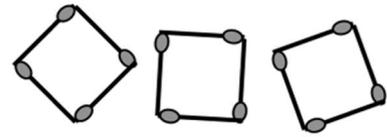


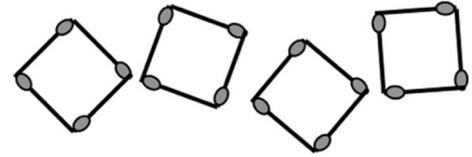
	<i>Titre</i>	<i>Niveaux</i>	<i>Origine</i>	<i>Thème</i>
1	Carrés d'allumettes	3 4	SI	Construction d'un nombre maximum de carrés d'une allumette de côté avec 29 allumettes
2	Rectangle partagé	3 4	GPIL	Dessin des droites qui partagent un rectangle en deux parties isométriques
3	La pâte à crêpes (I)	3 4 5	BB	Répartition d'une quantité et de son triple en deux parties égales
4	Carrés et triangles	3 4 5	SR	Assemblage de carrés et triangles pour former des figures ayant au moins un axe de symétrie
5	Les coquillages	3 4 5	BB	Égalisation d'un nombre et de son double par soustraction et addition de 12
6	La boîte de boutons	4 5	RZ	Partition d'un ensemble selon deux critères croisés
7	Sucres en cubes	5 6	RMG	Recherche des décompositions de 54 en 3 facteurs inférieurs à 30
8	Un beau cadre	5 6 7	BE	Différence d'aires de deux carrés concentriques dont le rapport entre les périmètres est 1/2
9	Année particulière	5 6 7	GPIL	Recherche des rapport des âges de deux personnes lorsqu'ils sont entiers
10	La pâte à crêpes (II)	6 7	BB	Répartition d'une quantité et de son quadruple en deux parties égales
11	Construction de triangles	6 7 8	RV	Inventaire des triangles dont on connaît les mesures de deux côtés et un angle
12	Le cube caché	6 7 8	GT3D	Rapport entre volume extérieur d'un cube formé de petits cubes et son volume intérieur
13	Le tableau retrouvé	6 7 8 9 10	RV	Régularité d'une suite périodique des nombres naturels écrits dans un tableau
14	La confiture de framboises	7 8 9 10	CB	Comparaison de trois offres selon le poids, le prix et le pourcentage de fruits
15	Des croix sur la table	8 9 10	GPIL	Propriété de la somme de cinq cases en « croix » de la table de multiplication
16	Boîtes de stylos	8 9 10	GTCP	Calcul du temps pour un travail à trois personnes travaillant à des rythmes différents
17	La fleur au bon endroit	8 9 10	GTGP	Détermination de l'image d'un point sur un deuxième rectangle semblable à un premier

1. CARRÉS D'ALLUMETTES (Cat. 3, 4)

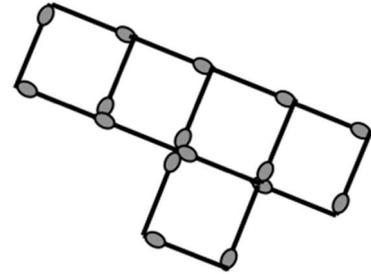
Avec 12 allumettes, Arthur a formé trois carrés égaux qui ont une allumette par côté :



Avec 16 allumettes il a construit quatre carrés :



Sa sœur, avec 16 allumettes aussi, a réussi à former cinq carrés mais en disposant les allumettes de manière plus astucieuse :



Alors Arthur essaie de former le plus grand nombre possible de carrés, toujours d'une allumette de côté, en utilisant 29 allumettes.

Faites un dessin qui montre comment vous avez disposé les 29 allumettes.

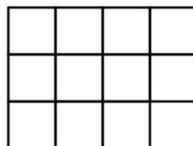
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

À partir de 29 segments isométriques, construire un assemblage de carrés qui comporte le plus grand nombre possible de carrés, chacun ayant un segment pour côté.

Analyse de la tâche

- Vérifier les données en comptant les 12 allumettes d'Arthur et les 16 allumettes de chacun des deux enfants et comprendre qu'une même allumette peut être utilisée plusieurs fois comme côté d'un carré.
- Procéder par essais et continuer d'assembler des carrés de sorte que certains d'entre eux aient plus d'un côté en commun avec d'autres carrés pour obtenir un arrangement optimal de 11 carrés dans la configuration suivante :



Attribution des points

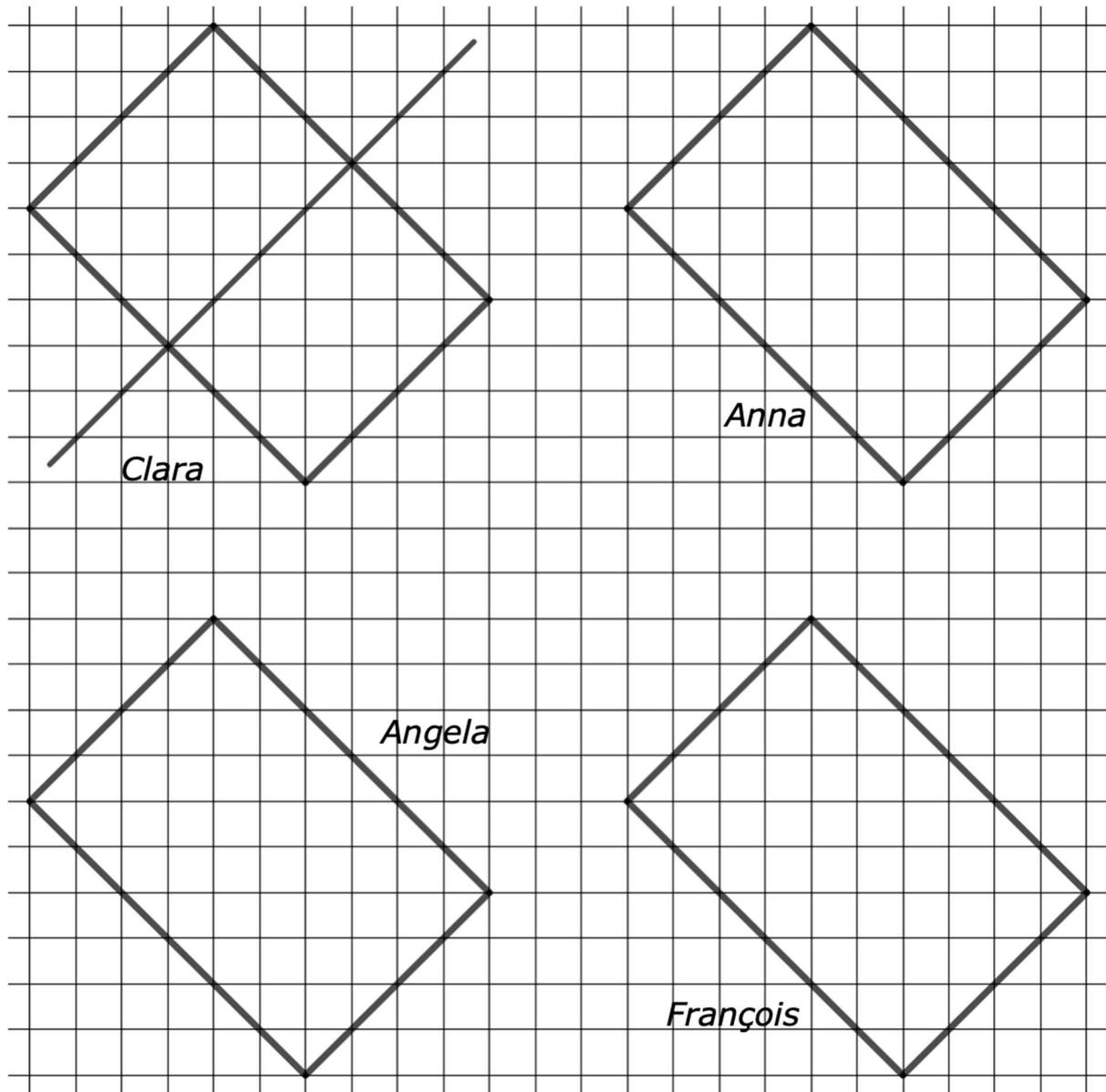
4 Réponse correcte « 11 carrés » avec le dessin correct d'une configuration possible

