SEARCH ON GOOGLE OR YOUTUBE " SRMATHS OR RAVI MATHS TUITION CENTER "

மாதிரி வினாத்தாள் 1

12th Standard

கணிதவியல்

Time : 03:00:00 Hrs

Total Marks : 90

20 x 1 = 20

1) |adj(adj A)| = $|A|^9$ எனில், சதுர அணி A-யின் வரிசையானது
(a) 3 **(b) 4** (c) 2 (d) 5

2) $(AB)^{-1} = \begin{bmatrix} 12 & -17 \\ -19 & 27 \end{bmatrix}$ மற்றும் $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ எனில், B^{-1}=
(a) $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 8 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

3) $i^n + i^{n+1} + i^{n+2} + i^{n+3}$ –ன் மதிப்பு
(a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) i

4) |z| - z = 1 + 2i என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு
(a) $\frac{3}{2}$ **- 2i** (b) $\frac{-3}{2}$ + 2i (c) 2 - $\frac{3}{2}$i (d) 2 + $\frac{3}{2}$i

5) x^3+64 -ன் ஒரு பூச்சியமாக்கி
(a) 0 (b) 4 (c) 4i **(d) -4**

6) sin-1(cosx), 0≤ $x \le \pi$ -ன் மதிப்பு
(a) $\pi - x$ (b) $x - \frac{\pi}{2}$ **(c)** $\frac{\pi}{2} - x$ (d) $x - \pi$

7) சார்பு f(x)$\sin^{-1}(x^2-3)$ எனில், x இருக்கும் இடைவெளி
(a) [-1,1] (b) [$\sqrt{2}$,2] **(c)** $[-2,-\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2},2]$ (d) $[-2,-\sqrt{2}] \cap [\sqrt{2},2]$

8) (1,5) மற்றும் (4,1) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்வதும் y-அச்சைத் தொட்டுச் செல்வதுமான வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2+y^2-5x-6y+9+\lambda(4x+3y-19)=0$எனில் λ-ன் மதிப்பு
(a) $0, -\frac{40}{9}$ (b) 0 (c) $\frac{40}{9}$ (d) $\frac{-40}{9}$

9) y^2 =12x என்ற பரவளையத்தின் செவ்வகல முனைகளில் வரையப்பட்ட செங்குத்துக் கோடுகள் $(x-3)^2+(y+2)^2=r^2$ என்ற வட்டத்தின் தொடுகோடுகள் எனில் r^2 -ன் மதிப்பு
(a) 2 (b) 3 (c) 1 (d) 4

10) $\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}$ ஆகியவற்றை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு 8 கன அலகுகள் எனில், $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{b} \times \vec{c}) \times (\vec{b} \times \vec{c}) \times (\vec{c} \times \vec{a})$ மற்றும் $(\vec{c} \times \vec{a}) \times (\vec{a} \times \vec{b})$ ஆகியவற்றை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு
(a) 8 கன அலகுகள் (b) 512 கன அலகுகள் **(c) 64 கன அலகுகள்** (d) 24 கன அலகுகள்

11) $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) + t(2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k})$ என்ற கோட்டிற்கும் $\vec{r}.(\hat{i} + \hat{j})$+4 = 0 என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம்
(a) 0° (b) 30° **(c) 45°** (d) 90°

12) ஒரு கோளத்தின் கன அளவு வினாடிக்கு 3πசெமீ^{3} வீதத்தில் அதிகரிக்கிறது. ஆரம் $\frac{1}{2}$ செ.மீ ஆக இருக்கும்போது ஆரத்தின் மாறுபாட்டு வீதம்
(a) 3 செ.மீ/வி (b) 2 செ.மீ/வி (c) 1 செ.மீ/வி (d) $\frac{1}{2}$செ.மீ/வி

13) $\lim_{x \to 0} \left(cotx - \frac{1}{x}\right)$ -ன் மதிப்பு
(a) 0 (b) 1 (c) 2 **(d) ∞**

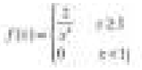
14) $\sin^4 x + \cos^4 x$ என்ற சார்பு இறங்கும் இடைவெளி
(a) $\left[\frac{5\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}\right]$ (b) $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{8}\right]$ **(c)** $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$ (d) $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$

15) ஒரு வட்ட வடிவ வார்ப்பின் ஆரம் 10 செமீ. ஆரத்தின் அளவில் தோராயமாக 0.02 செமீ பிழை உள்ளது எனில் அதன் பரப்பில் ஏற்படும் தோராய சதவீதப் பிழையைக் காண்க.
(a) 0.2% **(b) 0.4%** (c) 0.04% (d) 0.08%

16) f(x) = $\frac{x}{x+1}$, எனில் அதன் வகையீடு
(a) $\frac{-1}{(x+1)^2}dx$ **(b)** $\frac{1}{(x+1)^2}dx$ (c) $\frac{1}{x+1}dx$ (d) $\frac{-1}{x+1}dx$

17) $\int_0^{\frac{2}{3}} \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$ இன் மதிப்பு
(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) π

18) $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^{1/3} + x^{1/4} = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி முறையே
(a) 2, 3 (b) 3, 3 (c) 2, 6 (d) 2, 4

19) X எனும் சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு அடர்த் தி சார்பு  எனில், இவற்றில் எந்த கூற்று சரியானது?
(a) சராசரி மற்றும் பரவற்படி உள்ளது **(b) சராசரி உள்ள து ஆனால் பரவற்படி இல்லை** (c) சராசரி ,பரவற்படி இரண்டுமே இல்லை (d) பரவற்படி உள்ளது ஆனால் சராசரி இல்லை

20) (p ∧ q) ∨ ¬q -ன் மெய்மை அட்டவணை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

p	q	(p ∧ q) ∨ ¬q
T	T	(a)
T	F	(b)
F	T	(c)
F	F	(d)

பின்வருபவைகளில் எது உண்மை?

(a)				(b)				**(c)**				(d)			
(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	**(a)**	**(b)**	**(c)**	**(d)**	(a)	(b)	(c)	(d)
T	T	T	T	T	F	T	T	**T**	**T**	**F**	**T**	T	F	F	F

7 மட்டும்.. Q. No 30 2x7=14

21) $\begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{bmatrix}$ என்பது செங்குத்து அணி என நிறுவுக.

