

PROMENADE EN VÉLO

DESTINATION FRACTIONS

Août 1999



CREM

CREM A.S.B.L.

Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques
5 rue Émile Vandervelde B-1400 Nivelles Belgique

AVANT-PROPOS

Suite à la journée sur l'enseignement des mathématiques en qualification organisée par le CREM le 22 novembre 1997 à l'Université du travail à Charleroi, plusieurs groupes d'enseignants se sont progressivement constitués. L'un d'entre eux a choisi de travailler sur le thème de la proportionnalité et des fonctions. Cette brochure propose une première activité élaborée dans ce cadre.

Elle est destinée aux enseignants du deuxième degré de qualification professionnelle ou technique. Cette activité peut être traitée à différents niveaux de complexité suivant les connaissances et la motivation des élèves. Chaque enseignant sélectionnera donc ce qui lui paraît adapté à ses élèves. Cette brochure a été principalement conçue et rédigée par Ginette Cuisinier, Marie-France Guissard et Anne-Marie Valenduc, avec la collaboration régulière de Bernard Honclaire, Nicolas Rouche et Françoise Van Dieren. Marie-Cécile Coune, Luc Lismont et André Renotte ont également contribué à la réalisation de ce travail.

Toute remarque sur cette brochure, ainsi que toute proposition de participation à un travail ultérieur seront les bienvenues.

PROMENADE EN VÉLO, DESTINATION FRACTIONS

1 Des vélos aux fractions et à la proportionnalité

De quoi s'agit-il ?

À partir de l'observation de différents vélos, étudier le fonctionnement du changement de vitesse et en dégager le contenu mathématique.

Enjeux

Cette situation-problème, issue de la vie quotidienne de nombreux élèves, nous a paru fournir une bonne motivation pour aborder des matières habituellement peu attractives.

Matières rencontrées

Le périmètre du disque

Les fractions :

- fraction comme opérateur sur une grandeur ;
- fraction comme rapport ;
- comparaison de fractions ;
- écriture décimale d'une fraction ;
- la proportionnalité.

À partir de cette activité, on peut aussi aborder les caractéristiques des tableaux et des graphiques de proportionnalité directe et inverse, ainsi que l'élaboration d'une formule.

De quoi a-t-on besoin ?

Matériel

Tout le matériel peut être amené tant par les élèves que par l'enseignant. Tous les documents fournis en annexe sont donnés à titre d'exemple.

- Au minimum, un vélo muni de plusieurs plateaux et plusieurs pignons. (figures 1 et 2 et définitions suivante)

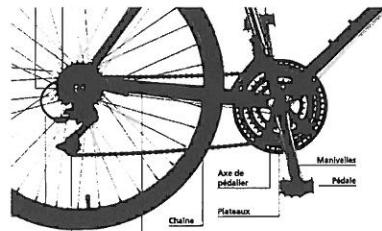


Fig. 1



Fig. 2

Toutefois, il est plus intéressant de disposer de différents types de vélos :

- sans changement de vitesse,
- avec un seul plateau et plusieurs pignons,
- avec plusieurs plateaux (2 ou 3) et plusieurs pignons (7 ou 8), vélos ordinaires ou VTT.

Les VTT peuvent présenter certaines particularités : ils possèdent parfois un sélecteur de vitesses et de plus petits pignons que les vélos ordinaires (voir annexes 2 et 3).

- Des prospectus présentant différents types de vélos et comprenant un tableau de développements, des manuels d'utilisation (annexe 1).
- Des documents présentant des braquets sélectionnés par des sportifs (coupures de journaux, enregistrements de commentaires de courses cyclistes, etc.) (annexe 4).
- De quoi placer des repères sur les roues (bandes adhésives de différentes couleurs) et au sol.
- Une calculatrice élémentaire.

Prérequis

Les élèves doivent savoir utiliser une calculatrice simple (quatre opérations).

1.1 Première étape : observations, questionnement, installation du vocabulaire

Comment s'y prendre ?

Que se passe-t-il lorsqu'on change de braquet¹ ?

Cette première étape de l'activité se déroule d'abord à l'extérieur. Les élèves disposent d'un ou de plusieurs vélos. On leur demande d'observer les effets d'un changement de vitesse.

En plaçant des repères sur les roues et au sol, ils peuvent constater ce qui varie quand on change le braquet : pour un même nombre de tours de pédalier, effectués en maintenant l'effort sur les pédales pour éviter la roue libre, la distance parcourue varie.

