation, de discuter des solutions et de les exploiter ultérieurement en classe ;
- introduire des éléments de renouvellement dans leur enseignement par des échanges avec d'autres collègues et par l'apport de problèmes stimulants ;
- s'engager dans l'équipe des animateurs et participer ainsi à la préparation, à la discussion et au choix des problèmes, à l'évaluation en commun des copies, à l'analyse des solutions.

1.2. Les problèmes du RMT

Le RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN propose des situations pour lesquelles on ne dispose pas d'une solution immédiate et qui conduisent à inventer une stratégie, à essayer, à vérifier, à justifier sa solution. Cette définition se rapproche de celle du « problème ouvert », qu'on s'approprie rapidement, où l'on trouve des défis, du plaisir à chercher, des aspects ludiques. Elle se distingue de celle de la « situation-problème » destinée à construire une nouvelle connaissance ou à en reconstruire une après s'être trouvé dans une situation conflictuelle où le niveau antérieur de la connaissance s'est révélé inadéquat. Si certains problèmes peuvent effectivement provoquer un conflit cognitif, il manque cependant le temps nécessaire au développement de toutes les phases de recherche, dès le moment où le maître intervient (puisque les règles du concours excluent sa présence pour toute la durée de l'épreuve). Elle est différente de celle du « problème d'application » destiné à renforcer et assimiler des connaissances ou en étendre le champ d'application, qu'on situe généralement en fin de séquence d'apprentissage d'une notion.

Il faut relever que tout problème participe au renforcement des savoirs qu'il mobilise ; ceux du RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN cherchent à éviter les effets de « répétition » et « d'exercice » par le choix de contextes les plus originaux possible. Une des conséquences de la définition du problème du RMT, comme de toute compétition, est qu'il doit être inédit (dès qu'on en a trouvé la solution, ce n'est plus un problème), riche et stimulant pour les élèves. Du fait de son étendue géographique, le RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN doit créer des problèmes qui conviennent à des systèmes éducatifs différents par leurs programmes et leurs contextes scolaires : tous les pays ne présentent pas les mêmes notions au même degré de la scolarité ; il faut éliminer tous les problèmes ressemblant à

ceux des manuels de toutes les régions où se déroulent les épreuves... ; les contextes des sujets doivent être neutres culturellement, les énoncés doivent pouvoir être traduits dans plusieurs langues...

Une autre condition, imposée cette fois-ci par les buts que le RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN a choisis, envers les maîtres et la formation, est que ses problèmes devraient être exploitables en classe, après le concours. L'évolution s'est faite sur une longue durée, et la question « Qu'est-ce qu'un bon problème, pour le RMT ? » n'a été posée explicitement qu'après 12 ans d'existence.

1.3. Les critères de choix d'un problème du RMT

La réponse à la question précédente n'est pas évidente, mais les critères de choix d'un problème se dégagent peu à peu et paraissent aussi pertinents pour la formation. Actuellement, le RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN examine les propositions de sujets selon les trois critères suivants.

- Le contenu mathématique.
Il faut s'assurer que le problème « n'oublie » pas les mathématiques. Il y a effectivement de nombreux jeux, divertissements, casse-tête, défis très plaisants qui, bien que qualifiés de « mathématiques », n'ont pas de contenus disciplinaires que nous sommes capables d'identifier.
- La tâche de résolution.
Un problème qui mobilise des savoirs mathématiques reconnus du point de vue adulte, peut parfois être résolu par des élèves par des voies détournées. C'est l'analyse de la tâche de résolution, en fonction du niveau de développement de l'élève, qui permet d'éviter l'écueil *a priori*.
- Le contexte.
Il faut éviter que la décontextualisation constitue la tâche la plus importante du problème.

2. Changement de contexte et mise en évidence des contenus

2.1. Présentation d'un exemple

L'exemple présenté ici est un problème dont il a fallu modifier le contexte pour « ne pas noyer le poisson », pour s'apercevoir que les savoirs mathématiques mobilisés ne sont pas prioritairement d'ordre arithmétique mais combinatoire. Voici l'énoncé dans sa première version, soumis à l'examen des différentes commissions d'examen sur le long parcours de lecture et d'analyse *a priori* d'un problème du RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN.

La pêche a la ligne (Cat. 3, 4)

Mario se rend à la fête avec son petit frère Gino, où une pêche à la ligne spéciale est organisée. On pêche des poissons en plastique qui portent chacun un numéro. Ils sont dans un grand bocal rempli d'eau. Il y a exactement 9 poissons, ils portent les numéros : 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9.

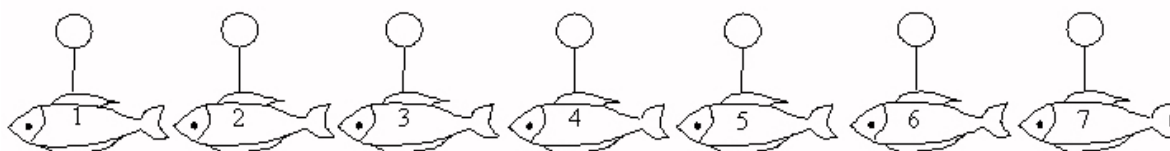
Pour gagner un lot, il faut pêcher un ou plusieurs poissons, de façon que le total des numéros inscrits sur les poissons pêchés soit exactement égal à l'âge de celui qui pêche. Quand on joue, on ne remet pas dans l'eau le poisson que l'on vient de pêcher. Gino a 9 ans. Il gagne en pêchant les poissons 2 , 6 , 1. Il aurait aussi pu gagner en pêchant par exemple les poissons 4 , 5. Mario a 15 ans.

Indiquer toutes les façons possibles de gagner pour Mario.
Expliquez comment vous avez trouvé.

La première version ayant paru un peu difficile en voici une deuxième :

La pêche a la ligne (Cat. 3, 4)

À une fête d'anniversaire, un des jeux organisés est une « Pêche à la ligne » spéciale. Dans une bassine pleine d'eau, flottent 7 poissons en plastique avec un anneau sur le dos, comme ceux dessinés ci-dessous :



Sous le ventre de chaque poisson est inscrit un nombre de 1 à 7 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Chaque enfant peut pêcher deux ou plusieurs poissons, sans les remettre dans la bassine. Il gagne si la somme des nombres inscrits sous les poissons pêchés est égale à son âge. Jean a 9 ans et a gagné un prix en pêchant les poissons avec les nombres 2, 6 et 1. S'il avait pêché les poissons avec les nombres 3 et 7, il n'aurait rien gagné. Mario a 11 ans.

Expliquez toutes les possibilités qui permettent à Mario de gagner un prix à la « Pêche à la ligne ».

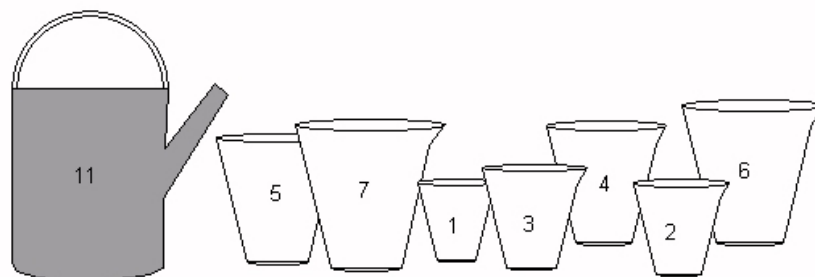
Expliquez comment vous avez trouvé.

De nombreuses ambiguïtés sont apparues en deuxième lecture.

- La « pêche à la ligne » est un jeu où le numéro des poissons est caché (où la pêche se fait à l'aveugle ou encore au hasard) ; les numéros « sous le ventre » ne sont donc pas visibles pour le pêcheur qui pêche de dessus et le dessin de face ne permet pas de les voir.
- L'énoncé parle de deux poissons ou plus, ce qui signifie qu'un joueur de moins 8 ans serait désavantagé en cas de tirage de 7 au premier poisson.
- La question demande « quelles sont les possibilités... » C'est une nouvelle ambiguïté, révélatrice. L'analyse de la tâche laisse penser qu'une possibilité comme $7 + 3 + 1$ est la même que $1 + 3 + 7$. Or, la situation est fondamentalement différente dans le déroulement du jeu. Si le joueur (de 11 ans) tire 7 au premier coup, il risque de perdre au deuxième en tirant 5 ou 6, tandis que s'il tire 1 au premier coup et même 3 au deuxième coup, il sait qu'il peut encore jouer son 3^e coup sans aucune crainte). Donc, les permutations des termes correspondent à des situations de jeu différentes. Il a donc fallu trouver un contexte plus simple, pour éviter tous les implicites d'un jeu de kermesse artificiel, empêchant des élèves travaillant seuls « d'entrer » dans le problème sans les relances habituelles du maître.

Les pots (Cat. 3, 4)

Devant l'arrosoir, qui contient exactement 11 litres d'eau, il y a sept pots vides : de 1 litre, 2 litres, 3 litres, 4 litres, 5 litres, 6 litres et 7 litres.



Mario doit choisir quelques pots dans lesquels il versera toute l'eau de son arrosoir. Les pots choisis devront être entièrement pleins, mais il ne faut pas qu'ils débordent !

Quels pots Mario peut-il choisir ?

Par exemple, si Mario choisit les pots 3, 4 et 6, il n'aura pas assez d'eau pour les remplir tous. S'il choisit les pots 6 et 2, il n'arrivera pas à vider entièrement son arrosoir. S'il choisit les pots 3, 6 et 2, c'est possible, il pourra vider l'arrosoir et remplir entièrement les pots.

Mais il y a encore d'autres possibilités.

Indiquez-les toutes et expliquez comment vous les avez trouvées.

Le nouveau contexte des « pots » évite les écueils précédents. Il n'y a plus de « jeu », ni de joueurs, ni de poissons à remettre seulement en fin de partie ou entre les parties hypothétiques. Le hasard n'intervient plus et c'est peut-être une perte, mais, de toute manière, comme on n'en tire pas profit... Les solutions peuvent se trouver sans savoir ce qu'est la « somme » et sans écritures mathématiques. Le fond du problème mathématique subsiste : c'est-à-dire l'inventaire, qui demande une organisation, comme le relève l'analyse *a priori*.

Quelques résultats

Les critères d'attribution des points qui figurent dans l'analyse *a priori* du problème vont de 4 points pour une réussite avec explications à 0 point en cas d'incompréhension du problème ou d'échec total, selon le barème suivant :

- 4 - Sept possibilités sont données (ou six si on ne répète pas celle de l'exemple de l'énoncé) (7 et 4 ; 7, 3 et 1 ; 6 et 5 ; 6, 4 et 1 ; 6, 3 et 2 ; 5, 4 et 2, 5, 3, 2 et 1) avec explication ou organisation de l'inventaire.
- 3 - Les sept (ou six) possibilités sont énoncées sans explication, sans organisation du comptage, éventuellement avec une ou deux répétitions (sommes utilisant les mêmes termes mais dans un autre ordre (comme 7, 3, 1 et 3, 1 7), ou sommes utilisant deux fois le même terme (comme 7, 2, 2 et 5, 3, 3).
- 2 - 4 ou 5 possibilités différentes de l'exemple, avec ou sans explications (des répétitions pouvant figurer).
- 1 - 2 ou 3 possibilités différentes de l'exemple, avec ou sans explications (des répétitions pouvant figurer).
- 0 - Toute autre réponse et/ou incompréhension du problème.

Selon ces critères, voici les moyennes obtenues par 350 classes de catégories 3, 4, 5, de 7 sections ⁽¹⁾ (de A à G) du RMT.

Catégories	A	B	C	D	E	F	G	moyenne arithmétique
3 ^e	3,2	2,2	2,3	2,4	3,2	2,6	2,2	2,5
4 ^e	3,0	2,5	2,8	3,1	3,7	3,0	2,6	2,9
5 ^e	3,3	2,7	2,8	2,8	3,6	3,0	3,0	3,0
moyenne arithmétique	3,1	2,5	2,7	2,8	3,6	2,9	2,6	2,9

Quelques commentaires à leur propos.

- Le problème est considéré comme « bien réussi » pour le RMT, avec des moyennes nettement supérieures à 2.
- On ne relève aucun « 0 point » sur l'ensemble des copies examinées dans ces sections.

⁽¹⁾ Note de la rédaction : les sections sont ici identifiées anonymement, ce qui permet une étude statistique en toute indépendance d'esprit.

- Les variations d’une section à l’autre ne sont vraisemblablement pas dues entièrement au niveau de connaissances ou de compétences des élèves, ni aux programmes nationaux. Il faut plutôt y voir des interprétations différentes des barèmes par les jurys locaux qui ont attribué les points. En particulier pour ce cas, que signifie « l’explication ou l’organisation de l’inventaire » demandée pour l’attribution des 4 points ?

2.2. Les justifications des élèves

Voici quelques exemples d’explications, tirés des copies de la section de Belgique, de catégorie 4 :

- On a choisi ces possibilités parce qu’elles font toutes 11. 1
- $7\ell + 4\ell = 11\ell$. On a fait 7 pour arriver à 11 et on a trouvé 4.
 $6\ell + 5\ell = 11\ell$. On a fait 6 pour arriver à 11 et on a trouvé 5.
 $6\ell + 4\ell + 1\ell = 11\ell$. On a fait 6 pour arriver à 11 et on a trouvé 4 et 1 ...
- $5 + 7 = 12 + 3 = 15 - 3 - 2 = 11 - 6 = 5 + 4 = 9 + 4 = 1$.
- On fait tous les calculs possibles qui font 11 litres.
- On a d’abord bien lu le problème, puis on a chacun cherché et marqué les réponses dans son cahier de brouillon. Puis on s’est montré les réponses pour voir si on avait les mêmes mais il en manquait une à mon ami ($5 + 3 + 2 + 1$). Voilà ce qu’on a trouvé :
 $6\ell + 4\ell + 1\ell = 11\ell$ (suivent les 6 autres possibilités.)
- Il y a 7 possibilités.
1 ℓ , 2 ℓ , 3 ℓ , 5 ℓ .
1 ℓ , 3 ℓ , 7 ℓ .
1 ℓ , 4 ℓ , 6 ℓ .
2 ℓ , 4 ℓ , 5 ℓ .
2 ℓ , 3 ℓ , 6 ℓ .
4 ℓ , 7 ℓ .
5 ℓ , 6 ℓ .
- On a additionné pour trouver 11, puis on a inversé les chiffres ! Exemples :
74, 47
65, 56
641, 614, 416, 461, 164, 146 - ...
5123, 5132, 5231, 5213, 5312, 5321, 1235, ...
Réponse : 52 possibilités.

2.3. Intérêt pour l’enseignement

Il faut relever qu’aucune faute de calcul n’a été relevée parmi les copies analysées, ce qui tend à dire que les compétences en calcul sont suffisantes et que, par conséquent, l’intérêt du problème n’est pas du domaine de l’arithmétique, mais de la combinatoire. Il y a cependant beaucoup d’inventaires incomplets (2 points) ou mal organisés. L’oubli le plus fréquent est la solution en quatre termes ($5;3;2;1$). Lorsque la réponse est complète, elle est rarement accompagnée d’une liste organisée des solutions et encore plus rarement de

considérations sur le fait qu'il n'y a pas d'autres possibilités. Le problème ne fait intervenir que des connaissances très élémentaires sur l'addition, mais il exige une démarche scientifique pour l'élaboration de l'inventaire des possibilités. Est-ce un objectif des « programmes » officiels ? C'en est un, assurément, de la discipline des mathématiques et de son enseignement. « Les pots » dans la version examinée ici, n'est donc pas un problème d'application des opérations arithmétiques élémentaires, mais plutôt une situation au cours de laquelle les élèves ont l'occasion de conduire un inventaire organisé, de vérifier les solutions trouvées et de se convaincre qu'il n'y en a pas d'autres par une argumentation rigoureuse. On imagine aisément qu'on peut modifier les données de l'énoncé, augmenter ou diminuer les nombres en jeu et, surtout, exploiter le problème lors de débats collectifs où les élèves explicitent leurs stratégies pour arriver à l'exhaustivité de leurs inventaires.

3. Analyse de la tâche et savoirs mathématiques

Il est important, mais aussi difficile, d'analyser la tâche de résolution d'un problème, *a priori* et *a posteriori*, pour déterminer quels sont les savoirs mathématiques auxquels les élèves font appel pour sa résolution. Dans ce deuxième exemple, le problème a été accepté, selon les critères de choix du RMT, mais avec un développement sensible de son analyse *a priori*, avec de nombreux doutes sur son niveau de difficulté qui l'ont fait monter des catégories 3 à 5 aux catégories 5 et 6 et, finalement, avec une belle surprise lors de l'analyse des résultats.

3.1. Le problème

Les trois coffres (Cat. 5, 6)

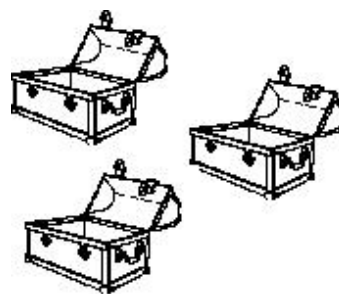
Le contenu de chacun de ces trois coffres a la même valeur que 30 pièces d'or.

Dans chaque coffre, il n'y a que des lingots.

Dans le premier coffre, il y a 4 petits lingots et 1 lingot moyen.

Dans le second coffre, il y a 2 petits lingots et 2 lingots moyens.

Dans le troisième coffre, il y a 1 lingot moyen et 1 grand lingot.



Combien de pièces d'or vaut un petit lingot ?

Combien de pièces d'or vaut un lingot moyen ?

Combien de pièces d'or vaut un grand lingot ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

3.2. L'analyse de la tâche

Les différents groupes qui ont examiné le premier projet ont constaté que le problème, d'un point de vue mathématique, présente un système de trois équations du premier degré à trois inconnues : $4p + m = 2p + 2m = m + g = 30$ (où m , n et p sont exprimés en nombre de pièces d'or) et qu'il paraissait trop ambitieux de le proposer à des élèves de 8 à 11 ans comme prévu initialement.