Answer : A= $\begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{bmatrix}$ பின்பு, A_T= $\begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} cos\theta & sin\theta \\ -sin\theta & cos\theta \end{bmatrix}$

எனவே

AA_T= $\begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} cos\theta & sin\theta \\ -sin\theta & cos\theta \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} cos^2\theta + sin^2\theta & cos\theta sin\theta - sin\theta cos\theta \\ sin\theta cos\theta - cos\theta sin\theta & sin^2\theta + cos^2\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ =I_2

இதைபோல் $A^TA=I_2$. எனவே $AA^T=A^TA=I_2$ ⇒ A ஆனது செங்குத்து அணியாகும்.

22) பின்வருவனவற்றை சுருக்குக.
$i\, i^2 i^3 \ldots\ldots i^{2000}$

Answer : = $i\,.\,i^2 i^3 \ldots\ldots i^{2000} = i^{1+2+3+\ +2000}$
= $i^{\frac{2000 \times 2001}{2}} [\because 1+2+3+\ldots n = \frac{n(n+1)}{2}]$
= $i^{1000 \times 2001} = i^{2001000}$ = 1
[∵ 2001000 என்பது 4 ஆள் வகுப்படும் அதன் கடைசி இரண்டு எண்களும் 4 ஆல் வகுப்படும்]

23) α,β,γ என்பவை $x^3+px^2+qx+r=0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்களாக இருந்தால் கெழுக்களின் அடிப்படையில் $\Sigma\frac{1}{\beta\gamma}$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

Answer : $x^3+px^2+qx+r=0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β, மற்றும் γ என்பதால்
Σ_1 α+β+γ=-p மற்றும் Σ_3 αβγ =-r
எனவே,
$\Sigma\frac{1}{\beta\gamma} = \frac{1}{\beta\gamma} + \frac{1}{\gamma\alpha} + \frac{1}{\gamma\beta} = \frac{\alpha+\beta+\gamma}{\alpha\beta\gamma} = \frac{-p}{-r} = \frac{p}{r}$.

24) x-ன் அனைத்து மதிப்புகளையும் காண்க
-10π≤ x ≤10π மற்றும் sin x=0

Answer : கொடுக்கப்பட்ட sin x = 0
⇒ sin x = sin 0 ⇒ x = nπ, n ∈ z.
-10 π ≤ x ≤ 10π, n ஆனது -1 லிருந்து -10 லிருந்து + 10 எடுத்துக் கொள்வோம்.
∴ x = nπ, இங்கு n = 0, ±1, ±2, ±3, ±4, ±5, ±6, ±7, ±8, ±9, ±10

25) மையம் (-3,-4) மற்றும் ஆரம் 3 அலகுகள் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

Answer : வட்டத்தின் திட்ட வடிவச் சமன்பாடு $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$
⇒ $(x-(-3))^2+(y-(-4))^2=3^2$
⇒ $(x-3)^2+(y+4)^2+(y+4)^2=3^2$
⇒x^2+y^2+6x+8y+16=0 இது பொது வடிவம் ஆகும்.

26) $2\hat{i}+3\hat{j}+\hat{k}$, $\hat{i}$-2$\hat{j}$+2$\hat{k}$, மற்றும் 3$\hat{i}$+$\hat{j}$+3$\hat{k}$ என்ற மூன்று வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்களாகுமா எனக் காண்க.

Answer : $\vec{a}$=2$\hat{i}$+3$\hat{j}$+$\hat{k}$, $\vec{b}$ =$\hat{i}$-2$\hat{j}$+2$\hat{k}$, மற்றும் $\vec{c}$ = 3$\hat{i}$+$\hat{j}$+3$\hat{k}$
$\vec{a}, \vec{b}$ மற்றும் $\vec{c}$ ஒரு தள வெக்டர்கள் எனில் $\vec{a}.\left(\vec{b} \times \vec{c}\right) = 0$
கருதுக $\vec{a}.\left(\vec{b} \times \vec{c}\right)$

WHATSAPP – 8056206308

$= \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 3\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$

= 2 (--6 - 2) -3 (3 - 6) + 1 (1 + 6)

= 2(-8) - 3(-3) + 1(7) = -16 + 9 + 7 = -16 + 16

=0.

ஆகையால் கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்களாகும்.

27) இருமுனைகளிலும் காப்பிடப்பட்ட 10மீ நீளமுள்ள ஒரு கம்பியின் வெப்பநிலை செல்சியஸில் நீளம் x சார்பாக T = x (10-x) எனத் தரப்படுகிறது. கம்பியின் மையப்புள்ளிகளில் வெப்பநிலை மாறபாட்டு வீதம் பூச்சியம் என்பதை நிரூபிக்க.

Answer : T =10x-x^2 எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே ஒரு முனையிலிருந்து எந்த அளவு தூரத்திலும் வெப்பநிலை மாறுபாட்டு வீதமானது

$\frac{dT}{dx} = 10 - 2x$ ஆகும். கம்பியின் மையப்புள்ளி x = 5 –ல் உள்ளது.

x = 5 எனப்பிரதியிட $\frac{dT}{dx} = 0$ எனக்கிடைக்கும்.

28) கீழ்க்காணும் எல்லைகளை , தேவைப்படும் இடங்களில் லோபிதாலின் விதியை பயன்படுத்தி காண்க :

$\lim_{x\to 0} \frac{2x^2-3}{x^2-5x+3}$

Answer : $\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-3}{x^2-5x+3}$ [$\frac{\infty}{\infty}$ தேரப்பெறா வடிவம்

லோபிதாலின் விதியைப் பயன்படுத்த,

$= \lim_{x\to\infty} \frac{4x}{2x-5}$ [$\frac{\infty}{\infty}$ தேரப்பெறா வடிவம்

$= \lim_{x\to\infty} \frac{4}{2}$ [லோபிதாலின் விதியைப் பயன்படுத்த,

= 2

29) கீழ்க்காணும் தொகையீடுகளை கூட்டலின் எல்லைகளாக கணக்கிடுக:

$\int_1^2 (4x^2-1)dx$

Answer : $f(x) = 4x^2 - 1, a = 1, b = 2$

$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \frac{b-a}{n} \sum_{r=1}^{n} f\left(a + (b-a)\frac{r}{n}\right)$

$\lim_{n\to\infty} \frac{2-1}{n} \sum_{r=1}^{n} \left(1 + \frac{r}{n}\right)$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{r=1}^{n} \left[4\left(1+\frac{r}{n}\right)^2 - 1\right]$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{r=1}^{n} \left[4\left(1+\frac{2r}{n}+\frac{r^2}{n^2}\right) - 1\right]$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{r=1}^{n} \left[4+\frac{8r}{n}+\frac{4r^2}{n^2} - 1\right]$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \left[\sum_{r=1}^{n} \frac{4r^2}{n^2} + \sum_{r=1}^{n} \frac{8r}{n} + \sum_{r=1}^{n} 3\right]$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \left[4 \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6n^2} + \frac{8}{n} \times \frac{n(n+1)}{2} + 3n\right]$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \left[4 \times \frac{n^3(1+1/n)(2+1/n)}{6n^2} + \frac{8n}{2}(1+1/n) + 3n\right]$

$= \lim_{n\to\infty} \left[\frac{2}{3} \times (1+1/n)(2+1/n) + 4(1+1/n) + 3\right]$

$= \frac{4}{3} + 4 + 3 = \frac{4}{3} + 7 = \frac{4+21}{3} = \frac{25}{3}$

30) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ஆகிய இரண்டும் ஒரே வகையான பூலியன் அணிகள் எனில், A∨B மற்றும் A∧B ஆகியவற்றைக் காண்க.

