RAVI MATHS TUITION CENTER ,GKM COLONY, CH- 82. PH: 8056206308

சமன்பாட்டியல் FULL TEST

Date : 04-Dec-19

12th Standard

கணிதவியல்

Reg.No. :

Time : 03:00:00 Hrs

Total Marks : 100

25 x 1 = 25

1) (d) -4
2) (a) mn
3) (a) n வெவ்வேறு மூலங்கள்
4) (d) $-\frac{q}{p}$
5) (b) $\frac{5}{4}$
6) (d) $|k|\geq 6$
7) (a) 2
8) (c) $a<0$
9) (a) ஒரு குறை மற்றும் இரு மெய்யெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருக்கும்
10) (b) n
11) (c) $p-\sqrt{q}$
12) (a) $(x-\alpha)(x-\beta)=0$
13) (b) n-1
14) (a) $\frac{1}{3}\leq k\leq 3$
15) (b) மெய் மற்றும் மிகை
16) (a) தீர்வு இல்லை
17) (b) மூலங்களில் ஒன்றானது 1
18) (c) குறைந்தபட்சம் இரண்டு தீர்வு
19) (d) $b^2-4ac\geq 0$
20) (a) 0,2
21) (a) 0
22) (d) $\frac{-2}{3}$
23) (c) 4
24) (b) $c>0$
25) (c) 2

ANSWER 7

7 x 2 = 14

26) $x^3+px^2+qx+r=0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $\alpha, \beta,$ மற்றும் γ என்பதால்

$\Sigma_1\ \alpha+\beta+\gamma=-p$ மற்றும் $\Sigma_3\ \alpha\beta\gamma=-r$

எனவே,

$\Sigma\frac{1}{\beta\gamma}=\frac{1}{\beta\gamma}+\frac{1}{\gamma\alpha}+\frac{1}{\gamma\beta}=\frac{\alpha+\beta+\gamma}{\alpha\beta\gamma}=\frac{-p}{-r}=\frac{p}{r}$.

27) கொடுக்கப்பட்ட மூலங்கள் 1,2 மற்றும் 3

இங்கு $\alpha=1, \beta=2$ மற்றும் $\gamma=3$

α,β,γ என்பது மூலங்களாக உடைய ஒரு முப்படி சமன்பாடு

$x^3-(\alpha+\beta+\gamma)x^2+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)x-\alpha\beta\gamma=0$

$\Rightarrow x^3-(1+2+3)x^2+(2+6+3)x-6=0$

$\Rightarrow x^3-6x^2+11x-6=0$

28)

மெய்யெண் கெழுக்களுடைய தேவையான பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் $2-\sqrt{3}$ i என்பதால், $2+\sqrt{3}$ iஎன்பதும் ஒரு மூலமாகும். எனவே, மூலங்களின் கூடுதல் 4 மற்றும் மூலங்களின் பெருக்கல்தொகை 7 ஆகும். ஆகையால் $x^2-4x+7=0$ என்பது ஒரு மெய்யெண் கெழுக்களுடைய தேவைப்படும் தலைஒற்றைப் பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாடாகும்.

29) $\Delta = b^2-4ac=-20 < 0$. எனவே மூலங்கள் கற்பனை எண்களாகும்.

30) இங்கு மூலங்கள் சமம் என்பதால் $\Delta = b^2\ 4ac=0$ ஆகும். இதிலிருந்து $4(k+2)^2=4(9)k$ எனக் கிடைக்கும். இதிலிருந்து k-ன் மதிப்பு 4அல்லது 1ஆகும்.

31) அந்த எண் x என்க. $\sqrt[3]{x}+x=6$

$\Rightarrow \sqrt[3]{x}=6-x$

இருபுறமும் 3 ஆம் அடுக்கை எடுக்க கிடைப்பது

$\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^3=(6-x)^3$

$x=6^3-3(6^2)x+3(6)(x^2)-x^3$

$[\because (a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3]$

$\Rightarrow x=216-108x+18x^2-x^3$

$\Rightarrow x^3+108x-18x-216+x=0$

$\Rightarrow x^3+18x^2+109x-216=0$ என்பது தேவையான கணிதவியல் கணக்கு.

32) $8x^{\frac{3}{2n}}-8x^{\frac{-3}{2x}}=63 \Rightarrow \left[\left(x^{\frac{1}{2n}}\right)^3-\left(x^{\frac{-1}{2n}}\right)^3\right]=63$

பிரதியிடு $x^{\frac{1}{2n}}=y$

$\Rightarrow \left(y^3-\frac{1}{y^3}\right)=63$

$\Rightarrow y^3-\frac{1}{y^3}=\frac{63}{8} \Rightarrow \frac{y^6-1}{y^3}=\frac{63}{8}$

$\Rightarrow 8y^6-8=63y^3$

$\Rightarrow 8y^6-63y^3-8=0$

$\Rightarrow 8t^2-63y-8=0$ [இங்கு $t=y^3$]