Les « domaines de connaissances » proposés étaient l'arithmétique (échanges, équivalences) et la logique. Les différentes consultations y ont ajouté la proportionnalité. Dans le premier projet de l'analyse *a priori*, « l'analyse de la tâche » était formulée ainsi : « Comprendre que 1 lingot moyen vaut 2 petits et qu'un grand vaut 2 moyens ou 4 petits. Comprendre que 6 petits lingots valent 30 pièces d'or et donc qu'un petit lingot vaut 5 pièces d'or ($30 : 6 = 5$). Trouver la valeur d'un lingot moyen ($10 = 2 \times 5$) et d'un grand lingot ($20 = 4 \times 5$) ». Cette analyse s'est sensiblement développée et affinée par l'apport des contributions des différents lecteurs, elle a aussi bénéficié d'une expérience des années précédentes. Il a fallu envisager la résolution « experte » pour faire apparaître les opérations en jeu dans la résolution, par exemple, des équations : $4p + 1m = 2p + 2m = 1m + 1g = 30$.

Des résultats antérieurs ont aussi renforcé ce besoin de développer l'analyse. Un problème du 6^e RMT ⁽²⁾ : « Les pots de confiture » de structure tout à fait analogue (mais avec des plus grands nombres de pots/lingots et des rapports de 3 - au lieu de 2 - entre les masses/valeurs des grands, moyens et petits) s'était révélé difficile, en catégories 6, 7 et 8. Finalement, le texte de cette analyse de la tâche a passé de quelques lignes à plus d'une vingtaine, et il se révélera encore bien lacunaire lors de l'examen des copies reçues.

- Se rendre compte que, si chaque valeur de coffre est de 30 (pièces d'or), les coffres sont équivalents entre eux, bien qu'ils ne contiennent que des lingots différents soit en nombre soit en grandeur.

Tirer, de l'équivalence entre les contenus des deux premiers coffres : $4p + 1m = 2p + 2m$ (p désigne la valeur d'un petit lingot, m désigne la valeur d'un lingot moyen) une équivalence plus simple en retirant $2p$ dans chaque coffre : $2p + 1m = 2m$, puis une dernière équivalence encore plus simple, en retirant 1 m de chaque coffre, pour arriver à l'équivalence : $2p = 1m$.

De la même manière, tirer de l'équivalence entre les contenus du premier et du troisième coffre : $4p + 1m = 1m + 1g$ (g désigne la valeur d'un grand lingot) l'équivalence plus simple : $4p = 1g$. On peut donc par substitution, entre les relations $2p = 1m$ et $4p = 1g$, obtenir la relation $1g = 2m$.

- À l'aide des relations précédentes, voir que les contenus de chacun des coffres peuvent s'exprimer, après substitution, avec une seule sorte de lingots ; par exemple des petits lingots :
 - le contenu du premier coffre est de $4p + 1m = 4p + 2p = 6p$;
 - le contenu du deuxième coffre est de $2p + 2m = 2p + 2 \times 2p = 2p + 4p = 6p$;

⁽²⁾ Crociani. C., Doretti. L. , Salomone. L. Un problème et son analyse didactique : Les pots de confiture. In Le Rallye mathématique transalpin, quels profits pour la didactique. Actes des rencontre de Brigue 1997/1998. Ed. responsables L. Grugnetti et F. Jaquet. Università. di Parma, IRDP Neuchâtel, 1999.

- le contenu du troisième coffre est de $1m + 1g = 2p + 4p = 6p$. Ceci permet de passer à la « mesure » de chaque lingot en pièces d'or.
- Comprendre que 6 petits lingots valent 30 pièces d'or et donc qu'un petit lingot vaut 5 pièces d'or ($30 : 6 = 5$) ;
- trouver la valeur d'un lingot moyen ($10 = 2 \times 5$) et d'un grand lingot ($20 = 4 \times 5$) : $m = 10$ pièces d'or et $g = 20$ pièces d'or.
- Ou : procéder par essais, au hasard ou organisés. Par exemple, à partir du contenu du troisième coffre, postuler que $m = 12$ et $g = 18$, ce qui conduira à une contradiction en vérifiant ces valeurs de m et g pour les contenus des deux autres coffres. Puis, ce qui peut paraître naturel, essayer les valeurs $m = 10$ et $g = 20$, qui permet de trouver $p = 5$ par observation du contenu du deuxième coffre et enfin de vérifier ces valeurs pour le contenu du premier coffre.
- Ou : travailler avec des représentations graphiques des lingots et des équivalences, plus faciles pour appliquer les règles d'équivalence (par exemple sous forme de balance à équilibrer).

3.3. Les procédures observées

Sur la base d'une centaine de copies des sections de Cagliari et de Belgique, voici les procédures de résolution identifiées pour ce problème des « Trois coffres » :

A. Le lingot moyen vaut le double du petit comme premier argument.

La clé du problème, pour cette catégorie de procédures, réside dans la découverte du rapport « 2 » entre les valeurs du lingot moyen et du petit et/ou entre celle du grand et du moyen. A partir de ce rapport, on peut passer à la division par 6 et/ou par 3 explicite – comme dans la catégorie précédente – ou implicite. Mais l'interrogation reste la même. Comment les élèves ont-ils trouvé ce rapport ? Il n'y a aucune référence explicite à la réduction logique de la relation entre les deux premiers coffres et la relation $2p = m$:

$$4p + 1m = 30 \text{ et } 2p + 2m = 30$$

$$\text{par comparaison } 4p + 1m = 2p + 2m$$

$$\text{puis, par soustraction de } 2p \text{ et } m, \text{ on tire } 2p = m$$

On ne peut donc pas savoir si ce raisonnement a été conduit implicitement ou si, plus probablement, les élèves sont partis d'une « impression ».

Voici quelques exemples de cette procédure A.

A1. [...] *Abbiamo dedotto queste risposte perché, secondo noi, 2 lingotti piccoli valgono 1 lingotto medio, due lingotti medi valgono uno grande* [...] — [...] Nous avons déduit cette réponse parce que, selon nous, 2 petits lingots valent 1 moyen, 2 moyens valent un grand [...], avec réponses justes et dessins de trois coffres contenant les lingots représentés par des boules de tailles différentes. (Référence : CA620)

A2. *4 lingotti piccoli = 2 medi o 1 grande*

1 lingotto medio = 2 piccoli

1 lingotto grande = 2 medi o 4 piccoli

30 pezzi d'oro = 6 lingotti piccoli

30 pezzi d'oro = 3 lingotti medi

30 pezzi d'oro = 1 lingotto grande e uno medio

Quindi $30 : 6 = 5$ che sarebbe il valore di un lingotto piccolo $30 : 3 = 10$ che sarebbe il valore di un lingotto medio $30 : 1,5 = 20$ che sarebbe il valore di un lingotto grande—

Donc $30 : 6 = 5$ serait la valeur d'un lingot petit $30 : 3 = 10$ serait la valeur d'un lingot moyen $30 : 1,5 = 20$ serait la valeur d'un lingot grand. (Référence : CA613)

A3. On sait que 2 moyens = 1 grand, 2 petits = 1 moyen, 4 petits = 1 grand
par déduction on a trouvé que 1 grand = 20 pièces

1 moyen = 10

1 petit = 5

Réponse : 1 petit lingot est égal à 5 pièces, 1 moyen = 10 pièces, 1 grand = 20 pièces.
(Référence : BE 62)

A4. 2 petits lingots = 1 lingot moyen.

Donc 2 petits lingots + 2 lingots moyens = 3 lingots moyens

30 pièces : 3 lingots = 10 pièces = 1 lingot moyen

5 pièces = 1 petit lingot

20 pièces = 1 grand lingot. (Référence : BE 63)

B. La valeur du petit lingot est 5 et/ou la valeur du moyen est 10 et/ou celle du grand est 20, *a priori*. Dans la majorité des copies de cette catégorie de procédures, il n'y a aucune justification de la manière dont la valeur 5 a été attribuée au petit lingot (ainsi que 10 et 20 pour les deux autres). Les explications décrivent la manière de calculer la valeur des autres lingots en partant de celles qui paraissent fixées *a priori* ou vérifient que la somme des lingots d'un coffre correspond à 30 pièces d'or. Voir les exemples suivants.

B1. Solution pour calculer le petit lingot :

$4 \times 5 = 20$, 20 il faut ajouter 10, et il reste 2 petits lingots

$6 \times 5 = 30$ pièces d'or = 5 pièces dans un petit lingot [...] (Référence : BE 63)

B2. Petit lingot 5 pièces d'or, moyen 10 [...], grand 20 [...]

1^{er} coffre : $(4 \times 5) + (1 \times 10) = 30$

2^e coffre $(2 \times 5) + (2 \times 10) = 30$

3^e coffre $(1 \times 10) + (1 \times 20) = 30$ (Référence : BE 64)

C. Estimations ou hypothèses sur la valeur des lingots. Cette catégorie de procédures se distingue de la précédente par une référence à des hypothèses ou des suppositions sur la valeur des lingots, confirmées ensuite par le calcul des contenus des coffres.

C1. Dans le premier coffre : si un petit lingot vaut 5 pièces d'or. On fait $4 \times 5 = 20 + 10$ (le lingot moyen) = 30 pièces d'or.

Dans le deuxième coffre : 10 (les 2 petits lingots) + 20 (les 2 lingots moyens)

Dans le troisième coffre : 10 (le lingot moyen) + 20 (le grand lingot) = 30 pièces d'or.
(Référence : BE 63)

C2. Les trois réponses suivies des explications, puis, raisonnement :
on a estimé qu'un petit lingot valait 5 pièces d'or. Dans le premier coffre il y a 4 petits lingots ($4 \times 5 = 20$) donc il nous reste un lingot moyen (10 pièces d'or). Notre estimation est donc juste. (Référence : BE 66)

C3. Réponse juste puis explication :
nous avons mis des nombres au hasard et cela fonctionnait (Référence : BE 67)

C4. Réponse juste puis : on sait imaginer qu'un petit lingot vaut 5 pièces d'or pour un moyen on a fait le double ça fait donc 10 pièces d'or et encore le double ce qui fait 20 pièces d'or et à la fin c'était bien ça. (Référence : BE 53)

C5. Nous avons commencé par prendre 30 car dans chaque coffre il y a 30 p. d'or. Puis on a divisé 30 par 3, comme il y a 3 coffres ce qui nous a fait 10. $30 : 3 = 10$.
Après nous avons essayé de trouver un nombre plus petit que 10 et nous avons divisé $10 : 2 = 5$. 5 était le plus petit. Alors on a multiplié $10 \times 2 = 20$ et ce nombre était bien le plus grand.
Les résultats obtenus : [...] (les trois réponses correctes) (Référence : BE 54)

D. Procédures esquissant une recherche organisée de la valeur des lingots. Après les présupposés sur la valeur de 5 pièces pour les petits lingots (A. par un rapport a priori du simple au double, B. par une conviction préalable), puis après la prise de conscience que le choix de 5 n'était qu'une hypothèse (C), voici des procédures où les élèves se rendent compte qu'il est nécessaire d'organiser une recherche pour connaître la valeur du petit lingot et où ils le mentionnent dans leurs copies. Mais l'engagement dans une recherche n'en garantit pas la rigueur et, dans cette catégorie de procédures, il y a des démarches lacunaires, d'autres hasardeuses ou maladroites qu'il est évidemment difficile de juger sur la seule base des feuilles rendues par les élèves. On peut toutefois percevoir certains éléments pertinents pour évaluer la « qualité » des explications fournies.

D1. Réponse correcte puis :
pour le premier coffre, on s'est dit que c'est l'un des plus petits diviseurs dans la table de 30.
Donc 4 petits lingots = 20 pièces d'or et 1 lingot moyen = 10 pièces. $20 + 10 = 30$ pièces d'or.
Pour le second coffre [...] (Référence : BE 69)

Remarque : si la recherche de la valeur du petit lingot et du moyen est bien une préoccupation de ce groupe d'élèves, l'argument n'a aucune validité.

D2. [...] On a remarqué que le grand lingot devait être plus grand que la moitié. La moitié = 15, donc 20.

Ensuite le moyen et le grand devaient faire 30 mis ensemble donc $30 - 20 = 10$.

Ensuite on a vu que 1 lingot moyen + quatre petits valent 30. Alors $30 - 10 = 20$ puis $20 : 4 = 5$. (Référence : BE 610)

Même remarque que précédemment sur la validité de l'argument.

D3. Nous commençons d'abord par calculer le 3^e coffre : 1 lingot moyen et 1 grand lingot = $25 + 5 = 30$ pièces d'or. Ça marche parce que 25 pièces pour le grand lingot. Pour le lingot moyen ça va parce que c'est plus petit que le grand mais pour le petit lingot ça ne va pas parce que on ne peut pas mettre 1 pièce d'or dans le petit lingot ou 2 pièces parce que aussi non avec 1 pièce d'or dans le petit lingot parce qu'il nous faut 29 autres pièces d'or donc ça ne va pas car 29 n'est pas divisible par 25 et 5. Donc nous avons trouvé que le moyen lingot vaut 10 pièces et que le grand en vaut 20. [...] (Référence : BE 55)

Remarque : ici encore il y a de nettes lacunes dans l'argumentation initiale.

D4. Nous avons fait des hypothèses pour le premier coffre : nous avons fini par trouver que si un petit lingot valait 5 pièces d'or, et qu'il y en avait 4 : $4 \times 5 = 20$ pièces, nous en avons déduit qu'un moyen en valait 10. Nous avons regardé avec les autres si ça concordait : pour le deuxième, $2 \times 5 + 2 \times 10 = 30$ et pour le troisième nous savions que le moyen valait 10, le grand valait 20. (Référence : BE 611)

Remarque : la démarche est correcte mais on aimerait en savoir plus sur « nous avons fait des hypothèses » et « nous avons fini par trouver », ainsi que « regardé pour savoir si ça concordait ».

D5. Nous avons commencé en essayant

1 petit lingot = 1 pièce d'or

1^{er} coffre : $1 \times 4 = 4$ [...] le lingot moyen vaut 26 pièces d'or

2^e coffre : $1 \times 2 = 2$, 2 pièces + 2 lingots, $26 + 26 + 2 = 54$ ça ne correspond pas

1 petit lingot = 2 pièces d'or

1^{er} coffre : $2 \times 4 = 8$ [...] le lingot moyen vaut 22 pièces d'or

2^e coffre : $2 \times 2 = 4$, 4 pièces + 2 lingots, $22 + 22 + 2 = 42$ ça ne correspond pas

puis nous avons essayé :

1 petit lingot = 5 pièces d'or

1^{er} coffre : $5 \times 4 = 20$ [...] le lingot moyen vaut 10 pièces d'or

2^e coffre : $5 \times 4 = 20$, 10 pièces + 2 lingots, $10 + 10 + 10 = 30$

3^e coffre : $1 \times 10 = 10$, si pour remplir un coffre il faut 30 pièces un grand lingot vaut 20 pièces. 10 pièces + 20 pièces = 30 pièces.

Suit la réponse correcte pour les trois lingots. (Référence : BE 57)

Remarque : mise à part quelques erreurs dans la deuxième hypothèse pour le 2^e coffre, la procédure suit une démarche rigoureuse.

3.4. Intérêts et apports pour l'enseignement

Le problème des « Trois coffres » et l'analyse des procédures mises en œuvre par les élèves met en lumière :

- la richesse des stratégies de résolution qui peuvent apparaître à propos d'un problème « inédit » ;
- la difficulté à juger des procédures apparues et l'intérêt d'en examiner un grand nombre pour en percevoir les démarches qui les fondent et les représentations sous-jacentes ;
- les insuffisances d'un examen des seules « réponses » et la nécessité de faire formuler par les élèves leurs procédures de résolution, même si ces formulations sont lacunaires ou difficiles à rédiger par les élèves ;
- la nécessité d'une analyse *a priori* précisant les savoirs mathématiques en jeu et la tâche de résolution pour être en mesure d'évaluer avec finesse le degré de disponibilité des connaissances de l'élève et la qualité de ses démarches. Pour le maître, il s'agit alors de savoir que faire de ces résultats pour une utilisation en classe. Le plus évident est de faire résoudre ce problème à toute la classe, dans des conditions analogues à celles du RMT et, dans un second temps, de s'entretenir avec les groupes d'élèves pour aller au-delà de ce qui est écrit sur les copies. Un débat collectif devrait permettre de voir apparaître les différentes procédures et représentations conduisant à la solution. Pour mettre à l'épreuve les procédures, on peut donner une nouvelle version du problème en jouant sur les « variables didactiques ». Par exemple en modifiant seulement le contenu du premier coffre par l'adjonction d'un petit lingot : « 5 petits lingots et 1 moyen » (au lieu de 4 petits et 1 moyen) et en augmentant la valeur des trois coffres de 30 à 48. Une modification de ce genre suffit pour transformer entièrement la tâche de résolution et pour faire intervenir les savoirs mathématiques sur les équivalences, dont la majorité des élèves se sont passés dans la version d'origine.

4. Conclusions

Les deux exemples étudiés ici ne sont pas exceptionnels. Un grand nombre de problèmes du RMT apportent des éléments intéressants pour les maîtres, pour les formateurs et les chercheurs, dès le moment où l'on examine en détail les protocoles de résolution des élèves à qui on a demandé d'expliquer comment ils ont procédé.

Ces analyses *a posteriori* confirment parfois les prévisions de l'analyse *a priori* de la tâche, mais elles apportent toujours des compléments d'information sur la manière dont les élèves perçoivent la situation et comment ils l'affrontent.

Dans d'autres cas, ces analyses apportent des surprises de taille : obstacles inattendus, représentations dominantes non adéquates, procédures détournées permettant d'obtenir la solution par des voies non prévues.

Dans un cas comme dans l'autre, les résultats peuvent conduire directement à des exploitations ou à des investigations complémentaires par la reprise des problèmes pour la classe entière, à la création de nouveaux problèmes par le jeu des variables didactiques ou de contexte.