Niveaux : 3, 4

Origine : Siena d'après une idée de SI, 25.F.03

2. RECTANGLE PARTAGÉ (cat 3, 4)

Sur ces quatre rectangles égaux, Clara, Anna, Angela et François veulent tracer une ligne droite qui divise chaque rectangle en deux parties égales.



Clara a déjà dessiné une ligne droite noire qui partage son rectangle en deux rectangles égaux.

Anna veut dessiner une ligne droite rouge qui partage son rectangle en deux rectangles égaux, mais différents de ceux de Clara.

Angela veut dessiner une ligne droite bleue qui partage son rectangle en deux triangles égaux.

François veut dessiner une ligne droite verte qui partage son rectangle en deux parties égales mais qui ne sont pas des rectangles, ni des triangles.

Dessinez les lignes droites d'Anna, d'Angela et de François sur le dessin ci-dessus.

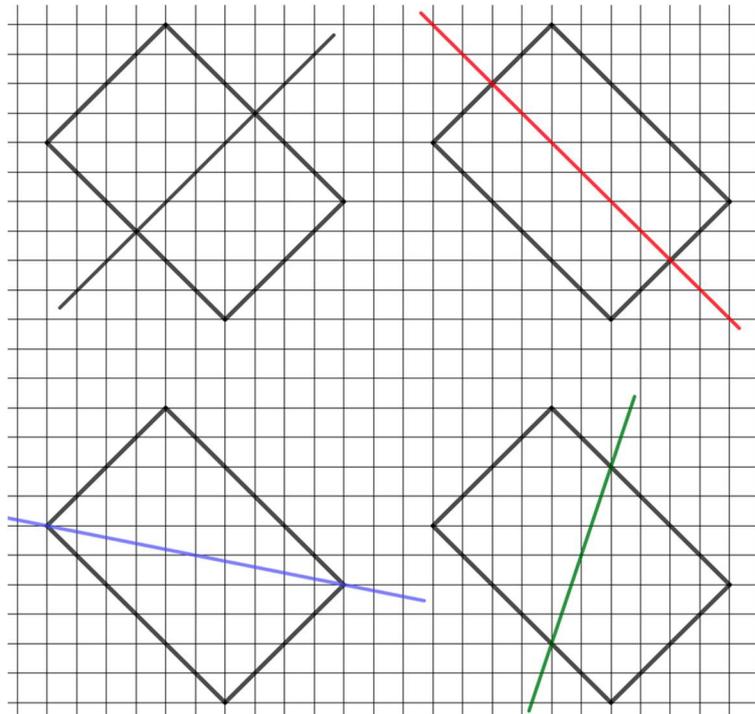
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Dessiner trois droites qui partagent un rectangle donné ; respectivement, en deux rectangles égaux (différents de ceux déterminée par une première droite déjà dessinée sur le rectangle), en deux triangles égaux et en deux parties égales qui ne sont ni des triangles ni des rectangles.

Analyse de la tâche

- Pour s'approprier la situation, distinguer le rectangle donné de la droite qui le partage.
- Tracer la droite rouge en sachant ou en constatant qu'elle est perpendiculaire à la première après avoir déterminé les deux milieux des petits côtés du rectangle (par analogie avec la première droite).
- Tracer la droite bleu en comprenant qu'elle doit passer par deux sommets opposés du rectangle ou qu'il s'agit d'une de ses diagonales.
- Pour la droite verte il y a de nombreuses solutions : toutes les droites passant par le centre du rectangle qui ne sont pas ses diagonales ni les médiatrices des côtés (et partagent le rectangle en deux trapèzes rectangles).



Attribution des points

- 4 Les trois droites tracées avec une précision correspondant aux capacités de dessin d'élèves de catégorie 3 et 4 (où l'on constate que les sommets du quadrillage ont été repérés)

Niveaux : 3, 4

Origine : GPIL

3. LA PÂTE À CRÊPES (I) (Cat. 3, 4, 5)

Andrée et Blanche ont préparé de la pâte à crêpes.

Andrée a préparé le triple de pâte que Blanche a préparé.

Andrée veut donner une partie de sa pâte à Blanche pour qu'elles en aient chacune la même quantité.

Quelle partie de sa pâte Andrée doit-elle donner à Blanche ?

Montrez comment vous avez trouvé la réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Une première quantité étant le triple d'une autre, trouver quelle partie de la première il faut lui retirer et ajouter à la seconde pour que les deux quantités soient égales.

