

12 கணிதம் 3 MARKS

12th Standard

கணிதவியல்

330 x 3 = 990

1) $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 5 & 3 & 1 \\ -3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் நேர்மாறு காண்க.

2) $\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 7 & 7 & -7 \\ -1 & 11 & 7 \\ 11 & 5 & 7 \end{bmatrix}$ எனில், A-ஐக் காண்க.

3) $A = \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$ எனில் $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$ என்ற பண்பை சரிபார்க்க.

4) $A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ எனக்கொண்டு $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

5) $A = \begin{bmatrix} 1 & \tan x \\ -\tan x & 1 \end{bmatrix}$ எனில் $A^T A^{-1} = \begin{bmatrix} \cos 2x & -\sin 2x \\ \sin 2x & \cos 2x \end{bmatrix}$ எனக்காட்டுக.

6) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ மற்றும் $A \times B = C$ எனில் X என்ற அணியைக் காண்க.

7) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ எனில் $A^{-1} = \frac{1}{2}(A^2 - 3I)$ எனக்காட்டுக.

8) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ என்ற அணியை பிந்தையப் பெருக்கல் சங்கேத மொழியாக்க அணியாகக் கொண்டு $[2 \ -3][20 \ 4]$ என்று பெறப்பட்டச் செய்தியை $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ -ன் நேர்மாறு அணியின் பிந்தையப் பெருக்கற் சாவிாகக்

கொண்டு சங்கேத மொழி மாற்றம் செய்க. இங்கு ஆங்கில எழுத்துகள் A-ழ்-க்கு முறையே எண்கள் 1-26 ஐயும் காலியிடத்திற்கு எண் 0ஐயும் பொருத்தி சங்கேத மொழியாக்கம் மற்றும் மொழிமாற்றம் செய்க.

9) பின்வரும் அணிகளுக்கு ஏறுபடி வடிவத்தைப் பயன்படுத்தி அணித்தரம் காண்க:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & 7 & 11 \end{bmatrix}$$

10) $A = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -8 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 7 \\ 1 & -8 & 4 \end{bmatrix}$ எனில், $A^{-1} = A^T$ என நிறுவுக.

11) $A = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ எனில் $A(\text{adj } A) = (\text{adj } A)A = |A| I_2$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

12) $\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -3 & 12 & -7 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ எனில் A-ஐ காண்க.

13) $\text{adj } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ எனில் $\text{adj}(\text{adj}(A))$ -ஐ காண்க.

14) ஒருவர் ஒரு குறிப்பிட்ட மாத ஊதியத்தில் ஒரு பணியில் அமர்த்தப்படுகிறார். ஒவ்வொரு ஆண்டும் ஒரு நிலையான ஊதிய உயர்வு அவருக்கு வழங்கப்படுகிறது. 3 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு அவர் பெறும் ஊதியம் ரூ.19,800 மற்றும் 9 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு அவர் பெறும் ஊதியம் ரூ.23,400 எனில் அவருடைய ஆரம்ப ஊதியம் மற்றும் ஆண்டு உயர்வு எவ்வளவு என்பதைக் காண்க. (நேர்மாறு அணி காணல் முறையில் இக்கணக்கைத் தீர்க்க).

15) 4 ஆடவரும் 4 மகளிரும் சேர்ந்து ஒரு குறிப்பிட்ட வேலையை 3 நாட்களில் செய்து முடிப்பார்கள். அதே வேலையை 2 ஆடவரும் 5 மகளிரும் சேர்ந்து 4 நாட்களில் முடிப்பார்கள் எனில் அவ்வேலையை ஓர் ஆடவர் மற்றும் ஒரு மகளிர் தனித்தனியாக செய்து முடிப்பதற்கு எத்தனை நாட்களாகும் என்பதை நேர்மாறு அணி காணல் முறையில் தீர்க்க.

- 16) ஒரு போட்டித் தேர்வில் ஒவ்வொரு சரியான விடைக்கும் ஒரு மதிப்பெண் வழங்கப்படுகிறது. ஒவ்வொரு தவறான விடைக்கும் $\frac{1}{4}$ மதிப்பெண் குறைக்கப்படுகிறது. ஒரு மாணவர் 100 கேள்விகளுக்குப் ப பதிலளித்து 80 மதிப்பெண்கள் பெறுகிறார் எனில் அவர் எத்தனை கேள்விகளுக்குச் சரியாக பதில் அளித்திருப்பார்? (கிராமரின் விதியைப் ப பயன்படுத்தி இக்கணக்கைத் தீர்க்கவும்).
- 17) வேதியாளர் ஒருவரிடம் 50% அமிலத்தன்மை கொண்ட ஒரு கரைசலும் மற்றும் 25% அமிலத்தன்மை கொண்ட மற்றொரு கரைசலும் உள்ளது. அவர் 10 லிட்டர் கரைசலில் 40% அமிலத்தன்மை உள்ளவாறு ஒரு கரைசலை உருவாக்க இருவகைக் கரைசல்கள் ஒவ்வொன்றிலிருந்தும் எத்தனை லிட்டர் சேர்க்க வேண்டும்? (இக்கணக்கை கிராமரின் விதியைப் பயன்படுத்தித் தீர்க்க).
- 18) ஒரு மீன் தொட்டியை பம்பு A மற்றும் பம்பு B என்பன ஒன்றாகச் சேர்ந்து 10 நிமிடங்களில் நீரை நிரப்பும். பம்பு B ஆனது நீரை உள்ளே அல்லது வெளியே ஒரே வேகத்தில் அனுப்ப இயலும். எதிர்பாராதவிதமாக பம்பு B ஆனது நீரை வெளியே அனுப்பினால் தொட்டி நிரம்ப 30 நிமிடங்கள் ஆகும் எனில் ஒவ்வொரு பம்பும் தொட்டியை தனித்தனியாக நிரப்ப எவ்வளவு காலம் எடுத்துக் கொள்ளும்? (கிராமரின் விதியைப் பயன்படுத்தித் தீர்க்கவும்).
- 19)
$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ -3 & 4 & -2 & -1 \\ 6 & 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$
 என்ற அணியை ஏறுபடி வடிவில் மாற்றி அணித்தரம் காண்க.
- 20)
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$$
 என்ற பூசியமற்றக் கோவை அணிக்கு காஸ்-ஜோர்டன் நீக்கல் முறை மூலம் நேர்மாறு காண்க.
- 21) பின்வரும் நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை காஸ்ஸியன் நீக்கல் முறையில் தீர்க்க:
 $4x+3y+6z=25, x+5y+7z=13, 2x+9y+z=1$
- 22) பின்வரும் அணிகளுக்கு நேர்மாறு (காண முடியுமெனில்) நேர்மாறு காண்க:

$$\begin{bmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$
- 23) பின்வரும் நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பை கிராமரின் விதிப்படி தீர்க்க:

$$\frac{3}{x} + 2y = 12, \frac{2}{x} + 3y = 13$$

24) பின்வரும் அணிகளுக்கு அணித்தரம் காண்க :

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 & -2 \\ -3 & -1 & -2 & 4 \\ 6 & 7 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

25) $(2 + i)x + (1 - i)y + 2i - 3$ மற்றும் $x + (-1 + 2i)y + 1 + i$ ஆகிய க கலப்பெண்கள் சமம் எனில் x மற்றும் y -ன் மெய்மதிப்புகளைக் காண்க.

26) $(3 - i)x - (2 - i)y + 2i + 5$ மற்றும் $y + 3 + 2i$ ஆகிய க கலப்பெண்கள் சமம் எனில் x மற்றும் y -ன் மதிப்புகளைக் காண்க

27) $\frac{z+3}{z-5i} = \frac{1+4i}{2}$ எனில், கலப்பெண் z -ஐ செவ்வக வடிவில் காண்க.

28) கலப்பெண்கள் u, v மற்றும் w ஆகியவை $\frac{1}{u} = \frac{1}{v} + \frac{1}{w}$ என்றவாறு தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளது. $v = 3 - 4i$ மற்றும் $w = 4 + 3i$ எனில் u -ஐ செவ்வக வடிவில் எழுதுக

29) பின்வருவனவற்றை நிறுவுக :

$$(2 + i\sqrt{3})^{10} - (2 - i\sqrt{3})^{10} \text{ என்பது முழுவதும் கற்பனை}$$

30) $z_1 = 3 + 4i, z_2 = 5 - 12i$ மற்றும் $z_3 = 6 + 8i$ எனில்

$|z_1|, |z_2|, |z_3|, |z_1 + z_2|, |z_2 + z_3|$ மற்றும் $|z_1 + z_3|$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

31) z_1, z_2 , மற்றும் z_3 ஆகிய கலப்பெண்கள் $|z_1| = |z_2| = |z_3| = |z_1 + z_2 + z_3| =$

1 என்றவாறு இருந்தால், $\left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} \right|$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

32) $|z| = 2$ எனில் $3 \leq |z + 3 + 4i| \leq 7$ எனக்காட்டுக.

33) $1, \frac{-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ மற்றும் $1, \frac{-1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ என்ற புள்ளிகள் ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகளாக அமையும் என நிறுவுக.

34) $10 - 8i, 11 + 6i$ ஆகிய புள்ளிகளில் எப்புள்ளி $1+i$ -க்கு மிக அருகாமையில் இருக்கும்?

35) $|z| = 3$ எனில் $7 \leq |4 + 6 - 8i| \leq 13$ எனக்காட்டுக.