Élaboration des questions du RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN JULES MIEWIS, *SBPMef*

Les diverses « sections » qui organisent le RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN dans leur pays ou leur région se retrouvent une fois l'an en Congrès pour échanger leurs expériences, discuter de la rédaction finale des questions, et corriger entre eux une sorte de finale virtuelle entre les finalistes nationaux. Ces rencontres sont un point d'orgue à des heures d'échanges et de discussions par courriel. Elles permettent de mettre un visage sur l'interlocuteur et d'établir des relations de confiance entre les divers niveaux d'organisation du **RMT**. Enfin, ces rencontres permettent aux différentes équipes de communiquer les résultats d'expérimentations didactiques menées dans les classes. À ce titre, le Congrès est devenu au fil des années un véritable lieu d'échange de pratiques et de développement de la recherche en didactique comme en témoignent les publications des actes de ces rencontres annuelles.



Congressistes à Bourg-en-Bresse. On peut reconnaître tout à droite le Suisse François Jaquet et au premier plan, la troisième en partant de la gauche, l'Italienne Lucia Grugnetti, les deux coordinateurs internationaux de l'**ARMT**. Au dernier rang, au centre de la porte, le Français Roland Charnay, organisateur de la rencontre et également membre du Comité international.

Note : JULES MIÉWIS, NICOLE MIÉWIS, PHILIPPE SKILBECQ et CHRISTIAN VANHOOSTE composaient la délégation envoyée par la SBPMef au Congrès de l'**ARMT** à Bourg-en-Bresse en Octobre 2004. C'est lors de cette réunion qu'a été installée la nouvelle « section » chargée de l'organisation du Rallye Mathématique Transalpin en Communauté française de Belgique.

Notre propos sera ici de montrer le cheminement tortueux que doit parcourir une bonne idée pour devenir un problème proposé au **RMT**. Nous nous inspirerons très largement du rapport d'activité de l'**ARMT** qui nous fut distribué lors de ce Congrès. Nous y avons mêlé la petite expérience acquise lors de notre première participation.

1. L'élaboration des épreuves

Au sein de chaque « section » se sont mis en place des petits groupes qui réfléchissent et suggèrent des thèmes de problèmes, élaborent une première version martyr des questions, discutent d'une analyse *a priori*. Cette phase « locale » est le véritable cœur ouvrier du **RMT**. Ces diverses cogitations sont envoyées par courriel aux coordinateurs internationaux, membres du comité de gestion de l'**ARMT**.

Phase I. Un avant-projet est établi par les coordinateurs : il s'agit d'un premier tri par lequel sont éliminés ou modifiés les problèmes considérés comme inaccessibles aux élèves, qui contiennent des erreurs mathématiques (et oui, cela arrive...), qui ont déjà une « histoire » dans le cadre du **RMT**, ou qui sont dans une phase d'élaboration encore trop incomplète. Cet avant-projet est transmis à deux sections « responsables » de cette épreuve, l'une de langue française ⁽¹⁾, l'autre de langue italienne. Cet envoi s'effectue près de trois mois avant la date programmée de l'épreuve.

Phase II. Les deux sections responsables opèrent un premier choix sur base de l'avant-projet : un équilibre est à chercher entre numérique et géométrique, le réglage des variables didactiques et l'adaptation du contexte à chaque problème est à affiner. L'adéquation du langage au niveau des élèves est à vérifier. Il faut également s'assurer que la traduction du contexte du problème dans d'autres langues ne va pas modifier la perception qu'en auront les élèves ⁽²⁾. Toute cette préparation se retrouve dans l'analyse *a priori* qui, à son tour, peut renvoyer à l'énoncé du problème. Cette phase dure approximativement un mois. Après ces mises au point au niveau de leur comité local, les responsables envoient un projet d'épreuve pour lecture et étude à chaque section.

Phase III. Chaque section examine le projet et renvoie aux coordinateurs et aux responsables ses commentaires, remarques et autres propositions en cas de désaccord sur l'analyse proposée. Cette relecture permet de lever bien des ambiguïtés des énoncés, de mieux définir les catégories d'élèves auxquelles s'adressent les problèmes, d'enrichir l'analyse de la tâche et d'affiner les critères d'attribution des points. Cette phase est réalisée en une quinzaine de jours.

Phase IV. Les responsables de l'épreuve s'accordent sur une synthèse des remarques des sections et sur l'élaboration d'une version finale. Les traductions définitives interviennent

⁽¹⁾ En 2004-2005, c'est notre toute nouvelle section belge qui a reçu la co-responsabilité de la seconde épreuve, conjointement avec la section de Sienne en Italie.

⁽²⁾ Ainsi, la pêche aux canards de nos foires belges est une pêche aux poissons sur les foires italiennes : ces discussions linguistiques et des remarques plus sérieuses d'ordre pédagogique en feront d'ailleurs un problème avec des pots (voir article de F. JAQUET).

à ce moment, ainsi que les relectures attentives, avec l'aide des coordinateurs ou d'autres traducteurs (en anglais, en luxembourgeois, en hébreux,...) Cette phase est également réalisée en une quinzaine de jours.

Phase V. La version définitive, avec analyse et attribution des points, est envoyée à toutes les sections par les coordinateurs. Nous sommes alors à une quinzaine de jours de l'épreuve. Ce temps est mis à profit par les sections pour procéder à une mise en page du document pour leurs classes.

2. La finale des finales

Lors des rencontres internationales de l'ARMT, les feuilles réponses des classes gagnantes, pour toutes les catégories de toutes les sections, sont corrigées une seconde fois – à l'aveugle – par des jurys composés des congressistes. Cette seconde correction est appelée finale des finales.

Cette nouvelle correction par un jury international, permet une validation *a posteriori* de la manière dont les différents jurys ont compris – ou interprétés – les grilles d'attribution des points. Les responsables des diverses épreuves y voient une excellente opportunité d'affiner leur travail futur. Les coordinateurs internationaux en dégagent une vision plus large du fonctionnement des jurys dans les diverses sections et peuvent ainsi conseiller, guider et éventuellement rectifier le tir s'il apparaissait un trop grand laxisme ou une trop grande sévérité localisée.

Ce travail de correction des épreuves et les débats inhérents à celui-ci, réalisés simultanément en français et en italien, sont deux points remarquables d'une organisation comme l'ARMT. Cela montre, si besoin était, l'universalité du langage mathématique, dès qu'elle est servie par des professeurs enthousiastes.

3. Notre première expérience

La tâche des responsables d'une épreuve est « lourde » durant les phases II et IV. Ce sont des heures de travail, à plusieurs, qui sont ainsi consacrées à la préparation des problèmes. Chacun a sa place et son rôle dans ce travail et nous l'avons bien remarqué lorsque la section belge a pris la responsabilité de la seconde épreuve : certains d'entre nous sont plus attentifs aux contenus mathématiques des problèmes, d'autres au contexte, d'autres au langage, d'autres encore aux détails de présentation, à la réalisation de figures soignées,... On retrouve aussi des intérêts dans l'analyse *a priori* : sur les critères d'attribution des points, sur la description de la tâche, du point de vue de l'adulte ou de celui des élèves, sur la définition des savoirs mathématiques mis en jeu. Toutes les remarques sont examinées ; elles peuvent être prises en compte ou parfois rejetées lorsqu'elles s'opposent à d'autres, jamais elles ne sont ignorées.

Notre comité s'est réuni au moins deux fois dans chacune de ces phases, même si une partie de l'activité s'est déroulée par courriel. Un groupe de travail a également proposé des énoncés de problèmes pour les éditions futures du **RMT**.

Pour ce qui est de l'organisation matérielle des épreuves, nous avons pu compter sur l'efficacité proverbiale de Cristina, la secrétaire de la SBPMef. Le travail ne manque pas, entre les envois des questions, la réception des épreuves, les corrections, l'organisation de la finale à la HE P.-H. Spaak de Nivelles.

Pour la correction des épreuves qualificatives de janvier et de mars, plusieurs équipes ont été mises en place. Chaque équipe, sans se préoccuper de la catégorie, avait à corriger entièrement un ou plusieurs problèmes. Les résultats ont été regroupés par classes au secrétariat de la SBPMef. Après les deux épreuves qualificatives, les quatre écoles ayant obtenu les meilleurs scores cumulés ont été sélectionnées et invitées à la finale.

Ce système nous a paru un peu lourd, surtout à l'échelle de la Communauté française : il a demandé de nombreux échanges de copies entre les coins les plus reculés de notre belle communauté, mais il a été un gage de l'objectivité de la correction.

Nous nous sommes enfin attachés à mettre au point une « mémoire » de l'épreuve dans notre section. Nous espérons tous que l'expérience de cette année pourra perdurer et qu'il nous sera possible d'exploiter pédagogiquement les résultats, les tendances, les faiblesses et les points forts qui se dégageraient après quelques années de fonctionnement.

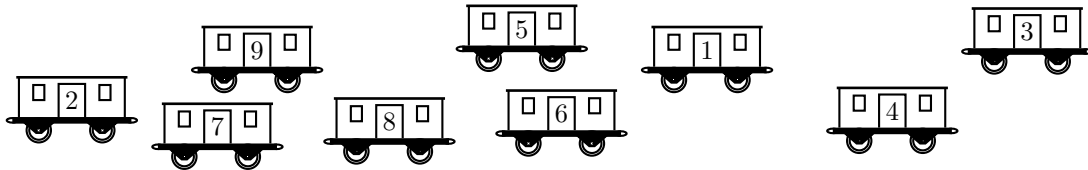
Le Rallye Mathématique, épreuve d'essai



Les trains de Marie

© ARMT

MARIE a beaucoup de wagons. Sur chaque wagon, il y a un nombre de 1 à 9.



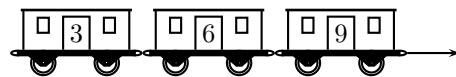
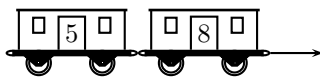
MARIE s'amuse à former des trains de 2 wagons, 3 wagons, 4 wagons, ... Le nombre écrit sur un wagon doit toujours être la moitié de celui du wagon qui est devant lui. Voici un train correct de 3 wagons (2 est la moitié de 4, et 4 est la moitié de 8) :



Mais ces deux autres trains ne sont pas justes, parce que :

5 n'est pas la moitié de 8

3 est la moitié de 6, mais 6 n'est pas la moitié de 9



Combien MARIE peut-elle former de trains en tout ?

Notez clairement tous les trains pour être sûrs qu'il n'y en a pas d'autres.



Dés de couleur

ALICE a trois dés de couleurs : un rouge, un bleu et un vert. Sur leurs faces, il y a 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 points. Elle les lance tous ensemble et additionne les points obtenus sur chacun d'eux.

Un première fois, elle obtient 3 sur le dé rouge, 2 sur le dé bleu et 2 sur le dé vert : au total 7 points.

Elle aurait aussi pu obtenir 7 points avec 2 sur le dé rouge, 3 sur le bleu et 2 sur le vert... ou avec 1 sur le rouge, 4 sur le bleu et 2 sur le vert, ou...

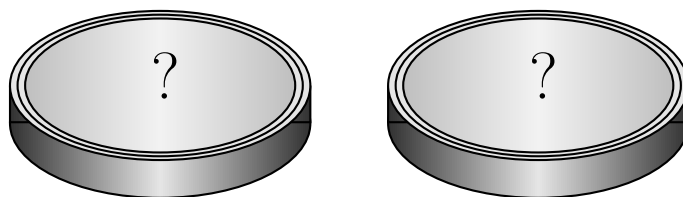
Mais Alice aimerait obtenir 6 comme somme des points de ses dés, alors elle recommence.

De combien de manières peut-elle obtenir 6 points avec ses 3 dés ?
Indiquez clairement toutes les manières possibles.



Nombre inconnu

THOMAS a deux nombres, d'un seul chiffre, écrits chacun sur un jeton comme le montre le dessin ci-dessous.



THOMAS s'aperçoit que

- lorsqu'il additionne ces deux nombres, il trouve 11,
- lorsqu'il place les deux jetons l'un à côté de l'autre, il lit un nombre de deux chiffres,
- lorsqu'il échange les places des deux jetons, il lit un second nombre de deux chiffres qui est plus petit que le premier,
- la différence entre le premier nombre de deux chiffres et le second nombre de deux chiffres est 45.

Quel est le premier nombre de deux chiffres que THOMAS a lu ?
Expliquez comment vous avez fait pour le trouver.



Chiffres... qui manquent

Monsieur ATTACH doit coller des chiffres sous les 116 crochets du vestiaire de la salle de gymnastique, pour les numéroter de 1 à 116.

Il prend avec lui 25 exemplaires de chaque chiffre de « 0 » à « 9 » et commence par coller un chiffre « 1 » sous le premier crochet, un chiffre « 2 » sous le deuxième crochet, un chiffre « 3 » sous le troisième, etc.

Pour le dixième crochet, Monsieur ATTACH colle un chiffre « 1 » et un « 0 », pour le onzième, il colle deux chiffres « 1 », etc.

À un certain moment, il remarque qu'il doit aller rechercher des chiffres « 1 » car il n'en a plus.

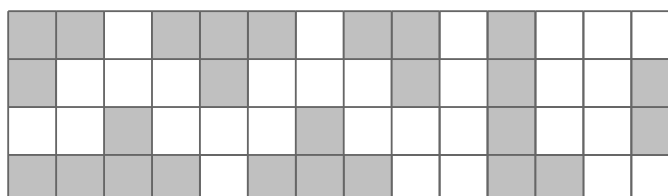
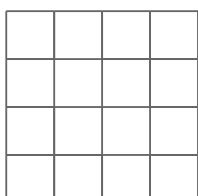
Combien Monsieur ATTACH devra-t-il encore prendre de chiffres « 1 » pour arriver à finir son travail et numéroter ainsi tous les crochets jusqu'au numéro 116 ?

Écrivez votre solution et expliquez votre raisonnement.



Carré à découvrir

JEAN veut recouvrir entièrement ce carré avec des pièces choisies parmi celles présentées ci-dessous en gris.



Avec quelles pièces pourra-t-il recouvrir son carré ?

Dessinez vos solutions pour qu'on distingue bien les différentes pièces.



L'anniversaire de maman



ANDRÉ, ANNE, ANNELOISE et ALBERT ont respectivement 11, 9, 6 et 2 ans. Aujourd'hui, ils fêtent l'anniversaire de leur maman qui a 40 ans.

ANNELOISE dit à sa maman :

« Quand j'aurai 40 ans, tu en auras beaucoup plus, je ne pourrai jamais te rattraper ! »

« Tu as raison », répond sa maman, « mais dans quelques années, en additionnant vos quatre âges vous me rattraperez ! »

Dans combien d'années les enfants auront-ils, ensemble, le même âge que leur maman ?

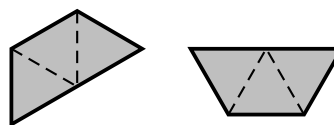
Indiquez votre solution et expliquez votre raisonnement.



Monsieur Trapèze

Monsieur TRAPÈZE a un nouveau passe-temps : construire des figures toutes différentes avec ces deux trapèzes, constitués chacun de trois triangles équilatéraux (triangles qui ont trois côtés égaux).

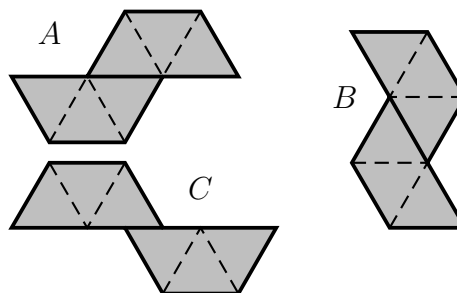
Les deux trapèzes



Dans chacune des figures que Monsieur TRAPÈZE construit, les deux trapèzes ne se recouvrent pas et ont un ou deux côtés entiers de triangle en commun.

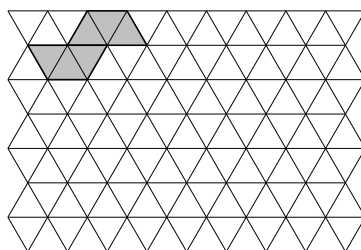
Voici trois exemples,

- la figure *A* est une solution acceptable,
- la figure *B* est correcte, mais on peut la superposer à la figure *A* en la retournant. Elle ne compte donc pas car elle n'est pas différente de la figure *A*,
- la figure *C* n'est pas correcte car les trapèzes n'ont pas un ou deux côtés entiers de triangles en commun.



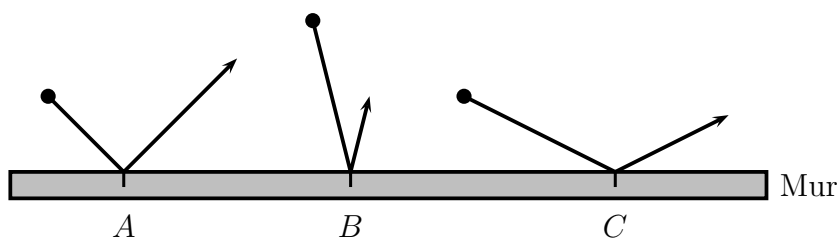
Combien de figures différentes Monsieur TRAPÈZE peut-il former avec ses deux trapèzes ?

Dessinez toutes les possibilités dans la grille ci-dessous où la figure *A* est déjà recopiée.



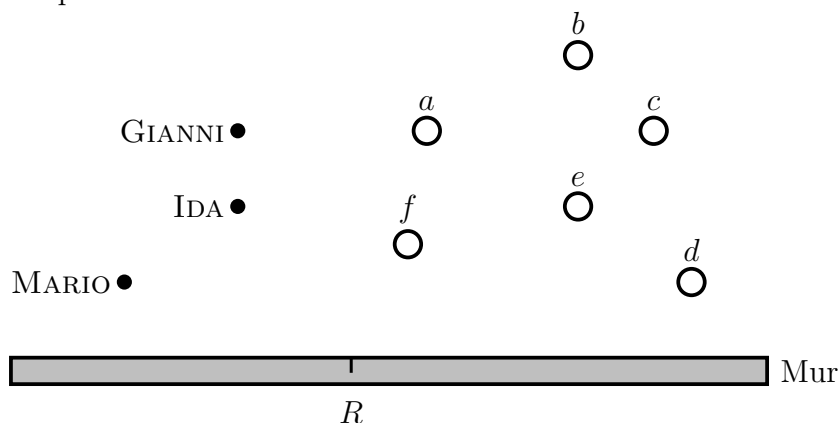
Balle au rebond

De la fenêtre de sa chambre, ANDRÉ regarde ses amis GIANNI, IDA et MARIO jouer en faisant rouler leurs balles jusqu'au mur de sa maison. ANDRÉ observe comment les balles rebondissent, une fois en *A*, une fois en *B* et une fois en *C*. ANDRÉ suggère à ses amis de placer des quilles sur le terrain et de faire rouler leurs balles contre le mur, en visant le point *R*, pour que, en rebondissant, ces balles fassent tomber des quilles.