$\Rightarrow (8t-1)(t-8)=0$

$t=\frac{1}{8}, 8$

நிலை (i) t =8 எனில், $\Rightarrow y^3=8 \Rightarrow y^3=2^3$

$\Rightarrow y=2$

நிலை (ii) t =8 எனில், $y^3=\frac{1}{8} \Rightarrow y=\frac{1}{2}$

y=2 எனில், $x^{\frac{1}{2n}}=2$

$\Rightarrow x=(2)^{2n} \Rightarrow x=(2^2)^n$

$\Rightarrow x=4^n$

$y=\frac{1}{2}$ எனில், $x^{\frac{1}{2n}}=\frac{1}{2} \Rightarrow x=\left(\frac{1}{2}\right)^{2n}$

$\Rightarrow x=\left(\frac{1}{2^2}\right)^n=\frac{1}{4^n}$

எனவே மூலங்கள் 4^n.

33) கருதப்படும் பல்லுறுப்புக்கோவையை p(x) என்க.

p(x) மற்றும் P(-x)-ல் குறிமாற்றங்களின் எண்ணிக்கை பூச்சியம் என்பதால் மிகை எண் மூலங்களோ குறையெண் மூலங்களோ இல்லை. தெளிவாகவே பூச்சியம் மூலம் இல்லை. எனவே பல்லுறுப்புக்கோவைக்கு மெய்யெண் மூலங்கள் இல்லை. ஆகையால் பல்லுறுப்புக்கோவையின் அனைத்து மூலங்களும் மெய்யற்ற கலப்பெண் மூலங்களாகும்.

34) இங்கு $\alpha=1, \beta=-2$ மற்றும் $\gamma=4$

$\therefore$ முப்படி சமன்பாடு

$x^3-(2-2+4)x^2+(-4-8+8)x-(2)(-2)(4)=0$

$\Rightarrow x^3-4x^2-4x+16=0$

ANSWER 7 $7 \times 3 = 21$

35) $17x^2+43x-73=0$ எனும் இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள், α மற்றும் β என்பதால், $\alpha+\beta=\frac{43}{17}$ மற்றும் $\alpha\beta=\frac{73}{17}$ ஆகும்.

தேவையான இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α+2 மற்றும் β+2 ஆகும். எனவே

மூலங்களின் கூடுதல் $=\alpha+\beta+4=\frac{-43}{17}+4=\frac{25}{17}$

மூலங்களின் பெருக்கல் $=\alpha\beta+2(\alpha+\beta)+4=\frac{-73}{17}+2\left(\frac{-43}{17}\right)+4=\frac{-91}{17}$

எனவே, தேவையான இருபடிச் சமன்பாடு $x^2-\frac{25}{17}x-\frac{91}{17}=0$ ஆகும். இச்சமன்பாட்டை 17-ஆல் பெருக்க, α+2 மற்றும் β+2 ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட $17x^2-25x-91=0$ எனும் இருபடிச் சமன்பாடு கிடைக்கிறது

36) கனச் செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலம்

x+1, x+2, மற்றும் x+3

[∴ 1,2,3 அலகுகள் அதிகரிப்பதால்]

மேலும் கொள்ளளவு =V+52

[V என்பது அதிகரிப்பதால் 52]

$\therefore V+52=(x+1)(x+2)(x+3)$ ....(1)

$\Rightarrow V=(x+1)(x+2)(x+3)-52$

இங்கு $\alpha=-1, \beta=-2, \gamma=-3$

$\Rightarrow V=x^3-x^2(\alpha+\beta+\gamma)+x(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)-\alpha\beta\gamma-52$

$\Rightarrow V=x^3-x^2(-1-2-3)+x(2+6+3)-(-1)(-2)(-3)-52$

$\Rightarrow V=x^3-x^2(-6)+x(11)+6-52$

$\Rightarrow x^3=x^3+6x^2+11x+6-52$

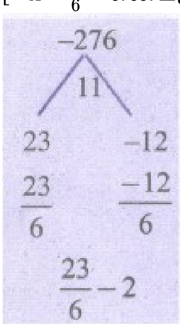
$\Rightarrow 6x^2+11x-46=0$

$\Rightarrow (6x+23)(x-2)=0$

$\Rightarrow x=2$

∴ கனச்சதுரத்தின் கொள்ளளவு $=x^3=2^3=8$ கன அலகுகள்

[∵ $x=\frac{-23}{6}$ என்பது சாத்தியமில்லை x ஆனது கனத்தின் பக்கத்தை குறிக்கிறது.



