RAVI MATHS TUITION CENTER, NEAR VILLIVAKKAM RLY STATION, CHENNAI – 82.
WHATSAPP - 8056206308

வெக்டர் இயற்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள் 8

12th Standard

கணிதவியல்

Exam Time : 02:30:00 Hrs　　　　Total Marks : 100

20 x 1 = 20

1) $\vec{a}\times\vec{b}, \vec{b}\times\vec{c}, \vec{c}\times\vec{a}$ ஆகியவற்றை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு 8 கன அலகுகள் எனில், $(\vec{a}\times\vec{b})\times(\vec{b}\times\vec{c})\times(\vec{b}\times\vec{c})\times(\vec{c}\times\vec{a})$ மற்றும் $(\vec{c}\times\vec{a})\times(\vec{a}\times\vec{b})$ ஆகியவற்றை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு
(a) 8 கன அலகுகள்　(b) 512 கன அலகுகள்　(c) 64 கன அலகுகள்　(d) 24 கன அலகுகள்

2) $\vec{a}.\vec{b}=\vec{b}.\vec{c}=\vec{c}.\vec{a}=0$ எனில் $\left[\vec{a},\vec{b},\vec{c}\right]$ ன் மதிப்பு
(a) $|\vec{a}|\left|\vec{b}\right||\vec{c}|$　(b) $\frac{1}{3}|\vec{a}|\left|\vec{b}\right||\vec{c}|$　(c) 1　(d) -1

3) $\vec{b}$ க்கு செங்குத்தாகவும் $\vec{c}$ க்கு இணையாகவும் உள்ள வெக்டர் $\vec{a}$ என்றவாறுள்ள ஓரலகு வெக்டர்கள் $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ எனில் $\vec{a}\times\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)$ க்குச் சமமானது
(a) $\vec{a}$　(b) $\vec{b}$　(c) $\vec{b}$　(d) $\vec{0}$

4) $\vec{r}=(\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k})+t(2\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k})$ என்ற கோட்டிற்கும் $\vec{r}.(\hat{i}+\hat{j})$ +4 = 0 என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம்
(a) 0°　(b) 30°　(c) 45°　(d) 90°

5) $\left[\vec{a},\vec{b},\vec{c}\right]$ =1 எனில் $\frac{\vec{a}.\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)}{(\vec{c}\times\vec{a}).\vec{b}}+\frac{\vec{b}.(\vec{c}\times\vec{a})}{\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\vec{c}}+\frac{\vec{c}.\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)}{(\vec{c}\times\vec{c}).\vec{b}}$ ன் மதிப்பு
(a) 1　(b) -1　(c) 2　(d) 3

6) ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து 3x 6y + 2z + 7 =0 என்ற தளத்திற்கு உள்ள தொலைவு
(a) 0　(b) 1　(c) 2　(d) 3

7) ஒரு கோட்டின் திசைக்கொசைன்கொசைன்கள் $\frac{1}{c},\frac{1}{c},\frac{1}{c}$ எனில்,
(a) c $\pm$ 3　(b) c $\pm\sqrt{3}$　(c) c > 0　(d) 0 < c < 1

8) $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ என்பன $\vec{a}\times\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)=\frac{\vec{b}+\vec{c}}{\sqrt{2}}$ எனுமாறுள்ள ஒரு தளம் அமையா மூன்று வெக்டர்கள் எனில்,$\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ ஆகியவற்றுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்
(a) $\frac{\pi}{2}$　(b) $\frac{3\pi}{4}$　(c) $\frac{\pi}{4}$　(d) π

9) $\vec{r}=\left(\hat{i}-2\hat{j}-\hat{k}\right)+t\left(6\hat{i}-\hat{k}\right)$ என்ற வெக்டர் சமன்பாடு குறிக்கும் நேர்க்கோட்டின் மீது உள்ள புள்ளிகள்
(a) (0,6,-1) மற்றும் (1,2,1)　(b) (0,6,-1) மற்றும் (-1,-4,-2)　(c) (1,-2,-1) மற்றும் (1,4,-2)　(d) (1,2,1) மற்றும் (0,6,1)