Analyse de la tâche

- L'appropriation du partage en deux parties égales doit tenir compte des deux seules données de l'énoncé : une « préparation » de pâte pour Blanche et trois « préparations de B » pour Andrée. La grande vaut alors 3 unités, ensemble il y a quatre unités. (L'unité est la « préparation » de pâte de Blanche, implicite ou non) Les élèves peuvent se représenter mentalement les « préparations » par des volumes (une boule par exemple), des masses (1 kg par exemple), des récipients (1 plat) ... par des objets ou par un dessin.
- Pour le calcul, il suffit de partir des quatre préparations et de les partager en deux parts, chacune de deux préparations. et conclure que Andrée devra donner une de ses trois « préparations de B » à Blanche pour que chacune ait deux « unités de pâte »
- Pour donner la réponse à la question *Quelle partie de sa préparation Andrée ...* il faut se placer du point de vue d'Andrée et utiliser une expression comme « un tiers » ou « une des trois « préparations de B » que possède Andrée, ou une « préparation sur trois » ou « sa part partagée en trois », (La réponse « Andrée doit donner une « préparation de B » à Blanche ne correspond pas à la formulation de la question « partie de » . Voir attribution des points)

Attribution des points

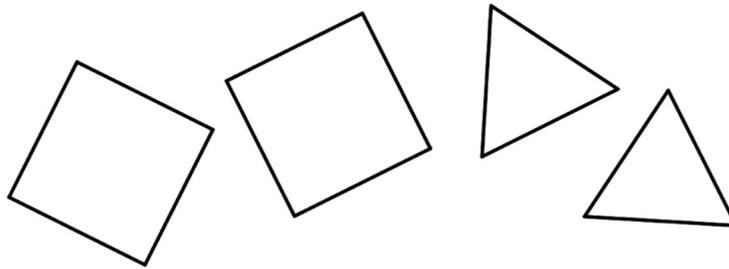
- 4 Réponse correcte « $\frac{1}{3}$ de la part d'Andrée » ou « un tiers de la part d'Andrée » ou « une des trois parts d'Andrée » avec un dessin ou description du raisonnement

Niveaux : 3, 4, 5

Origine : Bourg-en-Bresse

4. CARRÉS ET TRIANGLES (Cat. 3, 4, 5)

Isabelle a découpé quatre formes en carton : deux carrés et deux triangles.



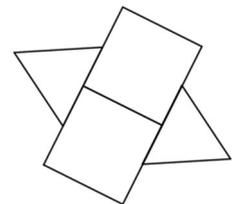
Les côtés des carrés et des triangles ont tous la même longueur.

Isabelle veut former des figures en assemblant 3 ou 4 de ses formes.

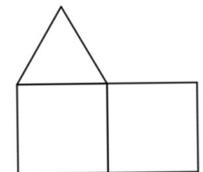
Chaque figure

- doit être obtenue en juxtaposant les carrés et les triangles par des côtés entiers,
- doit pouvoir être pliée en deux parties qui se recouvrent exactement.

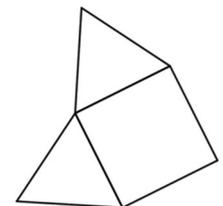
Cette figure, par exemple ne convient pas : elle peut être pliée en deux parties qui se superposent mais les côtés des triangles ne se juxtaposent pas par des côtés entiers de carrés.



Cette figure ne convient pas non plus car on ne peut pas la plier en deux parties qui se superposent exactement.



Voici une figure qui convient parce que les côtés des triangles se juxtaposent exactement à ceux du carré et on peut plier la figure en deux parties qui se superposent exactement.



Montrez toutes les figures qu'Isabelle peut former

- avec trois des formes qu'elle a découpées,
- et avec toutes les quatre formes qu'elle a découpées.

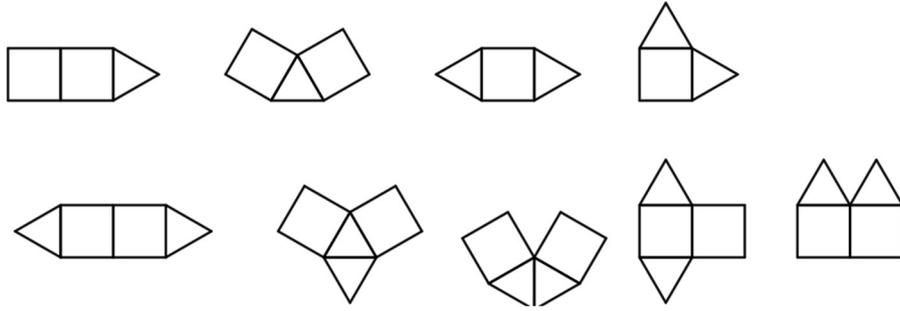
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Rechercher toutes les figures ayant au moins un axe de symétrie en assemblant 3 ou 4 pièces, parmi deux carrés et deux triangles équilatéraux dont la longueur des côtés est la même. Les pièces doivent se toucher par un côté commun complet.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il s'agit d'assembler 3 ou 4 des pièces à disposition de telle manière que les pièces se touchent par un côté commun complet.
- Comprendre que les figures recherchées doivent avoir au moins un axe de symétrie.
- Dessiner toutes les figures possibles (dessins géométriques ou croquis).
- Organiser la recherche de manière à obtenir toutes les solutions sans doublons.

**Attribution des points**

4 Dessin des 9 solutions (ou 8 sans la solution donnée dans l'énoncé) données par des dessins ou collages, sans doublons ni figure erronée

Niveaux : 3, 4, 5

Origine : Suisse romande

5. LES COQUILLAGES (Cat. 3, 4, 5)

Léa et Inès ont ramassé des coquillages sur la plage.

Elles les comptent et comparent les nombres des coquillages que chacune a ramassés.

Léa a ramassé un nombre de coquillages qui est le double du nombre de coquillages ramassés par Inès.

Léa dit à Inès : si je te donne 12 de mes coquillages, nous en aurons chacune le même nombre.

Combien de coquillages Léa et Inès ont-elles chacune ramassés ?

Montrez comment vous avez trouvé la réponse.

ANALYSE A PRIORI**Tâche mathématique**

Trouver 2 nombres sachant que l'un est le double de l'autre et que en soustrayant 12 au plus grand et en ajoutant 12 au plus petit on obtient 2 nombres égaux.

Analyse de la tâche

- Comprendre les relations entre les nombres : l'un est le double de l'autre et il faut soustraire au grand le même nombre qu'il faut ajouter au petit.
- Se rendre compte qu'on est en présence de 3 « parties » : 2 de Léa et 1 d'Inès et, par conséquent que la différence est 1 « partie » qu'il faudra partager en deux moitiés pour rendre égales les quantités de coquillages de chacune des deux amies. Si cette moitié correspond à 2 la « partie entière est 24 En déduire que Inès a ramassé 24 coquillages et Léa 48.
- Ou procéder par essais.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte « 48 pour Léa et 24 pour Inès » avec une description claire de la procédure suivie ou détail des calculs ou des essais effectués

Niveaux : 3, 4, 5

Origine : Bourg-en-Bresse

6. LA BOÎTE DE BOUTONS (Cat. 4, 5)

Aurore a trouvé une boîte qui contient 50 boutons de deux formes différentes : carrés ou en forme de cœur. Certains boutons sont rouges, certains sont verts et les autres sont blancs.

Aurore remarque que :

- il y a 24 boutons blancs ;
- il n'y a pas de boutons blancs carrés ni de boutons rouges en forme de cœur ;
- il y a le même nombre de boutons rouges carrés que de boutons verts carrés ;
- le nombre de boutons rouges est la moitié du nombre de boutons blancs.