37) $x^3+2x^2+3x+4=0$ மூலங்கள் α,β,γ

$\therefore \alpha+\beta+\gamma=-x^2$-ன் கெழு =-2 ....(1)

$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=x$-ன் கெழு =3 ......(2)

$-\alpha\beta\gamma=+4 \Rightarrow \alpha\beta\gamma=-4$ ....(3)

2α,2β,2γ வை மூலங்களாக உடைய முப்படி சமன்பாட்டை உருவாக்குக

$2\alpha+2\beta+2\gamma=2(\alpha,\beta,\gamma)=2(-2)=-4$ [(1) லிருந்து]

$4\alpha\beta+4\beta\gamma+4\gamma\alpha=4(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)=4(3)=12$ [(2) லிருந்து]

$(2\alpha)(2\beta)(2\gamma)=8(\alpha\beta\gamma)=8(-4)=-32$ [(3) லிருந்து]

∴ தேவையான முப்படி சமன்பாடு

$x^3-(2\alpha+2\beta+2\gamma)x^2+(2\alpha\beta+2\beta\gamma+2\gamma\alpha)x-(2\alpha)(2\beta)(2\gamma)=0$

$\Rightarrow x^3-(4)x^2+12x+32=0$

$\Rightarrow x^3+4x^2+12x+32=0$

38)

கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு $2x^4-8x^3+6x^2-3=0$

இங்கு a=2, b=-8, c=6, d=0, e=-3

α,β,γ மற்றும் δ என்பது சமன்பாடு (1)-ன் மூலங்கள் என்க.

வியட்டாவின் சூத்திரப்படி,

$\Sigma_1=\alpha+\beta+\gamma+\delta=\frac{-b}{a}=\frac{-(-8)}{2}=4$

$\Sigma_2=\alpha\beta+\alpha\gamma+\alpha\delta+\beta\gamma+\beta\delta+\gamma\delta=\frac{c}{a}=\frac{6}{2}=3$

$\Sigma_3=\alpha\beta\gamma+\alpha\beta\delta+\alpha\gamma\delta+\beta\gamma\delta=\frac{-d}{a}=\frac{0}{a}$

$\Sigma_4=\alpha\beta\gamma\delta=\frac{e}{a}=\frac{-3}{2}$

இப்பொழுது $(a+b+c+d)^2=a^2+b^2+c^2+d^2+2(ab+ac+ad+bc+cd)$

$\Rightarrow \alpha^2+\beta^2+\gamma^2+\delta^2=(\alpha+\beta+\gamma+\delta)^2-2(\alpha\beta+\alpha\gamma+\alpha\delta+\beta\gamma+\beta\delta+\gamma\delta)$

$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+\delta^2=4^2-2(3)=16-6=10$

39) $\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$ என்பது ஒரு மூலம் என்பதால் $x-\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$ என்பது ஒரு காரணியாகும்.

வெளிப்புறமுள்ள வர்க்கமூலத்தை நீக்க $x+\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$ என்பதை மற்றொரு காரணியாக எடுத்துக்கொண்டு

இவை இரண்டையும் பெருக்க $\left(x+\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}\right)\left(x-\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}\right)=x^2-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ எனப் பெறுகிறோம்.

இருப்பினும் நாம் இன்னும் இலக்கை அடையவில்லை. எனவே $x^2+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ என்பதை

மற்றொரு காரணியாகக் க�ொண்டு இரண்டையும் பெருக்கினால் $\left(x+\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}\right)\left(x-\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}\right)=x^4-\frac{2}{3}$

எனக் கிடைக்கிறது. எனவே, தேவையானப் பண்புகளுடைய பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாடு $3x^4-2=0$ ஆகும்.

40) பொருருத்தமான ஆயக்கூறு அச்சுகளைத் தேர்ந்தெடுப்பதன் மூலம் வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2+y^2=r^2$ எனவும், நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு y=mx+c எனவும் கொள்க. வட்டமும் நேர்க்கோடும் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளிகள் கீழ்க்காணும் ஒருங்கமைச் சமன்பாடுகளின் தீர்வாகும் என நாம் அறிவோம்.

$x^2+y^2=r^2$ ....(1)

y=mx+c ....(2)

சமன்பாடு (1)-ல் y=mx+c எனப் பிரதியிட

$x^2+(3x+c)^2-r^2=0$

எனக் கிடைக்கும் இச்சமன்பாட்டினை

$(1+m^2)x^2+2mcx+(c^2-r^2)=0$ ....(3)

என்ற இருபடிச் சமன்பாடாக எழுதலாம்.

இச்சமன்பாட்டிற்கு இரண்டிற்கு மேற்பட்டத் தீர்வுகள் இல்லை என்பதால் ஒரு கோடும் ஒரு வட்டமும் இரு புள்ளிகளுக்கு மேல் வெட்டிக்கொள்ளாது.

இரு மாறிகள் கொண்ட இரு சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது ஒரு பிரதியிடல் மூலம் ஒரு இருபடி சமன்பாட்டைத் தீர்க்கும் கணக்காக மாறுவது கவனிக்கத்தக்கது.