10) ஆதியிலிருந்து $2x+3y+\lambda z=1$,$\lambda>0$ என்ற தளத்திற்கு வரை வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளம் $\frac{1}{5}$ எனில் λ -ன் மதிப்பு

(a) $2\sqrt{3}$ (b) $3\sqrt{2}$ (c) 0 (d) 1

11) $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ என்பன மூன்று ஒரு தளம் அமையா வெக்டர்கள் மற்றும் $\vec{p},\vec{q},\vec{r}$ வெக்டர்கள் வரையறுக்கப்படும் தொடர்புகள் $\vec{p}=\frac{\vec{b}\times\vec{c}}{[\vec{a}\vec{b}\vec{c}]}$,

$\vec{q}=\frac{\vec{c}\times\vec{a}}{[\vec{a}\vec{b}\vec{c}]},\vec{r}=\frac{\vec{a}\times\vec{b}}{[\vec{a}\vec{b}\vec{c}]}$ பிறகு மதிப்பு

$\left(\vec{a}+\vec{b}\right).\vec{p}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right).\vec{q}+(\vec{c}+\vec{a}).\vec{r}=$

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

12) $\left(\hat{i}+\hat{j}\right)$ மற்றும் $\left(\hat{j}+\hat{k}\right)$ வெக்டர்களின் செங்குத்து வெக்டர்களின் எண்ணிக்கை

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) ∞

13) $\vec{a}=3\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$ மற்றும் $\vec{b}=\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k}$ வை மூலைவிட்டங்களாக கொண்ட இணைகரத்தின் பரப்பு

(a) 4 (b) $2\sqrt{3}$ (c) $4\sqrt{3}$ (d) $5\sqrt{3}$

14) $\vec{a},\vec{b}$ மற்றும் $\vec{c}$ ஏதேனும் மூன்று வெக்டர்கள் எனில் $\vec{a}\times\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)=\vec{a}\times\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)$ மட்டும்

(a) $\vec{b}$, $\vec{c}$ ஒரு கோட்டமைவன (b) $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{c}$ ஒரு கோட்டமைவன (c) $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ ஒரு கோட்டமைவன (d) இவற்றுள் ஏதுமில்லை

15) $3\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k}$ மற்றும் z - அச்சுக்கு இடையேயான கோணம்

(a) 30^0 (b) 60^0 (c) 45^0 (d) 90^0

16) P என்ற புள்ளியின் நிலை வெக்டர் OP ஆனது X மற்றும் Y அச்சுடன் முறையே 60^0 மற்றும் 45^0 கோணத்தை ஏற்படுத்துகிறது. சாய்வு $\overrightarrow{OP}$ z அச்சுடன் ஏற்படுத்தும் கோணம்.

(a) 75^0 (b) 60^0 (c) 45^0 (d) 3

17) 2x + y - z = 9 மற்றும் x + 2y + z = 7 தளங்களுக்கு இடையேயான கோணம் ________________

(a) $\cos^{-1}(5/6)$ (b) $\cos^{-1}(5/36)$ (c) $\cos^{-1}(1/2)$ (d) $\cos^{-1}(1/12)$

18) வெக்டர்கள் $\hat{i}-\hat{j}$ மற்றும் $\hat{j}-\hat{k}$ க்கு இடையேயான கோணம் ________________

(a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{-2\pi}{3}$ (c) $\frac{-\pi}{3}$ (d) $\frac{2\pi}{3}$

19) வெக்டர்கள் $\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}$, $-\hat{i}+2\hat{k}$ மற்றும் $2\hat{i}+x\hat{j}-y\hat{k}$ ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து எனில் x, y, z - ன் மதிப்புகள்

(a) (10, 4, 1) (b) (-10, 4, 1) (c) (-10, -4, $\frac{1}{2}$) (d) (-10, 4, $\frac{1}{2}$)

20) $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2+\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2$ என்பதன் மதிப்பு

(a) $2\left(|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2\right)$ (b) $4\vec{a}.\vec{b}$ (c) $2\left(|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2\right)$ (d) $4|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2$

10 x 2 = 20

21) $\vec{a}$ = $\hat{i}$ -2$\hat{j}$+3$\hat{k}$, $\vec{b}$ = 2$\hat{i}$ +$\hat{j}$-2$\hat{k}$, $\vec{c}$ = 3$\hat{i}$ +2$\hat{j}$+$\hat{k}$, எனில் $\vec{a}.\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)$ காண்க.