Combien y a-t-il de boutons verts en forme de cœur ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer le nombre d'objets des différentes parties d'un ensemble (50 boutons) organisé selon deux caractéristiques (deux formes et trois couleurs), en tenant compte des informations qui éliminent deux des six parties potentielles et permettant de trouver les nombres d'éléments des quatre parties qui subsistent »

Analyse de la tâche

- Se représenter les 50 boutons de la boîte qui peuvent avoir chacun une des deux formes : soit carré, soit cœur et une des trois couleurs : soit blanc, soit rouge ou soit vert (mais pas plusieurs couleurs à la fois). C'est-à-dire concevoir qu'il pourrait y avoir des rouge-carré, rouge-cœur, blanc-carré, blanc-cœur, vert-carré, vert-cœur ; mais que, selon les informations de l'énoncé, il n'y a pas de boutons rouges en forme de cœur ni de boutons blancs carrés si bien qu'il ne peut avoir que des : rouge carré, blanc-cœur, vert-carré, vert-cœur.
- Comme il *n'y a pas de boutons blancs carrés* ...les élèves peuvent déduire, par négation, que les 24 boutons blancs sont en forme de cœur. Puis...*ni de boutons rouges en forme de cœur* permet de déduire, aussi par négation, que les boutons rouges sont tous carrés (12, la moitié de 24 selon la dernière donnée) et que, comme il *y a le même nombre de boutons rouges carrés que de boutons verts carrés*, il a aussi 12 boutons verts carrés.
- Les nombres de boutons blanc (24) et rouges (12) étant connus, l'addition lacunaire $24 + 12 + \dots = 50$, permet de trouver le nombre total des boutons verts (14) et puis celui des boutons verts en forme de cœur 2 ($14 - 12$).

Attribution des points

- 4 Réponse correcte « il y a 2 boutons verts en forme de cœur », avec description des calculs ou dessins qui montrent clairement la compréhension des différentes parties de l'ensemble

Niveaux : 4, 5

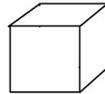
Origine : Rozzano

7. SUCRES EN CUBES (Cat. 5, 6)

La sucrerie CUBOSUCRE emballe des cubes de sucre des types suivants :

- sucre de betterave
- sucre de canne en grains
- sucre de canne complet
- sucre brun
- cassonade

Chaque sucre a la forme d'un cube avec une arête d'un centimètre.



CUBOSUCRE souhaite vendre chaque type de sucre dans des boîtes contenant chacune exactement 54 morceaux de sucre, sans espace vide. Toutes les boîtes doivent être en forme de parallélépipèdes de dimensions différentes, mais toujours plus petites que 30 cm.

Sera-t-il possible d'avoir une boîte différente pour chaque type de sucre avec chacune des trois dimensions plus petites que 30 cm ?

Si oui, indiquez les dimensions des boîtes. Si non, dites pourquoi.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver les différentes décompositions de 54 en 3 facteurs qui sont des nombres naturels inférieurs à 30.

Analyse de la tâche

Appropriation

- Imaginer les « boîtes » de l'énoncé qui sont des parallélépipède rectangles contenant 54 cubes de 1 cm d'arête et se rendre compte que c'est un objet de notre espace à trois dimensions, composé de différentes « couches » de cubes disposés eux-mêmes en rectangles, de deux dimensions (« lignes » et « colonnes »).

Résolution

- Appliquer la « formule » élémentaire du volume du parallélépipède formé de cubes de 1 cm d'arête ou la découvrir ou « l'inventer » et constater que la tâche est de trouver des ensembles (triplets) de trois nombres naturels dont le produit est 54.
- Organiser la recherche par exemple à partir de $1 \times 2 \times 27$, (après avoir éliminé $1 \times 1 \times 54$ qui a un nombre supérieur à 30) pour découvrir les autres triplets pour conclure qu'on a déjà trouvé cinq triplets différents pour les boîtes des cinq types de sucres.

Attribution des points

4 Réponse correcte "Oui les dimensions des 5 boîtes sont $1 \times 2 \times 27$; $1 \times 3 \times 18$; $1 \times 6 \times 9$; $2 \times 3 \times 9$; $3 \times 3 \times 6$

Niveaux : 5, 6

Origine : Romagna

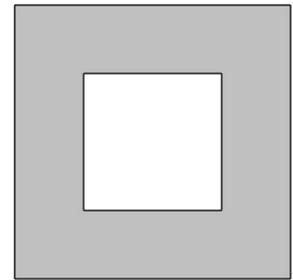
8. UN BEAU CADRE (Cat 5, 6, 7)

Pour réaliser un cadre (partie grise de la figure), on utilise une feuille de carton carrée dont l'aire est 576 cm^2 . On découpe ensuite un carré à l'intérieur, comme sur la figure.

Le périmètre du carré intérieur vaut la moitié du périmètre du carré extérieur.

Calculer l'aire du cadre gris (en cm^2).

Expliquez comment vous avez trouvé la réponse et donnez le détail de vos calculs.



ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Calcul de la différence d'aire entre deux carrés imbriqués par la détermination de la dimension d'un côté du carré intérieur via le rapport de leurs périmètres.

Analyse de la tâche

- Se rendre compte qu'il est possible de déterminer le périmètre du grand carré selon son aire. En effet, l'aire d'un carré étant côté \times côté, il faut trouver le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 576 cm^2 .
- Procéder par essai/erreur en multipliant un nombre par lui-même jusqu'à obtenir 576. Trouver que le grand carré fait 24 cm de côté.

Ou : prendre la racine carrée de 576 sur la calculatrice et obtenir 24.

- Vu que dans un carré les 4 côtés sont de même longueur, calculer le périmètre du carré extérieur : $4 \times 24 \text{ cm} = 96 \text{ cm}$. Déduire le périmètre du carré intérieur, $96 \text{ cm} : 2 = 48 \text{ cm}$. Calculer ensuite la dimension d'un côté du petit carré, $48 \text{ cm} : 4 = 12 \text{ cm}$.

Ou : déduire que, si le périmètre est la somme des 4 côtés et si celui du carré extérieur est double par rapport au carré intérieur, alors $24 \text{ cm} = 2$ côtés du carré intérieur et donc son côté vaut 12 cm.

- Calculer l'aire du petit carré : $12 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} = 144 \text{ cm}^2$.
- Déterminer la surface du cadre en faisant la différence entre 576 cm^2 et 144 cm^2 (432 cm^2).

Erreurs possibles :

- la confusion entre aire et périmètre peut amener les élèves à la réponse 288 cm^2 (moitié de l'aire totale) ;
- les élèves pourraient oublier de diviser par 4 le périmètre trouvé (48 cm) et donner alors la réponse 528 ($576 - 48$) ou 1728 (car $48^2 = 2304$ et $2304 - 576 = 1728$).