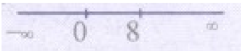
மேலும் அவ்வாறு குறைக்கப்பட்டு அமையும் இருபடி பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாட்டின் கெழுக்கள் மெய்யெண்களாக இருப்பதால், இரு மூலங்களுமே மெய் எண்களாகவோ அல்லது இரு மூலங்களுமே மெய்யற்ற எண்களாகவோ அமையும். அவ்வாறு இரு மூலங்களுமே மெய்யற்ற கலப்பெண்கள் எனில், வட்டமும் நேர்க்கோடும் ஒன்றையொன்று வெட்டிக் கொள்ளாது. மெய்யெண் மூலங்களைப் பொருத்தவரையில் அவை ஒன்றுக்கொன்று வேறுபட்டவையாகவோ பல்லுறுப்புக் கோவையின் மூலங்களின் மடங்குகளாகளாகவோ அமையும். அவை வேறுபட்டவை எனில், சமன்பாடு (2)-ல் பிரதியிட yக்கு இரு வேறுபட்டமதிப்புகள் கிட்டும் என்பதால் இரு புள்ளிகளில் வெட்டிக்கொள்ளும். அவை இரண்டுமே சமமான மூலங்களாக இருப்பின் வட்டத்தில் நேர்க்கோடு தொடுகோடாக அமையும். சமன்பாடு (3)-ல் குறிப்பிட்டுள்ள பல்லுறுப்புக் கோவைக்கு

ஒரே ஒரு எளிமையான மெய்யெண் மூலம் இருப்பதால் ஒரு நேர்க்கோடு ஒரு வட்டத்தை ஒரே ஒரு புள்ளியில் வெட்டாது.

41) கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு $2x^2+kx+k=0$

இங்கு a=2, b=k, c=k

பண்புகாட்டி



$\Delta=b^2-4ac=k^2-4(2)(k)$

$=k^2-8k=k(k-8)$

k மெய் ஆகையால் k-க்கு சாத்தியமான மதிப்புகள்

k<0, k=0 அல்லது 8, 0<k<8 அல்லது k>8 நிலை (i) k<0 எனில், $\Delta=k(k-8)>0$

⇒ அது மெய் மூலங்களை கொண்டிருக்கும்.

(∵ k என்பது மெய்)

நிலை (ii) k=0 அல்லது 8 எனில், $\Delta=0$,

∴ மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம்

நிலை (iii) 0<k<8 எனில் $\Delta=k(k-8)<0$ கற்பனை மூலங்களை கொண்டிருக்கும்.

நிலை (iv) k>8 எனில், $\Delta=k(k-8)>0$

⇒ மூலங்கள் மெய் மற்றும் வெவ்வேறானவை.

42) மூலங்கள் இசைத் தொடர்முறையில் உள்ளன என்க. எனவே அவற்றின் பெருக்கல் தலைகீழிகள் கூட்டுத் தொடர் முறையில் இருக்கும். மேலும்

$\left(\frac{1}{x}\right)^3+p\left(\frac{1}{x}\right)^2+q\left(\frac{1}{x}\right)+r=0 \Leftrightarrow rx^3+qx^2+px+=0$ .....(1)

(1) –ன் மூலங்கள் கூட்டுத்தொடர் முறையில் இருப்பதால் அவற்றினை a-d, a,a+d வியட்டாவின் சூத்தரங்களைப் பயன்படுத்த

$\Sigma_1=(\alpha-d)+\alpha+(\alpha+d)=-\frac{q}{r} \Rightarrow 3\alpha=-\frac{9}{r} \Rightarrow \alpha=-\frac{q}{3r}$

ஆனால் (1)-ன் மூலம் α என்பதால்,

$r\left(-\frac{q}{3r}\right)^3+q\left(-\frac{q}{3r}\right)^2+pr\left(-\frac{q}{3r}\right)+1=0 \Rightarrow -q^3+3q^3-9pqr+27r^2=0 \Rightarrow 9pqr=2q3+27r^2$.

43) கொடுக்கப்பட்ட $lx^2+nx+n=0$ -ன் மூலங்கள் p,q

இங்கு a=l, b=+n, c=n

மற்றும் $p+q=\frac{-b}{a}=\frac{-n}{l}$ ....(1)

$pq=\frac{c}{a}=\frac{n}{l}$ ....(2)

கருதுக $\left(\sqrt{\frac{p}{q}}+\sqrt{\frac{q}{p}}+\sqrt{\frac{n}{l}}\right)$

$=\frac{p}{q}+\frac{q}{p}+\frac{n}{l}+2\sqrt{\frac{pq}{qp}}+2\sqrt{\frac{qn}{pl}}+2\sqrt{\frac{np}{ql}}$

$[\because (a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca]$

$\Rightarrow \frac{p^2+q^2}{pq}+\frac{n}{l}+2+2\sqrt{\frac{p}{q}.pq}+2\sqrt{\frac{q}{p}.pq}+2\sqrt{\frac{p}{q}.pq}$

$=\frac{(p+q)^2-2pq}{pq}+\frac{n}{l}+2+2\sqrt{p^2}+2\sqrt{q^2}$

$=\frac{(p+q)^2}{pq}-\frac{2pq}{pq}+\frac{n}{l}+2+2p+2q$

$$\Rightarrow \frac{\left(\frac{-n}{l}\right)^2}{\frac{n}{l}}-\cancel{2}+\frac{n}{l}+\cancel{2}+2(p+q)$$