¹ Les élèves utilisent spontanément ce mot sans en connaître réellement le sens. Nous en découvrirons la signification exacte au cours de l'activité.

C'est le moment d'installer le vocabulaire technique :

Pignon : roue dentée située sur la roue arrière ;

Plateau : roue dentée située sur le pédalier, servant à mouvoir la roue arrière par l'intermédiaire d'une chaîne ;

Développement : distance parcourue en un tour de pédalier (figure 3).

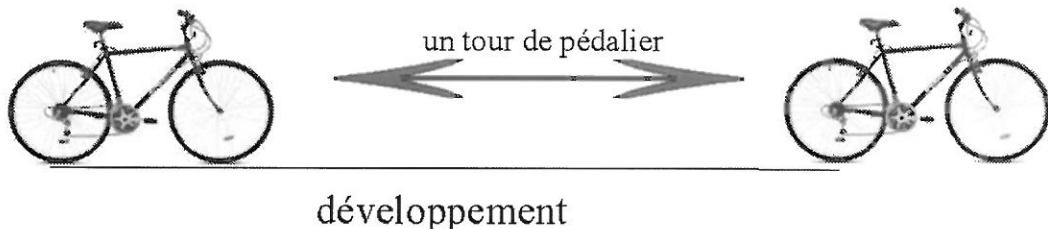


Fig. 3

Certains élèves savent déjà ou auront peut-être trouvé comment sélectionner le plus petit ou le plus grand développement. La suite de l'activité permettra d'en comprendre le pourquoi.

Lors de ces observations, il est opportun de faire trouver que, en un tour de pédalier, la distance parcourue vaut le produit de la distance parcourue en un tour de roue arrière par le nombre de tours effectués par celle-ci (ce nombre n'est pas nécessairement entier !).

Analyse des manuels d'utilisation, prospectus et comptes-rendus sportifs

L'examen des documents apportés en classe permet de faire jaillir plusieurs questions, par exemple :

- Quel est le lien entre le braquet et le développement ?
- Comment a-t-on calculé le tableau de développement (annexe 1) ?
- Pourquoi certains braquets sont-ils déconseillés (annexe 2), voire écartés automatiquement (annexe 3) ? Perd-on ainsi des possibilités de développements ?
- Comment sélectionner les développements du plus petit au plus grand ?
- Comment comparer les développements utilisés par les sportifs ?

1.2 Deuxième étape : Calcul du développement

Comment s'y prendre ?

À chaque tour de pédalier, le vélo avance. Comment déterminer la distance parcourue ?

Par les observations précédentes, les élèves auront constaté que le calcul du développement nécessite la connaissance

- de la distance parcourue en un tour de roue arrière, ce qui fournit l'occasion d'aborder le périmètre du disque (si les élèves n'ont pas encore eu l'occasion de travailler cette matière auparavant) ;
- du nombre de tours effectués par la roue arrière en un tour de pédalier, ce qui amènera à travailler les fractions.

Distance parcourue en un tour de roue arrière, induction de la formule du périmètre

Pour traiter cette première question, nous vous renvoyons à l'activité 2 à la page 14.

Calcul du nombre de tours de la roue arrière

La chaîne relie les dents du plateau à celles du pignon et une dent du plateau entraîne une dent du pignon par l'intermédiaire de la chaîne. Si on n'envisage pas le cas de la roue libre, le nombre de tours du pignon est toujours égal au nombre de tours de la roue arrière.

Prenons comme premier exemple un plateau de 48 dents.

Pour un tour de pédalier, quel est le nombre de tours de la roue arrière dans les cas suivants :

- Si le pignon possède 12 dents ?

Pendant que les 48 dents du plateau défilent, les 12 dents du pignon défilent toutes 4 fois (puisque $48 = 12 \times 4$). À chaque tour de pédalier, le pignon fait quatre tours complets .

- Si le pignon possède 16 dents ? 24 dents ?

Dans ce cas, le nombre de tours est encore entier et vaut respectivement 3 et 2.

- Si le pignon possérait 32 dents ?

Les 32 dents défileraient toutes une fois et 16 parmi les 32, soit la moitié, défilent une seconde fois.

Le nombre de tours de la roue arrière vaut donc $1 + \frac{16}{32} = 1,5$.

- Si le pignon possède 20 dents ? 18 dents ? 14 dents ?