Sur la figure suivante, vous pouvez voir comment sont disposées les quilles, notées a, b, c, d, e, f et les positions des balles de GIANNI, IDA et MARIO.

Chaque enfant, à son tour, fait rouler sa balle, de son point indiqué, et la fait rebondir contre le mur au point R .



**Quelles quilles tomberont et qui les fera tomber ?
Justifiez votre réponse.**



Dés de couleur

ALICE a trois dés de couleurs : un rouge, un bleu et un vert. Sur leurs faces, il y a 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 points. Elle les lance tous ensemble et additionne les points obtenus sur chacun d'eux.

Un première fois, elle obtient 3 sur le dé rouge, 2 sur le dé bleu et 2 sur le dé vert : au total 7 points.

Elle aurait aussi pu obtenir 7 points avec 2 sur le dé rouge, 3 sur le bleu et 2 sur le vert... ou avec 1 sur le rouge, 4 sur le bleu et 2 sur le vert, ou...

Mais ALICE aimerait obtenir 9 comme somme des points de ses dés, alors elle recommence.

**De combien de manières peut-elle obtenir 9 points avec ses 3 dés ?
Indiquez clairement toutes les manières possibles.**



Le champagne de minuit

Seize personnes fêtent ensemble le nouvel an.

À minuit précise, chacun choquera son verre de champagne contre celui de tous les autres.

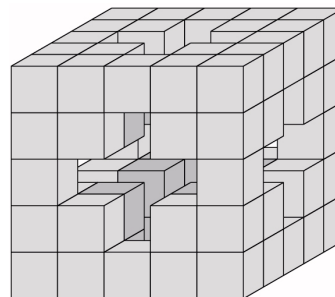
**Combien de tintements de verre va-t-on entendre ?
Expliquez votre raisonnement.**



Le cube de Kubi

KUBI a offert un cube à son ami RUBIK, comme celui qui est représenté sur la figure ci-contre, avec un forage central en forme de croix.

RUBIK a beaucoup aimé le cadeau et s'amuse à compter le nombre de petits cubes qui manquent dans le grand cube.



Quel est ce nombre ?

Expliquez comment vous l'avez trouvé ?



Le tableau volé

L'inspecteur DERRICK doit découvrir les responsables du vol d'un célèbre tableau du XVI^e siècle. Les suspects sont quatre personnages bien connus de la police : les frères AUGUSTO et DANTE, BERNARD le balafré et le clochard KARL.

L'inspecteur les interroge tous les quatre et recueille leurs déclarations :

- AUGUSTO : BERNARD n'a pas volé le tableau.
- KARL : le vol n'a pas été commis par DANTE.
- BERNARD : le voleur est l'un des deux frères.
- DANTE : ce n'était pas moi.

L'inspecteur sait qu'un seul d'entre eux a menti.

Qui a volé le tableau ?

Donnez votre réponse et justifiez votre raisonnement.

Réponses de l'épreuve d'essai



Les trains de Marie

Il y a sept solutions à ce problème d'arithmétique qui demande cependant de l'organisation pour ne pas en oublier. Sans doute est-il utile de reprendre ce problème avec les élèves pour mettre en évidence cette organisation qui doit prendre en compte deux paramètres : les nombres disponibles – à utiliser dans un ordre croissant – et le nombre possible d'assemblages de wagons – 2, 3, 4...–.

Démarches de résolution

Deux méthodes de résolution se présentent donc, soit utiliser l'ordre croissant des nombres en recherchant toutes les solutions de séries de doubles possibles, soit utiliser les séries et chercher les doubles possibles de nombres.

Pour la première méthode :

- pour 1 : 1 et 2 ; 1, 2 et 4 ; 1, 2, 4 et 8 ; et puis constater qu'il n'y a plus de suite partant de 1 puisqu'il n'y a pas de double pour 8 dans la suite de nombres proposée ;
- pour 2 : 2 et 4 ; 2, 4 et 8 ; et puis constater...
- pour 3 : 3 et 6 ; et puis constater...
- pour 4 : 4 et 8 ; et...
- pour 5 et les suivants : pas de série puisqu'ils ne possèdent pas de double dans la suite de nombres.

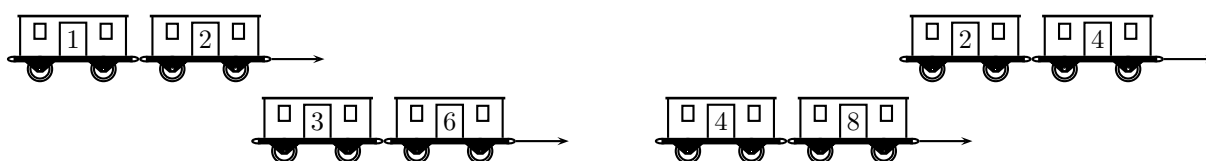
Pour la deuxième méthode :

- rechercher toutes les séries de 2 nombres doubles : 1 et 2 ; 2 et 4 ; 3 et 6 ; 4 et 8 ; et puis constater qu'il n'y a pas d'autres solutions puisqu'à partir de 5, les nombres ne possèdent pas de double dans la suite des nombres ;
- de même pour les séries de 3 nombres et de quatre nombres. Ensuite constater qu'une série de cinq nombres est impossible puisque partant du plus petit nombre donné – 1 – on ne peut réaliser qu'une série de quatre nombres.

Une démarche n'a pas vraiment d'avantage sur l'autre. Il serait d'ailleurs intéressant que les deux démarches soient confrontées pour extraire ce qui leur est commun : tenir compte de l'ordre croissant des nombres et des séries possibles pour ne pas en oublier et omettre des solutions.

Solutions

D'abord, les trains de **deux** wagons conduisent à quatre solutions distinctes :



Ensuite, les trains de **trois** wagons conduisent à deux solutions distinctes :



Enfin, un train de **quatre** wagons conduit à la septième solution. :



Dés de couleur

Tout comme le précédent, ce problème demande une certaine organisation dans la recherche des solutions afin de ne pas en oublier. D'abord, une analyse des points possibles sur chaque face des dés permet de se rendre compte que les points 5 et 6 doivent être retirés. En effet, dans ces cas, le total des points devra obligatoirement dépasser six. Il ne reste donc plus que quatre points possibles pour chacun des trois dés : 1, 2, 3 et 4. Peut-être, cette démarche n'est-elle pas directement à la portée des élèves de 3^e et 4^e primaires. Et, sans doute, vont-ils utiliser une démarche heuristique et essayer toutes les solutions possibles.

Au cours d'une exploitation de ce problème, il serait intéressant de mettre en évidence cette caractéristique – pas de points 5 et 6 – et demander de l'expliquer.

Démarches de résolution

Rechercher toutes les solutions possibles en ordonnant sa recherche – il s'agit d'un problème de combinatoire ⁽¹⁾ –. Par exemple en considérant l'ordre des dés comme suit : rouge, bleu et vert. Attribuer au dé rouge successivement l'ensemble des points possibles et rechercher les points pour les dés bleu et vert afin que la somme des points soit égale à 6.

Solutions

Solutions	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Points sur le dé rouge	1	1	1	1	2	2	2	3	3	4
Points sur le dé bleu	1	2	3	4	1	2	3	1	2	1
Points sur le dé vert	4	3	2	1	3	2	1	2	1	1
Total des points	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

⁽¹⁾ Voir aussi le problème « Dés de couleur », pour les catégories 5 et 6. Nous reviendrons sur ce type de problème dans de prochaines publications.



Nombre inconnu

Ce problème possède quatre données essentielles ou quatre critères, le premier (nombres d'un seul chiffre) est inscrit à l'écart des trois autres qui sont regroupés. L'ordre dans lequel ces critères sont employés influe sur le nombre de solutions possibles au départ.

Ainsi, si les élèves utilisent le quatrième critère (en appelant a le nombre inscrit sur la première pièce et b le nombre inscrit sur la seconde, il s'énonce $a - b = 45$) pour débiter la résolution du problème, le nombre de solutions possibles sera-t-il infini. Il faudra donc le combiner avec un autre critère.

Le troisième critère ($ab > ba$) ne permettra pas de diminuer de manière significative le nombre de solutions.

Le deuxième critère ($a + b = 11$) par contre sera très efficace. De fait, il est plus aisé de démarrer la recherche de solutions en combinant les deux premiers critères.

Il faut aussi que les élèves sachent qu'il n'existe que 10 chiffres : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, donc il y a au maximum dix solutions possibles.

Démarches de résolution

a	b	Total
0		11
1		11
2	9	11
3	8	11
4	7	11
5	6	11
6	5	11
7	4	11
8	3	11
9	2	11

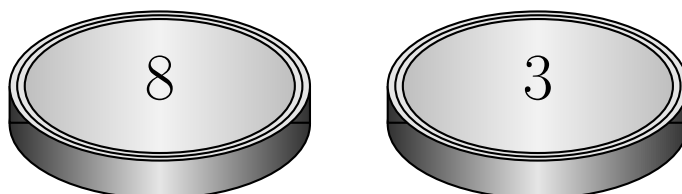
En utilisant les deux premiers critères, déterminer un premier ensemble de solutions possibles comme le montre le tableau ci-contre. Se rendre compte que 0 et 1 ne peuvent être des solutions acceptables car il faudrait leur additionner 11 et 10 pour obtenir 11, ce qui ne répond pas au premier critère (un seul chiffre).

Ensuite, établir l'ensemble des paires de nombres : 29 et 92 ; 38 et 83 ; 47 et 74 ; 56 et 65 ; 65 et 56 ; 74 et 47 ; 83 et 38 ; 92 et 29.

De cet ensemble, extraire les paires qui ne correspondent pas au troisième critère ($ab > ba$). Il reste donc : 65 et 56 ; 74 et 47 ; 83 et 38 ; 92 et 29.

Enfin, utiliser le dernier critère pour trouver la solution finale : 83 et 38.

Solution



La solution du problème est donc : le chiffre 8 sur le premier jeton et le chiffre 3 sur le deuxième jeton.



Chiffres... qui manquent

Monsieur ATTACH et les 116 crochets du vestiaire de la salle de gymnastique...

Dans ce problème, il faut distinguer le nombre de numéros contenant le chiffre « 1 » et le nombre total de chiffres « 1 » utilisés.

Comme dans des problèmes précédents, il s'agit aussi de distinguer *chiffre*, *nombre* et *numéro*.

Démarches de résolution

Plusieurs démarches peuvent être mises en place, probablement en fonction de l'âge des élèves.

Une première démarche consiste à noter tous les numéros des crochets contenant un ou plusieurs chiffres « 1 » :

- 1,
- 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19
- 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91
- 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109
- 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116

Ensuite, il faut compter le nombre de numéros « 1 » utilisés – 46 – et en soustraire les 25 déjà pris par Monsieur ATTACH pour obtenir le nombre de numéros qu'il doit aller rechercher.

Une autre démarche consiste à travailler par dizaine, sans recopier les nombres :

- de 1 à 9 : 1
- de 10 à 19 : 11
- de 20 à 29 : 1 ; de même pour les autres dizaine jusque 99, donc 8 au total pour les dizaines
- de 100 à 109 : 11 (comme pour 10 à 19)
- de 110 à 116 : 15

Ensuite, il faut additionner ces nombres de « 1 » et en soustraire 25.

Solution

La solution est : $46 - 25 = 21$



Carré à découvrir

Voici un problème de géométrie qui concerne plus particulièrement les pavages, les isométries et l'équivalence d'aires par addition.

Ce problème contient cependant une restriction : utiliser le moins de pièces possible.

Démarches de résolution

Cette restriction concernant le nombre de pièces devrait amener les élèves à employer les plus grandes pièces d'abord – deux pièces de cinq carrés – et de les compléter avec des plus petites par la suite – deux pièces de quatre carrés, deux de trois et, accessoirement, une pièce de deux –.

Deux démarches peuvent voir le jour, l'une géométrique, l'autre arithmétique et géométrique.

La démarche purement géométrique consisterait à rechercher les assemblages possibles de pièces à la manière d'un puzzle.

La démarche combinant successivement l'arithmétique et la géométrie serait de rechercher les assemblages possibles pour obtenir 16 carrés puisque l'aire du carré à recouvrir est de 4×4 carrés.

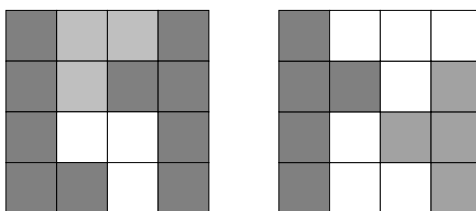
1. $5 + 5 + 4 + 2 = 16$
2. $5 + 5 + 3 + 3 = 16$
3. $5 + 4 + 4 + 3 = 16$
4. $4 + 4 + 3 + 3 + 2 = 16$

Puis de vérifier comment placer les pièces pour recouvrir le carré. Enfin, ne garder que celles qui emploient le moins de pièces possible.

Ainsi, les solutions possibles 1 et 4 doivent-elles être supprimées.

Solution

Les deux solutions possibles sont :



L'anniversaire de maman

Ce problème d'arithmétique demande de comprendre que chaque année, l'âge de la maman augmente de 1 et la somme des âges des quatre enfants augmente de 4. De cela on peut déduire que chaque année, la différence entre l'âge de la mère et la somme des âges des enfants diminue de 3... Mais peut-être n'est-ce pas comme cela que les élèves ont résolu le problème.

Démarches de résolution

Plusieurs démarches sont donc possibles pour résoudre ce problème. Une première, que nous venons d'énoncer ci-dessus, consiste à considérer que la « différence d'âge » diminue de trois chaque année. Comme elle était de 12 au départ, dans quatre ans elle sera nulle $- 4 \times 3 = 12 -$.

Une deuxième démarche est de travailler pas à pas, par calcul :

- * $40 - (11 + 9 + 6 + 2) = 12$
- * $41 - (12 + 10 + 7 + 3) = 9$
- * $42 - (13 + 11 + 8 + 4) = 6$
- * $43 - (14 + 12 + 9 + 5) = 3$
- * $44 - (15 + 13 + 10 + 6) = 0$

Solution

Dans quatre ans, la somme des âges des enfants sera égale à l'âge de la maman.

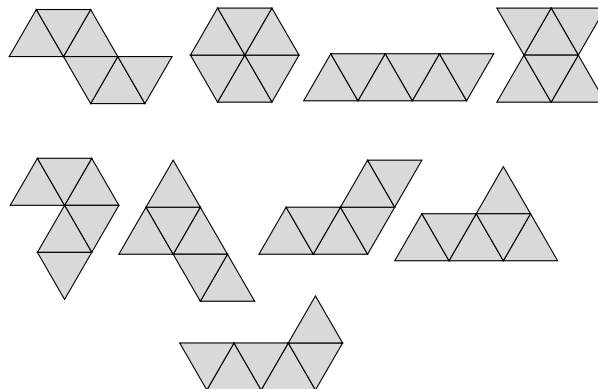


Monsieur Trapèze

Ce problème s'ancre principalement dans un domaine mathématique, la géométrie – translations, rotations et symétries axiales –.

Solution

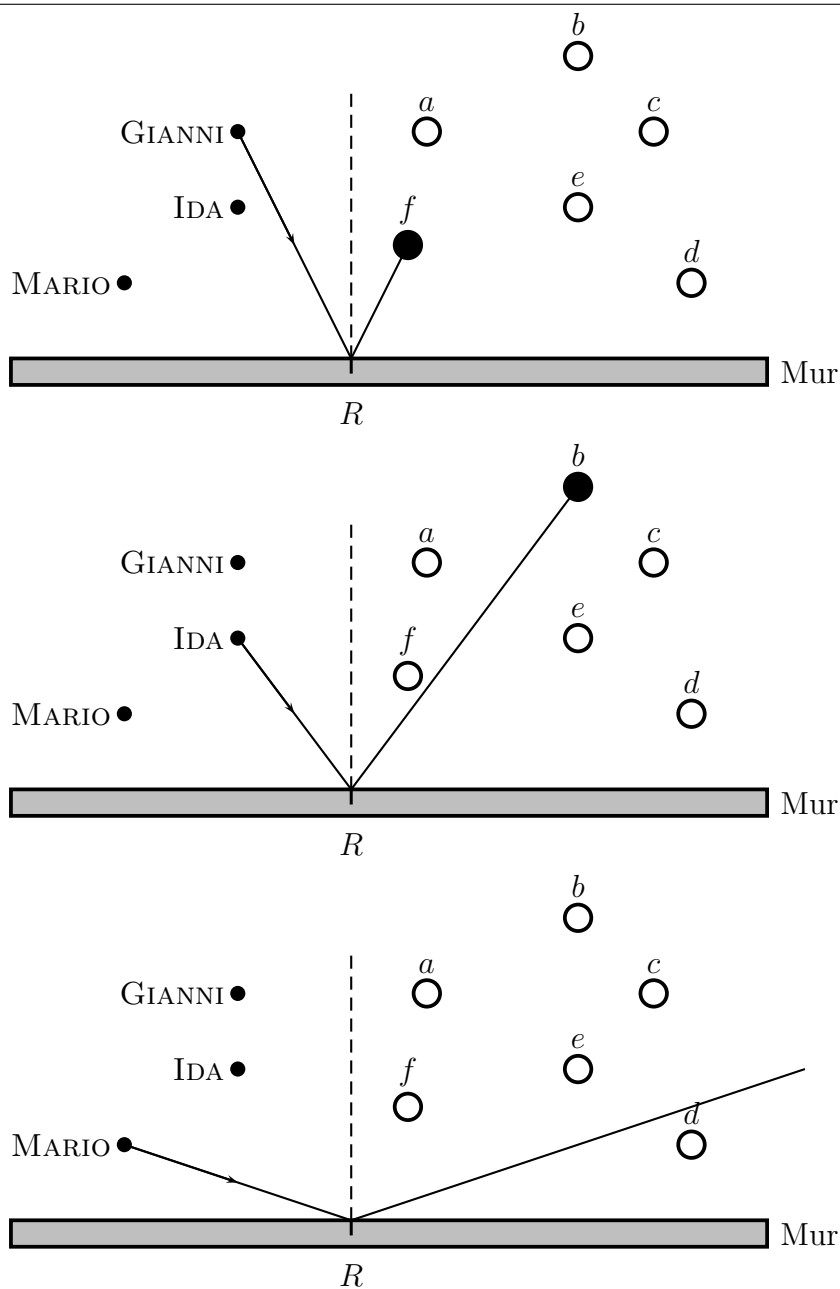
Il fallait trouver 9 assemblages possibles.