36) $|z| = 1$ எனில், $2 \leq |z^3 - 3| \leq 4$ எனக்காட்டுக.

37) $\left| z - \frac{2}{z} \right| = 2$ எனில் $|z|$ -ன் மீச்சிறு மற்றும் மீப்பெரு மதிப்புகள் $\sqrt{3} + 1$ மற்றும் $\sqrt{3} - 1$ என நிறுவுக

38) $z = x + iy$ என்ற ஏதேனும் ஒரு கலப்பெண் $\left| \frac{z-4i}{z+4i} \right| = 1$ எனுமாறு அமைந்தால் z -ன் நியமப்பாதை மெய் அச்சு எனக் காட்டுக.

39) $\frac{3}{2} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) \cdot 6 \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right)$ என்ற பெருக்கத்தின் மதிப்பினை செவ்வக வடிவில் காண்க.

40) $\frac{2 \left(\cos \frac{9\pi}{4} + i \sin \frac{9\pi}{4} \right)}{4 \left(\cos \left(\frac{-3\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{-3\pi}{2} \right) \right)}$ என்ற வகுத்தலின் மதிப்பினை செவ்வக வடிவில் காண்க

41) பின்வருவனவற்றை செவ்வக வடிவில் எழுதுக.

$$\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$$

42) $(x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2)(x_3 + iy_3) \dots (x_n + iy_n) = a + ib$ எனில்,
i) $(x_1^2 + y_1^2)(x_2^2 + y_2^2)(x_3^2 + y_3^2) \dots (x_n^2 + y_n^2) = a^2 + b^2$.

ii) $\sum_{r=1}^n \tan^{-1} \left(\frac{y_r}{x_r} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{a}{b} \right) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ எனக்காட்டுக

43) $\frac{1+z}{1-z} = \cos 2\theta + i \sin 2\theta$, எனில், $z = i \tan \theta$ என நிறுவுக.

44) $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0$ எனில்,
(i) $\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3 \cos (\alpha + \beta + \gamma)$ மற்றும்
(ii) $\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3 \sin (\alpha + \beta + \gamma)$ என நிறுவுக.

45) $z = (\cos \theta + i \sin \theta)$ எனில், $z^n + \frac{1}{z^n} = 2 \cos n\theta$ மற்றும் $z^n - \frac{1}{z^n} = 2i \sin n\theta$ என நிறுவுக.

46) சுருக்குக $\left(\sin \frac{\pi}{6} + i \cos \frac{\pi}{6} \right)^{18}$

47) சுருக்குக $\left(\frac{1 + \cos 2\theta + i \sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta - i \sin 2\theta} \right)^{30}$

48)

$$\left(\frac{1 + \sin \frac{\pi}{10} + i \cos \frac{\pi}{10}}{1 + \sin \frac{\pi}{10} - i \cos \frac{\pi}{10}} \right)^{10} \text{ -ன் மதிப்பு காண்க.}$$

49) $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் எனில் $(z - 1)^3 + 8 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $-1, 1 - 2\omega, 1 - 2\omega^2$ எனக்காட்டுக.

50) $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் எனில், பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

$$(1 - \omega + \omega^2)^6 + (1 + \omega - \omega^2)^6 = 128$$

51) ஒன்றின் மூன்றாம் படிமூலங்களைக் காண்க.

52) ஒன்றின் நான்காம் படிமூலங்களைக் காண்க.

53) $z = 5 - 2i$ மற்றும் $w = -1 + 3i$ எனக்கொண்டு கீழ்க்காண்பவைகளின் மதிப்புகளைக் காண்க.

$$z^2 + 2zw + w^2$$

54) $z = 5 - 2i$ மற்றும் $w = -1 + 3i$ எனக்கொண்டு கீழ்க்காண்பவைகளின் மதிப்புகளைக் காண்க.

$$(z + w)^2.$$

55) பின்வருவனவற்றை நிறுவுக :

$$\left(\frac{19-7i}{9+i} \right)^{12} + \left(\frac{20-5i}{7-6i} \right)^{12} \text{ என்பது மெய் எண்.}$$

56) பின்வரும் சமன்பாட்டில் $z = x + iy$ ன் நியமப்பாதையை கார்ட்டீசியன் வடிவில் காண்க

$$\text{Im}[(1-i)z + 1] = 2$$

57) பின்வரும் சமன்பாட்டில் $z = x + iy$ ன் நியமப்பாதையை கார்ட்டீசியன் வடிவில் காண்க

$$|z + i| = |z - 1|$$

58) பின்வரும் சமன்பாட்டில் $z = x + iy$ -ன் நியமப்பாதையை கார்ட்டீசியன் வடிவில் காண்க.

$$|z - 4|^2 - |z - 1|^2 = 16$$

59) கீழ்க்காணும் கலப்பெண்களின் துருவ வடிவினைக் காண்க.

$$\frac{i-1}{\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}}$$

60) பின்வருவனவற்றை செவ்வக வடிவில் எழுதுக.

$$\frac{\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6}}{2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)}$$

61) $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் எனில், பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

$$(1 + \omega)(1 + \omega^2)(1 + \omega^4)(1 + \omega^8) \dots (1 + \omega^{2^{11}}) = 1$$

62) $z = 2 - 2i$ எனில், ஆதியைப் பொருத்து z -ஐ θ ரேடியன்கள் கடிகார திசைக்கு எதிர் திசையில் சுழற்றினால் z -ன் மதிப்பை கீழ்க்காணும் θ மதிப்புகளுக்கு காண்க.

$$\theta = \frac{3\pi}{2}$$

63) பின்வரும் சமன்பாட்டில் z -ன் நியமப்பாதையை கார்ட்டீசியன் வடிவில் காண்க.

$$|2z - 3 - i| = 3$$

64) $(\sqrt{3} + i)^n i$ ஆனது n -ன் எந்த மீச்சிறு மிகை முழு எண் மதிப்புகளுக்கு முழுவதும் கற்பனை எண்களாக இருக்கும்?

65) சுருக்குக. $\frac{(\cos 2\theta - i \sin 2\theta)^4 (\cos 4\theta + i \sin 4\theta)^{-5}}{(\cos 3\theta + i \sin 3\theta)^{-2} (\cos 3\theta - i \sin 3\theta)^{-9}}$

66) $17x^2 + 43x - 73 = 0$ எனும் இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள், α மற்றும் β எனில் $\alpha + 2$ மற்றும் $\beta + 2$ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட ஒரு இருபடிச்சமன்பாட்டை உருவாக்கவும்.

67) $2x^2 - 7x + 13 = 0$ எனும் இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில் α^2 மற்றும் β^2 ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட ஒரு இருபடிச் சமன்பாட்டை உருவாக்கவும்.

68) $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ ன் மூலங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் காண்க. இங்கு $a \neq 0$ ஆகும்.

69) $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ என்ற முப்படிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $p:q:r$ எனும் விகிதத்தில் அமைய நிபந்தனையைக் காண்க.

70) p என்பது ஒரு மெய்யெண் எனில் $4x^2 + 4px + p + 2 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்களின் தன்மையை p -ன் அடிப்படையில் ஆராய்க.

71) ஒரு கனச் சதுரப் பெட்டியின் பக்கங்களை 1, 2, 3 அலகுகள் அதிகரிப்பதால் கனச்சதுரப் பெட்டியின் கொள்ளளவைவிட 52 கன அலகுகள் அதிகமுள்ள கனச் செவ்வகம் கிடைக்கிறது எனில், கன செவ்வகத்தின் கொள்ளளவைக் காண்க.

- 72) $x^3+2x^2+3x+4=0$ எனும் முப்படி சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β மற்றும் γ எனில் கீழ்க்காணும் மூலங்களைக் கொண்டு முப்படி சமன்பாடுகளை உருவாக்குக.
 $2\alpha, 2\beta$ மற்றும் 2γ .
- 73) $2x^4-8x^3+6x^2-3=0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் காண்க.
- 74) $x^4-9x^2+20=0$ எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.
- 75) $x^3-3x^2-33x+35=0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.
- 76) $2x^3+11x^2-9x-18=0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.
- 77) $ax^3+bx^2+cx+d=0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் பெருக்குத் தொடர்முறையில் இருப்பதற்கான நிபந்தனையைக் காண்க. இங்கு $a, b, c, d \neq 0$ எனக்கொள்க.
- 78) $x^3+px^2+qx+r=0$ மூலங்கள் இசைத்தொடர் முறையில் உள்ளன எனில் $9pqr = 27r^3+2q^3$ என நிரூபிக்க. இங்கு $p, q, r \neq 0$ என்க.
- 79) $x^3-6x^2-4x+24=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் கூட்டுத் தொடர் முறையாக உள்ளது என அறியப்படுகிறது. சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்க.
- 80) $9x^3-36x^2+44x-16=0$ -ன் மூலங்கள் கூட்டுத் தொடரில் அமைந்தவை எனில், சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.
- 81) $3x^3-26x^2+52x-24=0$ -ன் மூலங்கள் பெருக்குத்தொடரில் அமைந்தவை எனில், சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.
- 82) பின்வரும் முப்படி சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க:
 $2x^3-9x^2+10x=3$
- 83) α, β மற்றும் γ ஆகியன $ax^3+bx^2+cx+d=0$ எனும் பல்லுறுப்புக்கோவை சமன்பாட்டின் மூலங்களாக இருப்பின், கெழுக்கள் வாயிலாக $\Sigma \frac{\alpha}{\beta\gamma}$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.
- 84) $lx^2+nx+n=0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் p மற்றும் q எனில்,
 $\sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{n}{l}} = 0$ எனக் காட்டுக.
- 85) $x^2+px+q=0$ மற்றும் $x^2+p'x+q'=0$ ஆகிய இரு சமன்பாடுகளுக்கும் ஒரு பொதுவான மூலம் இருப்பின், அம் மூலம் $\frac{pq'-p'q}{q-q'}$ அல்லது $\frac{q-q'}{p'-p}$ ஆகும் எனக்காட்டுக.
- 86) $2x^3+3x^2+2x+3=0$ -ன் மூலங்களைக் காண்க.
- 87) $7x^3-43x^2=43x-7$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

88) $2\cos^2x-9\cos x+4=0$ எனும் சமன்பாட்டிற்குத் தீர்வு இருப்பின் காண்க.

89) பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க:

$$\sin^2x-5\sin x+4=0$$

90) விகிதமுறு மூலங்கள் உள்ளதா என ஆராய்க.

$$2x^3-x^2-1=0$$

91) $4^x-3(2^{x+2})+2^5=0$ எனும் சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் அனைத்து மெய்யெண்களையும் காண்க.

92) $x^3+2x^2+3x+4=0$ எனும் முப்படி சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β மற்றும் γ . எனில் கீழ்க்காணும் $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ மற்றும் $\frac{1}{\gamma}$

93) $x^3+2x^2+3x+4=0$ எனும் முப்படி சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β மற்றும் γ . எனில் கீழ்க்காணும் மூலங்களைக் கொண்டு முப்படி சமன்பாடுகளை உருவாக்குக.

$-\alpha, -\beta$ மற்றும் $-\gamma$

94) பின்வரும் முப்படி சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க:

$$8x^3-2x^2-7x+3=0$$

95) சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க:

$$x^4+3x^3-3x-1=0$$

96) $\sin^{-1}(2-3x^2)$ -ன் சார்பகத்தைக் காண்க.

97) பின்வருவனவற்றிற்கு சார்பகம் காண்க

$$f(x) = \sin^{-1}\left(\frac{x^2+1}{2x}\right)$$

98) $\cos^{-1}\left(\frac{2+\sin x}{3}\right)$ -ன் சார்பகம் காண்க

99) சார்பகம் காண்க.

$$f(x)=\sin^{-1}\left(\frac{|x|-2}{3}\right)+\cos^{-1}\left(\frac{1-|x|}{4}\right)$$

100) x -ன் எந்த மதிப்பிற்கு, சமநிலை $\frac{\pi}{2} < \cos^{-1}(3x-1) < \pi$ மெய்யாகும்?

101) மதிப்புக் காண்க

$$\cos\left(\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)+\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)\right)$$

102) மதிப்பு காண்க

i) $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$

ii) $\tan^{-1}\left(\tan\frac{3\pi}{5}\right)$

iii) $\tan(\tan^{-1}-(2019))$

103) மதிப்பு காண்க

$$\tan^{-1}(-1) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$$

104) நிரூபி $\tan(\sin^{-1}x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}, -1 < x < 1$

105) மதிப்பு காண்க

$$\tan\left(\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) - \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$$

106) மதிப்பிடுக $\sin\left[\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) + \sec^{-1}\left(\frac{5}{4}\right)\right]$

107) நிரூபிக்க

$$\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$$

108) $\cos^{-1}x + \cos^{-1}y + \cos^{-1}z = \pi$ மற்றும் $0 < x, y, z < 1$, எனில் $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$ எனக் காண்பி.

109) மதிப்பு காண்க.

$$\sin^{-1}\left(\cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)\right)$$

110) $|x| < \frac{1}{\sqrt{3}}$ எனில் $\tan^{-1}x + \tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2} = \tan^{-1}\frac{3x-x^3}{1-3x^2}$ என நிறுவுக.

111) சுருக்குக: $\tan^{-1}\frac{x}{y} - \tan^{-1}\frac{x-y}{x+y}$

112) தீர்க்க:

$$\sin^{-1}\frac{5}{x} + \sin^{-1}\frac{12}{x} = \frac{\pi}{2}$$

113) சமன்பாட்டின் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

$$\tan^{-1}(x-1) + \tan^{-1}x + \tan^{-1}(x+1) + \tan^{-1}(3x)$$

114) மதிப்புக் காண்க

$$\cos^{-1}\left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right) + \cos^{-1}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right).$$

115) மதிப்பு காண்க

$$\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)\right)$$

116) மதிப்பு காண்க

$$\cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)\right)$$

117) மதிப்பு காண்க

$$\sin^{-1}(-1) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \cot^{-1}(2)$$

118) மதிப்பு காண்க

$$\cot^{-1}(1) + \sin^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \sec^{-1}(-\sqrt{2})$$

119) மதிப்பு காண்க

$$\cot\left(\sin^{-1}\frac{3}{5} + \sin^{-1}\frac{4}{5}\right)$$

120) மதிப்பு காண்க.

$$\tan\left(\sin^{-1}\frac{3}{5} + \cot^{-1}\frac{3}{2}\right)$$

121) நிரூபிக்க

$$\sin^{-1}\frac{3}{5} - \cos^{-1}\frac{12}{13} = \sin^{-1}\frac{16}{65}$$

122) தீர்க்க:

$$2\tan^{-1}x = \cos^{-1}\frac{1-a^2}{1+a^2} - \cos^{-1}\frac{1-b^2}{1+b^2}, a > 0, b > 0$$

123) தீர்க்க:

$$\cot^{-1}x - \cot^{-1}(x+2) = \frac{\pi}{12}, x > 0$$

124) மதிப்பு காண்க

$$\tan\left[\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{2a}{1+a^2}\right) + \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{1-a^2}{1+a^2}\right)\right]$$

125) நிரூபிக்க

$$2\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{7} = \tan^{-1}\frac{31}{17}$$

126)

$$\text{நிரூபிக்க. } \tan^{-1}\left(\frac{m}{n}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{m-n}{m+n}\right) = \frac{\pi}{4}$$

127)

தீர்க்க. $\tan^{-1} \left(\frac{x-1}{x-2} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{x+1}{x+2} \right) = \frac{\pi}{4}$

128) $x^2+y^2=16$ என்ற வட்டத்தின் நாண் $3x+y+5=0$ -ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

129) ஒரு நேர்க்கோட்டு $3x+4y+10=0$, மையம் $(2,1)$ உள்ள ஒரு வட்டத்தில் 6 அலகுகள் நீளமுள்ள ஒரு நாணை வெட்டுகின்றது. அந்த வட்டத்தின் பொதுச் சமன்பாடு காண்க.

130) ஒரு வட்டத்தின் சமன்பாடு $3x^2+(a+1)y^2+6x-9y+a+4=0$ எனில் அதன் மையம், ஆரம் காண்க.

131) மையம் $(2,3)$ உடையதும் $3x-2y-1=0$ மற்றும் $4x+y-27=0$ என்ற கோடுகள் வெட்டும் புள்ளி வழிச் செல்வதுமான வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

132) $x^2+y^2-6x+6y-8=0$ என்ற வட்டத்தின் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டுச் சமன்பாடுகளை $(2,2)$ என்ற புள்ளியில் காண்க.

133) $(-2,1), (0,0)$ மற்றும் $(-4,-3)$ என்ற புள்ளிகள் $x^2+y^2-5y-5=0$ என்ற வட்டத்திற்கு வெளியே, வட்டத்தின் மீது அல்லது உள்ளே இவற்றில் எங்கே உள்ளன எனது தீர்மானிக்கவும்.

134) $3x^2+(3-p)xy+qy^2-2px=8pq$ என்ற சமன்பாடு வட்டத்தைக் குறிக்கும் எனில் p மற்றும் q -ன் மதிப்பு காண்க. மேலும் அந்த வட்டத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம் காண்க.

135) நீள்வட்டம் $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ -ன் செவ்வகல நீளம் காண்க.

136) குவியம் $(-\sqrt{2},0)$ மற்றும் இயக்குவரை $x=\sqrt{2}$ உடைய பரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.

137) முனை $(5,-2)$ மற்றும் குவியம் $(2,-2)$ உடைய பரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.

138) குவியங்கள் $(\pm 2,0)$, மற்றும் முனைகள் $(\pm 3,0)$ உடைய நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

139) முனைகள் $(0,\pm 4)$ மற்றும் குவியங்கள் $(0,\pm 6)$ உள்ள அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க

140) ஹாலேயின் வால் நட்சத்திர சுற்றுப்பாதை, 36.18. விண்வெளி அலகு நீளமும் 9.12. விண்வெளி அலகுகள் அகலமும் கொண்ட நீள்வட்டம். அந்த நீள்வட்டத்தின் மையத்தொலைத்தகவு காண்க.

141) பின்வரும் ஒவ்வொன்றிற்குமான நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க :

(i) குவியங்கள் $(\pm 3,0)$ மற்றும் $e=\frac{1}{2}$

(ii) குவியங்கள் $(0,\pm 4)$ மற்றும் நெட்டச்சின் முனைகள் $(0,\pm 5)$.

(iii) செவ்வகல நீளம் 8, $e = \frac{3}{5}$ மற்றும் நெட்டச்சின் x-அச்சு.

(iv) செவ்வகல நீளம் 4, குவியங்களுக்கிடையேயான தூரம் $4\sqrt{2}$ மற்றும் நெட்டச்சு y-அச்சு.