Un raisonnement analogue permet de calculer que :

pour 20 dents, la roue arrière fait $2 + \frac{8}{20}$ tours, puisque $48 = 2 \times 20 + 8$;

pour 18 dents, la roue arrière fait $2 + \frac{12}{18}$ tours, puisque $48 = 2 \times 18 + 12$;

pour 14 dents, la roue arrière fait $3 + \frac{6}{14}$ tours, puisque $48 = 3 \times 14 + 6$;

Récapitulons ceci dans un tableau, en reclassant les exemples par ordre croissant de nombre de dents du pignon (sauf le pignon fictif de 32 dents, introduit pour soutenir le raisonnement). Au préalable, remarquons que, lorsque le nombre de tours n'est pas entier, le dénominateur qui apparaît est le nombre de dents du pignon. Il serait donc plus adéquat de ne pas réduire les fractions, mais de les rendre équivalentes à une fraction dont le dénominateur est le nombre de dents du pignon.

Pour un plateau de 48 dents

Nombre de dents du pignon	Nombre de tours de la roue arrière pour un tour de pédalier
12	$4 = \frac{48}{12}$
14	$3 + \frac{6}{14} = \frac{48}{14}$
16	$3 = \frac{48}{16}$
18	$2 + \frac{12}{18} = \frac{48}{18}$
20	$2 + \frac{8}{20} = \frac{48}{20}$
24	$2 = \frac{48}{24}$

À ce stade, on peut déjà conclure que le plus petit développement sur ce plateau est obtenu en choisissant le plus grand pignon, et le plus grand développement avec le plus petit pignon.

Alternative de raisonnement : Il est possible que certains élèves raisonnent de la manière suivante. Pour un plateau de 48 dents :

- si le pignon possède 12 dents

Nombre de tours du pédalier	Nombre de tours du pignon
1	4

- si le pignon possède 16 dents

Nombre de tours du pédalier	Nombre de tours du pignon
1	3

- si le pignon possède 24 dents

Nombre de tours du pédalier	Nombre de tours du pignon
1	2

- si le pignon possède 32 dents

Nombre de tours du pédalier	Nombre de tours du pignon
2	3
1	1,5

En effet, 2 tours de pédalier et 3 tours de pignon font défiler le même nombre de dents : 96.

- Si le pignon possède 20 dents

Nombre de tours du pédalier	Nombre de tours du pignon
10	24
1	2,4

En effet, 10 tours de pédalier et 24 tours de pignon font défiler le même nombre de dents : 240.

- Si le pignon possède 18 dents

Nombre de tours du pédalier	Nombre de tours du pignon
18	48
1	$\frac{48}{18}$

En effet, 18 tours de pédalier et 48 tours de pignon font défiler le même nombre de dents : 48×18 .

- Si le pignon possède 14 dents

Nombre de tours du pédalier	Nombre de tours du pignon
14	48
1	$\frac{48}{14}$

En effet, 14 tours de pédalier et 48 tours de pignon font défiler le même nombre de dents : 48×14 .

Ajoutons d'autres exemples de plateaux et profitons-en pour déterminer notamment le plus petit et le plus grand braquet.

Nombre de dents du plateau	Nombre de dents du pignon	Nombre de tours de la roue arrière
48	12	$\frac{48}{12} = 4$
	14	$\frac{48}{14}$
	16	$\frac{48}{16} = 3$
	18	$\frac{48}{18}$
	20	$\frac{48}{20}$
	24	$\frac{48}{24} = 2$
36	12	$\frac{36}{12} = 3$
	14	$\frac{36}{14}$
	16	$\frac{36}{16}$
	18	$\frac{36}{18} = 2$
	20	$\frac{36}{20}$
	24	$\frac{36}{24} = 1,5$
24	12	$\frac{24}{12} = 2$
	14	$\frac{24}{14}$
	16	$\frac{24}{16}$
	18	$\frac{24}{18}$
	20	$\frac{24}{20}$
	24	$\frac{24}{24} = 1$

Synthèse

- Le nombre de tours de la roue arrière en un tour de pédalier (N) est le rapport entre le nombre de dents du plateau (D) et le nombre de dents du pignon (d):

$$N = \frac{\text{nombre de dents du plateau}}{\text{nombre de dents du pignon}},$$

$$N = \frac{D}{d},$$

Nous appellerons ce nombre N le *braquet*².