Answer : A∨B = $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \vee \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \vee 1 & 1 \vee 1 \\ 1 \vee 0 & 1 \vee 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

A∧B = $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \wedge 1 & 1 \wedge 1 \\ 1 \wedge 0 & 1 \wedge 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

7 மட்டும். Q. No 40 7 x 3 = 21

31) A = $\begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ எனக்கொண்டு $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

Answer : AB= $\begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0+0 & 0+3 \\ -2+0 & -3-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -2 & -7 \end{bmatrix}$

$(AB)_{-1} = \frac{1}{(0+6)} \begin{bmatrix} -7 & -3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -7 & -3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ ....(1)

$A_{-1} = \frac{1}{(0+3)} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

$B_{-1} = \frac{1}{(2-0)} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

$B_{-1}A_{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -7 & -3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ ....(2)

அணிகள் (1) மற்றும் (2) சமம். எனவே $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

32) (2 + i)x + (1-i)y + 2i - 3 மற்றும் x+ (-1 +2i)y + 1+ i ஆகிய க கலப்பெண்கள் சமம் எனில் x மற்றும் y-ன் மெய்மதிப்புகளைக் காண்க.

Answer : z_1 =1(2 + i)x + (1 - i)y + 2i - 3 = (2x + y - 3) + i(x - y + 2) மற்றும்

z_2 = x + (-1 + 2i)y + 1 + i = (x - y + 1) i(2y + 1) என்க.

$z_1 = z_2$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

எனவே, (2x + y - 3) + i(x - y + 2) = (x - y + 1) i(2y + 1)

மெய் மற்றும் கற்பனைப் பகுதிகளைச் சமப்படுத்த

2x + y - 3 = x - y + 2 ⇒ x + 2y = 4

x - y + 2 = 2y + 1 ⇒ x - 3y = -1

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க

x = 2 மற்றும் y = 1 எனப்பெறலாம்.

33) $2x^2$-7x+13=0 எனும் இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில் α^2 மற்றும் β^2 ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட ஒரு இருபடிச் சமன்பாட்டை உருவாக்கவும்.

Answer : கொடுக்கப்பட்ட இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β என்பதால் α+β=$\frac{7}{2}$ மற்றும் αβ=$\frac{13}{2}$ ஆகும்.

எனவே, தேவையான இருபடிச் சமன்பாட்டை பெற,

மூலங்களின் கூடுதல் =$\alpha^2+\beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{-3}{4}$

மூலங்களின் பெருக்கல்=$\alpha^2\beta^2 = (\alpha\beta)^2 = \frac{169}{4}$

எனவே, தேவையான இருபடிச் சமன்பாடு $x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{169}{4}$ =0 எனக் கிடைக்கிறது.

$4x^2$+3x+169=0

இதுவே α^2 மற்றும் β^2 ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடாகும்.

34) பின்வருவனவற்றிற்கு சார்பகம் காண்க

$f(x) = sin^{-1}\left(\frac{x^2+1}{2x}\right)$

Answer : கொடுக்கப்பட்ட f(x) = sin-1 $\left(\frac{x^2+1}{2x}\right)$

நமக்கு தெரியும் $\sin^{-1}(x)$-ன் சார்பகம் [-1,1]

$\Rightarrow -1 \le \frac{x^2+1}{2x} \le 1$

கருதுக $-1 \le \frac{x^2+1}{2x}$

$\Rightarrow 0 \le \frac{x^2+1}{2x} + 1 \Rightarrow \frac{x^2+1+2x}{2x} \ge 0$

$\Rightarrow \frac{(x+1)^2}{2x} \ge 0$ ⇒ x = -1 மற்றும் x < 0 .....(1)

கருதுக $\frac{x^2+1}{2x} \le 1 \Rightarrow \frac{x^2+1}{2x} - 1 \le 0$

$\Rightarrow \frac{x^2-1+2x}{2x} \le 0 \Rightarrow \frac{(x-1)^2}{2x} \le 0$

x = 1 மற்றும் x ≥ 0

(1) மற்றும் (2) விருந்து சார்பகம் = {-1,1}

35) ஒரு வட்டத்தின் சமன்பாடு 3x2+(a+1)y2+6x-9y+a+4=0 எனில் அதன் மையம், ஆரம் காண்க.

Answer : x^2-ன் கெழு=y^2-ன் கெழு (இருபடிச் சமன்பாட்டின் பண்பு (ii)-ன் படி)

ஆதலால் 3=a+1, a=2 எனக்கிடைக்கின்றது. எனவே வட்டத்தின் சமன்பாடு

$3x^2+3y^2+6x-9y+6=0$

$x^2+y^2+2x-3y+2=0$

மையம் $\left(-1, \frac{3}{2}\right)$ மற்றும் ஆரம் $r = \sqrt{1 + \frac{9}{4} - 2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

36) ஒரு துகள் (1,2,3) எனும் புள்ளியிலிருந்து (5,4,1)எனும் புள்ளிக்கு $8\hat{i}+2\hat{j}-6\hat{k}$ மற்றும் $6\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$ என்ற மாறாத விசைகளின் செயல்பாட்டினால் நகர்த்தப்பட்டால், அவ்விசைகள் செய்த மொத்த வேலையைக் காண்க.

Answer : $\vec{F_1}$ மற்றும் $\vec{F_2}$ என்பன விசைகள் மற்றும் $\vec{d}$ என்பது இடப்பெயர்ச்சி

WHATSAPP – 80

வெக்டர் என்க.