22) $\vec{a}=2\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k}$, $\vec{b}=3\hat{i}+5\hat{j}+2\hat{k}$, $\vec{c}=-\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$, எனில்

(i) $\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\times\vec{c}=(\vec{a}.\vec{c})\,\vec{b}-\left(\vec{b}.\vec{c}\right)\vec{a}$

(ii) $\vec{a}\times\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)=(\vec{a}.\vec{c})\,\vec{b}-\left(\vec{a}.\vec{b}\right)\vec{c}$ என்பவற்றைச் சரிபார்க்க.

23) பின்வரும் கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட குறுங்கோணம் காண்க.

$\vec{r}=(4\hat{i}-j)+t(\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}),\vec{r}=(\hat{i}-2\hat{j}+4\hat{k})+s(-\hat{i}-2\hat{j}+2\hat{k})$.

24) 12x+3y-4z=65 என்ற தளத்தின் செங்குத்தின் திசைக்கொசைன்களைக் காண்க. மேலும், தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் ஆதியில் இருந்து தளத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளம் காண்க.

25) $\vec{a}=-3\hat{i}-\hat{j}+5\hat{k},\vec{b}=\hat{i}-2\hat{j},\vec{c}=4\hat{j}-5\hat{k}$ எனில்,

$\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})$ -ஐக் காண்க.

26) A (6,7,5) மற்றும் B(8,10,6) என்ற புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லும் நேர்க்கோடானது C(10,2,5) மற்றும் D(8,3,4) என்ற புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லும் நேர்க்கோட்டிற்குச் செங்குத்தானது என நிறுவுக.

27) $\vec{r}.(\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k})$ மற்றும் 2x - 2y + z =2 என்ற தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

28) $\vec{r}=(2\hat{i}+3\hat{j}+\hat{k})+t(\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$ என்ற கோட்டிற்கும் 2x-y+z=5 என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

29) பின்வரும் கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட குறுங்கோணம் காண்க.

$\frac{x+4}{3}=\frac{y-7}{4}=\frac{z+5}{5},\vec{r}=4\hat{k}+t(2\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$

30) $\frac{x-3}{-4}=\frac{y-4}{-7}=\frac{z-3}{12}$ என்ற கோடு 5x - y + z = 8 என்ற தளத்தில் அமையுமா எனச்சரிபார்க்க

10 x 3 = 30

31) ஒரு வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து அவ்வட்டத்தின் ஒரு நாணின் மையப்புள்ளிக்கு வரையப்படும் கோடு அந்நாணிற்கு செங்குத்தாகும் என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.

32) ஓர் இணைகரத்தின் மூலை விட்டங்கள் சமம் எனில், அந்த இணைகரம் ஒரு செவ்வகமாகும் என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.

33) முறையே $5\sqrt{2}$ மற்றும் $10\sqrt{2}$ அலகுகள் எண்ணளவு கொண்ட $3\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k}$ மற்றும் $10\hat{i}+6\hat{j}-8\hat{k}$ என்ற வெக்டர்களின் திசைகளில் அமைந்த விசைகள், ஒரு துகளை $4\hat{i}-3\hat{j}-2\hat{k}$ என்ற வெக்டரை நிலைவெக்டராகக் கொண்ட புள்ளியிலிருந்து $6\hat{i}+\hat{j}-3\hat{k}$ என்ற வெக்டரை நிலைவெக்டராகக் கொண்ட புள்ளிக்கு நகர்த்துகிறது எனில், அவ்விசைகள் செய்த வேலையைக் காண்க.