142) பின்வரும் ஒவ்வொன்றிற்குமான அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க:

(i) குவியங்கள் $(\pm 2, 0)$, $e = \frac{3}{2}$

(ii) மையம் $(2, 1)$, ஒரு குவியம் $(8, 1)$ மற்றும் இதற்கொத்த இயக்குவரை $x=4$.

(iii) $(5, -2)$ வழிச்செல்வது மற்றும் குற்றச்சின் நீளம் 8 அலகுகள், நெட்டச்சு x-அச்சு

143) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற அதிபரவளையம் செவ்வகல நீளம் $\frac{2b^2}{a}$ என நிறுவுக.

144) பின்வரும் சமன்பாடுகளின் கூம்பு வளைவின் வகையைக் கண்டறிந்து அவற்றின் மையம், குவியங்கள், முனைகள் மற்றும் இயக்குவரைகளைக் காண்க :

$$\frac{(x-3)^2}{225} + \frac{(y-4)^2}{289} = 1$$

145) பின்வரும் சமன்பாடுகளிலிருந்து கூம்பு வளைவின் வகையைக் கண்டறிக:

1) $16y^2 = -4x^2 + 64$

2) $x^2 + y^2 = -4x - y + 4$

3) $x^2 - 2y = x + 3$

4) $4x^2 - 9y^2 - 16x + 18y - 29 = 0$

146) $x^2 + 6x + 4y + 5 = 0$ என்ற பரவளையத்திற்கு $(1, -3)$ என்ற புள்ளியில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டுச் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

147) $y^2 = 16x$ என்ற பரவளையத்திற்கு, $2x + 2y + 3 = 0$ என்ற கோட்டிற்குச் செங்குத்தான தொடுகோட்டுச் சமன்பாடு காண்க.

148) $y^2 = 8x$ என்ற பரவளையத்திற்கு $t=2$ -இல் தொடுகோட்டுச் சமன்பாடு காண்க.

குறிப்பு: துணையலகு வடிவத்தைப் பயன்படுத்துக)

149) $12x^2 - 9y^2 = 108$ என்ற அதிபரவளையத்திற்கு $\theta = \frac{\pi}{3}$ -இல்

தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டுச் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(குறிப்பு : துணையலகு வடிவத்தைப் பயன்படுத்துக)

150) $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கு ' t_1 ' மற்றும் ' t_2 ' ஆகிய புள்ளிகளில் அமையும் தொடுகோடுகள் $[at_1t_2, a(t_1 + t_2)]$. என்ற புள்ளியில் சந்திக்கின்றன என நிறுவுக.

151) $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கு ' t_1 ' என்ற புள்ளியில் வரையப்படும் செங்கோடு, பரவளையத்தை மீண்டும் ' t_2 ', என்ற புள்ளியில்

சந்திக்குமெனில், $t_2 = \left(t_1 \frac{2}{t_1}\right)$ என நிறுவுக.

152) ஒருவழிப்பாதையில் உள்ள அரை நீள்வட்ட வளைவின் உயரம் 3 மீ மற்றும் அகலம் 12 மீ. ஒரு சரக்கு வாகனத்தின் அகலம் 3 மீ மற்றும் உயரம் 2.7 மீ எனில் இந்த வாகனம் வளைவின் வழி செல்ல முடியுமா?

153) ஒரு பரவளையத் தொலைத்தொடர்பு அலைவாங்கியின் குவியம் அதன் முனையிலிருந்து 2மீ தூரத்தில் உள்ளது. முனையிலிருந்து 3மீ தூரத்தில் அலைவாங்கியின் அகலம் காண்க.

154) $y = \frac{1}{32}x^2$ என்ற சமன்பாடு சூரிய ஆற்றலுக்குப் பயன்படுத்தப்படும் பரவளைய கண்ணாடிகளின் மாதிரியைக் குறிக்கின்றது. பரவளையத்தின் குவியத்தில் வெப்பமூட்டும் குழாய் உள்ளது. இந்தக் குழாய் பரவளையத்தின் முனையிலிருந்து எவ்வளவு உயரத்தில் உள்ளது?

155) ஒரு தேடும் விளக்கு பரவளைய பிரதிபலிப்பான் கொண்டது. (குறுக்கு வெட்டு ஒரு கிண்ண வடிவம்). பரவளைய கிண்ணத்தின் விளிம்புகளுக்கு இடையே உள்ள அகலம் 40 செ.மீ மற்றும் ஆழம் 30 செ.மீ. குமிழ் குவியத்தில் பொருத்தப்பட்டுள்ளது.

(1) பிரதிபலிப்புக்குப் பயன்படுத்தப்படும் பரவளையத்தின் சமன்பாடு என்ன?

(2) ஒளி அதிகபட்சம் தூரம் தெரிவதற்கு குமிழ் பரவளையத்தின் முனையிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் பொருத்தப்பட வேண்டும்.

156) ஓர் ஒளியியல் கண்ணாடி அமைப்பின் நீள்வட்டப் பகுதிச் சமன்பாடு $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. அந்த அமைப்பின் பரவளையப் பகுதியின் குவியம் நீள்வட்டப்பகுதியின் வலப்பக்க குவியத்தில் உள்ளது. பரவளையத்தின் முனை ஆதிப்புள்ளியிலும், பரவளையம் வலப்பக்கம் திறப்புடையதாகவும் உள்ளது. இந்த பரவளையத்தின் சமன்பாட்டைத் தீர்மானிக்கவும்.

157) 34மீ நீளமுள்ள ஓர் அறை பிரதிபலிப்புக் கூரையாக கட்டப்படவுள்ளது. அந்த அறையின் கூறை நீள்வட்ட வடிவமாக படம் 5.64-ல் இருப்பது போல் உள்ளது. அந்தக் கூரையின் அதிகபட்ச உயரம் 8 மீ எனில், அதன் குவியங்கள் எங்கே அமையும் என்பதைத் தீர்மானிக்கவும்.

158) பின்வருவனவற்றிகான முனை, குவியம், இயக்குவரையின் சமன்பாடு மற்றும் செவ்வகல நீளம் காண்க:

$$x^2 = 24y$$

159) பின்வருவனவற்றிகான முனை, குவியம், இயக்குவரையின் சமன்பாடு மற்றும் செவ்வகல நீளம் காண்க:

$$y^2 = -8x$$

- 160) பின்வரும் சமன்பாடுகளின் கூம்பு வளைவின் வகையைக் கண்டறிந்து அவற்றின் மையம், குவியங்கள், முனைகள் மற்றும் இயக்குவரைகளைக் காண்க

$$\frac{(x+1)^2}{100} + \frac{(y-2)^2}{64} = 1$$

- 161) பின்வரும் சமன்பாடுகளின் கூம்பு வளைவின் வகையைக் கண்டறிந்து அவற்றின் மையம், குவியங்கள், முனைகள் மற்றும் இயக்குவரைகளைக் காண்

$$\frac{(x+3)^2}{225} - \frac{(y-4)^2}{64} = 1$$

- 162) பின்வரும் சமன்பாடுகளின் கூம்பு வளைவின் வகையைக் கண்டறிந்து அவற்றின் மையம், குவியங்கள், முனைகள் மற்றும் இயக்குவரைகளைக் காண்க

$$\frac{(y-2)^2}{25} - \frac{(x+1)^2}{16} = 1$$

- 163) ஒரு வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து அவ்வட்டத்தின் ஒரு நாணின் மையப்புள்ளிக்கு வரையப்படும் கோடு அந்நாணிற்ரு செங்குத்தாகும் என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.

- 164) ஓர் இருசமப்பக்கமுக்கோணத்தின் அடிப்பக்கத்திற்கு வரையப்படும் நடுக்கோடு, அப்பக்கத்திற்கு செங்குத்தாகும் என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.

- 165) வெக்டர் முறையில், ஓர் அரைவட்டத்தில் அமையும் கோணம் ஒரு செங்கோணம் என நிறுவுக.

- 166) ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலை விட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக இருசமக்கூறிடும் என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.

- 167) ஓர் இணைகரத்தின் மூலை விட்டங்கள் சமம் எனில், அந்த இணைகரம் ஒரு செவ்வகமாகும் என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.

- 168) வெக்டர் முறையில், AC மற்றும் BD ஆகியவற்றை

$$\text{மூலைவிட்டங்களாகக் கொண்ட நாற்கரம் ABCD-ன் பரப்பு } \frac{1}{2} \left| \vec{AC} \times \vec{BD} \right|$$

என நிறுவுக.

- 169) ஒரு துகள் (1,2,3) எனும் புள்ளியிலிருந்து (5,4,1) எனும் புள்ளிக்கு $8\hat{i}+2\hat{j}-6\hat{k}$ மற்றும் $6\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$ என்ற மாறாத விசைகளின் செயல்பாட்டினால் நகர்த்தப்பட்டால், அவ்விசைகள் செய்த மொத்த வேலையைக் காண்க.