Balle au rebond

Solution

GIANNI fera tomber la quille f , IDA fera tomber la quille b et MARIO n'en fera tomber aucune.



Dés de couleur

Ce problème concerne à la fois l'arithmétique – opérations d'addition – et la combinatoire – inventaire de toutes les décompositions additives ordonnées de 9 en trois termes de 1 à 6 –.

Démarches de résolution

Outre la démarche par essais-erreurs, les élèves peuvent organiser leur recherche comme suit :

- D'abord, comprendre que les trois faces des dés dont la somme est 9 sont : 6, 1 et 2 ; 5, 2 et 2 ; 5, 3 et 1 ; 4, 4 et 1 ; 4, 3 et 2 ; 3, 3 et 3 ;
- ensuite, noter que, par exemple, 1(R) - 2(B) - 6(V) est une solution différente de 1(R) - 6(B) - 2(V), et engager une recherche de toutes les possibilités pour le cas « 6, 1 et 2 » en gardant l'ordre des couleurs (R) (B) (V). Ainsi, peuvent-ils trouver les six combinaisons 6, 1 et 2 ; 6, 2 et 1 ; 1, 6 et 2 ; 1, 2 et 6 ; 2, 6 et 1 ; 2, 1 et 6 en s'aidant éventuellement de tableaux ;
- faire la même recherche pour « 5, 3 et 1 » et « 4, 2 et 3 » et obtenir dans chaque cas 6 combinaisons ;
- se rendre compte que pour « 4, 4 et 1 » et « 5, 2 et 2 », il n'y a que 3 combinaisons dans chaque cas ;
- enfin, constater que pour « 3, 3 et 3 » il n'y a qu'une possibilité, étant donné que 3(R) - 3(B) - 3(V) = 3(B) - 3(V) - 3(R)...
- terminer en calculant le nombre total de possibilités.

Solution

25 possibilités.



Le champagne de minuit

Pour ce problème, plusieurs démarches permettaient d'obtenir les 120 tintements au total.

1. Si chacun des 16 convives choque son verre avec ses 15 compagnons, il semble que l'on doive compter $16 \times 15 = 240$ tintements. Mais avec cette approche, chaque « couple » de convives se sera rencontré exactement deux fois : il y a donc en fait $\frac{240}{2} = 120$ tintements de verres.
2. Considérons au départ les 16 personnes dans une pièce. Un premier convive choque les 15 verres de ses compagnons et quitte la pièce (il a en effet fait son devoir : il a rencontré tous les convives et n'a plus aucun tintement à espérer).
Il reste à présent 15 personnes dans la pièce. Un deuxième convive choque alors les 14 verres de ses compagnons et quitte à son tour la pièce.
Il reste à présent 14 personnes ...
En continuant jusqu'au dernier convive, on trouve
 $15 + 14 + 13 + 12 + 11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 120$ tintements.
3. Il est possible de représenter les rencontres entre deux personnes par un grand tableau carré composé de 15 lignes et 15 colonnes représentant les 15 convives. On marque d'une croix la case correspondant à un tintement de verre qui s'est effectué. En s'y prenant avec cohérence, on établit un « triangle » de croix qu'il suffit de compter (on en revient à la deuxième situation, mais d'une manière peut-être plus visuelle).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
3				X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
4					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
5						X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
6							X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
7								X	X	X	X	X	X	X	X	X
8									X	X	X	X	X	X	X	X
9										X	X	X	X	X	X	X
10											X	X	X	X	X	X
11												X	X	X	X	X
12													X	X	X	X
13														X	X	X
14															X	X
15																X
16																

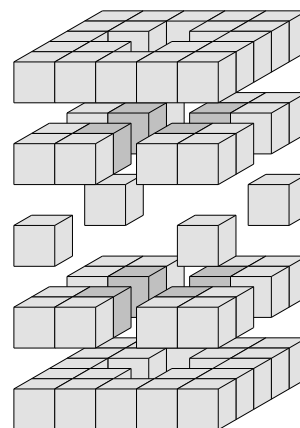
Calculer le nombre de croix peut se faire en remarquant qu'il s'agit de la moitié des croix que contiendrait le rectangle représenté en traits plus épais : celui-ci se compose de $16 \times 15 = 240$ croix. D'où les 120 tintements. Cette manière de trouver les croix se rapproche de la première situation.



Le cube de Kubi

Ce problème de géométrie peut aussi être résolu de différentes manières, notamment en construisant cet assemblage à l'aide de cubes emboîtables ou de Légo. Une autre façon peut être de compter le nombre de cubes par couche, comme le montre la figure ci-contre. En dénombrant les cubes de chaque couche et en les additionnant, on obtient 76.

Comme il faut 125 cubes pour réaliser l'assemblage, le calcul pour connaître le nombre de cubes manquant est $125 - 76$.



Solution

Il manque 49 cubes.



Le tableau volé

Un problème de logique dans lequel on retrouve l'emploi de la négation, de l'implication et de la déduction !

- Si le voleur est AUGUSTO, les quatre suspects ont dit la vérité. Ce cas ne correspond pas à ce que sait l'inspecteur ; ce n'est pas AUGUSTO le coupable.
- Si le voleur est BERNARD, AUGUSTO en innocentant BERNARD et BERNARD en accusant les frères se trompent. Ce cas ne correspond pas à ce que sait l'inspecteur ; il y a trop de menteurs. BERNARD n'est pas coupable.
- Si le voleur est DANTE, seul AUGUSTO dit vrai ; les trois autres suspects mentent. Ce cas ne correspond pas non plus à ce que sait l'inspecteur. DANTE n'est pas coupable.
- Si le voleur est KARL, BERNARD se trompe en affirmant que le voleur est l'un des deux frères. Les trois autres suspects ont dit la vérité. C'est le seul cas de figure qui correspond à ce que l'inspecteur sait : c'est KARL le coupable.

	Si le voleur est			
	AUGUSTO	KARL	BERNARD	DANTE
l'affirmation d'AUGUSTO est	vraie	vraie	fausse	vraie
l'affirmation de KARL est	vraie	vraie	vraie	fausse
l'affirmation de BERNARD est	vraie	fausse	fausse	fausse
l'affirmation de DANTE est	vraie	vraie	vraie	fausse
Combien de menteurs ?	0	1	2	3

Solution

Le voleur de tableau est KARL.

Le Rallye Mathématique, première épreuve



Les autocollants

© ARMT

Les autocollants que JULIE et OSCAR collectionnent se vendent dans des enveloppes. Dans chaque enveloppe, il y a dix feuilles d'autocollants. Sur chaque feuille, il y a dix autocollants. Aujourd'hui, JULIE et OSCAR comptent leurs autocollants.

JULIE a 4 enveloppes complètes, 24 feuilles complètes hors des enveloppes et 12 autocollants séparés.

OSCAR a 6 enveloppes complètes, 3 feuilles complètes hors des enveloppes et 31 autocollants séparés.

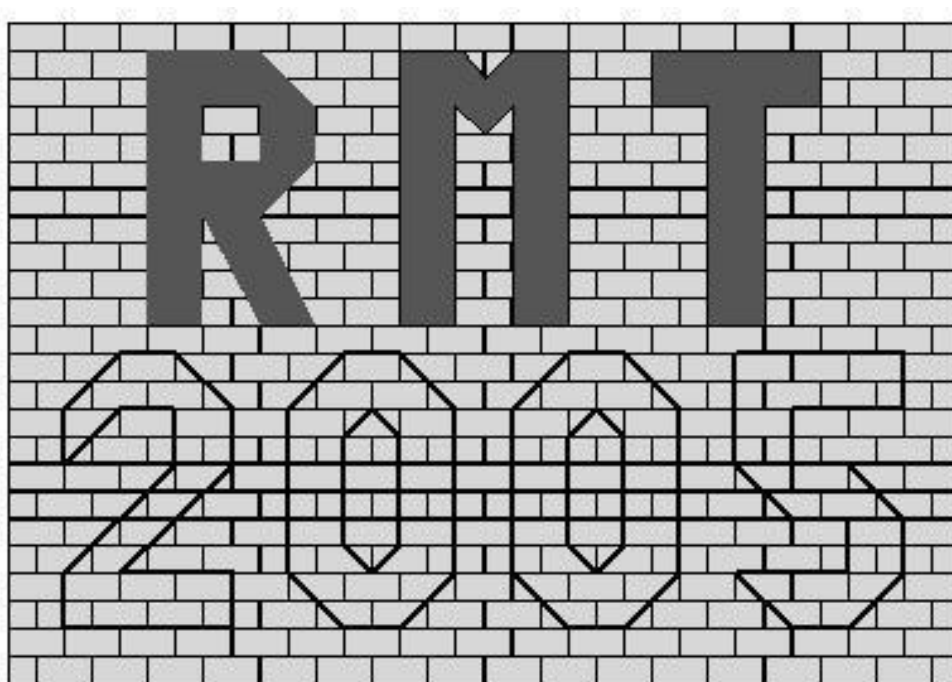
Qui a le plus d'autocollants

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.



RMT 2005

Sur le mur de l'école, on a peint l'intérieur des lettres R, M et T pour la prochaine finale du Rallye Mathématique Transalpin. Il reste encore à peindre l'intérieur des quatre chiffres de 2005. SOPHIE va peindre, le « 2 » et le premier « 0 ». MARC peindra l'autre « 0 » et le « 5 ».



Qui utilisera le plus de peinture ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.



Livrez les commandes

Une fleuriste a préparé cinq bouquets de fleurs pour cinq de ses clientes :

- un bouquet d'œillets rouges ;
- un bouquet d'œillets jaunes ;
- un bouquet de tulipes rouges ;
- un bouquet de tulipes jaunes ;
- un bouquet de marguerites blanches.

On sait que :

- Mme ANDREY achète uniquement des fleurs rouges ;
- Mme BASSET habite à Lussy ;
- Mme CARILLO et Mme DARDEL veulent des fleurs jaunes ;
- Mme LAMARTINE et Mme CARILLO veulent seulement des œillets !

À quelle cliente chacun de ces bouquets est-il destiné ?

Notez vos explications.



Les belles colonnes

Écrivez un nombre dans chaque case en respectant les consignes suivantes :

- Vous utilisez seulement les nombres 1, 2, 3, 4, 5 mais autant de fois que vous le voulez.
- Dans chaque ligne, tous les nombres sont différents.
- Dans chaque colonne, tous les nombres sont différents.
- Pour chaque colonne, le nombre écrit dans le triangle est la somme des trois autres nombres.

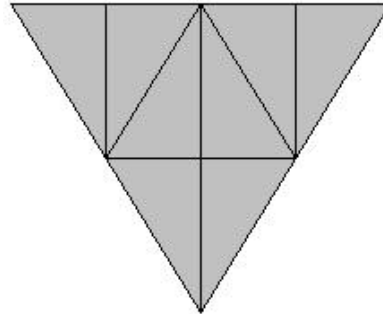
9	7	12	11	6
		4		1
1	4			

Complétez les colonnes et expliquez votre raisonnement.



Le foulard de grand-mère

Voici le dessin du foulard de grand-mère. CAMILLE, sa petite fille, le trouve très beau parce qu'il a beaucoup de triangles. Elle essaie de les compter tous, mais elle a du mal à le faire et n'est jamais sûre de sa réponse.



**Selon vous, combien de triangles peut-on voir dans ce dessin ?
Désignez-les précisément pour qu'on puisse comprendre facilement comment vous les avez comptés.**



Les trois lapins

Trois lapins mangent des légumes dans mon potager.
Le lapin blanc mange chaque soir une carotte.
Le lapin brun mange chaque soir un navet ou, s'il n'y en a plus, 3 carottes.
Le lapin noir mange chaque soir un chou ou, s'il n'y en a plus, 3 navets ou, s'il n'y en a plus non plus, 5 carottes.
Ce matin, j'ai récolté une partie des légumes de mon potager. J'ai laissé pour les lapins 45 carottes, 21 navets, 5 choux.

**Pendant combien de jours vont-ils pouvoir se nourrir tous les trois ?
Expliquez comment vous avez trouvé.**



La plaque de voiture

La police recherche la voiture d'un voleur.

- un premier témoin a constaté que le numéro de la plaque a cinq chiffres, tous différents,
- un deuxième témoin se souvient que le premier chiffre est 9,
- un troisième témoin a noté que le dernier chiffre est 8,
- un quatrième témoin, qui a 22 ans, a remarqué que la somme des cinq chiffres de la plaque est égale à son âge.

Quel peut être le numéro de la plaque de la voiture que la police recherche ?
Écrivez toutes les possibilités et expliquez comment vous les avez trouvées.



Pour qui sonne l'horloge ?

PIERRE possède une horloge qui sonne :

- un coup à la demie de chaque heure,
- le nombre de coups indiqués par la petite aiguille à chaque heure pile.

Lorsqu'il est midi ou minuit, elle sonne 12 coups. Lorsqu'il est midi et demi, elle sonne 1 coup. Lorsqu'il est 13h, elle sonne 1 coup parce qu'il est une heure de l'après-midi.

PIERRE remonte le mécanisme de l'horloge tous les jours entre midi et midi et demie.

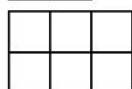
Combien de coups l'horloge sonne-t-elle entre deux interventions de PIERRE ?
Montrez clairement comment vous avez trouvé.



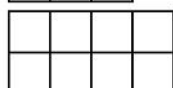
Grille d'allumettes



Pour construire cette figure, il a fallu 12 allumettes.



Pour cette deuxième figure, il a fallu quelques allumettes de plus !



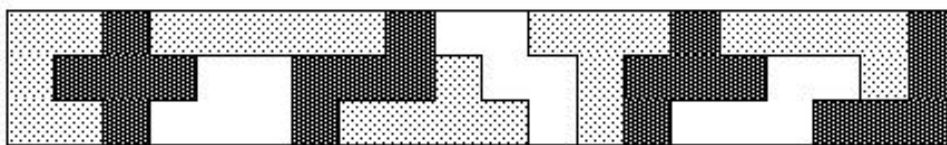
Et pour cette troisième figure, encore davantage d'allumettes !

En continuant à construire des figures de la même façon, combien d'allumettes seront nécessaires à la construction de la 100^e ?
Justifiez votre réponse.

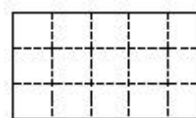


Avec des pentaminos

Un pentamino est une figure formée de cinq carrés égaux. Il y a 12 pentaminos différents avec lesquels on peut former un rectangle de « 3×20 » :



ÉRIC joue avec ses 12 pentaminos et cherche à faire un rectangle de « 3×5 ». Il prend une des 12 pièces et s'aperçoit qu'il n'arrivera pas à finir son rectangle.



**Quelles pièces ÉRIC n'arrivera jamais à utiliser pour son rectangle ?
Expliquez pourquoi.**



Les champignons

Mon oncle et ses quatre enfants, ANNA, BRUNO, CÉLINE et DANIEL, sont allés aux champignons.

- Ils ont cueilli 30 champignons en tout.
- Chacun a récolté au moins deux champignons.
- ANNA et CÉLINE ont, ensemble, moins de 8 champignons.
- Ce n'est pas ANNA qui a récolté le moins de champignons.
- Le nombre de champignons de CÉLINE est le tiers du nombre de ceux de BRUNO.
- DANIEL, à lui seul, a récolté autant de champignons que mon oncle et ANNA.

**Combien chacun a-t-il pu récolter de champignons ?
Justifiez vos réponses.**



Les biscuits d'ÉMILIE

ÉMILIE a confectionné des petits biscuits, entre 300 et 500. Elle réfléchit à la façon dont elle pourrait les emballer dans plusieurs sachets contenant le même nombre de biscuits :

- si elle met 9 biscuits par sachet, il lui en restera 5,
- si elle met 8 biscuits par sachet, il lui en restera 7,
- si elle met 12 biscuits par sachet, il lui en restera 11,
- si elle met 16 biscuits par sachet, il lui en restera 15.