$=\frac{n^2}{l^2.\frac{n}{l}}+\frac{n}{l}-\frac{2n}{l}$ $[\because p+q=\frac{-n}{l}]$

$\Rightarrow \frac{n}{l}+\frac{n}{l}-\frac{2n}{l}$ $\left(\sqrt{\frac{p}{q}}+\sqrt{\frac{q}{p}}+\sqrt{\frac{n}{l}}\right)^2=0$

இருபுறமும் வர்க்க மூலம் காண, கிடைப்பது

$\sqrt{\frac{p}{q}}+\sqrt{\frac{q}{p}}+\sqrt{\frac{n}{l}}=0$

44) நமது குறியிடல் முறைப்படி $a_n=2$ மற்றும் $a_0=3$ ஆகும். பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாட்டின் (p,q)=1 எனும்படி ஒரு மூலம் $\frac{p}{q}$ எனில், p மூன்றால் வகுபட வேண்டும் மற்றும் q இரண்டால் வகுபட வேண்டும். தெளிவாகவாக p-ன் சாத்தியக்கூறுகளாககளாக 1,-1,2,-2 மற்றும் q-ன் சாத்தியக்கூறுகளாக 1,-1,2,-2 இருக்கும். இதன் மூல $\pm\frac{1}{1},\pm\frac{1}{2},\pm\frac{3}{2},\pm\frac{3}{1}$ எனும் பின்னங்களை உருவாக்கலாம். இந்த எட்டு சாத்தியக்கூறுகளில், சோதித்தறிதல் முறைப்படி $\frac{-3}{2}$ என்பதுதான் ஒரே விகித மூலமாகின்றது. மற்ற மூலங்களைக் காண $2x^3+3x^2+2x+3=0$ என்ற சமன்பாட்டை 2x+3 ஆல் வகுக x^2+1 என்ற ஈவும் மீதி பூச்சியமும் கிடைக்கின்றது. $x^2+1=0$- ஐ தீர்க்க i மற்றும் -i மூலங்கள் கிடைக்கின்றது. எனவே, கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டின் மூலங்கள் -$\frac{-3}{2}$,i,-i ஆகும்.

ANSWER 8 8 x 5 = 40

45) கொடுக்கப்பட்ட முப்படி சமன்பாடு

$3x^3-16x^2+23x-6=0$

$\alpha,\frac{1}{\alpha}$ மற்றும் γ என்பது சமன்பாட்டின் மூலங்கள்

[∵ இரண்டு மூலங்களின் பெருக்கல் பலன் 1]

(1) $\rightarrow x^3-\frac{16}{3}x^2+\frac{23}{3}-2=0$ ....(1)

(1) ஒப்பிடும் போது

$x^3-\left(\frac{\alpha+\beta+\gamma}{\alpha}\right)+\left(\alpha\frac{1}{\alpha}.\gamma+\gamma\alpha\right)$

$-\alpha,\frac{1}{\alpha}.\gamma=0$ ....(2)

கிடைப்பது,

$\alpha,\frac{1}{\alpha}+\gamma=\frac{16}{3}$ ....(3)

$1+\frac{\gamma}{\alpha}+\gamma\alpha=\frac{23}{3}$

$\alpha,\frac{1}{\alpha}.\gamma=2\Rightarrow\gamma=2$ ....(4)

$\gamma=2$

என (3)-ல் பிரதியிட கிடைப்பது

$\alpha,\frac{1}{\alpha}+2=\frac{16}{3}$

$\Rightarrow\alpha,\frac{1}{\alpha}=\frac{16}{3}-2=\frac{16-6}{3}=\frac{10}{3}$

$\Rightarrow\frac{\alpha^2+1}{\alpha}=\frac{10}{3}$

$3x^2+3=10\alpha$

$3\alpha^2-10\alpha+3=0$

$\alpha=\frac{-10}{3}$

அல்லது $\alpha=\frac{1}{3}$

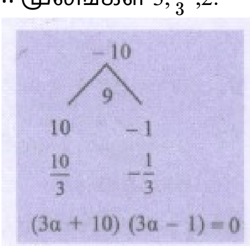
$(3\alpha+10)(3\alpha-1)=0$

$\alpha=\frac{-10}{3}$ சாத்தியமில்லை

$\Rightarrow\alpha=\frac{1}{3}$

[∵ $\alpha=\frac{-10}{3}$ (5) ஐ நிறைவு செய்யவில்லை]

∴ மூலங்கள் 3,$\frac{1}{3}$,2.



46) α,β,γ என்பது சமன்பாட்டின் மூலங்கள் என்க.