Attribution des points

4 Réponse correcte (432 cm^2) avec des explications claires et complètes de la démarche et le détail des calculs

Niveaux : 5, 6, 7

Origine : Belgique

9. ANNÉE PARTICULIÈRE (Cat. 5, 6, 7)

Le 1^{er} mai 2023, Mme Yvonne fête son 60^e anniversaire et sa fille Zoé fête son 20^e anniversaire. Zoé dit à sa mère : 2023 est une année vraiment particulière parce que si l'on divise ton âge par le mien on obtient un nombre entier.

Combien y a-t-il déjà eu d'années particulières dans la vie d'Yvonne et de Zoé ? Et combien y en aura-t-il encore après 2023 ?

Indiquez toutes ces années particulières et pour chacune d'elles, le nombre entier obtenu lorsqu'on divise l'âge de la mère par celui de la fille.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver les années où le rapport entre les âges de deux personnes (qui ont respectivement 60 et 20 ans le même jour en 2023) est un nombre naturel.

Analyse de la tâche

- Après avoir compris que chaque année l'anniversaire des deux personnes sera le 1 mai, que ce jour-là les deux âges sont des nombres naturels, qu'il est donc possible de calculer le quotient du grand nombre par le petit, mais que ce quotient sera différent d'une année à l'autre alors que la différence entre les nombres restera constante : 40 ans.
- Pour la résolution du problème il est nécessaire d'établir une liste, chronologique dès la naissance de Zoé en 2003, des âges de chacune, et des quotients en retenant ceux qui sont entiers.
- Il faut alors voir que 2003 ne convient pas !! et qu'il n'y a que 41 (41/1, en 2004), 21 (42/2, en 2005), 11 (44/4, en 2007), 9 (45/5 en 2008), 6 (48/8, en 2011), 5 (50/10, en 2013), 3 (60/20, en 2023) et 2 (80/40, en 2043) et qu'on peut chercher très longtemps pour arriver au quotient 1 !!!
- Il faut comprendre alors qu'il est vain d'attendre le quotient 1 avec une différence constante !

Attribution des points

- 4 Liste complète des années particulières (2004 ;41, 2005 ;21, 2007 ;11, 2008 ;9, 2011 ;6, 2013 ;5, 2023 ;3, 2043 ;2) avec les quotients obtenus (les « explications ne sont pas nécessaires car cette liste à elle seule fait comprendre que les élèves ont fait un inventaire systématique et qu'ils ont éliminé les quotients non entiers

Niveaux : 5, 6, 7

Origine : GPIL

10. LA PÂTE À CRÊPES (II) (Cat. 6, 7)

Andrée et Blanche ont préparé de la pâte à crêpes.

Andrée a préparé le quadruple de pâte que Blanche a préparé.

Andrée veut donner une partie de sa pâte à Blanche pour qu'elles en aient chacune la même quantité.

Quelle fraction de sa pâte Andrée doit-elle donner à Blanche ?

Expliquez comment vous avez trouvé la réponse.

ANALYSE A PRIORI**Tâche mathématique**

Une première quantité étant le quadruple d'une autre, trouver quelle partie de la première il faut lui retirer et ajouter à la seconde pour que les deux quantités soient égales.

Analyse de la tâche

Appropriation et savoirs nécessaires

- Se rendre compte qu'on est dans une situation de partage, entre Andrée qui possède quatre fois la préparation de Blanche et Blanche qui ne possède que la sienne.

Résolution

- Comme on ne connaît que le rapport entre les deux préparations, il faut en prendre une des deux comme unité, la petite de préférence pour avoir deux nombres entiers. La grande vaut alors 4 unités, ensemble il y a 5 unités. Andrée doit donc donner une et demie de ses quatre unités à Blanche pour qu'elles aient chacune la même quantité (2,5 unités)
- Il faut alors exprimer la réponse selon la question *Quelle fraction de sa préparation Andrée ...* en se plaçant du point d'Andrée et trouver une expression avec des nombres entiers pour remplacer «une et demie de ses quatre unités » qui en demi-unités s'exprime par 3 demies unités de ses 8 demi unités ou trois sur huit ou $\frac{3}{8}$. (Une réponse comme « Andrée doit donner 1,5 « préparation » à Blanche ne correspond pas à la formulation de la question « fraction de » et non un « nombre de »)
- Une représentation graphique (un cercle et quatre cercles, un segment et un autre segment de longueur quadruple, etc.) peut aider à représenter les huit demi-parts.
- Imaginer plusieurs valeurs hypothétiques successives pour chaque part (1 kg et 4 kg, 100 grammes et 400 grammes, etc.) peut aussi faciliter le passage à la représentation générique : une part et quatre parts.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (« $\frac{3}{8}$ de la part d'Andrée » ou « trois huitièmes de la part d'Andrée » ou « trois demi-parts des huit demi-parts d'Andrée ») avec un dessin ou une explication

Niveau : 6, 7

Origine : Bourg-en-Bresse

11. CONSTRUCTION DE TRIANGLES (Cat. 6,7,8)

L'enseignant de mathématiques a donné ce devoir à ses élèves qui étudient les triangles : « Chaque groupe devra construire un triangle de carton, qui a un côté de 5 cm de long, un autre de 4 cm de long et un angle de 30 degrés. »

À la fin du travail, en comparant les résultats obtenus, les élèves se rendent compte que tous les triangles construits en respectant les mesures données ne sont pas les mêmes.

Combien de triangles différents peut-on construire en respectant les consignes données ?

Dessinez les différents triangles demandés.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver tous les triangles de deux côtés de longueur 5 cm et 4 cm avec un angle de 30 degrés.

Analyse de la tâche

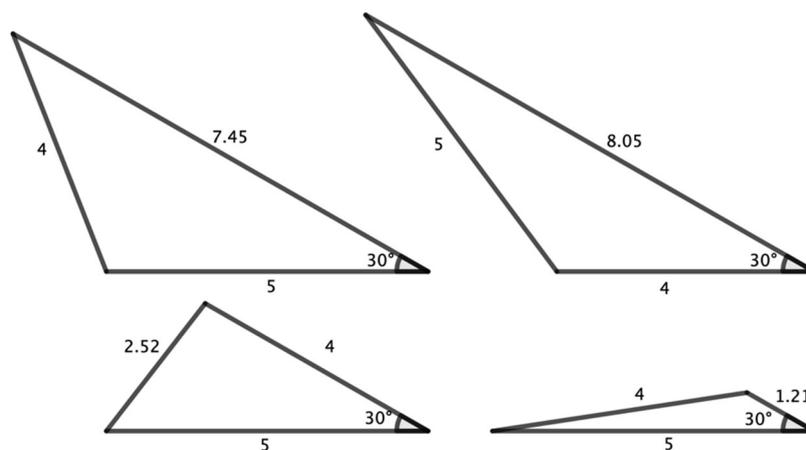
- Comprendre qu'avec 2 côtés de 5 et 4 cm, et un angle de 30 degrés, on peut construire plusieurs triangles différents en modifiant les positions respectives des deux côtés et de l'angle.
- Pour être sûr de tous les identifier, il convient de les dessiner un à un et d'observer les constructions effectuées. Trois cas sont possibles.