- Le développement, qui est la distance parcourue en un tour de pédalier, est donc le produit du braquet par le périmètre de la roue.
- Le plus petit braquet est obtenu en choisissant le plus petit plateau et le plus grand pignon, c'est-à-dire dans la fraction le plus petit numérateur et le plus grand dénominateur.
- Le plus grand braquet est obtenu en choisissant le plus grand plateau et le plus petit pignon, c'est-à-dire dans la fraction le plus grand numérateur et le plus petit dénominateur.

Remarques à partir de ce dernier exemple:

1. Certains braquets obtenus à partie de roues dentées différentes sont les mêmes.

Pignon	Plateau	braquets
24	48	2
18	36	2
12	24	2
24	36	1,5
16	24	1,5

2. Certains braquets obtenus avec le plus petit plateau sont plus grands que d'autres obtenus avec un plateau supérieur.

Par exemple, sur le plateau à 24 dents, les pignons de 12 et 14 dents donnent des braquets plus grands que celui obtenu avec 36 dents au plateau et 24 dents au pignon.

Proportionnalité directe et inverse

Si on veut étudier la variation du braquet en fonction du nombre de dents du plateau et de celui du pignon, il y a deux possibilités :

- On commence par fixer le nombre de dents du plateau et on fait varier le pignon comme le font généralement les cyclistes. Ceci amène la proportionnalité inverse.
- On fixe d'abord le nombre de dents du pignon et c'est la proportionnalité directe qui apparaît.

² Dans le milieu des cyclistes, on parle de braquet 48×18 , ce qui signifie que le nombre de dents du plateau et du pignon sont respectivement 48 et 18, et que la roue arrière effectue $\frac{48}{18}$ de tours en un tour de pédalier.

1. Fixons le nombre de dents du pignon ($d = 12$) et faisons varier le nombre de dents du plateau. Les cyclistes savent bien que plus le plateau est grand, plus l'effort à fournir en côte est grand.

Nombre de dents du plateau	12	20	24	30	36	42	48	...	D
N	$\frac{12}{12}$	$\frac{20}{12}$	$\frac{24}{12}$	$\frac{30}{12}$	$\frac{36}{12}$	$\frac{42}{12}$	$\frac{48}{12}$...	$\frac{D}{12}$

Nous obtenons un tableau de proportionnalité dont la deuxième ligne est obtenue en divisant la première par 12.

Nous pouvons faire établir la formule correspondante

$$f(D) = \frac{D}{12}$$

et le graphique associé à cette fonction.

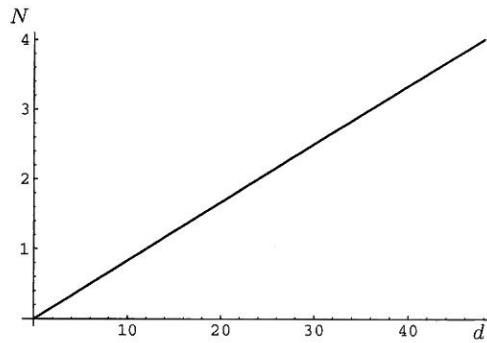


Fig. 4

Nous pouvons observer les caractéristiques classiques du tableau de proportionnalité et de la fonction linéaire :

Si le nombre de dents du plateau est multiplié par un nombre, le braquet correspondant est multiplié par le même nombre.

Notons B_1 et B_2 les braquets respectivement associés à D_1 et D_2 dents du plateau.

Alors le braquet associé à $D_1 + D_2$ dents vaut $B_1 + B_2$. Cette propriété n'a pas de signification sur le plan pratique.

2. Fixons le nombre de dents du plateau ($D = 48$) et faisons varier le nombre de dents du pignon. L'expérience nous apprend que plus le pignon est petit, plus l'effort à fournir en côte est grand.

Nombre de dents du pignon	12	14	16	18	20	22	24	32	...	d
braquet	4	$\frac{48}{14}$	3	$\frac{48}{18}$	$\frac{48}{20}$	$\frac{48}{22}$	2	1,5	...	$\frac{48}{d}$

Nous obtenons un tableau de proportionnalité inverse : si le nombre de dents du pignon est multiplié par un nombre, le braquet associé est divisé par ce même nombre.

Nous pouvons faire établir la formule correspondante

$$f(d) = \frac{48}{d}$$

et le graphique associé.