கொடுக்கப்பட்ட $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{3}{2}\Rightarrow 2\alpha=3\beta\Rightarrow\alpha=\frac{3}{2}\beta$

∴ $\frac{3}{2}\beta,\beta,\gamma$ என்பது கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டின் மூலங்கள் வியட்டாவின் சூத்திரப்படி,

$\frac{3}{2}\beta+\beta+\gamma=\frac{-b}{a}=\frac{-(-9)}{1}$

$\frac{5}{2}\beta+\gamma=9\Rightarrow\gamma=9-\frac{5}{2}\beta$

$\Rightarrow \gamma = \frac{18-5\beta}{2}$ ....(2)

மேலும் $\frac{3}{2}\beta(\beta)+\beta\gamma+\left(\frac{3}{2}\beta\right)\gamma=\frac{c}{a}=\frac{14}{1}$ =14

$\Rightarrow \frac{3}{2}\beta^2+\frac{5}{2}\gamma$ =14

$\Rightarrow \frac{3}{2}\beta^2+\frac{5}{2}\beta\left(\frac{18-5\beta}{2}\right)$ =14 [(2) ஐ பயன்படுத்தி]

$\Rightarrow \frac{3}{2}\beta^2+\frac{90\beta}{4}-\frac{25\beta^2}{4}$ =14

4 ஆல் பெருக்க $6\beta^2+90\beta-25\beta^2=56$

$19\beta^2-90\beta+56=0$

$\Rightarrow (\beta-4)(19\beta-14)=0$

$\Rightarrow \beta=4$

$\beta=\frac{14}{19}$

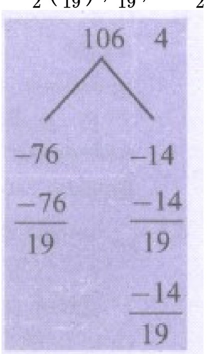
$\beta=4$ எனில் மற்ற மூலங்கள்

$\frac{3}{2}(4), 4, \frac{18-5}{2}(4)$

$\Rightarrow 6,4,-1$

$\beta=\frac{14}{19}$ எனில் மற்ற மூலங்கள் $\frac{3}{2}\beta, \beta, \frac{18-5\beta}{2}$ [(2)-ன் படி]

$\Rightarrow \frac{3}{2}\left(\frac{14}{19}\right), \frac{14}{19}, \frac{18-5\left(\frac{14}{19}\right)}{2} \Rightarrow \frac{21}{19}, \frac{14}{19}, \frac{136}{19}$.



47) சமன்பாட்டின் கெழுக்கள் அனைத்தும் விகிதமுறு எண்கள் என்பதாலும் 2+i மற்றும் $3-\sqrt{2}$ ஆகியவை மூலங்கள் என்பதாலும் கொடுக்கப்பட்ட பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாட்டிற்கு 2-i மற்றும் $3+\sqrt{2}$ ஆகியவையும் மூலங்களாக அமையும். எனவே $(x-(2+i))(x-(2-i))(x-(3-\sqrt{2}))(x-(3+\sqrt{2}))$ மற்றும் $(x-(3+\sqrt{2}))$ ஆகியவையும் காரணிகளாகும். ஆகையால் இவற்றின் பெருக்கல்

$(x-(2+i))(x-(2-i))(x-(3-\sqrt{2}))(x-(3+\sqrt{2}))((x-(3+\sqrt{2}))$

என்பதும் கொடுக்கப்பட்ட பல்லுறுப்புக்கோவை சமன்பாட்டிற்கு ஒரு காரணியாகும். அதாவது $(x^2-4x+5)(x^2-6x+7)$

என்பது ஒரு காரணி. கொடுக்கப்பட்ட பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாட்டை இக்காரணியால் வகுக்க, மற்றொரு காரணியாக (x^2-3x-4) பெறப்படுகிறது. இதிலிருந்து 4 மற்றும் −1ஆகியவை மற்ற மூலங்களாகும். எனவே 2+i, 2-i, $3+\sqrt{2}$, $3-\sqrt{2}$, -1, மற்றும் 4 ஆகியவை கொடுக்கப்பட்ட பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாட்டின் மூலங்களாகும்.

48) கொடுக்கப்பட்ட முப்படி சமன்பாடு

$2x^3-6x^2+3x+k=0$

இங்கு a = 2, b = -6, c = 3, d= k

α,β,γ என்பது மூலங்கள் என்க.

கொடுக்கப்பட்ட $\alpha=2(\beta+\gamma) = \frac{\alpha}{2}=\beta+\gamma$ ....(1)

இங்கு $\alpha+\beta+\gamma=\frac{-b}{a}=-\frac{(-6)}{2}$ =3

$\frac{\alpha}{2}+\alpha=3 \Rightarrow \frac{\alpha+2\alpha}{2}=3 \Rightarrow \frac{3\alpha}{2}$ =3

$\Rightarrow \alpha=2$

$\alpha\beta\gamma=\frac{-d}{a}=\frac{-k}{2} \Rightarrow 2.\beta\gamma=\frac{-k}{2}$

$\beta\gamma=\frac{-k}{4}$ ....(2)