- 170) முறையே $5\sqrt{2}$ மற்றும் $10\sqrt{2}$ அலகுகள் எண்ணளவு கொண்ட $3\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k}$ மற்றும் $10\hat{i}+6\hat{j}-8\hat{k}$ என்ற வெக்டர்களின் திசைகளில் அமைந்த விசைகள், ஒரு துகளை $4\hat{i}-3\hat{j}-2\hat{k}$ என்ற வெக்டரை நிலைவெக்டராகக் கொண்ட புள்ளியிலிருந்து $6\hat{i}+\hat{j}-3\hat{k}$ என்ற வெக்டரை நிலைவெக்டராகக் கொண்ட புள்ளிக்கு நகர்த்துகிறது எனில், அவ்விசைகள் செய்த வேலையைக் காண்க.
- 171) $3\hat{i}+4\hat{j}-5\hat{k}$ என்னும் விசை $4\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$ என்ற வெக்டரை நிலைவெக்டராகக் கொண்ட புள்ளி வழியாகச் செயல்படுகிறது எனில், $2\hat{i}-3\hat{j}+4\hat{k}$ என்ற வெக்டரை நிலைவெக்டராகக் கொண்ட புள்ளியைப் பொறுத்து அவ்விசையின் முறுக்குத் திறனின் எண்ணளவு மற்றும் திசைக்கொசைன்களைக் காண்க.
- 172) $8\hat{i}-6\hat{j}-4\hat{k}$ என்ற வெக்டரை நிலை வெக்டராகக் கொண்ட புள்ளியில் செயல்படும் $-3\hat{i}+6\hat{j}-3\hat{k}$, $4\hat{i}-10\hat{j}+12\hat{k}$ மற்றும் $4\hat{i}+7\hat{j}$ விசைகளின் திருப்புத்திறனை $18\hat{i}+3\hat{j}-9\hat{k}$ என்ற வெக்டரை நிலை வெக்டராகக் கொண்ட புள்ளியைப் பொறுத்துக் காண்க.
- 173) $\vec{b}$, $\vec{c}$ என்ற வெக்டர்களால் உருவாக்கப்படும் இணைகரத்தை அடிப்பக்கமாக எடுத்துக்கொண்டு $\vec{a} = -2\hat{i}+5\hat{j}+3\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i}+3\hat{j}-2\hat{k}$, மற்றும் $\vec{c} = -3\hat{i}+\hat{j}+4\hat{k}$ என்ற வெக்டர்களால் உருவாக்கப்படும் இணைகரத் திண்மத்தின் உயரத்தைக் காண்க.
- 174) $\vec{a} = \hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i}$ மற்றும் $\vec{c} = c_1\hat{i}+c_2\hat{j}+c_3\hat{k}$ என்க. $c_1 = 1$ மற்றும் $c_2 = 2$ எனில், $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ என்ற வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்களாக இருக்குமாறு c_3 -ன் மதிப்பினைக் காண்க.
- 175) $\vec{a}=\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$, $\vec{b}=2\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$, $\vec{c}=3\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$, எனில்
 (i) $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$
 (ii) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ ஆகியவற்றைக் காண்க.
- 176) ஏதேனும் ஒரு வெக்டர் $\vec{a}$ -க்கு, $\hat{i} \times (\vec{a} \times \hat{i}) + \hat{j} \times (\vec{a} \times \hat{j}) + \hat{k} \times (\vec{a} \times \hat{k}) = 2\vec{a}$ என நிறுவுக.
- 177) $[\vec{a} - \vec{b}, \vec{b} - \vec{c}, \vec{c} - \vec{a}] = 0$ என நிறுவுக.
- 178) $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ என்பன ஒரு தள வெக்டர்கள் எனில், $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = \vec{0}$ என நிரூபிக்க.

- 179) $\vec{a}=\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$, $\vec{b}=2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{c}=3\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ மற்றும் $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = l\vec{a} + m\vec{b} + n\vec{c}$ எனில், 1, m, n-ன் மதிப்புகளைக் காண்க.
- 180) (5,6,7) மற்றும் (7,9,13) என்ற புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் திசைக் கொசைன்களைக் காண்க. மேலும், கொடுக்கப்பட்ட இவ்விரு புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் துணை அலகு வெக்டர் சமன்பாடு, மற்றும் கார்டிசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
- 181) A (7,2,1), B (6,0,3), மற்றும் C (4,2,4) என்பன $\triangle ABC$ -ன் உச்சிகள் எனில், $\angle ABC$ -ஐக் காண்க.
- 182) $\frac{x-5}{5m+2} = \frac{2-y}{5} = \frac{1-z}{-1}$ மற்றும் $x = \frac{2y+1}{4m} = \frac{1-z}{-3}$ என்ற நேர்க்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனில், m -ன் மதிப்பைக் காண்க.
- 183) (5,2,8) என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + s(2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$ மற்றும் $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}) + t(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$ ஆகிய கோடுகளுக்குச் செங்குத்தானதுமான நேர்க்கோட்டின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டிசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
- 184) $\vec{r} = (6\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) + s(\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$ மற்றும் $\vec{r} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}) + t(2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k})$ என்பன ஒரு தளம் அமையாக் கோடுகள் எனக்காட்டுக. மேலும், அக்கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட மீச்சிறு தூரத்தைக் காண்க.
- 185) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{4}$ மற்றும் $\frac{x-3}{1} = \frac{y-m}{2} = z$ என்ற கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளும் எனில், m -ன் மதிப்பைக் காண்க.
- 186) (-1,2,1) என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் $\vec{r} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}) + t(\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு இணையானதுமான நேர்க்கோட்கோட்டின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாட்டைக் காண்க. மேலும், இக்கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட மீச்சிறு தூரத்தையும் காண்க.
- 187) (5,4,2) என்ற $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{-1}$ புள்ளியிலிருந்து என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோட்டின் அடியைக் கையக் காண்க. மேலும், இச்செங்குத்துக் கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
- 188) (6, -7, 0), (16, -19, -4), (0, 3, -6), (2, -5, 10) என்ற நான்கு புள்ளிகளும் ஒரே தளத்தில் அமையும் என நிறுவுக.
- 189) $[\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}] = [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]^2$ என நிறுவுக.

- 190) ஒரு நேர்க்கோடு $(1,2,3)$ என்ற புள்ளி வழியாகச் செல்கிறது $4\hat{i} + 5\hat{j} - 7\hat{k}$ மற்றும் என்ற வெக்டருக்கு இணையாக உள்ளது எனில், அக்கோட்டின் (i) துணை அலகு வெக்டர் சமன்பாடு (ii) துணை அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு (iii) கார்டிசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
- 191) ஒரு நேர்க்கோட்டின் துணையலகு வெக்டர் $\vec{r} = (3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}) + (2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k})$ சமன்பாடு எனில், அக்கோட்டின் (i) திசைக்கொசைன்கள் (ii) துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு (iii) கார்டிசியன் சமன்பாடுகள் ஆகியவற்றைக் காண்க.
- 192) ஒரு துகள் $(1,3,-1)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து $(4,-1,\lambda)$ - என்ற புள்ளிக்கு $(3i - 2j + 2k)$ மற்றும் $(2i + \hat{j} - \hat{k})$ என்ற விசைகளின் செயல்பாட்டினால் நகர்த்தப்படுகிறது. அவ்விசைகள் செய்த வேலை 16 அலகுகள் எனில், λ -ன் மதிப்பைக் காண்க.
- 193) $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}) + t(2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})$ என்ற கோட்டிற்கும் $(5,1,4)$ மற்றும் $(9,2,12)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டிற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.
- 194) $\frac{x-4}{2} = \frac{y}{1-2} = \frac{z+1}{-2}$ மற்றும் $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-2}{2}$ என்ற இரு நேர்க்கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட குறுங்கோணம் காண்க. இவ்விரு கோடுகளும் இணையானவையா அல்லது செங்குத்தானவையா எனக்காண்க.
- 195) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{m^2}$ மற்றும் $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{m^2} = \frac{z-1}{2}$ ஆகிய கோடுகள் ஒரே தளத்தில் அமைகின்றன எனில், m -ன் வேறுபட்ட மெய்மதிப்புக்களைக் காண்க.
- 196) $(3,4,-1)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்லும் $2x - 3y + 5z = 0$ என்ற தளத்திற்கு இணையானதுமான தளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க, மேலும், இவ்விரு தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவினைக் காண்க.
- 197) $2x+3y-z+7=0$ மற்றும் $x+y-2z+5=0$ என்ற தளங்களின் வெட்டுக்கோடு வழிச்செல்வதும் $x+y-3z-5=0$ என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தானதுமான தளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
- 198) $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}) + t(3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k})$ என்ற கோடு $x-y+z-5=0$ என்ற தளத்தை சந்திக்கும் புள்ளியின் ஆய அச்சத் தூரங்களைக் காண்க.
- 199) நிரூபிக்க. $[\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c}] = [\vec{a}\vec{b}\vec{c}]$
- 200) தரை யிலிருந்து மேல் நோக்கி சுடப்படும் ஒரு துகள் s அடி உயரத்தை t வினாடிகளில் சென்று அடைகிறது. இங்கு $s(t)=128t - 16t^2$
 (i) துகள் அடையும் அதிகபட்ச உயரத்தைக் கணக்கிடுக?
 (ii) தரையைத் தொடும் போது அதன் திசைவேகம் என்ன ?