$\therefore$ விளைவு விசை $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

= $\left(8\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{k}\right) + \left(6\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}\right)$

$\vec{F} = 14\hat{i} + 4\hat{j} - 8\hat{k}$

மற்றும் $\vec{d}$ இடம் பெயர்ந்த புள்ளியிலிருந்து இடப்பெயர்வு

= $\left(5\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}\right) - \left(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}\right)$

= $4\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$

செய்த வேலை $(W) = \vec{F}.\vec{d}$

= $\left(14\hat{i} + 4\hat{j} - 8\hat{k}\right).\left(4\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}\right)$

= 56+8+16

= 80 அலகுகள்.

37) $t \geq 0$ எனும் எந்நேரத்திலும் ஒரு துகளின் நிலை
$s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 1$ எனும்படி கிடைமட்டக் கோட்டில் ஒரு துகள் நகர்கிறது.
இங்கு s என்ப து மீட்டரிலும் t வினாடிகளிலும் க ணக்கிடப்படுகிறது.

(i) துகள் ஓய்வடையும் போது நேரம் என்ன ?

(ii) துகள் திசை மாறும் போது நேரம் என்ன ?

(iii) முதல் இரு வினாடிகளில் துகள் பயணிக்கும் மொத்த தூரம் எவ்வளவு?

Answer : $s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 1$ ஐ வகையிட, v(t)= $3t^2$-12t+9 மற்றும் a(t)=6t-12 எனக் கிடைக்கிறது.

(i) v(t) = 0 எனும் போது துகள் ஓய்வினை அடைகிறது. எனவே , v(t)=3(t-1)(t-3)=0 என்பதன் மூலம், t=1 மற்றும் t=3 எனக்கிடை க்கிறது.

(ii) v (t) ஆனது குறியினை மாற்றும் போது துகளின் திசை மாறும். இப்பொழுது $0 \leq t \leq 1$ எனில் (t −1) மற்றும் (t-3)< 0 ஆகையால் v(t) > 0 ஆகும்.

1< t< 3 எனில் (t-1) > 0 மற்றும் (t-3)< 0 ஆகையால் v(t)< 0 ஆகும்.

t > 3 எனில் (t −1) மற்றும் (t-3) > 0 ஆகையால் v(t) > 0 ஆகும்.

எனவே t =1 மற் றும் t = 3 எனும் போது துகளின் திசை மா றும்.

(iii) t = 0 நேரத்திலிருந்து t = 2 வரை துகள் பயணிக்கும் மொத்த தூரம்,
$|s(0) - s(1)| + |s(1) + s(2)| = |1-5| + |5-3| = 6$ மீட்டர்கள் ஆகும்.

38) ஒரு சோப்பு நுரையின் வடிவம் கோளமாக உள்ளது என எடுத்துக் கொள்வோம். ஆரம் 5 செ மீ- இலிருந்து 5.2 செ மீ-ஆக மாறும் போது ஏற்படும் வளைபரப்பின் தோராய அதிகரிப்பை நேரியல் தோராய மதிப்பு முறையில் காண்க . மேலும் அதன் சதவீதப் பிழையையும் காண்க.

Answer : ஆரம் r உள்ள கோளத்தின் வளைபரப்பு S(r) = $4\pi r^3$என்பதை நினைவுகூர்க. நம்மால் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி சரியான மாற்றத்தைக் கணக்கிட முடியும் என்றாலும் நேரியல் தோராய மதிப்பு முறையைப் பயன்படுத்தி தோராய மதிப்பைக் காணலாம். சமன்பா டு (4)-ன்படி வளைபரப்பின் தோராய மாற்றம் = S(5.2) - S(5) ≈S'(5)(0.2)

= 8π(5)(0.2)

=8π செமீ^{2}

சரியான கணக்கீட்டின்படி வளைபரப்பின் மாற்றம் S(5.2) − S(5) = 108.16π-100π= 8.16 செமீ^{2}.

சதவீதப் பிழை = சார்பிழை x 100 = $\frac{8.16\pi - 8\pi}{8.16\pi}$ x 100 = 1.9607%

39) மதிப்பிடுக : $\int_1^2 \frac{x}{(x+1)(x+2)}$ dx

Answer : I = $\int_1^2 \frac{x}{(x+1)(x+2)}$ dx என்க.

I = $\int_1^2 \frac{-1}{(x+1)} + \frac{2}{(x+2)}$ dx (பகுதி பின்னமாக்குதல் பயன்படுத்தி)

= [- log(x+1) + 2 log(x+2)$]_1^2$

= log $[\frac{(x+2)^2}{x+1}]_1^2$

= log$\frac{16}{3}$ - log $\frac{9}{2}$

= log $\frac{32}{27}$

40) சீரான இரு பகடைகள் உருட்டப்படுவதாகக் கொள்வோம். X என்ப து இரு பகடை யில் கிடைக்கும் எண்களின் மொத்தக் கூட்டுத் தொகை எனில், (i) கூறுவெளி (ii) X எனும் சமவாய்ப்பு மாறி எடுக்கும் மதிப்புகள், (iii) 10-இன் நேர்மாறு பிம்பம், மற்றும் (iv) X-ன் நேர்மாறு பிம்பத்தில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைக் காண்க.

Answer : (i) கூறுவெளி

S = {1, 2, 3, 4, 5,6}×{1,2, 3, 4, 5, 6}, 36 வரிசைப்படுத்தப்பட்ட சோடிகள் (α, β)-இல் உள்ளன. இங்கு α மற்றும் β ஆகியவை 1 முதல் 6 வரை படத்திலிருப்பது போல் எந்தவொரு முழு எண் மதிப்பையும் பெறும். ஒவ்வொரு புள்ளி (α, β) என்பதற்கும் X என்பது பகடையின் மேலுள்ள எண்களின் கூடுதல் என ஒதுக்கீடு செய்யப்படுகிறது. அதாவது X (α, β) = α + β ஆகும்.

$$S = \left\{\begin{matrix} (1,1) & (1,2) & (1,3), & (1,4) & (1,5) & (1,6) \\ (2,1) & (2,2) & (2,3), & (2,4) & (2,5) & (2,6) \\ (3,1) & (3,2) & (3,3), & (3,4) & (3,5) & (3,6) \\ (4,1) & (4,2) & (4,3), & (4,4) & (4,5) & (4,6) \\ (5,1) & (5,2) & (5,3), & (5,4) & (5,5) & (5,6) \\ (6,1) & (6,2) & (6,3), & (6,4) & (6,5) & (6,6) \end{matrix}\right\}$$

எனவே

X(1,1) = 1 + 1 = 2

X(1,2) = X(2,1) = 3

X(1,3) = X(2,2) = X(3,1) = 4

X(1,4) = X(2,3) = X(3,2) = X(4,1) = 5

X(1,5) = X(2,4) = X(3,3) = X(4,2) = X(5,1) = 6

X(1,6) = X(2,5) = X(3,4) = X(4,3) = X(5,2) = X(6,1) = 7

X(2,6) = X(3,5) = X(4,4) = X(5,3) = X(6,2) = 8

X(3,6) = X(4,5) = X(5,4) = X(6,3) = 9

X(4,6) = X(5,5) = X(6,4) = 10

X(5,6) = X(6,5) = 11

X(6,6) = 12.