Si l'angle est adjacent aux deux côtés donnés, il n'y a qu'une solution

Si l'angle n'est adjacent qu'au petit côté (4) il n'y a qu'une solution

Si l'angle n'est adjacent qu'au grand côté (5) il y a deux solutions

Donc en tout il y a quatre triangles différents dont les mesures du troisième côté, arrondies au mm près, sont respectivement 8,0 cm (ou 8,1), 7,4 (ou 7,5), 2,5 cm et 1,2 cm.



Attribution des points

4 Réponse correcte, les quatre triangles, avec les dessins précis de toutes les solutions

Niveaux : 6, 7,8

Origine : Riva del Garda

12. LE CUBE CACHÉ (Cat. 6, 7, 8)

Richard a des cubes noirs et des cubes blancs de la même taille, qu'il peut assembler pour construire des cubes plus grands.

Il décide de construire des cubes qui n'ont que des cubes noirs à l'extérieur, et à l'intérieur seulement des cubes blancs, de sorte que les cubes noirs recouvrent l'intérieur d'une seule couche qui cache tous les cubes blancs.

Il a, à sa disposition, 150 cubes blancs et un nombre plus élevé de cubes noirs.

À chaque fois, il construit un cube puis le défait pour en construire un autre différent du précédent.

Combien et quels cubes différents Richard peut-il construire en respectant les instructions de construction ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse et donnez le détail des calculs.

ANALYSE A PRIORI**Tâche mathématique**

Trouver toutes les possibilités, avec à disposition 150 cubes blancs et plus de cubes noirs, de construire un grand cube composé de cubes blancs à l'intérieur et de cubes noirs à l'extérieur.

Analyse de la tâche

Appropriation :

- Lecture de l'énoncé : 150 cubes blancs au maximum à l'intérieur, recouverts d'une couche de cubes noirs, réutilisables pour plusieurs constructions. Se rendre compte alors qu'il suffit de tenir compte du maximum de 150 cubes blancs

Résolution

- En partant des cubes blancs, faire l'inventaire des constructions possible :
 - 1 cube blanc, donc le grand cube de $3 \times 3 \times 3$ a 27 cubes dont 26 cubes noirs $26 = 27 - 1$
 - $2 \times 2 \times 2$ cubes blancs, donc le grand cube de $4 \times 4 \times 4$ a 64 cubes dont 8 blancs et 56 cubes noirs
 - $3 \times 3 \times 3$ cubes blancs, donc le grand cube de $5 \times 5 \times 5$ a 125 cubes dont 27 blancs et 98 cubes noirs
 - $4 \times 4 \times 4$ cubes blancs, donc le grand cube de $6 \times 6 \times 6$ a 216 cubes dont 64 blancs et 152 cubes noirs
 - $5 \times 5 \times 5$ cubes blancs, donc le grand cube de $7 \times 7 \times 7$ a 343 cubes dont 125 blancs et 218 cubes noirsdernière possibilité car $6 \times 6 \times 6 = 216$ dépasse le nombre de cubes blancs à disposition.

Attribution des points

4 Réponse correcte : les 5 possibilités (comme ci-dessus) avec les nombres de cubes blancs et noirs et description des calculs

Niveaux : 6, 7, 8

Origine : Groupe 3D

13. LE TABLEAU RETROUVÉ (Cat. 6, 7, 8, 9, 10)

Marco a trouvé sur un vieux cahier de son grand-père un tableau avec les nombres naturels disposés ainsi

1	2	3				
	6	5	4			
		7	8	9		
			12	11	10	
				13	14	15

En regardant de plus près cet étrange tableau, il observe que dans chaque ligne il y a trois nombres disposés en ordre croissant dans les lignes impaires, alors qu'ils sont en ordre décroissant dans les lignes paires.

Puis, en observant les colonnes, il s'aperçoit que de la troisième à la cinquième colonne il y a toujours 3 nombres. Par exemple, dans la cinquième colonne, il y a les nombres 9, 11, 13.

Si l'on étend le tableau selon les mêmes règles de disposition des nombres, quels seront les trois nombres de la 100^e colonne ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI**Tâche mathématique**

Trouver les nombres de la 100^e colonne d'un tableau où sont inscrits les nombres naturels en découvrant ses différentes régularités soit dans les lignes, soit dans les colonnes, soit dans les suites en oblique.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il est indispensable de poursuivre le tableau sur plusieurs lignes et colonnes pour en comprendre la structure et aller au moins jusqu'à 8 à 10 lignes et colonnes
- Une procédure est de compléter le tableau jusqu'à la centième colonne (ce qui semble très long, mais pas impossible).
- Observer les régularités du tableau et en tirer parti pour limiter les écritures (nombres pairs et impairs, suites régulières sur les trois lignes en diagonale et d'innombrables autres régularités, ...)

En particulier, découvrir que la diagonale du tableau, est composée des nombres 1, 6, 7, 12, 13, où les multiples de 6 sont dans la 2^e, 4^e, 6^e colonne et ligne, ... 100^e colonne et ligne, ce qui permet de savoir qu'on trouvera 300 ($600 : 2$) dans la 100^e colonne et, au-dessus de 300, les deux multiples de 4 qui le précèdent : 292 et 296.

Ou découvrir que la ligne du milieu en diagonale est composée des nombres 2, 5, 8, 11, 14, qui est une progression arithmétique de raison 3 dont le premier terme est 2, dans la colonne 2. Il manque 98 colonnes pour arriver à la colonne 100. Le nombre de cette ligne en diagonale de la colonne 100 sera donc $2 + 98 \times 3 = 296$. Au-dessus on trouvera 292 et au-dessous 300.

- Ou observer que la somme des nombres d'une colonne à partir de la troisième est 15, 24, 33 ... (ou le triple du nombre central) et augmente de 9 d'une colonne à la suivante (progression arithmétique de raison 9 dont le premier terme, 15, se trouve dans la 3^e colonne. Pour la 100^e colonne on aura une somme de $15 + (100 - 3) \times 9 = 888$, dont le nombre central sera $888 : 3 = 296$ celui du haut 292 ($296 - 4$) et celui du bas 300 ($296 + 4$) car dans les colonnes de rang pair les différences entre les nombres valent 4.