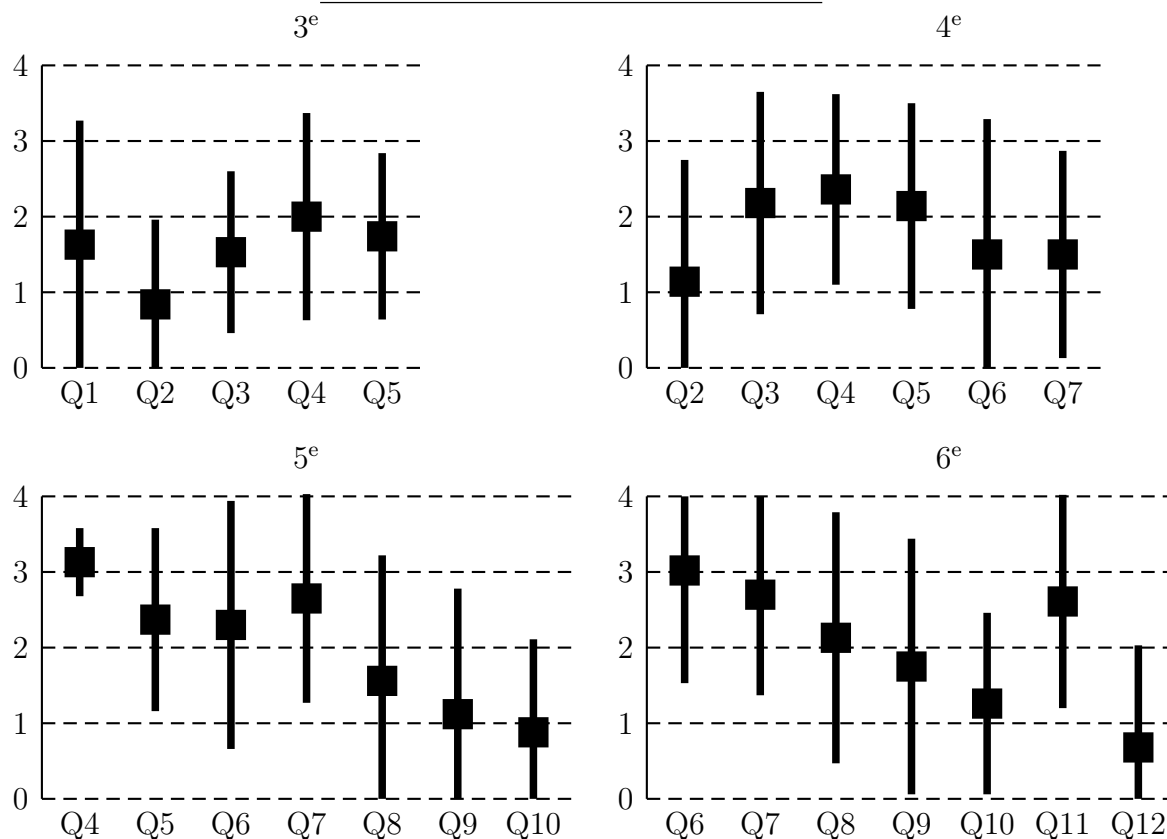
**Combien de biscuits ÉMILIE a-t-elle faits ?
Expliquez comment vous avez trouvé.**

Analyse et réponses de la première épreuve

Q1 : Les autocollants	Q5 : Le foulard de grand-mère	Q9 : Grille d'allumettes
Q2 : RMT 2005	Q6 : Les trois lapins	Q10 : Avec les pentaminos
Q3 : Livrez les commandes	Q7 : La plaque de voiture	Q11 : Les champignons
Q4 : Les belles colonnes	Q8 : Pour qui sonne l'horloge ?	Q12 : Les biscuits d'Émilie

		Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12
3 ^e	Moyenne	1.63	0.84	1.53	2.00	1.74							
	Écart-type	1.64	1.12	1.07	1.37	1.10							
4 ^e	Moyenne		1.14	2.18	2.36	2.14	1.50	1.50					
	Écart-type		1.61	1.47	1.26	1.36	1.79	1.37					
5 ^e	Moyenne				3.13	2.37	2.31	2.65	1.56	1.12	0.88		
	Écart-type				0.45	1.21	1.64	1.38	1.66	1.56	1.23		
6 ^e	Moyenne						3.02	2.70	2.13	1.75	1.26	2.61	0.68
	Écart-type						1.49	1.33	1.66	1.69	1.20	1.41	1.35

Graphiques des moyennes par catégorie



Analyse des résultats

Dans l'article relatif à l'analyse globale de cette première édition du RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN en **Communauté française de Belgique**, page 5, nous énoncions le fait que, pour une part, les enseignants prenaient en charge la formation des groupes. Nous nous posons par la suite la question de savoir quels critères ceux-ci avaient utilisés pour former les groupes. Des discussions avec quelques enseignants avaient permis de mettre en évidence qu'un des critères était la difficulté croissante des problèmes en fonction de leur numéro d'ordre. Ainsi, associent-ils les problèmes les moins « difficiles » les premiers dans l'ordre, aux groupes composés d'élèves ayant « le plus de difficultés en mathématiques » et les problèmes les plus « difficiles » les derniers dans l'ordre, aux groupes composés des élèves ayant « le plus de facilités en mathématiques ».

De fait, le premier problème d'une catégorie est réservé à cette seule catégorie ou à une ou plusieurs catégories inférieures. Alors que le dernier problème de cette catégorie est également utilisé pour les catégories supérieures. Par exemple, dans cette première épreuve, le problème *RMT 2005* est le premier problème pour la catégorie 4 mais est aussi un problème pour la catégorie 3. Alors que le dernier problème de la catégorie 4, *La plaque de voiture*, fait partie des problèmes des catégories 5 et 6. C'est à partir de ce constat que des enseignants classent les problèmes par difficulté croissante : le problème pour les catégories 3 et 4 doit être plus simple que celui pour les catégories 4, 5 et 6. Cela semble très logique. L'analyse des résultats semble cependant montrer qu'il n'en est pas toujours ainsi et que le lien *numéro d'ordre* — *difficulté* n'est pas aussi strict qu'il peut paraître. Nous pouvons considérer qu'un problème moins bien réussi est un problème plus « difficile » pour les élèves. Dans ce cas, l'observation des moyennes pour les catégories 3 et 4 semblent mettre à mal cette « croyance » selon laquelle la difficulté des problèmes croît systématiquement avec le numéro d'ordre.

Une autre manière d'aborder l'analyse de la « difficulté » des problèmes est de considérer le domaine dans lequel ils s'inscrivent. Les problèmes du RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN rencontrent des domaines mathématiques tels que l'arithmétique, la géométrie, la logique... Pour certains élèves, un problème de géométrie sera plus « difficile » qu'un problème d'arithmétique, pour d'autres ce sera l'inverse. Pour d'autres encore, ce seront les problèmes faisant appel à la logique qui seront « difficiles ». Constatons également que certains problèmes cumulent les domaines et par conséquent peuvent cumuler les difficultés pour certains élèves. Nous reprenons ci-dessous les problèmes et les domaines mathématiques auxquels ils appartiennent principalement.

Nous pourrions encore argumenter à partir de la dimension collaborative de la résolution des problèmes, puisque les élèves travaillent en groupe lors des épreuves. Il est donc aussi intéressant de pouvoir faire interagir des élèves ayant des approches différentes des problèmes, des savoirs différents en mathématiques,... afin d'augmenter les possibilités de résoudre un problème. Ceci fera l'objet d'un article dans une prochaine publication.

Q1 : Les autocollants	Arithmétique
Q2 : RMT 2005	Géométrie, grandeurs – mesures
Q3 : Livrez les commandes	Logique
Q4 : Les belles colonnes	Arithmétique, logique
Q5 : Le foulard de grand-mère	Géométrie, logique
Q6 : Les trois lapins	Arithmétique
Q7 : La plaque de voiture	Arithmétique, combinatoire
Q8 : Pour qui sonne l'horloge ?	Arithmétique
Q9 : Grille d'allumettes	Arithmétique
Q10 : Avec les pentaminos	Logique, géométrie
Q11 : Les champignons	Arithmétique, logique (algèbre pour le secondaire)
Q12 : Les biscuits d'Émilie	Arithmétique

Réponses

Nous ne publions dans ce premier fascicule que les seules réponses attendues aux questions des épreuves. Le Comité belge du RALLYE MATHÉMATIQUE se penche actuellement sur l'étude approfondie et didactique de certaines des questions. La mise au point de ces textes fait l'objet de discussions approfondies ; il ne seront disponibles que lors de la parution du deuxième tome. Merci de votre patience.

Q1 : Les autocollants

OSCAR.

Q2 : RMT 2005

MARC.

Q3 : Livrez les commandes

Madame ANDREY	tulipes rouges
Madame BASSET	marguerites blanches
Madame CARILLO	œillets jaunes
Madame DARDEL	tulipes jaunes
Madame LAMARTINE	œillets rouges

Q4 : Les belles colonnes

9	7	12	11	6
3	2	4	5	1
5	1	3	4	2
1	4	5	2	3

Q5 : Le foulard de grand-mère

17 triangles.

Q6 : Les trois lapins

13 jours.

Q7 : La plaque de voiture

12 numéros sont possibles :

90148 | 90418 | 91048 | 91408 | 94018 | 94108 | 90238 | 90328 | 92038 | 92308 | 93028 | 93208

Q8 : Pour qui sonne l'horloge ?

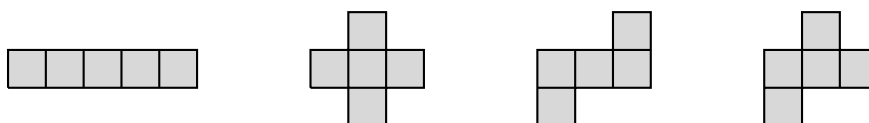
180 coups.

Q9 : Grille d'allumettes

507 allumettes.

Q10 : Avec les pentaminos

Il est impossible de « terminer » le remplissage si l'une de ces quatre pièces est utilisée.



Q11 : Les champignons

Les 30 champignons peuvent être répartis de quatre manières possibles.

ANNA	BRUNO	CÉLINE	DANIEL	Mon oncle
3	6	2	11	8
4	6	2	11	7
5	6	2	11	6
4	9	3	9	5

Q12 : Les biscuits d'Émilie

383 biscuits.

Le Rallye Mathématique, seconde épreuve

© ARMT



Spectacle de fin d'année

Dans la classe de LUC, il y a 21 élèves, qui ont tous un prénom différent. Pour le spectacle de fin d'année, les élèves qui savent jouer d'un instrument de musique ou qui savent danser préparent le ballet. Les autres élèves de la classe, qui ne savent ni jouer d'un instrument ni danser, préparent une pièce de théâtre.

- Les élèves qui savent jouer d'un instrument de musique sont : JEAN, LAURE, LUISA, LUC, MARC, ROBERT, SARA et VALENTINE.
- Les élèves qui savent danser sont : CLAIRE, JULIE, LAURE, MARTA, ROBERT, SARA et VALENTINE.

Combien d'élèves préparent le ballet ?

Combien d'élèves préparent la pièce de théâtre ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.



Quel âge as-tu ?

LISA, JULIE et TOM sont trois frères et sœurs. ANTOINE, aimerait connaître leurs âges. TOM lui donne les informations suivantes :

- J'ai 7 ans de plus que JULIE.
- LISA a 9 ans de plus que JULIE.
- Si tu additionnes nos trois âges, tu obtiens 40 ans, qui est l'âge de notre maman.

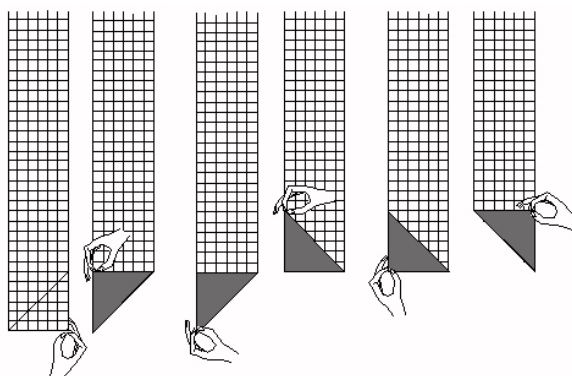
Quel est l'âge de chacun des 3 enfants ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver.



Plis et replis

ANDRÉA souhaite obtenir plusieurs triangles, tous identiques, en repliant une bande de papier quadrillé comme le montrent les dessins ci-dessous. La bande de papier a une longueur de 70 carreaux et une largeur de 6 carreaux.

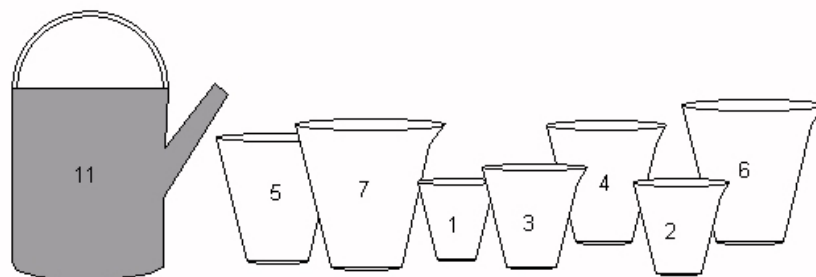


Combien de triangles **ANDRÉA** peut-elle obtenir en continuant à plier la bande ?
Expliquez comment vous avez trouvé.



Les pots

Devant l'arrosoir, qui contient exactement 11 litres d'eau, il y a sept pots vides : de 1 litre, 2 litres, 3 litres, 4 litres, 5 litres, 6 litres et 7 litres.



MARIO doit choisir quelques pots dans lesquels il versera toute l'eau de son arrosoir. Les pots choisis devront être entièrement pleins, mais il ne faut pas qu'ils débordent !

Quels pots MARIO peut-il choisir ?

Par exemple, si MARIO choisit les pots 3, 4 et 6, il n'aura pas assez d'eau pour les remplir tous. S'il choisit les pots 6 et 2, il n'arrivera pas à vider entièrement son arrosoir. S'il choisit les pots 3, 6 et 2, c'est possible, il pourra vider l'arrosoir et remplir entièrement les pots.

Mais il y a encore d'autres possibilités.

Indiquez-les toutes et expliquez comment vous les avez trouvées.



En file

Sept enfants marchent l'un derrière l'autre sur un sentier étroit, certains se tiennent par la main.

- Il y a deux enfants entre CHARLES et DANIELLE ;
- ÉMILE, le plus petit, donne la main à DANIELLE et à FRANÇOISE ;
- il y a le même nombre d'enfants derrière BERNADETTE que devant elle ;
- GEORGES est un des enfants de la file qui sont devant ANDRÉ.

**Indiquez dans quel ordre les sept enfants peuvent être placés dans la file.
Expliquez comment vous avez trouvé.**



Le géant GARGANTUA

GARGANTUA veut être admis à l'école des géants. La condition d'admission est d'avoir une barbe d'au moins 80 cm de longueur le matin. En 24 heures, la barbe de GARGANTUA s'allonge de 5 cm, de manière régulière. Pour empêcher que GARGANTUA ne soit admis trop rapidement à l'école, sa femme lui raccourcit la barbe de 2 cm chaque nuit. Ce matin, GARGANTUA a une barbe de 15 cm.

**Dans combien de jours GARGANTUA sera-t-il admis à l'école des géants ?
Expliquez votre raisonnement.**

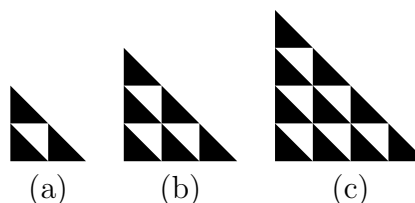


Un triangle qui grandit

Pour construire la figure à deux niveaux (a), on utilise 3 triangles noirs et 1 triangle blanc.

Pour construire la figure à trois niveaux (b), on utilise 6 triangles noirs et 3 triangles blancs.

Pour construire la figure à quatre niveaux (c), on utilise 10 triangles noirs et 6 triangles blancs.



ROLAND a construit une figure beaucoup plus grande en utilisant exactement 55 triangles noirs.

De combien de niveaux se compose cette figure ?

Combien de triangles blancs ont été nécessaires à ROLAND pour sa construction ?

Expliquez comment vous avez trouvé.



Les trois coffres

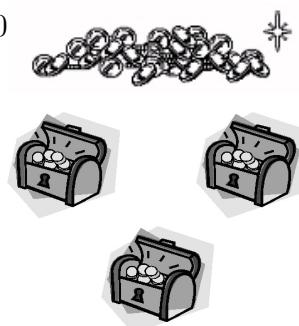
Le contenu de chacun de ces trois coffres a la même valeur que 30 pièces d'or.

Dans chaque coffre, il n'y a que des lingots.

Dans le premier coffre, il y a 4 petits lingots et 1 lingot moyen.

Dans le second coffre, il y a 2 petits lingots et 2 lingots moyens.

Dans le troisième coffre, il y a 1 lingot moyen et 1 grand lingot.



Combien de pièces d'or vaut un petit lingot ?

Combien de pièces d'or vaut un lingot moyen ?

Combien de pièces d'or vaut un grand lingot ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.



Les camarades de JUDITH

JUDITH a remarqué que, dans sa classe, il y a quelques élèves qui ont les cheveux noirs et les yeux bleus. Comme JUDITH est curieuse de nature, elle se met à observer tous les élèves des quatre classes de son école. Après quelques jours, elle découvre que :

- la moitié des élèves sont des garçons,
- un tiers des élèves ont les cheveux noirs,
- en divisant le nombre d'élèves de l'école par 7, on trouve le nombre des élèves qui ont les yeux bleus,
- dans chaque classe, il y a au moins 20 élèves mais pas plus de 30.

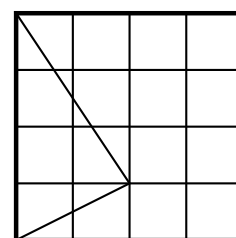
Dans les quatre classes observées par JUDITH, combien d'élèves n'ont pas les yeux bleus ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre solution.

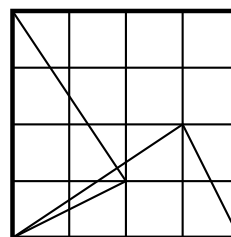


Kaléidoscope

Vous disposez de deux cartes carrées transparentes. Sur chacune d'elle est dessiné un quadrillage et un triangle comme le montre la figure ci-contre : (le quadrillage et le triangle se voient d'un côté comme de l'autre puisque les cartes sont transparentes).



Si l'on superpose les deux cartes en faisant coïncider leurs bords, on peut obtenir, par exemple, cette figure, qui n'a pas d'axe de symétrie :



Toujours en superposant exactement les 2 cartes, combien de figures différentes, mais avec un axe de symétrie, peut-on obtenir ?

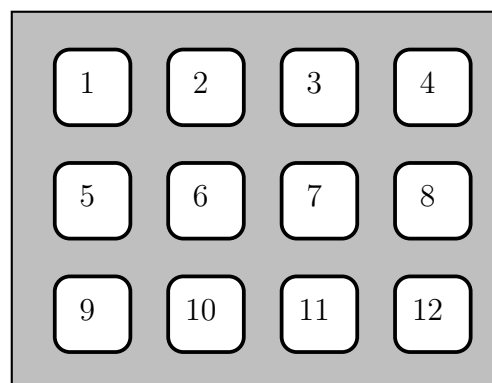
Dessinez toutes les figures différentes, avec un axe de symétrie, que vous avez trouvées.