- 201) $t \geq 0$ எனும் எந்நேரத்திலும் ஒரு துகளின் நிலை $s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 1$ எனும்படி கிடைமட்டக் கோட்டில் ஒரு துகள் நகர்கிறது. இங்கு s என்பது மீட்டரிலும் t வினாடிகளிலும் கணக்கிடப்படுகிறது.
- (i) துகள் ஓய்வடையும் போது நேரம் என்ன ?
- (ii) துகள் திசை மாறும் போது நேரம் என்ன ?
- (iii) முதல் இரு வினாடிகளில் துகள் பயணிக்கும் மொத்த தூரம் எவ்வளவு?
- 202) ஒரு குளத்தில் விழுந்த கல்லினால் போது மைய வட்டங்களின் வடிவத்தில் சிற்றலைகள் ஏற்படுகின்றது. வெளிப்புற சிற்றலையின் ஆரம் r வினாடிக்கு 2 செ.மீ வீதம் அதிகரிக்கிறது. ஆரம் 5 செ.மீ. எனும் போது கலங்கும் நீரின் பரப்பளவு மாறுவீதம் என்ன?
- 203) $x = 2\cos 3t$ மற்றும் $y = 3\sin 2t$ $t \in R$ என்ற லிசஜோஸ் வளை வரையின் மீதுள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
- 204) $y = \sin x$ என்ற வளை வரைக்கும் மிகை x -அச்சிற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.
- 205) $y = x^3 - 6x^2 + x + 3$ என்ற வளை வரைக்கு எப்புள்ளிகளில் வரையப்படும் தொடுகோடு $x + y = 1729$ என்ற கோட்டிற்கு செங்குத்தாக இருக்கும்?
- 206) கீழ்க்கண்ட வளை வரைகளின் மீது கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
 $y = x^2 - x^4$; (1,0)
- 207) கீழ்க்கண்ட வளை வரைகளின் மீது கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
 $y = x \sin x$; $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$
- 208) கீழ்க்கண்ட வளை வரைகளின் மீது கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
 $x = \cos t, y = \sin^2 t$; $t = \frac{\pi}{3}$
- 209) $y = \frac{x+1}{x-1}$ என்ற வளை வரைக்கு $x + 2y = 6$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாக உள்ள தொடுகோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
- 210) $x^2 - y^2 = r^2$ மற்றும் $xy = c^2$ என்ற வளை வரைகள் செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளும் எனக்காட்டுக. இங்கு c, r ஆகியவை மாறிலிகள்.
- 211) $x^4 - 6x^3 - 11x^2 + 24x + 28$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையின் பூச்சியமாக்கிகள் 2 மற்றும் 7 எனில், $2x^3 - 9x^2 - 11x + 12$ என்ற

பல்லுறுப்புக் கோவையின் ஒரு பூச்சியம் (2,7) என்ற இடைவெளியில் அமையும் என நிறுவுக.

212) ஒரு சுமை ஊர்தி சுங்கச் சாவடி சாலையில் மணிக்கு 80 கி.மீ வேகத்தில் செல்கிறது. அந்த சுமை ஊர்தி 2 மணி நேரத்தில் 164 கி.மீ பயணத்தை நிறைவு செய்கிறது. சுங்கச் சாவடி சாலை முடிவில் வேகக் கட்டுப்பாட்டை மீறியதற்கான அத்தாட்சி சீட்டு ஒட்டுனருக்கு வழங்கப்படுகின்றது. அவர் வேகக் கட்டுப்பாட்டை மீறியதை சராசரி மதிப்புத் தேற்றத்தின் துணை கொண்டு நியாயப்படுத்துக.

213) ரோலின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி கீழ்க்காணும் சார்புகளுக்கு x -ன் எம்மதிப்புகளில் வரையப்படும் தொடுகோடு x -அச்சிற்கு இணையாக இருக்கும்?

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x + 2}, x \in [-1, 6]$$

214) லெக்ராஞ்சியின் சராசரி மதிப்புத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி கொடுக்கப்பட்ட சார்புகளுக்கு கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளியின் முனைப் புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நாணுக்கு இணையாக ஒரு தொடுகோட்டின் தொடும் புள்ளியின் x -ன் மதிப்பைக் காண்க.

(i) $f(x) = x^3 - 3x + 2, x \in [-2, 2]$

215) $f(x) = x(x + 3)e^{\frac{\pi}{2}}$, $-3 \leq x \leq 0$ என்ற வளை வரைக்கு x -அச்சிற்கு இணையாக வரையப்படும் தொடுகோட்டின் தொடும் புள்ளியின் x -மதிப்புத் $(-3, 0)$ என்ற இடைவெளியில் அமையும் என நிறுவுக.

216) $\log(1 + x)$ -ன் மெக்லாரனின் விரிவை $x = -1$ -ல் நான்கு பூச்சியமற்ற உறுப்புகள் வரை காண்க.

217) $\frac{1}{x}$ -ன் டெய்லர் தொடரின் விரிவை $x = 2$ -ல் முதல் மூன்று பூச்சியமற்ற உறுப்புகள் வரை காண்க.

218) கீழ்க்காணும் சார்புகளுக்கு மெக்லாரனின் விரிவைக் காண்க:
 $\cos x$

219) கீழ்க்காணும் சார்புகளுக்கு மெக்லாரனின் விரிவைக் காண்க:
 $\log(1 - x); -1 \leq x < 1$

220) கீழ்க்காணும் சார்புகளுக்கு மெக்லாரனின் விரிவைக் காண்க:
 $\cos^2 x$

221) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos m\theta}{1 - \cos n\theta} \right) = 1$ எனில், $m = \pm n$ என நிறுவுக.

222) மதிப்பிடுக : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$.

223) மதிப்பிடுக : $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \log x$.

224) கீழ்க்காணும் எல்லைகளை , தேவைப்படும் இடங்களில் லோபிதாலின் விதியை பயன்படுத்தி காண்க :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$$

225) கீழ்க்காணும் எல்லைகளை , தேவைப்படும் இடங்களில் லோபிதாலின் விதியை பயன்படுத்தி காண்க :

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{2}{x^2-1} - \frac{x}{x-1} \right)$$

226) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ என்ற சார்பிற்கு $[-3,2]$ என்ற இடைவெளியில் மீப்பெரு பெரும மற்றும் மீச்சிறு சிறும மதிப்புகளைக் காண்க.

227) $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$, எனவே $f'(x) = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3x^{\frac{1}{3}}}$, $f'(x) \neq 0 \forall x \in R$ மற்றும் $f(x)$ ஆனது $x =$

0 -வில் காணத்தக்கது அல்ல. எனவே , இச்சார்பிற்கு தேக்க நிலைப்புள்ளிகள் இல்லை . ஆனால் $x = 0$ -வில் நிலைப்புள்ளி உள்ளது.

228) கீழ்க்காணும் சார்புகளுக்கு கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளிகளில் மீப்பெரு மற்றும் மீச்சிறு அறுதி மதிப்புகளை காண்க.

$$f(x) = x^2 - 12x + 10 ; [1,2]$$

229) கீழ்க்காணும் சார்புகளுக்கு கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளிகளில் மீப்பெரு மற்றும் மீச்சிறு அறுதி மதிப்புகளை காண்க.

$$f(x) = 6x^{\frac{4}{3}} - 3x^{\frac{1}{3}} [-1,1]$$

230) $x^2 y^2$ -ன் இடஞ்சார்ந்த பெறும மற்றும் சிறும மதிப்புகளை $x + y = 10$ என்ற கோட்டின் மீது காண்க.

231) கீழ்க்காணும் சார்புகளுக்கு குழிவு இடைவெளிகள் மற்றும் வளைவு மாற்றப் புள்ளிகளைக் காண்க:

$$f(x) = \sin x + \cos x, 0 < x < 2\pi$$

232) $f(x) = \frac{2x^2-8}{x^2-16}$ என்ற வளைவரையின் தொலைத் தொடுகோடுகளைக் காண்க.

233) கீழ்க்காணும் வளைவரைகளுக்கு தொலைத்தொடுகோடுகளைக் காண்க:

$$f(x) = \frac{x^2-6x-1}{x+3}$$

234) மதிப்பிடுக. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\tan x)^{\cos x}$

235) மதிப்பிடுக: $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x}}$

236) $f(x) = \sqrt{1+x}, x \geq -1$ என்ற சார்பிற்கு நேரியல் தோராய மதிப்பை $x_0 = 3$ இல் காண்க . இதைப் பயன்படுத்தி $f(3.2)$ -ஐ மதிப்பிடுக.

237) ஒரு வட்ட வடிவ தகட்டின் ஆரம் 12.65 செமீ-க்குப் பதிலாக 12.5 செமீ என அளக்கப்படுகின்றது எனில் அதன் பரப்பு கணக்கிடுவதில் பின்வருவனவற்றை காண்க:

(i) தனிப்பிழை

(ii) சார்பிழை

(iii) சதவீதப்பிழை

238) பனிக்கட்டியிலான ஒரு கோளத்தின் ஆரம் 10 செமீ. அதன் ஆரம் 10 செமீலிருந்து 9.8 செமீ-ஆக குறைகின்றது. பின்வருவனவற்றின் தோராய மதிப்பினைக் காண்க:

(ii) வளைபரப்பில் ஏற்படும் மாற்றம்

239) 1 நீளம் உள்ள ஒரு தனி ஊசலின் முழு அலைவு நேரம் T என்பது $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது, இங்கு g ஒரு மாறிலி. 1 -ல் ஏற்படும் 2

சதவீதப் பிழைக்கு ஏற்ப T -ன் கணக்கீட்டில் ஏற்படும் தோராய சதவீதப் பிழையைக் காண்க.

240) ஒர் எண்ணின் n -ஆம் படி மூலம் கணக்கிடப்படும் போது ஏற்படும் சதவீதப் பிழை தோராயமாக , அந்த எண்ணின் சதவீதப் பிழையின் $\frac{1}{n}$ மடங்கு ஆகும் எனக்காட்டுக.