Attribution des points

4 Réponse correcte, 292, 296, 300, avec explication claire et détaillée des calculs effectués pour arriver à la solution

Niveaux : Cat. 6, 7, 8, 9, 10

Origine : Riva del Garda

14. LA CONFITURE DE FRAMBOISES (Cat. 7, 8, 9, 10)

Marc veut acheter un pot de confiture de framboises. Dans les rayons du magasin il trouve trois pots de marques différentes : le premier pot pèse 500 g, contient 64% de framboises et coûte 9 € ; le deuxième pèse 400 g, contient 56% de framboises et coûte 6,72 € ; le troisième pèse 350 g, contient 72% de framboises et coûte 7,46 €.

Quel pot Marc devra-t-il choisir pour avoir le meilleur rapport qualité-prix selon la quantité de framboises ?

Expliquez votre démarche et montrez le détail de vos calculs.

ANALYSE A PRIORI**Tâche mathématique**

Déterminer la proposition la plus avantageuse entre trois pots de confiture, dont on connaît le poids, le prix et le pourcentage de fruits.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il faut commencer par calculer la masse de framboises contenue dans chaque pot de confiture et calculer le prix au kg (ou au g) des framboises.
- Calculer que le premier pot de confiture contient 320 g de framboises ($500 \text{ g} \cdot 0,64$) pour un prix au kg de 28.125 € ($9 \div 0,320$), que le deuxième pot de confiture contient 224 g de framboises pour un prix au kg de 30 € et que le troisième pot contient 252 g de framboises pour un prix au kg d'environ 29,6 €.
- En conclure que le premier pot a un meilleur rapport qualité-prix selon la quantité de framboises.
- Erreur possible : vouloir comparer les prix au kg des confitures, et non pas les prix au kg des framboises.
- Difficulté possible : le prix au kg des framboises du troisième pot de confiture étant une fraction non décimale, la question de l'arrondi pourra se poser.
- Une attention particulière sera portée à la présentation des calculs et à la rédaction, permettant de mettre en lumière la bonne compréhension du problème

Attribution des points

4 Réponse correcte « le premier pot » avec explications claires et détaillées

Niveaux : 7, 8, 9, 10

Origine : Campobasso

15. DES CROIX SUR LA TABLE (Cat. 8, 9, 10)

Extrait d'un spectacle de Magix, le célèbre calculateur prodige :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	

Magix

- *Cher public, comme vous le voyez, j'ai placé une croix qui entoure exactement 5 cases de cette grille que vous connaissez bien. Observez bien les cinq nombres entourés : 21, 24, 28, 32 et 35.*

- *Vous, Mademoiselle avec le pull rouge, au deuxième rang, montez sur la scène, bandez-moi les yeux et déplacez la croix pour qu'elle entoure exactement cinq autres cases de la grille.*

- *Cher public, additionnez les cinq nombres entourés et dites-moi ce que vous avez trouvé.*

Des voix dans le public

- *165.*

Magix

- *Vous en êtes bien sûrs ?*

D'autres voix dans le public

- *Oui, oui, c'est bien 165.*

Magix

- *Je peux vous dire quel est le nombre au centre de la croix et, dans ce cas particulier de 165, quels sont ses quatre voisins. Les nombres sont ...*

Quels sont ces cinq nombres ?

Expliquez comment vous les avez trouvés.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver les nombres de cinq cases de la table de multiplication disposées en forme de croix (un nombre central et ses quatre voisins du dessus, du dessous, de gauche et de droite), à partir de leur somme.

Analyse de la tâche

- Percevoir l'enjeu proposé par le magicien : déterminer les cinq nombres cachés à partir de la seule donnée de leur somme et par conséquent penser qu'il y a une relation à découvrir, valable pour toutes les positions de la croix.
- Selon une démarche de recherche, calculer la somme des nombres dans plusieurs positions de la croix (pour l'exemple donné sur l'image, il s'agit de 140) et constater que la somme se termine toujours par 0 ou par 5 ou qu'elle est toujours

un multiple de 5 ; ou remarquer que les trois nombres de la colonne, comme les trois nombres de la ligne sont des multiples des numéros, respectivement, de la ligne et de la colonne et que la somme est un multiple commun des deux nombres.

Selon l'un ou l'autre de ces indices, découvrir que la somme est multiple du nombre du centre.

- Vérifier cette conjecture pour être certain que pour chaque position de la croix, la somme des nombres de la croix est le quintuple du nombre central et en déduire que, dans le cas de 165, le nombre central est 33 ($165 : 5$).
- Chercher le 33 dans la table, constater qu'on ne le trouve que deux fois

Attribution des points

- 4 Réponse « Les cinq nombres sont 22, 30, 33, 36, 44 » avec explication montrant les relations entre le nombre central et la somme et l'unicité de la solution pour ce cas particulier de 165. (Par exemple « la somme des cinq nombres est le quintuple du nombre central », ou, « Magix a divisé 165 par 5 et trouvé 33 et il sait que 33 ne figure que deux fois dans la table de multiplication, avec les mêmes voisins »)

Niveaux : 8, 9, 10

Origine : GPIL Propriété "classique" de la table de multiplication.

16. BOÎTES DE STYLOS (Cat. 8, 9, 10)

L'entreprise qui fabrique les stylos offerts aux participants du Rallye mathématique, avec l'inscription RMT 2023 a engagé trois personnes : Licia, Florence et Geoffrey, qui doivent les répartir dans 224 boîtes contenant chacune le même nombre de stylos.

- Licia a rempli 22 boîtes à l'heure.
- Florence a rempli 21 boîtes à l'heure et a travaillé un tiers du temps de Licia.
- Geoffrey a rempli 18 boîtes à l'heure mais n'a travaillé que la moitié du temps de Florence.

Combien de temps Licia a-t-elle travaillé ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI**Tâche mathématique**

Déterminer le laps de temps nécessaire pour remplir 224 boîtes (b) par trois personnes sachant qu'elles travaillent à des vitesses (22, 21, 18 b/h) et pendant des durées (1 ; 1/3, 1/6) différentes.

Analyse de la tâche**Appropriation**

- Identifier les deux grandeurs proportionnelles en présence : le nombre de boîtes à remplir et la durée du travail ainsi que le rapport de proportionnalité : la « vitesse » à laquelle les boîtes ont été remplies et imaginer comment les trois personnes ont réparti leur temps de travail : simultanément ou indépendamment.