(ii) எனவே X எனும் சமவாய்ப்பு மாறி 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 ஆகிய மதிப்புகளைப் பெறுகிறது.

(iii) 10-இன் நேர்மாறு பிம்பம் {(4, 6),(5, 5),(6, 4)} ஆகும்.

(iv) நேர்மாறு பிம்பங்களில் எண்ணிக்கை கீழே பட்டியலிடப்பட்டுள்ளது.

சமவாய்ப்பு மாறியின் மதிப்புகள்	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	மொத்தம்
நேர்மாறு பிம்பங்களில் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1	36

7 x 5 = 35

41) a) A= $\begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}$ எனில் A(adj A) =(adj A) = |A| I_3 என்பதைச் சரிபார்க்க.

Answer : |A| = $\begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}$ =8(21-16)+6(-18+8)+2(24-1c) =40-60+20=0

சேர்ப்பு அணியின் வரையறைப்படி கிடைப்பது

adj A= $\begin{vmatrix} (21-16) & -(18+8) & (24-14) \\ -(-18+8) & (24-4) & -(32+12) \\ (24-14) & -(32+12) & (56-36) \end{vmatrix}^T = \begin{vmatrix} 5 & 10 & 10 \\ 10 & 20 & 20 \\ 10 & 20 & 20 \end{vmatrix}$

எனவே,

A(adj A) = $\begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 10 & 10 \\ 10 & 20 & 20 \\ 10 & 20 & 20 \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} 40-60+20 & 80-120+40 & 80-120+40 \\ -30+70-40 & -60+140-80 & -60+140-80 \\ 10-40+30 & 20-80+60 & 20-80+60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ =0I$_3$ =|A|I$_3$.

இதேபோல், நமக்குக் கிடைப்பது

(adj A)A = $\begin{bmatrix} 5 & 10 & 10 \\ 10 & 20 & 20 \\ 10 & 20 & 20 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} 40-60+20 & -30+70-40 & 10-40+30 \\ 80-120+40 & -60+140-80 & 20-80+60 \\ 80-120+40 & -60+140-80 & 20-80+60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ =0I$_3$ =|A|I$_3$.

எனவே, A(adj A) = (adj A)A = |A| I_3 என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

(OR)

b) மதிப்பு காண்க.

(i) cos^{-1} $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

ii) cos^{-1}$\left(cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$

iii) cos^{-1}$\left(cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right)$

Answer : cos^{-1} x:[-1,1]→$[0,\pi]$ எனும் நேர்மாறு கொசைன் சார்பு வரையறையின்படி, cos^{-1}x=y எனில், எனில் மட்டுமே cos y=x. இங்கு

WHATSAPP – 8056206308

$\leq x \leq 1$ மற்றும் $0 \leq y \leq \pi$ ஆகையால்,

i) $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{3\pi}{4}$, ஏனெனில் $\frac{3\pi}{4} \in [0,\pi]$ மற்றும் $\cos\frac{3\pi}{4}$=cos

$\left(\pi = \frac{\pi}{4}\right) = -cos\frac{\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

ii) $\cos^{-1}\left(cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)=\cos^{-1}\left(cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)=\frac{\pi}{3}$,ஏனெனில் $-\frac{\pi}{3} \notin [0,\pi]$, ஆனால் $\frac{\pi}{3} \in [0,\pi]$

iii) $\cos_{-1}\left(cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right)=\frac{5\pi}{6}$, ஏனெனில் $\cos\left(\frac{7x}{6}\right) = cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} = cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ மற்றும்

$\left(\frac{5\pi}{6}\right) \in [0,\pi]$.

42) a) நிறுவுக: $(2+i\sqrt{3})^{10} + (2-i\sqrt{3})^{10}$ ஒரு மெய் எண் மற்றும் ii) $\left(\frac{19+9i}{5-3i}\right)^{15} - \left(\frac{8+i}{1+2i}\right)^{15}$ ஒரு முழுவதும் கற்பனை எண்.

Answer : i) z = $(2+i\sqrt{3})^{10} + (2-i\sqrt{3})^{10}$ என்க.

இதிலிருந்து, $\bar{z} = \overline{(2+i\sqrt{3})^{10}} + \overline{(2+i\sqrt{3})^{10}}$

= $\overline{(2+i\sqrt{3})}^{10} + \overline{(2+i\sqrt{3})}^{10}$ $(\because \overline{z_1 + z_2} = \bar{z_1} + \bar{z_2})$

= $(2+\bar{i}\sqrt{3})^{10} + (2-\bar{i}\sqrt{3})^{10}$ $(\because (\overline{z^n}) = (\bar{z})^n)$

= $(2+\bar{i}\sqrt{3})^{10} + (2-\bar{i}\sqrt{3})^{10}$ = z

$\bar{z}$= z ⇒ z ஒரு மெய்யெண் ஆகும்.

ii) $\left(\frac{19+9i}{5-3i}\right)^{15} - \left(\frac{8+i}{1+2i}\right)^{15}$ என்க.

இங்கு, $\frac{19+9i}{5-3i} = \frac{(19+9i)(5+3i)}{(5-3i)(5+3i)}$

= $\frac{(95-27)+i(45+57)}{5^2+3^2} = \frac{68+102i}{34}$

= 2 + 3i (1)

மற்றும், $\frac{8+i}{1+2i} = \frac{(8+i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}$

= $\frac{(8+2)+i(1-16)}{1^2+2^2} = \frac{10-5i}{5}$

= 2 - 3i (2)

இப்பொழுது, z = $\left(\frac{19+9i}{5-3i}\right)^{15} - \left(\frac{8+i}{1+2i}\right)^{15}$

⇒ z = $(2 + 3i)^{15} - (2 - 3i)^{15}$ ((1) மற்றும் (2)லிருந்து)

வரையறையிலிருந்து, $\bar{z}$ = $\overline{(2+3i)^{15} - (2-3i)^{15}}$

= $(2\bar{+}3i)^{15} - (2\bar{-}3i)^{15}$ (இணை எண் பண்புகளின்படி)

= $(2 + 3i)^{15} - (2 - 3i)^{15}$ = - $((2 + 3i)^{15} - (2 - 3i)^{15})$

⇒ z = −z.