241) பின்வரும் சார்புகளுக்கு வகையீடு dy காண்க
 $y = ex^{2-5x+7} \cos(x^2-1)$

242) $\log_{10} e = 0.4343$ எனக்கொண்டு $\log_{10} 1003$ -ன் தோராய மதிப்பைக் காண்க.

243) ஒரு குறிப்பிட்ட பறவையின் முட்டை கிட்டத்தட்ட கோள வடிவமாக உள்ளது. முட்டையின் ஆரம் ஓட்டிற்கு உள்ளே 5 மிமீ ஆகவும் ஓட்டிற்கு வெளியே 5.3 மிமீ ஆகவும் உள்ளது எனில் ஓட்டின் தோராய கன அளவைக் காண்க.

244) ஒரு மனிதன் x மணி நேரத்தில் கற்கும் y வார்த்தைகளுக்கான தொடர்பு $y=52 \sqrt{x}$, $0 \leq x \leq 9$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. x -ன் மதிப்பு பின்வருமாறு மாறும்போது கற்றல் வார்த்தைகளின் எண்ணிக்கையில் ஏற்படும் தோராய மாற்றத்தைக் காண்க.

(i) 1 இலிருந்து 1.1 மணி? (ii) 4 இலிருந்து 4.1 மணி?

245)

எல்லை மதிப்பு இருக்குமானால், $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \cos \left(\frac{e^x \sin y}{y} \right)$ -ஐ

மதிப்பிடுக

246) அனைத்து $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ -க்கும் $F(x, y) = x^3 y + y^2 x + 7$ எனில் $\frac{\partial F}{\partial x}(-1, 3)$ மற்றும் $\frac{\partial F}{\partial y}(-2, 1)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

247) அனைத்து $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ -க்கும் $w(x, y) = xy + \frac{e^y}{y^2 + 1}$ எனில் $\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x}$ மற்றும் $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$ காண்க.

248) பின்வரும் சார்புகளுக்கு கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளில் பகுதி வகைக்கெழுக்கள் காண்க.
 $f(x, y) = 3x^2 - 2xy + y^2 + 5x + 2, (2, -5)$

249) $U(x, y, z) = x^2 - xy + 3\sin z, x, y, z \in \mathbb{R}$ எனில் $(2, -1, 0)$ இல் U இன் நேரியல் தோராய மதிப்பு காண்க.

250) $V(x, y, z) = xy + yz + zx, x, y, z \in \mathbb{R}$ எனில் வகையீடு dV -ஐக் காண்க .

251) $F(x, y) = x^2 - 2y^2 + 2xy$ மற்றும் $x(t) = \cos t, y(t) = \sin t, t \in [0, 2\pi]$ என்ற சார்பிற்கு மேற்கண்ட தேற்றத்தைச் சரிபார்க்கவும்.

252) $g(x, y) = x^3 - yx + \sin(x+y), x(t) = e^{3t}, y(t) = t^2, t \in \mathbb{R}$ எனில் $\frac{dg}{dt}$ -ஐக் காண்க.

253) $f(x, y) = x^3 - x^2 y + xy^2 + y^3$ என்ற சார்பு சமபடித்தானது என நிறுவுக. f -ன் படியைக் கணக்கிட்டு f -க்கு ஆய்லரின் தேற்றத்தைச் சரிபார்க்க.

254) $g(x, y) = x \log\left(\frac{y}{x}\right)$ என்ற சார்பு சமபடித்தானது என நிறுவுக; g -ன் படியைக் கணக்கிட்டு, g -க்கு ஆய்லரின் தேற்றத்தைச் சரிபார்க்க.

255) $u(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x+y}}$ எனில் $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{3}{2}u$ என நிறுவுக.

256) ஆய்லரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றை நிறுவுக

$$u = \tan^{-1}\left(\frac{x^3 + y^3}{x - y}\right) \text{ எனில் } x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u \text{ என நிறுவுக.}$$

257) $u = \sin 3x \cos 4y$ எனில் $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$ சரிபார்க்க.

258) $u = e^{2(x-y)}$ எனில், $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = u \log u$ என நிறுவுக.

259) கூட்டலின் எல்லையாக $\int_0^1 x dx$ - ஐ மதிப்பிடுக.

260) மதிப்பிடுக : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sec x \tan x}{1 + \sec^2 x} dx$.

261) மதிப்பிடுக : $\int_1^2 \frac{x}{(x+1)(x+2)} dx$

262) மதிப்பிடுக : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \theta}{(1+\sin \theta)(2+\sin \theta)} d\theta$

263) மதிப்பிடுக : $\int_{-4}^4 |x+3| dx$.

264) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x} = \frac{1}{ab} \tan^{-1} \left(\frac{a}{b} \right)$, இங்கு $a, b > 0$ என நிறுவுக.

265) மதிப்பிடுக : $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x \cos x dx$.

266) மதிப்பிடுக : $\int_2^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{5-x} + \sqrt{x}} dx$.

267) பின்வரும் வரையறுத்த தொகையிடலின் மதிப்பு காண்க :

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}$$

268) பின்வரும் வரையறுத்த தொகையிடலின் மதிப்பு காண்க :

(iv) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \left(\frac{1+\sin x}{1+\cos x} \right) dx$

269) பின்வரும் வரையறுத்த தொகையிடலின் மதிப்பு காண்க :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos \theta} \sin^3 \theta d\theta$$

270) பின்வரும் வரையறுத்த தொகையிடலின் மதிப்பு காண்க :

$$\int_0^1 \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} dx$$

271) பின்வரும் வரையறுத்த தொகையிடல்களை, தொகையிடலின் பண்புகளைப் பயன்படுத்தி மதிப்பு காண்க:

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (x^5 + x \cos x + \tan^3 x) dx$$

272) பின்வரும் வரையறுத்த தொகையிடல்களை, தொகையிடலின் பண்புகளைப் பயன்படுத்தி மதிப்பு காண்க:

$$\int_0^1 |5x - 3| dx$$

273) மதிப்பிடுக : $\int_0^1 e^{-2x} (1+x-2x^3) dx$.

274) பின்வருவனவற்றை மதிப்பிடுக:

$$\int_0^1 \frac{\sin(3 \tan^{-1} x) \tan^{-1} x}{1+x^2} dx$$

275) பின்வருவனவற்றை மதிப்பிடுக:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{5 + 4\sin^2 x}$$

276) பின்வருவனவற்றை மதிப்பிடுக:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + 5\cos^2 x}$$

277) பின்வருவனவற்றை மதிப்பிடுக

$$\int_0^{\pi} \sin^6 2x \, dx$$

278) பின்வருவனவற்றை மதிப்பிடுக $\int_0^{\pi} \sin^5 3x \, dx$

279) பின்வருவனவற்றை மதிப்பிடுக

$$i) \int_0^{2x} \sin^7 \frac{x}{4} \, dx$$

280) பின்வருவனவற்றை மதிப்பிடுக

$$(vii) \int_0^{\pi} \sin^3 \theta \cos^5 \theta \, d\theta$$

281) $7x - 5y = 35$, x - அச்ச மற்றும் கோடுகள் $x = -2$ மற்றும் $x = 3$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

282) $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கும் அதன் செவ்வகலத்திற்கும் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

283) $y = \tan x$, $y = \cot x$ மற்றும் கோடுகள் $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$ $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 0$

ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

284) கூட்டலின் எல்லையாக $\int_0^1 x^3 \, dx$ ஐ மதிப்பிடுக

285) மதிப்பிடுக $\int_0^3 (3x^2 - 4x + 5) \, dx$

286) மதிப்பிடுக: $\int_0^{\pi} (\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}) \, dx$

287) மதிப்பிடுக: $\int_0^{\pi/2} \frac{\tan^7 x}{\cot^7 x + \tan^7 x} \, dx$

288) ஒரு கோள வடிவ மழைத்துளியானது அதன் வளைபரப்பின் மாறுவீதத்திற்கு நேர்விகிதத்தில் ஆவியாகிறது. மழைத்துளியின் ஆரத்தின் மாறுவீதத்தை உள்ளடக்கிய வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டை உருவாக்குக.

289) $y = A \cos x + B \sin x$ எனும் சமன்பாட்டிலிருந்து A, B எனும் மாறிலிகளை நீக்கி வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டை உருவாக்குக.

290) ஒரு தளத்தில் கிடைமட்டம் அல்லாத நேர்க்கோடுகள் ஆகிய தொகுப்புகளின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

291) $x^2 + y^2 = r^2$ எனும் வட்டத்தைத் தொடும் எல்லா நேர்க்கோடுகளின் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

292) ஆதிப்புள்ளி வழியாகச் செல்லும், மையத்தினை x -அச்சின் மீது கொண்ட எல்லா வட்டங்களின் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

293) $xy = ae^x + be^{-x} + x^2$ எனும் சமன்பாட்டால் குறிப்பிடப்படும் வளைவரையின் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

294) $y = 2(x^2 - 1) + Ce^{-x^2}$ என்பது $\frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^3 = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வாகும் எனக்கட்டுக.

295) $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, $x > 0$ என்பது $x^2 y' + xy' + y = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வாகும் எனக்காட்டுக.

296) தீர்க்க $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} = 1 + y^2$.

297) பின்வரும் வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகளின் தீர்வுகளைக் காண்க:

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$$

298) பின்வரும் வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகளின் தீர்வுகளைக் காண்க:

$$y dx + (1+x^2) \tan^{-1} x dy = 0$$

299) பின்வரும் வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகளின் தீர்வுகளைக் காண்க:

$$\frac{dy}{dx} = e^{x+y} + x^3 e^y$$

300) தீர்வு காண்க: $\frac{dy}{dx} + 2y = e^{-x}$.