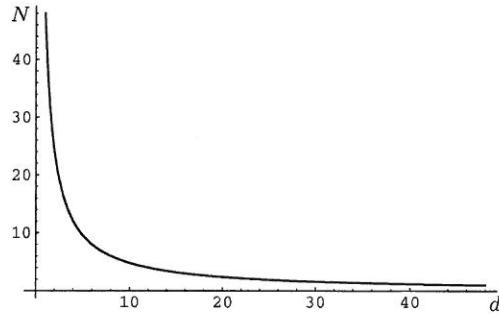


Fig. 5

1.3 Comparaison de développements

Voici un exemple de VTT :

- 3 plateaux de 22, 32, 42 dents ;
- 8 pignons de 11, 12, 14, 16, 18, 20, 24, 28 dents ;

Combien ce VTT possède-t-il de braquets ?

Existe-t-il des développements identiques ?

Le mode d'emploi déconseille les combinaisons suivantes (figure 6). Perdon des possibilités de développements ?

Comment sélectionner les développements du plus petit au plus grand et calculer ceux-ci ?

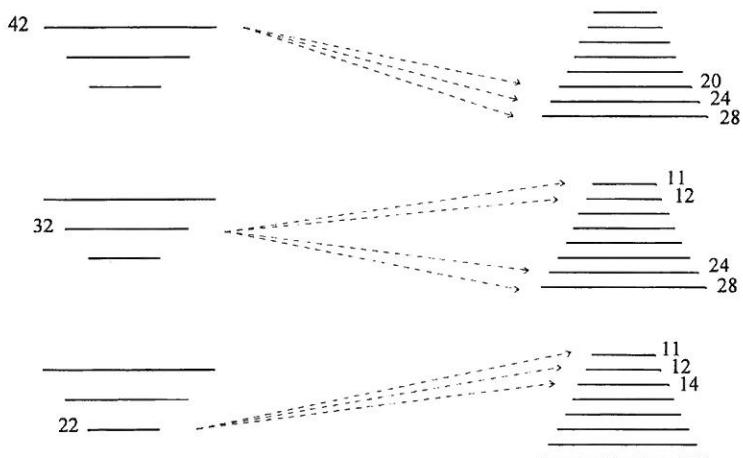


Fig. 6

Les rapports déconseillés correspondent à une situation où la torsion de la chaîne provoque une usure des dents et de la chaîne elle-même.

La construction d'un tableau à double entrée avec les différents plateaux en ligne et les pignons en colonne permet de constater que le nombre de braquets théoriques est le produit du nombre de plateaux et du nombre de pignons.

Lors de la constitution de ce tableau, il vaut mieux placer les pignons par ordre décroissant du nombre de dents, puisque nous avons constaté auparavant que le plus petit braquet sur un plateau donné est obtenu avec le plus grand pignon.

Dans chaque case du tableau, on peut noter :

- Soit uniquement le braquet. La comparaison sera plus aisée si les fractions sont transformées en nombres décimaux. Se pose alors la question du nombre de décimales à garder. Différents essais montreront que deux décimales sont nécessaires et suffisent pour classer les rapports.
- Le développement au centimètre près, obtenu en multipliant le périmètre de la roue par le braquet.

Voici le tableau des braquets :

plateau → pignon ↓	22	32	42
28	$\frac{22}{28} = 0,78$	$\frac{32}{28} = 1,14$	$\frac{42}{28} = 1,5$
24	$\frac{22}{24} = 0,92$	$\frac{32}{24} = 1,33$	$\frac{42}{24} = 1,75$
20	$\frac{22}{20} = 1,1$	$\frac{32}{20} = 1,6$	$\frac{42}{20} = 2,1$
18	$\frac{22}{18} = 1,22$	$\frac{32}{18} = 1,78$	$\frac{42}{18} = 2,33$
16	$\frac{22}{16} = 1,37$	$\frac{32}{16} = 2$	$\frac{42}{16} = 2,62$
14	$\frac{22}{14} = 1,57$	$\frac{32}{14} = 2,28$	$\frac{42}{14} = 3$
12	$\frac{22}{12} = 1,83$	$\frac{32}{12} = 2,67$	$\frac{42}{12} = 3,5$
11	$\frac{22}{11} = 2$	$\frac{32}{11} = 2,9$	$\frac{42}{11} = 3,82$

et le tableau des développements correspondants :

plateau → pignon ↓	22	32	42
28	$\frac{22}{28}$ de 2,07 m = 1,62 m	2,36 m	3,1 m
24	$\frac{22}{24}$ de 2,07 m = 1,89 m	2,76 m	3,6 m
20	$\frac{22}{20}$ de 2,07 m = 2,28 m	3,31 m	4,35 m
18	2,53 m	3,68 m	4,8 m
16	2,84 m	4,14 m	5,43 m
14	3,25 m	4,73 m	6,21 m
12	3,79 m	5,52 m	7,24 m
11	4,14 m	6,02 m	7,9 m

Les résultats écrits en petit sont les choix déconseillés par le mode d'emploi.