ஆகவே, z = $\left(\frac{19+9i}{5-3i}\right)^{15} - \left(\frac{8+i}{1+2i}\right)^{15}$ என்பது முழுவதும் கற்பனை எண் ஆகும்.

(OR)

b) (1,1),(2,-1), மற்றும் (3,2) என்ற மூன்று புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

Answer : வட்டத்தின் பொதுச் சமன்பாடு $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ ...(1)

இது (1.1),(2,-1) மற்றும் (3,2) என்ற புள்ளிகள் வழிச்செல்வதால்

2g+2f+c =-2, ...(2)

4g-2f+c=-5, ...(3)

6g+4f +c =-13 ...(4)

(2)-(3)-இலிருந்து -2g+4f=3. ...(5)

(4)-(3)-இலிருந்து 2g+6f=-8. ...(6)

(5)+(6)-இலிருந்து f=$-\frac{1}{2}$ என கிடைக்கும் மதிப்பை (6) இல் பிரதியிடg= $\frac{-5}{2}, f, g$ இன் மதிப்புகளை (2) இல் பிரதியிட c=4 எனவும் கிடைக்கிறது.

எனவே தேவையான வட்டத்தின் சமன்பாடு

$x^2 + y^2 + 2\left(-\frac{5}{2}\right)x + 2\left(-\frac{1}{2}\right)y + 4 = 0$

அதாவது $x^2+y^2-5x-y+4=0$.

43) a) 10 செமீ ஆரம் உள்ள கோளத்தின் ஆரம் 0.1செமீ குறைகின்றது எனில் அதன் கன அளவில் தோராயமாக எவ்வளவு குறையும்?

Answer : கோளத்தின் கன அளவு V = $\frac{4}{3}\pi r^3$ என நாம் அறிவோம். இங்கு r > 0 என்பது ஆரம். எனவே வகையீடு dV = $4\pi r^2$ dr மற்றும் ΔV ≈ dV எனவே

dV = $4\pi(10)^2$ (9.9-10) cm^3

= $4\pi 10^2$ (-0.1) cm^3

= -40π cm^3 .

ஆரம் 10-இலிருந்து 9.9 ஆக குறைகின்றதால் dr = (9.9 -10)செ மீ எனப் பயன்படுத்தியுள்ளோம். மறுபடியும் விடையில் வரும் ' − ' குறியீடு கோளத்தின் கன அளவு 40π செமீ^{3} குறைவதைக் குறிக்கின்றது.

(OR)

b) சமவாய்ப்பு மாறி X –இன் நிகழ்தகவு நிறை சார்பு f(x) என்பது

x	1	2	3	4
f(x)	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$

எனில், (i) அதன் குவிவு பரவல் சார்பு காண்க. அதன் மூலமாக (ii) P(X ≤ 3) மற்றும்,

(iii)P (X ≥ 2) ஆகியவற்றைக் காண்க

Answer : (i)வரையறைப்படி தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறிக்கான குவிவு பரவல் சார்பு

$F(x) = \quad P(X \leq x) \quad = \sum_{x_i \leq x} P(X = x_i)$

P(X < 1) = 0, −∞ < x < 1.

$F(1) = \quad P(X \leq 1) = \sum_{x_i \leq x} P(X = x_i) = \sum_{-\infty}^{1} P(X = x) = P(X < 1) + P(X = 1) = 0 + \frac{1}{12} = \frac{1}{12}$. $F(2) = \quad P(X \leq$

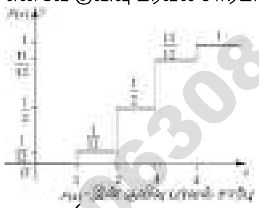
$= 0 + \frac{1}{12} + \frac{5}{12} = \frac{1}{2}$.

$F(3) = \quad P(X \leq 3) = \sum_{-\infty}^{3} P(X = x) = P(X < 1) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$.

$= 0 + \frac{1}{12} + \frac{5}{12} + \frac{5}{12} = \frac{11}{12}$.

$F(4) = \quad P(X \leq 4) = \sum_{-\infty}^{4} P(X = x) = P(X < 1) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$. $= 0 + \frac{1}{12} + \frac{5}{12} + \frac{5}{12} + \frac{1}{12} =$

எனவே குவிவு பரவல் சார்பானது



$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < 1 \\ \frac{1}{12}, & 1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{2}, & 2 \leq x < 3 \\ \frac{11}{12}, & 3 \leq x < 4 \\ 1, & 4 \leq x < \infty \end{cases}$$

(ii) $P(X \leq 3) = F(3) = \frac{11}{12}$.

(iii) $P(X \geq 2) = 1 = -P(X < 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - F(1) = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$.

44) a) $x^3-9x^2+14x+24=0$ எனும் சமன்பாட்டின் இரு மூலங்கள் 3:2 என்ற விகிதத்தில் அமைந்தால், சமன்பாட்டை தீர்க்க.

Answer : α,β,γ என்பது சமன்பாட்டின் மூலங்கள் என்க.

கொடுக்கப்பட்ட $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2\alpha = 3\beta \Rightarrow \alpha = \frac{3}{2}\beta$

∴ $\frac{3}{2}\beta, \beta, \gamma$ என்பது கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டின் மூலங்கள் வியட்டாவின் சூத்திரப்படி,

$\frac{3}{2}\beta + \beta + \gamma = \frac{-b}{a} = \frac{-(-9)}{1}$

$\frac{5}{2}\beta + \gamma = 9 \Rightarrow \gamma = 9 - \frac{5}{2}\beta$

⇒ $\gamma=\frac{18-5\beta}{2}$ ....(2)

மேலும் $\frac{3}{2}\beta(\beta) + \beta\gamma + \left(\frac{3}{2}\beta\right)\gamma = \frac{c}{a} = \frac{14}{1}$ =14

⇒ $\frac{3}{2}\beta^2 + \frac{5}{2}\gamma$=14

⇒ $\frac{3}{2}\beta^2 + \frac{5}{2}\beta\left(\frac{18-5\beta}{2}\right)$=14 [(2) ஐ பயன்படுத்தி]