மேலும், $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a}$

$2\beta+\beta\gamma+2\gamma=\frac{3}{2}$

$2(\beta+\gamma)+\beta\gamma=\frac{3}{2}$

$\alpha\frac{-k}{4}=\frac{3}{2}$ [(1) மற்றும் (2) லிருந்து]

$2-\frac{k}{4}=\frac{3}{2}$ [$\because$ α=2]

$2-\frac{3}{2}=\frac{k}{4}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{k}{4}$

k=$\frac{4}{2}$ ⇒ k=2

(2)லிருந்து, $\beta\gamma=\frac{-k}{4}=\frac{-2}{4}=\frac{-1}{2}\Rightarrow=\frac{-1}{2\beta}$

(1)லிருந்து, $\beta+\gamma=\frac{\alpha}{2}=\frac{2}{2}$ =1

$\gamma=\frac{-1}{2\beta}$ என பிரதியிட கிடைப்பது

$\beta-\frac{1}{2\beta}$ =1 ⇒ $2\beta^2$-1=2β ⇒ 2β-2β-1=0

β=$\frac{2\pm\sqrt{4-4(2)(-1)}}{4}=\frac{2\pm\sqrt{4+8}}{4}$

=$\frac{2\pm\sqrt{12}}{4}=\frac{2\pm2\sqrt{3}}{4}$

β =$\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$

எனவே மூலங்கள் 2,$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$, $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$.

49) f(x)=$x^6-3x^5-5x^4+22x^3-39x^2-39x+135$ என்க.

கொடுக்கப்பட்ட (1+2i) ஒரு மூலம் (1-2i) யும் ஒரு மூலம்.

மேலும், $\sqrt{3}$ ஒரு மூலம் ⇒ -$\sqrt{3}$ ஒரு மூலம்

எனவே f(x)-ன் காரணிகள் [x-(1+2i)]

[x-(1-2i)][x-$\sqrt{3}$][x+$\sqrt{3}$]

[(x-1)2i][(x-1)+2i][x-$\sqrt{3}$][x+$\sqrt{3}$]

$((x-1)^2+2^2)(x^2-3)=(x^2-2x+1+4)(x^2-3)$

⇒ f(x) -ன் காரணிகள் $(x^2-2x+5)(x^2-3)$

⇒ $x^4-3x^2-2x^3+6x+5x^2-15$

⇒ $(x^4-2x^3+2x^2+6x-15)$, f(x)-ன் காரணி

மற்ற காரணியை காண f(x) ஐ

$x^4-2x^3+2x^2+6x-15$ ஆல் வகுக்க

மற்ற காரணியானது x^2-x-9

⇒ x=$\frac{1\pm\sqrt{(-1)^2-4(1)(-9)}}{2}$

$\left[\because x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right]$

⇒ x=$\frac{1\pm\sqrt{37}}{2}$

எனவே மற்ற மூலங்கள்

1+2i, 1-2i, $\sqrt{3}$, -$\sqrt{3}$, $\frac{1+\sqrt{37}}{2}$, $\frac{1-\sqrt{37}}{2}$.

x^2-x-9

$x^4-2x^3+2x^2+6x-15$) $x^6-3x^5-5x^4+22x^3-39x^2-39x+135$

(−) (+) (−) (−) (+)

$x^6-2x^3+2x^4+6x^3-15x^2$

$-x^5-7x^4+16x^3-24x^2-39x$

(+) (−) (−) (+) (−)

$-x^5+2x^4+2x^3-6x^2+15x$

$-9x^4+18x^3-18x^2-54x+135$

(+) (−) (+) (+) (−)

$-9x^4+18x^3-18x^2-54x+135$

0

50) கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டை மாற்றியமைக்க,

(2x-3)(3x-2)(6x-1)(x-12)-7=0

சோடிகளாகப் பெருக்க,

$(6x^2-13x+6)(6x^2-13x+12)-7=0$

இதில் $y=6x^2-13x$ எனப் பிரதியிட, சமன்பாடு

(y+6)(y+12)-7=0

என மாறுகிறது. அதாவது,

$y^2+18y+65=0$

இச்சமன்பாட்டைத் தீர்க்க, y=−13 மற்றும் y=−5 எனக் கிடைக்கிறது.

$y=6x^2-13x$-ல் y-ன் மதிப்புகளை பிரதியிட,

$6x^2-13x+5=0$

$6x^2-13x+13=0$

எனப் பெறுகிறோம். இவ்விரு சமன்பாட்டுகளையும் தீர்க்க.

x=$\frac{1}{2}, x = \frac{5}{3}, x = \frac{13+\sqrt{143}i}{12}$ மற்றும் x=$\frac{13-\sqrt{143}i}{12}$

என சமன்பாட்டின் மூலங்களைப் பெறுகிறோம்.

51) இது இரட்டைப்படை முதல் வகை தலைகீழ் சமன்பாடாகும். எனவே இதனை,

$\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-10\left(x+\frac{1}{x}\right)$ +26=0

என மாற்றி எழுத y=$\left(x+\frac{1}{x}\right)$ என்க.