Résolution

- En cas de travail simultané, on peut imaginer que, pour chaque heure de la première personne les deux autres ont pris des « pauses » : la première personne remplit 22 cartons, la deuxième 7 (21 : 3) et la troisième 3 (18 : 6) ; au total 32 (22 + 7 + 3) en une heure pour les trois personnes, c'est-à-dire que le coefficient de proportionnalité, ou "vitesse de remplissage" entre la durée et le nombre de boîtes. Pour remplir les 224 boîtes il faudra donc 7 heures (224 : 32) à la première personne.
- En cas de travail indépendant, il faut exprimer les durées de remplissage des trois personnes par rapport à l'une d'entre elles, Par exemple si l'on choisit la durée de travail de la première personne (x) comme unité des trois durées ; le nombre de cartons rempli par chaque personne durant la durée du travail sera $22x$; $21/3x$ et $18/6x$ qui conduit à l'équation $22x + 7x + 3x = 224$ dont la solution est 7 (heures de travail de la première personne).

Attribution des points

4 Réponse correcte (7 heures) avec des explications claires et complètes

Niveaux : 8, 9, 10

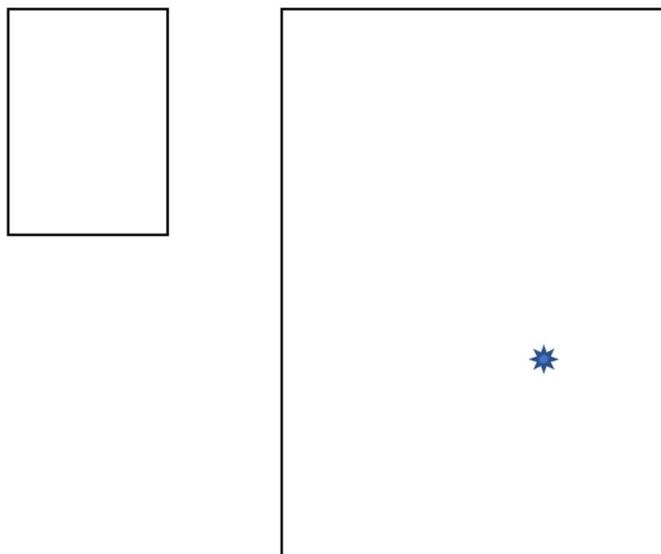
Origine : GTCP (basé sur *La cueillette des pommes* (22.I.19))

17. LA FLEUR AU BON ENDROIT (Cat. 8, 9, 10)

Sur deux fenêtres de sa chambre, Angela a placé deux stores rectangulaires, un grand et un petit.

Sur le plus grand, elle a déjà fixé le centre d'une fleur de tissu. Sur le plus petit, qui est une réduction du grand, elle veut fixer « au bon endroit » le centre d'une autre fleur de tissu.

Les dimensions du plus grand store sont 1,20 m x 84 cm, tandis que celles du plus petit sont 50 cm x 35 cm.



Placez le centre de la fleur de tissu au bon endroit sur le plus petit store, comme Angela le souhaiterait.

Expliquez comment vous avez procédé.

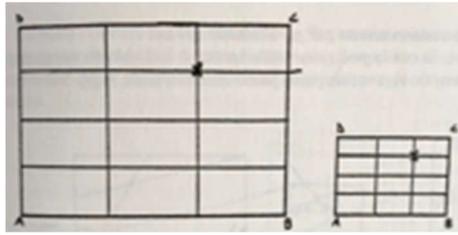
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

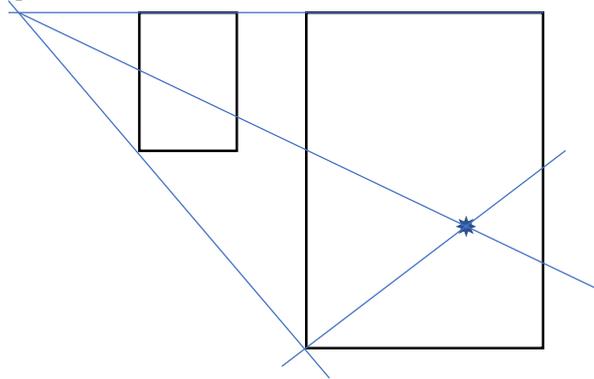
Étant donné deux rectangles homothétiques, trouver sur le second rectangle l'emplacement d'un point dont on connaît la position sur le premier rectangle à partir d'une figure.

Analyse de la tâche

- Comprendre, en lisant l'énoncé, que, puisque les deux stores (rectangles) sont l'un la réduction de l'autre, il doit s'agir de deux rectangles semblables.
- Comprendre qu'il faut alors prendre en compte que les deux rectangles sont semblables, à la fois avec $35/50 = 84/120 = 0,7$ (rapport largeur/longueur), et avec le rapport d'homothétie (ou facteur d'échelle) $120/50$ et $84/35$, pour obtenir la valeur 2,4.
- Une fois vérifié que les deux rectangles sont semblables, choisir quelle procédure adopter pour placer le centre de la fleur sur le petit rectangle au bon endroit, parmi les procédures, qui sont multiples, numériques et / ou géométriques :
 - mesurer les distances du centre de la fleur aux deux côtés perpendiculaires du grand rectangle entre 1,7 et 1,9 à l'horizontal et entre 2,7 et 2,9 à la verticale (à vérifier sur les copies des élèves et éventuellement adapter les mesures) (environ 2,22; 3,4 - sur le dessin de l'énoncé) et calculer par le facteur d'échelle les distances correspondantes du centre de la fleur du petit rectangle (entre 0,7 et 0,8 à l'horizontal et entre 1,1 et 1,2 à la verticale – sur le dessin de l'énoncé)
 - ou recourir à un quadrillage approprié et « proportionnel » des deux rectangles, avec le centre de la fleur à l'intersection des côtés du carré tel qu'il apparaît dans les productions d'élèves du problème [Où il faut faire mouche ?](#) 7ème RMT, n.15 dont ce problème est une variante



- Comprendre qu'il est possible d'utiliser une procédure géométrique qui implique le parallélisme soit :
 - penser à tracer deux lignes droites joignant chacune le point central de la fleur et un sommet du petit rectangle puis à reproduire les lignes correspondantes sur le petit rectangle avec l'utilisation, par exemple, d'une équerre et d'une règle ; ou d'un rapporteur
 - ou, après avoir réalisé que les deux rectangles de la figure sont homothétiques, recherchez le centre d'homothétie : procédure qui permet de placer de manière certaine le centre de la fleur au bon endroit.



Attribution des points

- 4 Position du centre de la fleur déterminée avec précision par l'utilisation d'une procédure géométrique ou à partir des mesures et des calculs par le facteur d'échelle (entre 0,7 et 0,8 à l'horizontal et entre 1,1 et 1,2 à la verticale)* le tout complété par une explication claire ou un dessin très clair

Niveau : 8, 9, 10

Origine : Groupe Géométrie plane (GTGP)

* Attention, là où la solution est trouvée par les mesures, selon les photocopies, les mesures trouvées peuvent être légèrement différentes. Les correcteurs devront vérifier directement sur les copies.