Le second tableau peut aussi être obtenu en opérant dans l'ordre inverse, c'est-à-dire en multipliant les braquets du premier tableau par le périmètre de la roue. Les valeurs du second tableau sont proportionnelles à celles du premier, le coefficient de proportionnalité n'étant autre que le périmètre de la roue.

On peut considérer le premier tableau comme donnant les développements, à condition de prendre le diamètre de la roue comme unité de longueur. Le professeur jugera de l'opportunité d'attirer l'attention des élèves sur ces deux observations.

Le premier tableau nous montre que, si on n'utilise pas les braquets déconseillés, on peut sélectionner les braquets du plus petit au plus grand comme suit :

- sur le plus petit plateau, 5 pignons par ordre décroissant ;
- sur le plateau moyen, 4 pignons par ordre décroissant ;
- sur le grand plateau, 5 pignons par ordre décroissant ;

et cette sélection fournit des développements en croissance progressive. C'est ce qui est réalisé par un sélecteur automatique, comme le montre le schéma de l'annexe 3. Les possibilités de développements ainsi perdues ne gênent pas le cycliste, car chacun des braquets déconseillés est proche d'un braquet obtenu sur un autre plateau.

Ce phénomène se reproduit sur les autres vélos observés. En voici un autre exemple :

- 3 plateaux de 28, 38, 48 dents ;
- 7 pignons de 30, 25, 20, 18, 16, 14 dents ;
- diamètre des roues : 70 cm ;

Voici les tableaux reprenant sous forme décimale les braquets et les développements correspondants :

Braquets				Développements			
plateau → pignon ↓	28	38	48	plateau → pignon ↓	28	38	48
30	0,93	1,27	1,6	30	2,04	2,79	3,51
25	1,12	1,52	1,92	25	2,46	3,34	4,22
22	1,27	1,73	2,18	22	2,79	3,8	4,79
20	1,4	1,9	2,4	20	3,08	4,18	5,28
18	1,55	2,11	2,67	18	3,4	4,64	5,87
16	1,75	2,37	3	16	3,85	5,21	6,6
14	2	2,71	3,43	14	4,4	5,95	7,54

En éliminant les combinaisons déconseillées, on obtient les développements par ordre croissant en sélectionnant les plateaux du plus petit au plus grand et, pour chaque plateau, les pignons choisis par ordre décroissant.

1.4 Exercices

Calculs de développements

1. Trouve un vélo à plusieurs plateaux et plusieurs pignons parmi tes connaissances et calcule son tableau de développements.
2. En supposant que les roues avaient 70 cm de diamètre, calcule les développements utilisés par les dix derniers détenteurs du record du monde de l'heure. Voici les braquets qu'ils ont utilisé :

Maurice Archambaud (1937)	24 × 7
Fausto Coppi(1942)	52 × 15
Jacques Anquetil(1956)	52 × 15
Ercole Baldini	52 × 15
Roger Rivière (1957)	52 × 15
Roger Rivière (1958)	53 × 15
Ferdinand Braque (1967)	53 × 15
Olé Ritter (1968)	54 × 15
Eddy Merckx (1972)	52 × 14
Francesco Moser (1984)	56 × 15
Francesco Moser (1984)	57 × 15
Graeme Obree (1993)	52 × 12
Christopher Boardman (1993)	53 × 13
Graeme Obree (1994)	52 × 12
Miguel Indurain (1994)	59 × 14
Tony Rominger (1994)	59 × 14
Tony Rominger (1994)	60 × 14
Christopher Boardman (1996)	56 × 13

3. À partir du document de l'annexe 4, essaye de retrouver le diamètre des roues de vélo.

Comparaison de développements

Voici un vélo comportant

- 3 plateaux de 45, 35, 25 dents ;
- 8 pignons de 24, 26, 24, 22, 20, 18, 16, 14 dents.

1. Trouve toutes les combinaisons pour lesquelles la roue arrière effectue, en un tour de pédalier :

- plus d'un tour ?
 - plus de deux tours ?
 - moins d'un tour ?
 - moins de deux tours ?
- 2.** Quels sont les développements plus grands que celui obtenu avec le braquet 35×20
- sur le même plateau ?
 - sur le même pignon ?
 - avec d'autres plateaux et d'autres pignons ?