Le trésor dans le coffre-fort

L'ouverture d'un coffre-fort est commandée à partir d'un clavier comme celui représenté par la figure ci-contre. En pressant les touches numérotées, les nombres correspondants sont additionnés et lorsque cette somme vaut 21, le coffre-fort s'ouvre et le trésor apparaît.

Mais attention ! Il faut obtenir exactement 21, ni plus, ni moins. L'ordre dans lequel on appuie sur les touches n'a pas d'importance. Une même touche peut être utilisée plusieurs fois.



RITA aimerait que le coffre s'ouvre après avoir pressé exactement 8 touches, mais sans jamais presser la touche numérotée 1.

De combien de manières RITA peut-elle ouvrir le coffre-fort ?

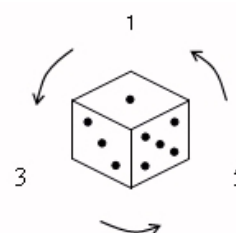
Indiquez toutes les possibilités et expliquez votre raisonnement.



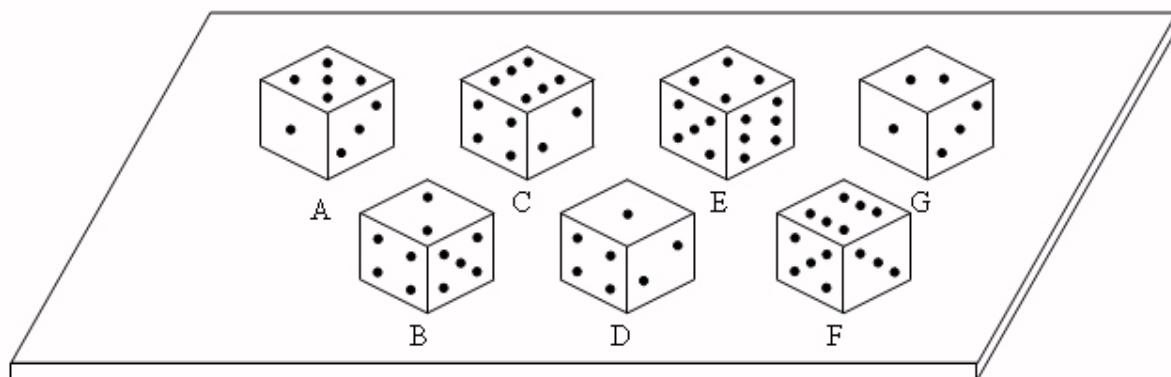
Les dés

Un dé (de type « occidental ») est construit correctement s'il respecte les règles suivantes :

- la somme des nombres inscrits sur deux faces opposées est 7 ;
- si l'on regarde le dé de façon à voir les trois faces indiquant un nombre impair, on remarque que le « un », le « trois » et le « cinq » sont placés dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.



La figure suivante montre sept dés déposés sur une table. Parmi eux, trois dés « irréguliers » ont été insérés.



Indiquez quels sont ces trois dés et en quoi ils sont irréguliers.
Indiquez comment vous avez procédé.



Les oncles de PIERRE

PIERRE décide de rendre visite à ses trois oncles ANTOINE, BRUNO et CHARLES. Il sait que :

- la maison de l'oncle ANTOINE est à 20 minutes de chez lui, à 40 minutes de celle de l'oncle BRUNO et à 35 minutes de celle de l'oncle CHARLES ;
- la maison de l'oncle BRUNO est à 25 minutes de chez lui et à 45 minutes de celle de l'oncle CHARLES ;
- la maison de l'oncle CHARLES est à 50 minutes de chez lui.

PIERRE désire partir de chez lui, rendre visite à ses trois oncles et rentrer chez lui, en prenant le moins de temps possible pour tous ces déplacements.

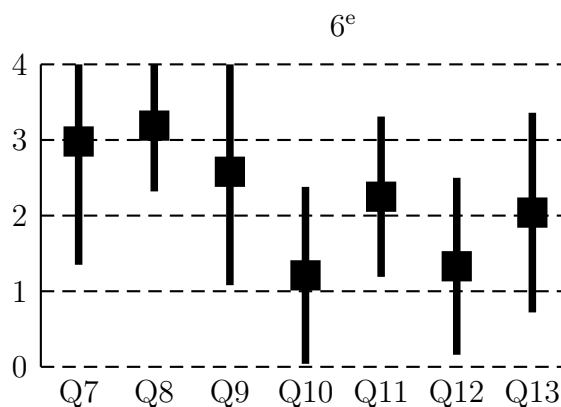
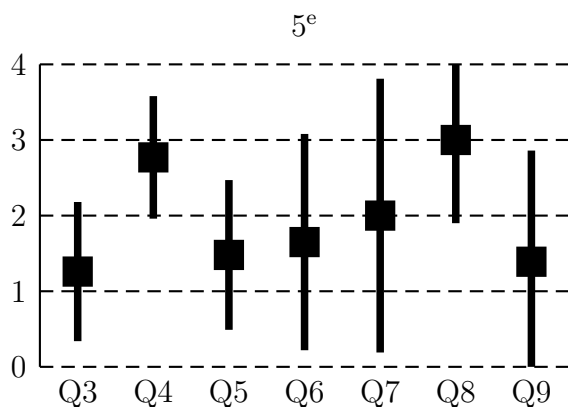
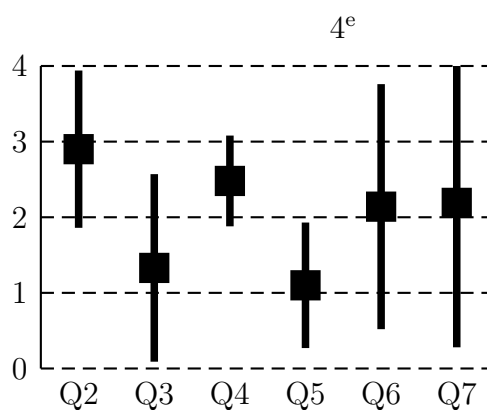
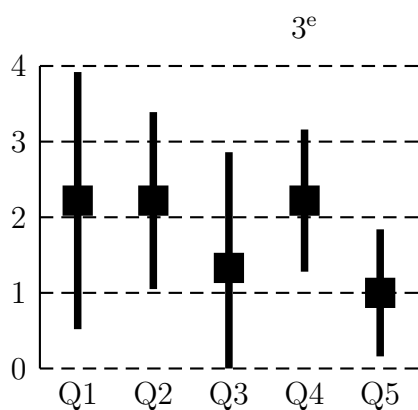
Dans quel ordre devra-il rendre visite à ses trois oncles ?

Combien de temps prendra-t-il en tout pour se déplacer ? Indiquez les solutions possibles et expliquez votre raisonnement.

Analyse et réponses de la seconde épreuve

Q1 : Spectacle de fin d'année | Q6 : Le géant Gargantua | Q10 : Kaléidoscope
 Q2 : Quel âge as-tu ? | Q7 : Un triangle qui grandit | Q11 : Le trésor dans le coffre-fort
 Q3 : Plis et replis | Q8 : Les trois coffres | Q12 : Les dés
 Q4 : Les pots | Q9 : Les camarades de Judith | Q13 : Les oncles de Pierre
 Q5 : En file

		Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13
3 ^e	Moyenne	2.22	2.22	1.33	2.22	1.00								
	Écart-type	1.70	1.17	1.53	0.94	0.84								
4 ^e	Moyenne		2.90	1.33	2.48	1.10	2.14	2.19						
	Écart-type		1.04	1.24	0.60	0.83	1.62	1.91						
5 ^e	Moyenne			1.26	2.77	1.48	1.65	2.00	3.00	1.39				
	Écart-type			0.92	0.81	0.99	1.43	1.81	1.10	1.47				
6 ^e	Moyenne							2.98	3.19	2.58	1.21	2.25	1.33	2.04
	Écart-type							1.63	0.87	1.50	1.17	1.06	1.17	1.32



Comme pour les problèmes de l'épreuve 1, globalement, en observant les moyennes, nous ne pouvons pas dire que la difficulté des problèmes croît systématiquement avec le numéro d'ordre. Nous insistons aussi sur le fait, qu'un problème peut être « compliqué » pour un élève et être « simple » pour un autre élève du même groupe.

Réponses

Q1 : Spectacle de fin d'année

11 élèves préparent le ballet, 10 élèves préparent la pièce de théâtre.

Q2 : Quel âge as-tu ?

JULIE a 8 ans, TOM a 15 ans et LISA a 17 ans.

Q3 : Plis et replis

ANDRÉA obtiendra 22 triangles.

Q4 : Les pots

Sept possibilités :

7 et 4 | 7, 3 et 1 | 6 et 5 | 6, 4 et 1 | 6, 3 et 2 | 5, 4 et 2 | 5, 3, 2 et 1

Q5 : En file

Deux ordres sont possibles dans la file.

1 ^{er}	2 ^e	3 ^e	4 ^e	5 ^e	6 ^e	7 ^e
FRANÇOISE	ÉMILE	DANIELLE	BERNADETTE	GEORGES	CHARLES	ANDRÉ
GEORGES	CHARLES	ANDRÉ	BERNADETTE	DANIELLE	ÉMILE	FRANÇOISE

Q6 : Le géant Gargantua

GARGANTUA sera admis dans 22 jours.

Q7 : Un triangle qui grandit

La figure a 10 niveaux ; ROLAND a utilisé 45 triangles blancs.

Q8 : Les trois coffres

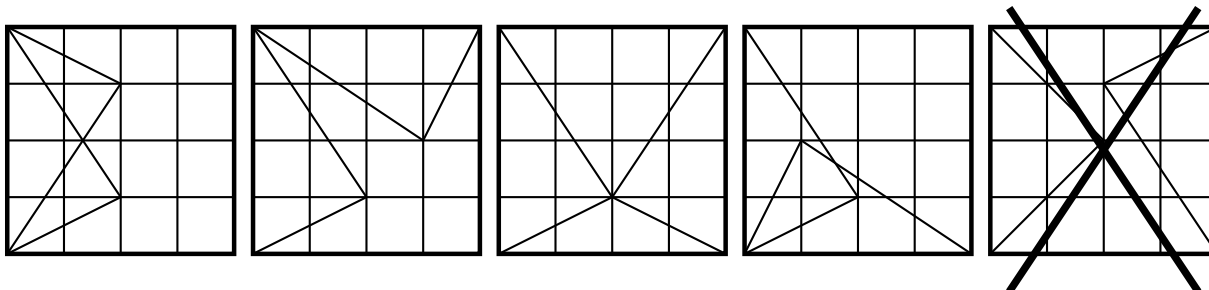
- un petit lingot vaut 5 pièces d'or ;
- un lingot moyen vaut 10 pièces d'or ;
- un grand lingot vaut 20 pièces d'or.

Q9 : Les camarades de Judith

72 élèves n'ont pas les yeux bleus.

Q10 : Kaléidoscope

4 superpositions ont un axe de symétrie. (La cinquième montrée ci-dessous a un centre de symétrie, mais pas d'axe : elle ne doit pas être comptabilisée).


Q11 : Le trésor dans le coffre-fort

Il y a sept manières d'ouvrir le coffre-fort :

2	2	2	2	2	2	2	7	(= 21)
2	2	2	2	2	2	3	6	(= 21)
2	2	2	2	2	2	4	5	(= 21)
2	2	2	2	2	3	3	5	(= 21)
2	2	2	2	2	3	4	4	(= 21)
2	2	2	2	3	3	3	4	(= 21)
2	2	2	3	3	3	3	3	(= 21)

Q12 : Les dés

Les cubes irréguliers portent les lettres B, C et G.

Q13 : Les oncles de Pierre

Deux déplacements prennent 125 minutes (ils correspondent au même trajet effectué dans les deux sens) :

PIERRE va chez ANTONE, puis chez CHARLES, puis chez BRUNO et rentre chez lui.

PIERRE va chez BRUNO, puis chez CHARLES, puis chez ANTONE et rentre chez lui.

Le Rallye Mathématique, épreuve finale



Les confitures

© ARMT

Une paysanne du village de Forêt Verte prépare cinq confitures différentes : aux châtaignes, aux abricots, aux figues, aux melons, aux tomates vertes. Elle les met dans des pots et les vend aux touristes. Un client achète deux pots de confitures différentes.

Quelles confitures peut-il avoir achetées ?

Indiquez toutes les façons possibles d'acheter deux confitures différentes.



Additions codées

Dans ce tableau, il y a des additions dans les lignes et dans les colonnes. Chacune des figures (le rond, le carré, l'étoile, le triangle et le losange) remplace toujours un même nombre.

Trouvez par quels nombres il faut remplacer ces dessins pour que toutes les additions soient justes.

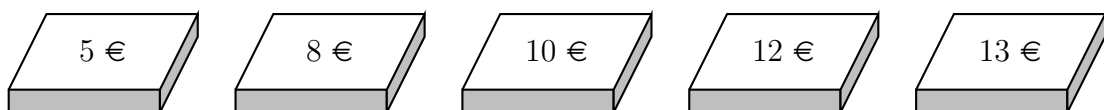
Montrez comment vous avez fait pour trouver ces nombres.

●	+	★	+	▲	+	★	=	9
+		+		+		+		
●	+	●	+	■	+	●	=	9
+		+		+		+		
■	+	★	+	◆	+	▲	=	13
6		5		12		8		



Les boîtes de crayons

Cinq boîtes de crayons sont exposées dans la vitrine d'une papeterie. Leurs prix sont :



Après quelques jours, le papetier en a vendu quatre : une à ALEX, une à BRICE, une à CARLA et une à DAVID.

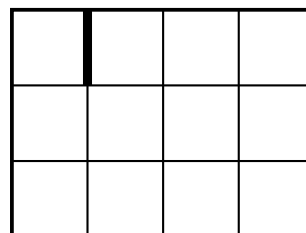
- ALEX a payé uniquement avec des pièces de 2 € et on ne lui a rien rendu.
- BRICE a dépensé 3 € de plus que CARLA.
- DAVID a payé avec deux billets de 5 € et le marchand lui a rendu de la monnaie.

Quel est le prix de la boîte achetée par ALEX ?
Expliquez votre réponse.



Pas de jaloux

AMANDINE veut partager ce rectangle en deux parties ayant chacune le même nombre de carreaux, mais pas forcément la même forme. Tous les carreaux doivent rester entiers et le découpage doit donc suivre les lignes du quadrillage. AMANDINE a commencé le partage, en traçant un premier trait (plus large sur la figure) :



Continuez le partage commencé par AMANDINE.
Trouvez toutes les façons de continuer le partage d'AMANDINE pour obtenir deux parties ayant le même nombre de carreaux.



Billes

ANNE, BÉATRICE et CHARLES ont joué aux billes avec d'autres camarades.

- À eux trois, ils ont gagné 20 billes en tout.
- CHARLES a gagné deux fois plus de billes que BÉATRICE.
- ANNE n'a pas gagné plus de billes que BÉATRICE.

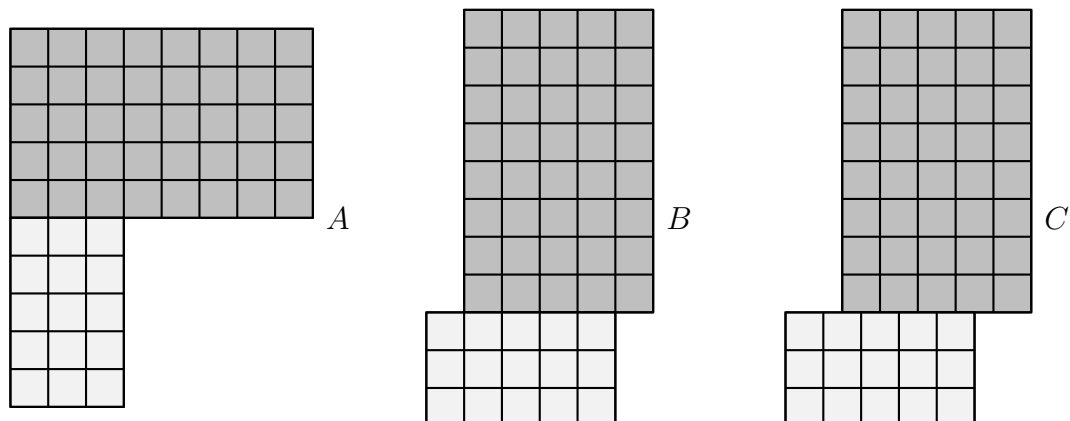
Combien de billes peut avoir gagné chacun des trois enfants ?
Expliquez votre raisonnement.



Les deux rectangles

On découpe deux rectangles dans une feuille de papier quadrillé, en suivant les lignes du quadrillage. Les dimensions du premier rectangle sont 5 et 8, celles du second sont 5 et 3 (unité : le côté d'un carré du quadrillage).

On place ces deux rectangles l'un contre l'autre, sans les superposer, de façon à ce qu'ils se touchent par un ou plusieurs côtés entiers de carreaux. (Un carreau d'un rectangle ne peut en toucher qu'un seul de l'autre rectangle, par un côté entier.) On peut obtenir ainsi de nombreuses figures.



Exemples : Les figures *A* et *B* sont correctes. La figure *C* est incorrecte car certains carreaux d'un rectangle touchent deux carreaux de l'autre rectangle.

Les figures obtenues n'ont pas toutes le même périmètre. Par exemple, le périmètre de *A* mesure 36 unités, celui de *B* en mesure 34.

Quel est le plus petit périmètre que peut avoir une figure obtenue en assemblant ces deux rectangles en respectant les règles d'assemblage ?

Et quel est le plus grand périmètre qu'on peut obtenir ?

Expliquez comment vous avez trouvé et montrez vos solutions.



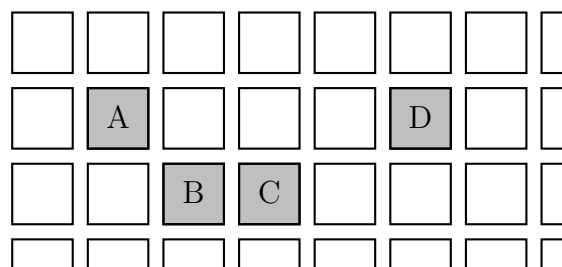
Cartes carrées

GRÉGORY a 81 cartes carrées, de même dimension, avec une face blanche et l'autre face grisée. Il les dispose toutes, les unes contre les autres, pour obtenir un grand carré entièrement blanc.