301) $y = A \cos 2x - B \sin 2x$ என்பது $\frac{d^2 y}{dx^2} + 4y = 0$ என்ற வகைக்கெழுச்

சமன்பாட்டிற்கு பொதுத்தீர்வாகுமா என்பதைச் சரிபார்க்க.

302) சீரான இரு பகடைகள் உருட்டப்படுவதாகக் கொள்வோம். X என்பது இரு பகடையின் கிடைக்கும் எண்களின் மொத்தக் கூட்டுத் தொகை எனில், (i) கூறுவெளி (ii) X எனும் சமவாய்ப்பு மாறி எடுக்கும் மதிப்புகள், (iii) 10-இன் நேர்மாறு பிம்பம், மற்றும் (iv) X-ன் நேர்மாறு பிம்பத்தில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைக் காண்க.

303) 6 சிவப்பு மற்றும் 8 கருப்பு பந்துகள் உள்ள ஒரு கொள்கலனிலிருந்து இரு பந்துகள் சீரான முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன. அவ்வாறு தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒவ்வொரு சிவப்பு பந்திற்கும் ரூ . 15 வெல்வதாகவும் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒவ்வொரு கருப்பு பந்திற்கும் ரூ . 10 தோற்பதாகவும் கொள்க . வெல்லும் தொகையை X குறிப்பதாகக் கொண்டால் X -இன் மதிப்புகளையும் மற்றும் அதன் நேர்மாறு பிம்பங்களில் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையையும் காண்க.

304) ஆறு பக்க பகடை ஒன்றின் ஒரு பக்கத்தில் '2' எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் இரண்டு பக்கங்களில் '3' எனவும், மீதமுள்ள மூன்று பக்கங்களில் '4' எனவும் உள்ளது. இருமுறை பகடை உருட்டப்படுகிறது. X என்பது இரு உருட்டல்களில் கிடைக்கும் எண்களின் கூட்டுத்தொகையை குறிக்கிறது எனில், X -இன் மதிப்புகளையும் மற்றும் அதன் நேர்மாறு பிம்பங்களில் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையையும் காண்க.

305) ஒரு தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறி 0, 1, மற்றும் 2 மதிப்புகளை மட்டுமே கொள்ளும் என்க .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 1}{k} & , x = 0, 1, 2 \\ 0 & \text{X-இன் பிற மதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$$

என வரையறுக்கப்பட்ட நிகழ்தகவு நிறை சார்பிற்கு

(i) k-இன் மதிப்பு (ii) குவிவு பரவல் சார்பு (iii) $P(X \geq 1)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

306) சமவாய்ப்பு மாறி X -யின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 < x < 1 \\ 2 - x & 1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{பிற மதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$$

(i) $P(0.2 \leq X < 0.6)$ (ii) $P(1.2 \leq X \leq 1.8)$ (iii) $P(0.5 \leq X < 1.5)$ ஆகியவற்றைக் காண்க

307) நான்கு சிவப்பு பந்துகள் மற்றும் மூன்று கருப்பு பந்துகள் கொண்ட ஒரு கூடையிலிருந்து பதிலீடாக இடாது அடுத்தடுத்து இரு பந்துகள் வெளியில் எடுக்கப்படுகின்றன. சிவப்பு பந்து வெளியில் எடுக்கும் சாத்திய கூறுகளை X என்க . X-ன் நிகழ்தகவு நிறை சார்பையும் சராசரியையும் காண்க.

308) நான்கு சீரான நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப்படுகின்றன. தலைகளின் எண்ணிக்கை நிகழ்விற்கு நிகழ்தகவு நிறை சார்பு, சராசரி, மற்றும் பரவற்படி காண்க.

309) 600 டிக்கெட்டுகள் கொண்ட ஒரு லாட்டரியில் ஒரு பரிசு ரூ. 200 -க்கும் நான்கு பரிசுகள்

ரூ. 100 -க்கும், ஆறு பரிசுகள் ரூ. 50 -க்கும் எனக்கொடுக்கிறது. டிக்கெட் செலவு ரூ. 2 என்றால், ஒரு டிக்கெட்டின் எதிர்பார்க்கப்படும் வெற்றி தொகையைக் கண்டறியவும்.

- 310) பத்து வினாக்கள் கொண்ட ஒரு பல்வாய்ப்புத் தேர்வில், ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் நான்கு கவனச் சிதறல் விடைகளில் ஒன்று சரியான விடையாகும். ஊகத்தின் அடிப்படையில் ஒரு மாணவர் விடையளிக்கிறார் என்க . சரியான விடைகளின் எண்ணிக்கையை X குறிக்கிறது எனில், (i) ஈருறுப்பு பரவல் (ii) மாணவர் ஏழு சரியான விடைகள் அளிப்பதற்கான நிகழ்தகவு (iii) குறைந்தபட்சம் ஒரு விடை சரியானதாக இருக்க நிகழ்தகவு ஆகியவற்றைக் காண்க.
- 311) ஓர் ஈருறுப்பு மாறி X யின் சராசரி மற்றும் பரவற்படி முறையே 2 மற்றும் 1.5 ஆகும். காண்க. (i) $P(X = 0)$ (ii) $P(X = 1)$ (iii) $P(X \geq 1)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.
- 312) ஓர் ஈருறுப்பு சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் சராசரி மற்றும் திட்ட விலக்கம் முறையே 6 மற்றும் 2 ஆகும். (i) நிகழ்தகவு நிறை சார்பு (ii) $P(X = 3)$ (iii) $P(X \geq 2)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.
- 313) $4P(X = 4) = P(X = 2)$ மற்றும் $n = 6$ எனும்படி உள்ள $X \sim B(n, p)$ -ன் பரவலின், சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் ஆகியவற்றைக் காண்க
- 314) 5 சார்பற்ற சோதனைகளை உடைய ஒரு ஈருறுப்பு பரவலின் 1 மற்றும் 2 வெற்றிக்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே 0.4096 மற்றும் 0.2048 ஆகும். ஈருறுப்பு பரவலின் சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க.
- 315) நான்கு நாணயங்கள் ஒரே சமயத்தில் சுண்டப்படுகின்றன. (i) சரியாக 2 தலைகள் (ii) குறைந்தபட்சம் 2 தலைகள் (iii) அதிகபட்சம் 2 தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
- 316) $\mathbb{Z}$ என்ற கணத்தில் '+' என்ற ஈருறுப்புச் செயலி கொண்டு (i) அடைவுப் பண்பு (ii) பரிமாற்றுப் பண்பு (iii) சேர்ப்புப் பண்பு (iv) சமனிப் பண்பு மற்றும் (v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவைகளைப் பெற்றுள்ளதா எனச் சரிபார்க்க .
- 317) கொடுக்கப்பட்ட கணத்தின்மீது பின்வரும் செயலியானது (i) அடைவுப் பண்பு (ii) பரிமாற்றுப் பண்பு மற்றும் (iii) சேர்ப்புப் பண்பு ஆகியவைகளைக் கொண்டுள்ளதா எனச் சரிபார்க்க .
 $(a * b) = a^b; \forall a, b \in \mathbb{N}$ (அடுக்குக்குறி பண்பு)
- 318) R -ன் மீது * ஆனது $(a * b) = a + b + ab - 7$ என வரையறுக்கப்பட்டால் * ,
 R -ன் மீது அடைவு பெற்றுள்ளதா? அவ்வாறெனில் $3 * \left(\frac{-7}{15}\right)$ காண்க.
- 319) * என்ற ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி Q -ன் மீது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது இந்த * ஆனது, அடைவுப் பண்பு, பரிமாற்றுப்

பண்பு, சேர்ப்புப் பண்பு ஆகியவற்றை நிறைவு செய்கிறது எனச்

$$\text{சோதிக்க } a * b = \left(\frac{a+b}{2} \right); \forall a, b \in Q$$

320) * ஆனது, சமனிப் பண்பு மற்றும் எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவை , Q -

$$\text{ன் மீது உண்மையாகுமா எனச் சோதிக்க } a * b = \left(\frac{a+b}{2} \right); \forall a, b \in Q.$$

321) பின்வரும் கூட்டு கூற்றுகளில் எவைகள் மெய்மம் அல்லது முரண்பாடுகள் அல்லது நிச்சயமின்மை என்று காண்க.

$$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$$

322) பின்வரும் கூட்டு கூற்றுகளில் எவைகள் மெய்மம் அல்லது முரண்பாடுகள் அல்லது நிச்சயமின்மை என்று காண்க.

$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow q)$$

323) $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ எனக் காட்டுக.

324) $\neg(p \rightarrow q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ எனக் காட்டுக.

325) $q \rightarrow p \equiv \neg p \rightarrow \neg q$ என நிறுவுக.

326) $p \rightarrow q$ மற்றும் $q \rightarrow p$ ஆகியவைகள் சமானமற்றவை எனக் காட்டுக.

327) $\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$ எனக் காட்டுக.

328) மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தாமல் $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ என்பது ஒரு மெய்மம் அல்லது ஒரு முரண்பாடு எனச் சோதிக்க.

329) மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தாமல் $p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$ என நிரூபிக்க.

330) $p \rightarrow (\neg q \vee r) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r)$ என்பதை மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.