Construction de graphiques

Un vélo possède un seul plateau de 46 dents et 6 pignons de 22, 20, 18, 16, 14 et 12 dents. Le diamètre des roues vaut 70 cm. Calcule les 6 développements et trace sur papier millimétré le graphique du développement en fonction du nombre de dents du pignon.

Proportionnalité directe et inverse - caractéristiques

Un vélo comporte

- 3 plateaux de 48, 36 et 24 dents ;
- 8 pignons de 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24 et 26 dents.

1. Existe-t-il un développement deux fois plus grand que celui obtenu avec le braquet 24×28 ?

Peut-on obtenir d'autres développements dont l'un soit le double de l'autre avec d'autres choix de braquets ?

2. Existe-t-il sur ce vélo un développement

- 1,5 fois plus grand que celui obtenu avec le braquet 36×16 ?
- 1,5 fois plus petit que celui obtenu avec le braquet 36×16 ?
- qui vaut les $\frac{4}{5}$ de celui obtenu avec le braquet 48×20 ?
- qui vaut les $\frac{5}{4}$ de celui obtenu avec le braquet 48×20 ?
- 2 fois plus grand que celui obtenu avec le braquet 24×28 ?
- 2 fois plus petit que celui obtenu avec le braquet 24×28 ?

2 Distance parcourue en un tour de roue arrière, le périmètre du cercle

De quoi s'agit-il ?

Induire la formule du périmètre du disque au départ de mesures du diamètre et du périmètre, récapitulées dans un tableau et sur un graphique de proportionnalité.

Enjeux

Trouver une relation entre le périmètre et le diamètre du disque.

*De quoi a-t-on
besoin ?*

Matériel

Nous utiliserons différents objets circulaires ou possédant une face circulaire (roue, assiette,...), des disques en papier ou en carton. Nous suggérons d'y inclure des objets dont les diamètres permettront de mettre facilement en évidence les caractéristiques d'un tableau de proportionnalité (exemples : 4 cm, 8 cm, 12 cm, 16 cm). Nous aurons également besoin de règles graduées, de ficelle et de ciseaux.

Prérequis

Les élèves doivent savoir utiliser une calculatrice simple (quatre opérations).

*Comment s'y
prendre ?*

Les élèves seront donc amenés à mesurer le diamètre de disques dont ils ne connaissent pas le centre, ainsi que la longueur d'une ligne qui n'est pas droite.

Comment procéder ? Voici quelques suggestions.

Pour le diamètre :

- utiliser un pied à coulisse
- chercher la plus grande corde à l'aide d'une règle graduée
- tracer le cercle sur un carton en contournant l'objet ; on peut alors mesurer le diamètre :
 - en pliant le disque en deux parties superposables ; le diamètre apparaît alors comme axe de symétrie ;
 - en coinçant le disque entre deux droites parallèles et en mesurant l'écart entre celles-ci (c'est le principe du pied à coulisse) ;
 - en traçant une corde quelconque et sa médiatrice, qui est le diamètre du disque.

Pour le périmètre : placer une ficelle autour du disque fournit une mesure imprécise. Il vaut mieux placer un repère sur le bord du disque et le faire rouler sur une droite graduée.

Récapitulons toutes les mesures dans un tableau, en plaçant les objets par ordre croissant de diamètre

d	4 cm	6 cm	8 cm	10 cm	12 cm	16 cm
P						

On constate aisément que le périmètre vaut un peu plus de 3 fois le diamètre. Comment déterminer ce nombre ? Il suffit de calculer le rapport $\frac{P}{d}$ pour chaque objet. Si les mesures sont précises, on peut ainsi obtenir un rapport compris entre 3,1 et 3,2.

C'est le moment d'introduire le nombre π et sa valeur décimale approchée 3,14..., et d'induire la formule

$$P = \pi d \quad \text{ou encore} \quad P = 2\pi r.$$

On peut aussi observer d'autres caractéristiques du tableau.

Par exemple, si le diamètre est n fois plus grand, le périmètre l'est aussi.

Ou encore, le périmètre d'un disque de diamètre $d_1 + d_2$ est la somme des périmètres des disques de diamètre d_1 et d_2 .

On peut aussi établir un graphique reprenant les mesures pour constater que celui-ci est une droite passant par l'origine.