$[(y^2-2)-10y+26]=0 \Rightarrow (y^2-10y+24)=0 \Rightarrow (y-6)(y-4)=0$

நிலை (i)

y=6 எனில், x+$\frac{1}{x}$ =6 ⇒ x=3+2$\sqrt{2}$, x=3-2$\sqrt{2}$

நிலை (ii)

y=4, எனில், x+$\frac{1}{x}$ =4 ⇒ x=2+$\sqrt{3}$, x=2-$\sqrt{3}$

எனவே, மூலங்கள் $3 \pm 2\sqrt{2}, 2 \pm \sqrt{3}$ ஆகும்.

52) இது இரட்டைப்படை இரண்டாம் வகை தலைகீழ் சமன்பாடாகும். எனவே இதனை பின்வருமாறு மாற்றி எழுதலாம்.

$6\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-5\left(x+\frac{1}{x}\right)-38$ ......(1)

பிரதியிடு $x+\frac{1}{x}=y \Rightarrow \left(x+\frac{1}{x}\right)^2$ =y^2

$\Rightarrow x^2+\frac{1}{x}+2=y^2 \Rightarrow x^2+\frac{1}{x}$ =y2-2

∴ (1)லிருந்து,

$6(y^2-2)-5y-38=0$

$\Rightarrow 6y^2-12-5y-38=0$

$\Rightarrow 6y^2-5y-50=0$

⇒ (3y-10)(2y+5)=0

⇒ y=$\frac{10}{3}, \frac{-5}{2}$

நிலை (i)

y=$\frac{+10}{3}$ எனில்,

$x+\frac{1}{x}=\frac{+10}{3}$

$\frac{x^2+1}{x}=\frac{+10}{3}$

$\Rightarrow 3x^2-10x+3=0$

$(x-3)(x-\frac{1}{3})=0 \Rightarrow x=3, \frac{1}{3}$

நிலை (ii)

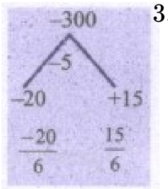
y=-$\frac{5}{2}$ எனில்,

$\Rightarrow x+\frac{1}{x}=-\frac{5}{2} \Rightarrow \frac{x^2+1}{x}=\frac{-5}{2}$

$\Rightarrow 2x^2+2+5x=0 \Rightarrow 2x^2+5x+2=0$

⇒ (x+2)(2x+1) =0 ⇒ x=-2, $\frac{-1}{}$

∴ மூலங்கள் .



$3, \frac{1}{3}, -2, \frac{-1}{2}$

2

53) p(x) =x^2-5x+6 என்க.

p(x) க்கு இரண்டு குறி மாற்றங்கள் நிகழ்ந்துள்ளது. ஆகையால் p(x) க்கு அதிகபட்சம் இரண்டு மெய் மூலங்கள் இருக்கும்.

Q(x) =x^2-5x+16 என்க.

p(-x)=$(-x)^2$-5(-x)+6

=x^2+5x+6

p(-x) க்கு குறி மாற்றம் இல்லை. எனவே குறை மூலங்கள் இல்லை.

Q(x)=x^2-5x+6 என்க

Q(x) இரண்டு குறி மாற்றம் நிகழ்ந்துள்ளது. மற்றும் Q(-x) க்கு குறி மாற்றம் இல்லை.

[∵ Q(-x)=$(-x)^2$-5(-x)+16=x^2+5x+16]

∴ அதற்கு அதிகபட்சம் இரண்டு மிகை மூலங்கள் மற்றும் குறை மூலங்கள் இல்லை.

54) கொடுக்கப்பட்ட (x-4)(x-7)(x-2)(x+1) =16

உறுப்புகளை பின்வருமாறு மறு வரிசைப்படுத்த

(x-4)(x-2)(x-7)(x+1) =16

⇒ (x^2-6x+8)(x^2-6x-7) =16

பிரதியிடு x^2-6x =y

⇒ (y+8)(y-7) =16

⇒ y^2-y-56-16 =0

⇒ (y+9)(y-8) =0

⇒ y =-9, 8

நிலை (i) y= -9 எனில்

x^2-6x = -9

⇒ x^2-6x+9 =0

⇒ $(x-3)^2$ =0

⇒ x=3, 3

நிலை (ii) y=8 எனில்

x2-6x =8

⇒ x^2-6x-8 =0

⇒ x =$\frac{6\pm\sqrt{36-4(1)(-8)}}{2}$

⇒ x =$\frac{6\pm\sqrt{36+32}}{2} \Rightarrow x = \frac{6\pm\sqrt{68}}{2}$

⇒ x =$\frac{6\pm2\sqrt{17}}{2} \Rightarrow x = \frac{2(3\pm\sqrt{17})}{2}$

⇒ x =$3 \pm \sqrt{17}$

∴ மூலங்கள் 3, 3, 3+$\sqrt{17}$ மற்றும் 3-$\sqrt{17}$.