34) $\vec{a}=\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{b}=\hat{i}$ மற்றும் $\vec{c}=c_1\hat{i}+c_2\hat{j}+c_3\hat{k}$ என்க. $c_1=1$ மற்றும் $c_2=2$ எனில், $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ என்ற வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்களாக இருக்குமாறு c_3 -ன் மதிப்பினைக் காண்க.

35) ஏதேனும் ஒரு வெக்டர் $\vec{a}$ -க்கு,

$\hat{i}\times\left(\vec{a}\times\hat{i}\right)+\hat{j}\times\left(\vec{a}\times\hat{j}\right)+\hat{k}\times\left(\vec{a}\times\hat{k}\right)=2\vec{a}$ என நிறுவுக.

36) $\left[\vec{a}-\vec{b},\quad\vec{b}-\vec{c},\quad\vec{c}-\vec{a}\right]=0$ என நிறுவுக.

37) A (7,2,1), B (6,0,3), மற்றும் C (4,2,4) என்பன Δ ABC -ன் உச்சிகள் எனில், $\angle$ ABC -ஐக் காண்க.

38) x+1=2y=-12z மற்றும் x=y+2=6z-6 என்ற கோடுகள் ஒரு தளம் அமையாக் கோடுகள் எனக் காட்டி, அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட மீச்சிறு தூரத்தையும்

காண்க.

39) $\left[\vec{a}\times\vec{b},\vec{b}\times\vec{c},\vec{c}\times\vec{a}\right]=\left[\vec{a},\vec{b},\vec{c}\right]^2$ என நிறுவுக.

40) (-4,2,-3) என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் $\frac{-x-2}{4}=\frac{y+3}{-2}=\frac{2z-6}{3}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையானதுமான கோட்டின் துணையலகு வடிவ வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

6 x 5 = 30

41) sin (α + β) = sin α cos β + cos α sin β என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.

42) $\frac{x-3}{3}=\frac{y-3}{-1}=z-1=0$ மற்றும் $\frac{x-6}{2}=\frac{z-1}{3},y-2=0$ என்ற கோடுகள் வெட்டிக் கொள்ளும் எனக்காட்டுக. மேலும், அவை வெட்டும் புள்ளியைக் காண்க.

43) (2,2,1),(1,2,3) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்வதும் (2,1,-3) மற்றும் (-1,5,-8) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டிற்கு இணையாகவும் அமையும் தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு, மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

44) வெக்டர் முறையில், cos(α + β) = cos α cos β -sinα sinβ என நிறுவுக.

45) $\vec{a}=\hat{i}-\hat{j},\vec{b}=\hat{i}-4\hat{k},\vec{c}=3\hat{j}-\hat{k}$ மற்றும் $\vec{d}=2\hat{i}+5\hat{j}+\hat{k}$

(i) $\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\times\left(\vec{c}\times\vec{d}\right)=\left[\vec{a},\vec{b},\vec{d}\right]\vec{c}-\left[\vec{a},\vec{b},\vec{c}\right]\vec{d}$

(ii) $(\vec{a})\times\left(\vec{b}\right)\times\left(\vec{c}\times\vec{d}\right)=\left[\vec{a},\vec{c},\vec{d}\right]\vec{b}-\left[\vec{b},\vec{c},\vec{d}\right]\vec{a}$

46) $\vec{r}=(-\hat{i}-3\hat{j}-5\hat{k})+s(3\hat{i}+5\hat{j}+7\hat{k})$ மற்றும் $\vec{r}=(2\hat{i}+4\hat{j}+6\hat{k})+t(\hat{i}+4\hat{j}+7\hat{k})$ ஆகிய கோடுகள் ஒரே தளத்தில் அமையும் எனக்காட்டுக. மேலும், இக்கோடுகளைத் தன்னகத்தே கொண்டுள்ள தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாட்டைக் காண்க.

****