⇒ $\frac{3}{2}\beta^2 + \frac{90\beta}{4} - \frac{25\beta^2}{4}$=14

4 ஆல் பெருக்க $6\beta^2+90\beta-25\beta^2=56$

$19\beta^2-90\beta+56=0$

⇒ (β-4)(19β-14)=0

⇒ β=4

β=$\frac{14}{19}$

β =4 எனில் மற்ற மூலங்கள்

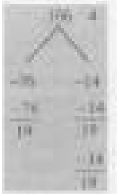
$\frac{3}{2}(4), 4, \frac{18-5}{2}(4)$

⇒ 6,4,-1

β =$\frac{14}{19}$ எனில் மற்ற மூலங்கள் $\frac{3}{2}\beta, \beta, \frac{18-5\beta}{2}$ [(2)-ன் படி]

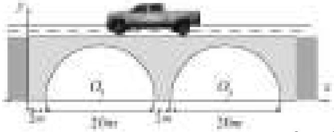
WHATSAPP – 8056206308

$\Rightarrow \frac{3}{2}\left(\frac{14}{19}\right), \frac{14}{19}, \frac{18-5\left(\frac{14}{19}\right)}{2} \Rightarrow \frac{21}{19}, \frac{14}{19}, \frac{136}{19}$.



(OR)

b) பாசன வாய்க்கால் மீது அமைந்த சாலையில் 20மீ அகலமுடைய இரண்டு அரைவட்ட வளைவு நீர்வழிகள் அமைக்கப்பட்டன. அவற்றின் துணைத்தூண்களின் அகலம் 2மீ. படம் 5,16-ஐப் பயன்படுத்து அந்த வளைவுகளின் மாதிரிக்கான சமன்பாடுகளைக் காண்க.



Answer : அரைவட்ட வளைவு வழிகளின் மையப்புள்ளிகள் O_1 மற்றும் O_2 என்க.

முதல் வளைவு வழியின் மையம் $O_1(12,0)$ மற்றும் r=10. இதிலிருந்து அந்த அரைவட்டத்தைக் குறிக்கும் சமன்பாடு

(x-12)2+(y-0)2=102

$\Rightarrow x^2+y^2-24x+44=0, y > 0.$

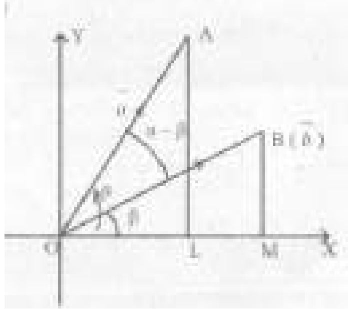
இரண்டாம் வளைவு வழியின் மையம் O2 (34,0) மற்றும் ஆரம் r=10. முதல் வளைவு போல இரண்டாம் வளைவு வழியின் சமன்பாடு

$(x-34)^2+y^2=10^2$

$\Rightarrow x^2+y^2-68x+1056=0, y > 0.$

45) a) வெக்டர் முறையில் $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$ என நிறுவுக.

Answer :



$\hat{a} = \overrightarrow{OA}$ மற்றும் $\hat{b} = \overrightarrow{OB}$ என்பன அலகு வெக்டர்கள் என்க மற்றும் அவைகள் கோணங்கள் α, β வை x-அச்சின் மிகையுடன் ஏற்படுத்துகின்றன.AL மற்றும் BM $\perp'$ லிருந்து x அச்சு எனுமாறு வரைக

பிறகு $\left|\overrightarrow{OL}\right| = \left|\overrightarrow{OA}\right| cos\alpha = cos\alpha$

$\left|\overrightarrow{OL}\right| = \left|\overrightarrow{OA}\right| cos\alpha = cos\alpha$

$\left[\because \Delta OAL, sin\alpha = \frac{opp}{hyp} cos\alpha = \frac{adj}{hyp}\right]$

$\therefore \overrightarrow{OL} = \left|\overrightarrow{OL}\right| = cos\alpha\hat{i}$

$\overrightarrow{LA} = \left|\overrightarrow{LA}\right|\hat{j} = sin\alpha\hat{j}$

$\therefore \hat{a} = \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OL} + \overrightarrow{LA}$

[$\triangle$ விதியை பயன்படுத்தி கூட்டுக]

$\hat{a} = cos\alpha\hat{i} + sin\alpha\hat{j}$

அதை போல $\hat{b} = cos\beta\hat{i} + sin\beta\hat{j}$

$\hat{a}$ மற்றும் $\hat{b}$ க்கு இடையேயான கோணம் $(\alpha - \beta)$

$\therefore \hat{a}.\hat{b} = |\vec{a}|\left|\vec{b}\right| cos(\alpha - \beta) = cos(\alpha - \beta)$

$\left[\because |\vec{a}| = \left|\vec{b}\right| = 1\right]$

மேலும் $\hat{a}.\hat{b} = \left(cos\alpha\hat{i} + sin\alpha\hat{j}\right)\left(cos\beta\hat{i} + sin\beta\hat{j}\right)$

$\hat{a}.\hat{b} = cos\alpha cos\beta + sin\alpha sin\beta$

(3) மற்றும் (4) லிருந்து

$cos(\alpha - \beta) = cos\alpha cos\beta + sin\alpha sin\beta$

(OR)

b) (2,2,1), (9,3,6) ஆகிய புள்ளிகள் வழிச் செல்லக்கூடியதும் 2x+6y+6z=9 என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைவதுமான தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

Answer : கொடுக்கப்பட்ட தளம் புள்ளிகள் $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ மற்றும் $\vec{b} = 9\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$ வழிச் செல்கிறது.

கொடுக்கப்பட்ட தளத்தின் சமன்பாடு $2x + 6y + 6z = 9$

இதை இவ்வாறு எழுதலாம் $\vec{r}.\left(2\hat{i} + 6\hat{j} + 6\hat{k}\right) = 9$

கொடுக்கப்பட்ட தளம் $2\hat{i} + 6\hat{j} + 6\hat{k}$ க்கு செங்குத்து ஆதலால், தேவையான தளம் $\vec{c} = 2\hat{i} + 6\hat{j} + 6\hat{k}$ க்கு இணை. ஆகையால் இரண்டு புள்ளி வழிச் செல்லும் மற்றும் வெக்டருக்கு இணையான தளத்தின் வெக்டர் சமன்பாட்டின் துணையலகு வடிவம் $\vec{r} = \vec{a} + s\left(\vec{b} - \vec{a}\right) + t\vec{c}, s, t\epsilon R$

$\vec{r} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} + s\left(7\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k}\right) + t\left(2\hat{i} + 6\hat{j} + 6\hat{k}\right), s, t\epsilon R$

தளத்தின் கார்டீசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} x - 2 & y - 2 & z - 1 \\ 7 & 1 & 5 \\ 2 & 6 & 6 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow (x-2)(6-30) - (y-2)(42-10) + (z-1)(42-2) = 0$

$\Rightarrow (x-2)(-24) - (y-2)(32) + (z-1)(40) = 0$

$\Rightarrow -24x + 48 - 32y + 64 + 40z - 40 = 0$

$\Rightarrow -24x - 32y + 40z + 72 = 0$

$\div -8$ கிடைப்பது

3x+4y-5z-9=0 என்பது கார்டீசியன் வடிவம்.