THOMAS lui propose un défi : *Essaie de retourner le plus possible de cartes pour faire apparaître leur face grisée. Mais attention, à la fin, chaque face grise devra avoir au moins 7 faces voisines blanches.*

Deux cartes sont voisines si elles ont un sommet ou un côté commun.

(Dans cet exemple, les cartes A et C avec les faces grises ont 7 voisines avec des faces blanches, et D en a 8, mais B n'en a que 6 !)



Combien de cartes GRÉGORY peut-il retourner au maximum ?
Expliquez votre raisonnement et dessinez une de vos solutions.



Une croissance extraordinaire

Quand ils vivaient dans notre pays, HUGUES mesurait 115 cm, LÉO 130 cm, SARA 135 cm et EDDY 145 cm.

Depuis quelques années ils vivent dans un autre pays nommé « Biengrandir », où l'unité de mesure est le *gra*.

Aujourd'hui, ils se mesurent et ils voient que HUGUES a grandi de 7 *gra*, LÉO de 6 *gra*, SARA et EDDY ont grandi chacun de 3 *gra*.

SARA s'aperçoit d'une chose étrange : maintenant ils n'ont plus quatre tailles différentes, mais deux enfants ont la même taille et les deux autres aussi.

Trouvez à combien de cm correspond le *gra*.
Expliquez votre raisonnement.

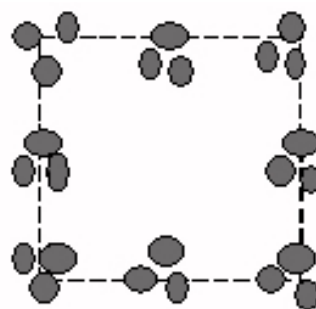


Un œil sur les pierres

JULIEN est en vacances à la mer. Sur la plage, il ramasse des pierres et les dispose par petits tas de trois, en forme de carré, comme sur ce dessin : Selon cette disposition, il y a 9 pierres par côté.

JULIEN ramasse encore 4 autres pierres et, avec les premières, forme une nouvelle disposition :

- il y a de nouveau 8 tas, disposés en carré ;
- il y a de nouveau 9 pierres par côté ;
- il y a le même nombre de pierres dans tous les tas situés au milieu des côtés du carré.



Combien peut-il y avoir de pierres dans les tas de la nouvelle disposition ?
Montrez toutes les possibilités et expliquez votre raisonnement.



La plus petite différence

Cette grille est partagée en deux régions par une ligne continue, épaisse, qui suit le quadrillage.

Lorsqu'on additionne les nombres de chacune de ces régions, on constate que la différence entre les deux sommes obtenues est 39.

Il est possible de trouver une différence plus petite en découplant la grille en deux parties seulement, selon d'autres lignes.

3	15	16	22
7	13	2	43
40	30	35	17
19	18	12	5

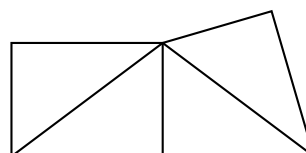
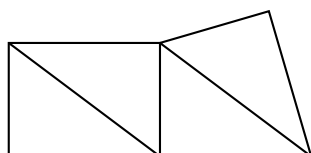
Dessinez la ligne de partage qui donne la plus petite différence possible et notez vos calculs.



Quadritriangles

Avec quatre triangles rectangles égaux, de côtés 3 cm, 4 cm et 5 cm, disposés de manière à ce que chaque triangle ait au moins un côté commun avec un autre triangle, on peut obtenir différentes figures que nous appellerons « quadritriangles ».

Deux quadritriangles sont différents s'ils ont au moins un côté ou un angle différent (on ne tient pas compte de la disposition des triangles à l'intérieur). Par exemple, ces deux quadritriangles, de 22 cm de périmètre, ne sont pas considérés comme différents.



Parmi tous les quadritriangles, quels sont ceux qui ont le plus petit périmètre ? Dessinez-les et expliquez comment vous les avez trouvés.



Les danseuses

CARINE a envoyé cette photo à STÉPHANIE, sa correspondante française. Elle a pensé qu'elle pourrait se faire reconnaître de sa nouvelle amie par les indices qu'elle lui donnerait et, dans le même temps, lui présenter les camarades de son groupe de danse. Elle lui a donc écrit ceci :

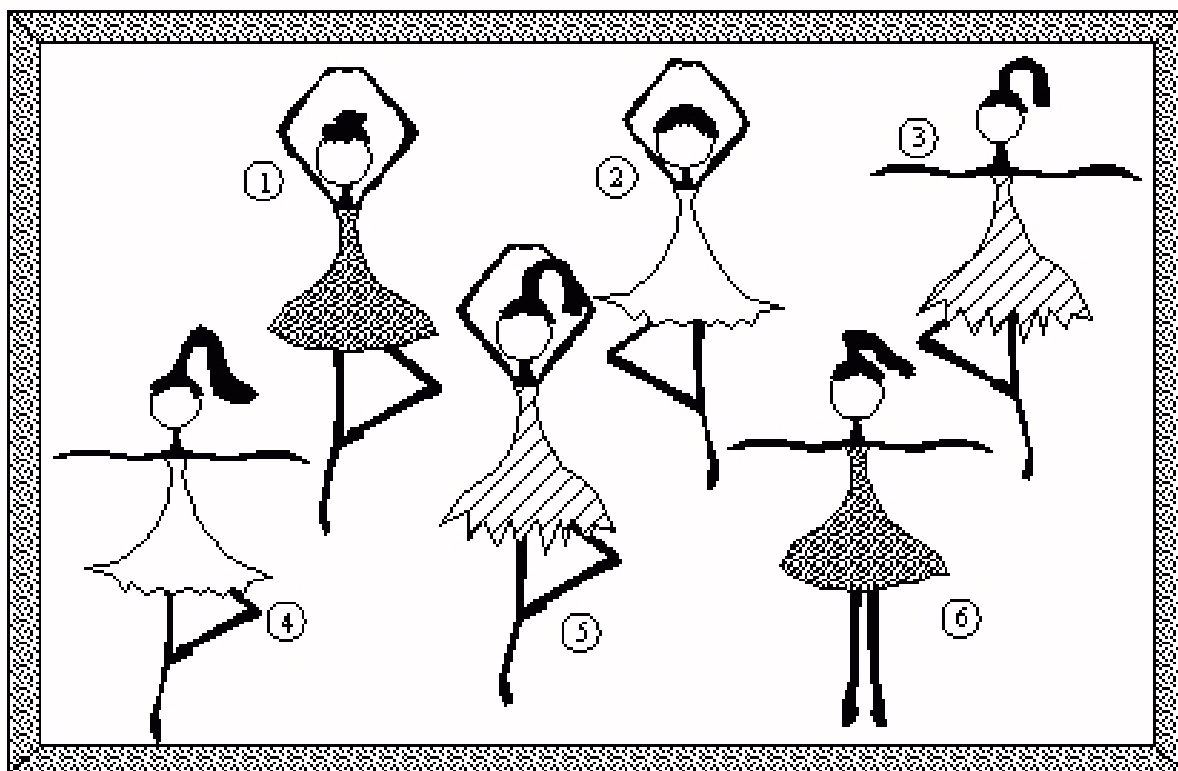
Chère Stéphanie,

Je t'envoie une de mes photos préférées car j'y danse avec mes amies. C'est Françoise qui a les bras au-dessus de la tête, qui lève la même jambe que moi et qui a le même tutu qu'Elena ; Elena lève la même jambe que Giselle ; Giselle a le même tutu que Paule ; le tutu de Paule est différent de celui d'Isabelle ; mon tutu est le même que celui d'Isabelle et tu vois que mes bras ne sont pas dans la même position que ceux de Paule !

J'espère recevoir ta réponse au plus vite, avec les noms correspondant à chaque numéro, pour savoir si tu m'as reconnue.

Aidez STÉPHANIE à identifier CARINE et ses amies.

Expliquez votre raisonnement.



Réponses de la finale

Q1 : Les confitures

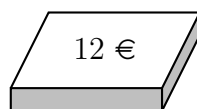
châtaignes et abricots	abricots et figues	figues et melons
châtaignes et figues	abricots et melons	figues et tomates vertes
châtaignes et melons	abricots et tomates vertes	melons et tomates vertes
châtaignes et tomates vertes		

Q2 : Additions codées

rond : 3 , carré : 0, étoile : 1, triangle : 4, losange : 8

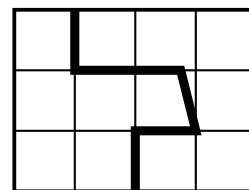
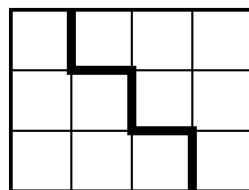
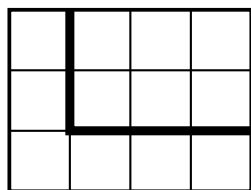
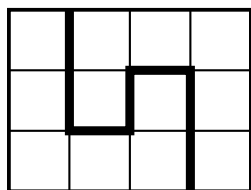
3	+	1	+	4	+	1	=	9
+		+		+		+		
3	+	3	+	0	+	3	=	9
+		+		+		+		
0	+	1	+	8	+	4	=	13
6		5		12		8		

Q3 : Les boîtes de crayons



Q4 : Pas de jaloux

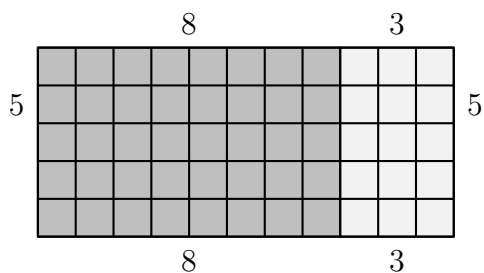
4 solutions.



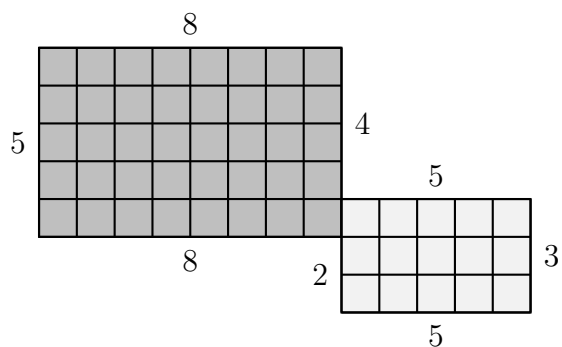
Q5 : Billes

Deux solutions

ANNE	5	2
BÉATRICE	5	6
CHARLES	10	12

Q6 : Les deux rectangles


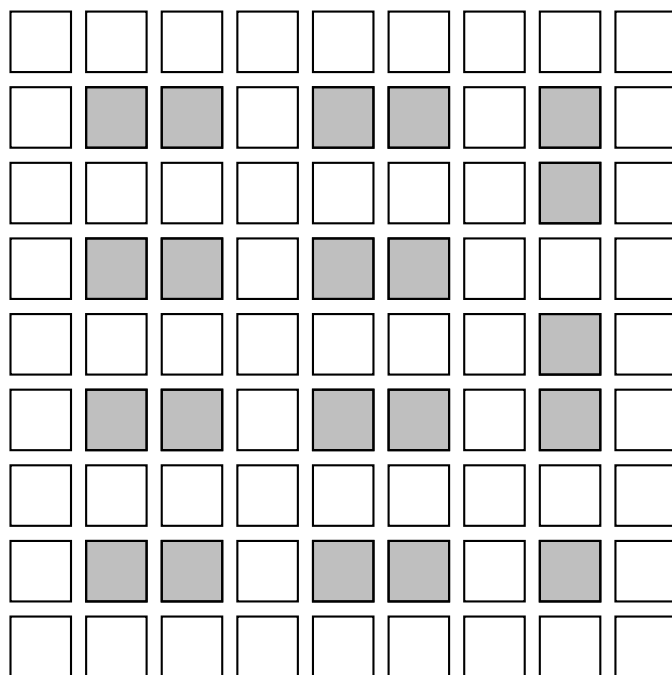
Plus petit périmètre : 32



Plus grand périmètre : 40

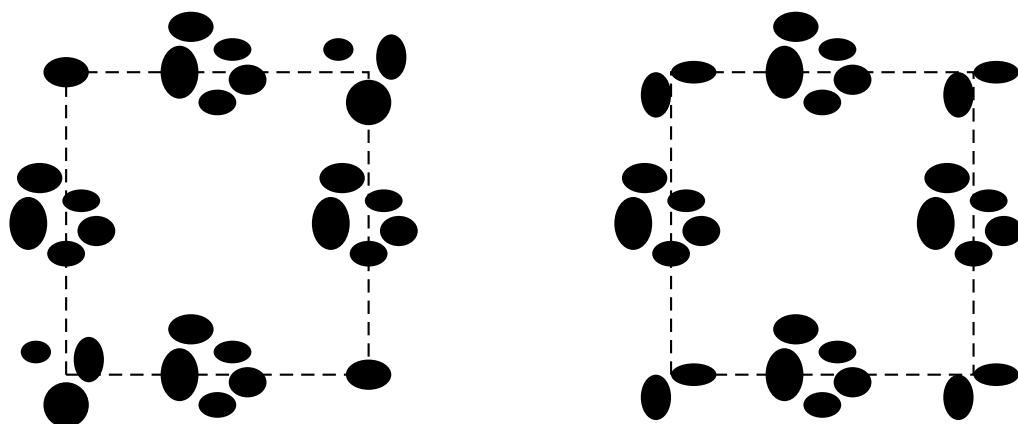
Q7 : Cartes carrées

GRÉGORY peut retourner 21 cartes au plus.


Q8 : Une croissance extraordinaire

1 gra = 5 cm

Q9 : Un œil sur les pierres



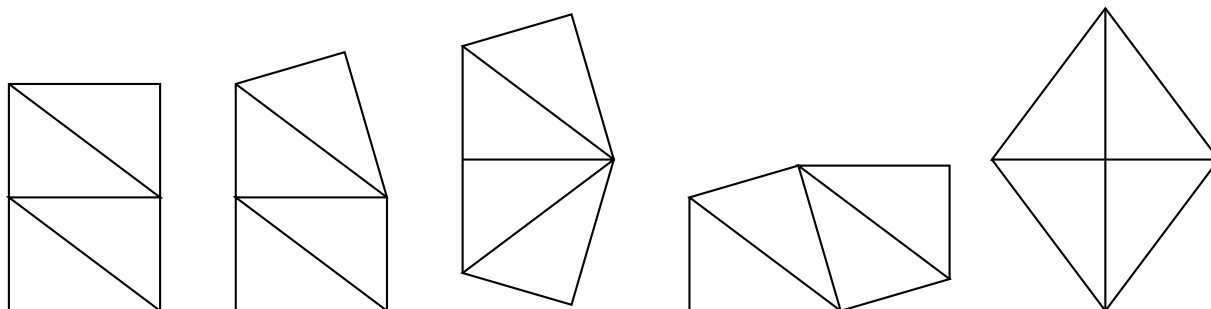
Q10 : La plus petite différence

3	15	16	22
7	13	2	43
40	30	35	17
19	18	12	5

3	15	16	22
7	13	2	43
40	30	35	17
19	18	12	5

Deux des solutions minimales : 148 et 149

Q11 : Quadritriangles



5 quadritriangles d'un périmètre de 20 cm.

Q12 : Les danseuses

1 : CARINE | 2 : GISELLE | 3 : PAULE | 4 : FRANÇOISE | 5 : ISABELLE

CASIO

n° 1 du calcul

félicite et encourage

tous les participants de ce

1^{er} Rallye Mathématique Transalpin

en Belgique.

Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française A.S.B.L.

La « *Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française* » est née en 1974 à la suite d'une restructuration linguistique de la « Société Belge des Professeurs de Mathématique » créée elle-même en 1953. Son but principal est de contribuer à la promotion et à l'amélioration de l'enseignement de la mathématique.

Cette a.s.b.l. tend à représenter l'ensemble des professeurs de mathématique de la partie francophone du pays. Elle rassemble en effet des enseignants de tous les réseaux (officiel, libre, communal et provincial), et de tous les niveaux d'enseignement (instituteurs, régents, licenciés, professeurs d'écoles supérieures, universitaires ou non universitaires).

Des inspecteurs, des conseillers pédagogiques et des chercheurs participent régulièrement à ses activités. Regroupant ainsi différentes forces de l'enseignement de la mathématique, la SBPMef peut s'affirmer comme un représentant privilégié des professeurs de mathématique auprès du (ou des) Ministère(s) qui ont en charge l'Education, la Recherche et la Formation dans notre Communauté française de Belgique ainsi qu'auprès de divers organismes concernés par l'enseignement des mathématiques. Elle peut ainsi promouvoir, et le cas échéant, défendre valablement sa conception d'un enseignement assurant une large place au développement des capacités créatrices des élèves.

La SBPMef compte plus de 1000 membres, professeurs de mathématique en Communauté française de Belgique. Son conseil d'administration comprend 24 membres qui se partagent l'organisation des activités principales de la société.

Epinglons un important travail de publications, certaines périodiques (*Mathématique et Pédagogie*, *Math-Jeunes-Junior*, *Math-Jeunes* et *SBPM-Infor*); d'autres, plus ponctuelles, notamment des dossiers d'exploration didactique destinés à aider à la conception et à l'animation de l'enseignement de la mathématique.

L'organisation des Olympiades Mathématiques pour près de 27 000 étudiants en Communauté française, (éliminatoires dans les établissements, demi-finales régionales et finale communautaire) ne serait possible sans la participation bénévole d'équipes régionales particulièrement dynamiques. Nos meilleurs étudiants participent à l'Olympiade Mathématique Internationale.

Enfin, la Société organise chaque année un Congrès qui se réunit 3 jours fin août alternativement dans des locaux de l'un de nos trois principaux réseaux d'enseignement : conférences, exposés, ateliers et expositions sont au menu.

Depuis 2004, la Société a décidé de faciliter la participation de classes de l'enseignement fondamental au *Rallye Mathématique Transalpin*. Ce nouveau challenge démontre s'il était besoin le dynamisme de la Société.



*Rallye
Mathématique
Transalpin*