$\therefore$ வெக்டர் சமன்பாட்டின் துணையலகு வடிவம்

$\vec{r} = \vec{r}.\left(3\vec{i} + 4\hat{j} - 5\vec{k}\right) = 9$

46) a) பின்வரும் வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகளின் தீர்வுகளைக் காண்க:

(ydx - xdy) cot $\left(\frac{x}{y}\right)$ = ny^2 dx

Answer : சமன்பாட்டை $\left(\frac{ydx - xdy}{y^2}\right) cot\frac{x}{y} = ndx$ எனுமாறு எழுதலாம்.

$\frac{x}{y} = t$

$\frac{ydx - xdy}{y^2} = dt$

இம்மதிப்புகளை சமன்பாடு (1)ல் பிரதியிட

நாம் பெறுவது

$dtcott = ndx$

$cottdt = ndx$

இருபுறமும் தொகையிடக் கிடைப்பது

$\int cot \quad tdt = n\int dx$

$log(sint) = nx + c$

$sint = e^{nx+c}$

$\therefore sin\left(\frac{x}{y}\right) = e^{nx+c} \because t = \frac{x}{y}$

(OR)

b) $M = \left\{\begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} : x\epsilon R - \{0\}\right\}$ என்க. * என்பது அணிப் பெருக்கல் எனக் கொள்க. * ஆனது M –ன் மீது அடைவு பெற்றுள்ளதா எனத் தீர்மானிக்க.

WHATSAPP – 8056206308

அவ்வாறெனில், $*$ ஆனது M -ன் மீது பரிமாற்றுப் பண்பு, சேர்ப்புப் பண்புகளையும் நிறைவு செய்யுமா எனச் சோதிக்க.

Answer : (i) $M = \left\{ \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} : x\epsilon R - \{0\} \right\}$ என்க

அடைவுப் பண்பு

$A = \begin{Bmatrix} x & x \\ x & x \end{Bmatrix} \varepsilon M$

$B = \begin{pmatrix} y & y \\ y & y \end{pmatrix} \varepsilon M$

எனவே, $AB = \begin{pmatrix} 2xy & 2xy \\ 2xy & 2xy \end{pmatrix}$

$x \neq 0, y \neq 0$ என்பதால் $2xy \neq 0$ என்பதைக் காண்கிறோம்.மேலும் $AB\varepsilon M$.இது அணிப்பெருக்கலின் கீழ் M என்பது அடைவைப் பெற்றுள்ளது என்பதைக் காட்டுகிறது.

பரிமாற்றுப் பண்பு:

$AB = \begin{pmatrix} 2xy & 2xy \\ 2xy & 2xy \end{pmatrix}$

= BA எல்லா $A, B\varepsilon M$

இங்கு அணிப்பெருக்கல் என்பது பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது. (பொதுவாக அணிப்பெருக்கல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்வதில்லை)

சேர்ப்புப் பண்பு:

அணிப்பெருக்கல் எப்போதும் சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்யும்.எனவே M-ன் மீது இப்பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

47) a) s(t) = $2t^3$-$9t^2$+12t-4, இங்கு t ≥ 0 எனும் விதிப்படி ஒரு கோட்டில் ஒரு துகள் நகர்கிறது.

எந்நேரங்களில் துகளின் திசை மாறுகின்றது?

Answer : $s(t) = 2t^3 - 9t^2 + 12t - 4, t \leq 0$

திசைவேகம் $v = \frac{ds}{dt} = 6t^2 - 18t + 12$

துகளின் திசைவேகம் மாறும்போது v=0

$\therefore 6t^2 - 18t + 12 = 0$

$t^2 - 3t + 2 = 0$

$(t-2)(t-1) = 0$

$t = 1, 2$

$\therefore t = 1$ வினாடி மற்றும் t=2 வினாடி எனும்போது,துகளின் திசை மாறுகிறது.

(OR)

b) கோடு y = 2x + 5 மற்றும் பரவளையம் y = x^2 - 2x ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

Answer : முதலில் $y = 2x + 5$ மற்றும் $y = x^2 - 2x$ ஆகியவை வெட்டும் புள்ளிகளைக் காண

$x^2 - 2x = 2x + 5$

$x^2 - 4x - 5 = 0$

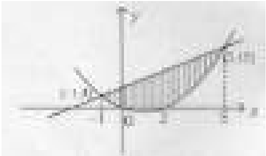
$(x-5)(x+1) = 0$

$x = 5, x = -1$

x=5 எனும்போது y=15

x=-1 எனும்போது y=3

(5,-15),(-1,3) என்பன வெட்டும் புள்ளிகள்



தேவையான பரப்பு = $\int_a^b (y_L - y_C)\, dx$

= $\int_{-1}^5 (2x+5)\, dx \int_{-1}^5 \left(x^2 - 2x\right) dx$

= $\left[\frac{2x^2}{2} + 5x\right]_{-1}^5 - \left[\frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2}\right]_{-1}^5$

= $[25 + 25 - 1 + 5] - \left[\frac{125}{3} - 25 + \frac{1}{3} + 1\right]$

= 54-18

= 36

12TH SAMACHEER KALVI WHATSAPP - 8056206308

STUDY MATERIAL	EACH PDF COST RS.350	MODEL PAPER	EACH PDF COST RS.350
MATHS		150 PAPERS	
PHYSICS		101 PAPERS	
CHEMISTRY		104 PAPERS	
BIOLOGY		123 PAPERS	
ACCOUNTANCY		55 PAPERS	
COMMERCE		63 PAPERS	
ECONOMICS		60 PAPERS	
BUSINESS MATHS		101 PAPERS	

JOIN MY 12TH WHATSAPP PAID TEST GROUP WITH ANSWERS.ONE TIME FEES RS.2000

WHATSAPP 8056206308

MONTHLY FEES STRUCTURE ALSO AVAILABLE

WHATSAPP – 8056206308