Écho des classes

Pour mesurer le diamètre du disque, certains élèves ont imaginé

- d'inscrire à la règle et à l'équerre le cercle dans un carré, et d'en tracer les médianes ;
- d'inscrire à la règle et à l'équerre un rectangle dans le cercle, et d'en tracer les diagonales.

ANNEXE

FICHES À PHOTOCOPIER

TABLEAU DES DÉMULTIPLICATIONS POUR ROUE DE 700

▼ *Pignon roue libre (nombre de dents).*

	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	30	32
20	3,55	3,27	3,04	2,84	2,66	2,50	2,36	2,24	2,13	2,02	1,93	1,85	1,77	1,70	1,63	1,57	1,52	1,42	1,33
22	3,30	3,60	3,34	3,12	2,92	2,75	2,60	2,46	2,34	2,23	2,13	2,03	1,95	1,87	1,80	1,73	1,67	1,56	1,46
24	4,26	3,33	3,65	3,40	3,19	3,00	2,84	2,69	2,45	2,43	2,32	2,22	2,13	2,04	1,96	1,89	1,82	1,70	1,59
26	4,61	4,26	3,95	3,69	3,46	3,25	3,77	2,91	2,77	2,63	2,51	2,40	2,30	2,21	2,13	2,05	1,97	1,84	1,73
28	4,97	4,56	4,23	3,95	3,70	3,48	3,29	3,12	2,96	2,82	2,69	2,58	2,47	2,37	2,28	2,19	2,11	1,98	1,86
30	5,32	4,88	4,54	4,29	3,97	3,73	3,53	3,34	3,17	3,02	2,89	2,76	2,65	2,54	2,44	2,35	2,27	2,13	1,99
32	5,68	5,20	4,82	4,50	4,23	3,97	3,74	3,55	3,38	3,21	3,06	2,94	2,81	2,70	2,60	2,49	2,41	2,27	2,13
34	6,03	5,53	5,14	4,80	4,90	4,23	4,00	3,79	3,60	3,43	3,27	3,13	3,00	2,88	2,77	2,67	2,57	2,41	2,26
36	6,39	5,84	5,44	5,08	4,76	4,46	4,23	4,00	3,81	3,62	3,45	3,30	3,17	3,04	2,92	2,81	2,70	2,55	2,39
38	6,74	6,19	5,75	5,36	5,08	4,73	4,47	4,23	4,02	3,83	3,66	3,50	3,35	3,22	3,09	2,98	2,87	2,70	2,52
40	7,10	6,49	6,03	5,63	5,29	4,97	4,60	4,44	4,23	4,02	3,83	3,66	3,53	3,38	3,23	3,15	3,00	2,84	2,66
42	7,45	6,83	6,35	5,92	5,54	5,22	4,93	4,68	4,44	4,23	4,02	3,85	3,70	3,55	3,40	3,28	3,17	2,97	2,79
44	7,81	7,15	6,64	6,20	5,82	5,46	5,16	4,89	4,65	4,42	4,23	4,04	3,87	3,72	3,57	3,42	3,32	3,12	2,92
45	7,98	7,32	6,79	6,35	5,94	5,58	5,29	4,99	4,76	4,53	4,31	4,12	3,95	3,81	3,68	3,53	3,42	3,19	2,99
46	8,16	7,47	6,94	6,47	6,07	5,71	5,39	5,12	4,86	4,63	4,42	4,23	4,04	3,89	3,72	3,59	3,47	3,26	3,06
47	8,34	7,64	7,09	6,62	6,20	5,84	5,52	5,22	4,97	4,72	4,50	4,31	4,12	3,97	3,81	3,68	3,53	3,33	3,12
48	8,52	7,81	7,24	6,77	6,35	5,96	5,63	5,35	5,08	4,82	4,61	4,40	4,23	4,06	3,89	3,74	3,62	3,40	3,19
49	8,69	7,95	7,40	6,90	6,47	6,00	5,75	5,44	5,18	4,93	4,69	4,50	4,31	4,14	3,98	3,83	3,70	3,48	3,26
50	8,87	8,12	7,55	7,04	6,60	6,22	5,86	5,56	5,29	5,03	4,80	4,59	4,39	4,23	4,06	3,91	3,76	3,55	3,32
51	9,05	8,29	7,70	7,19	6,73	6,35	5,99	5,67	5,39	5,12	4,89	4,67	4,48	4,31	4,14	3,97	3,85	3,62	3,39
52	9,23	8,46	7,85	7,32	6,88	6,45	6,00	5,77	5,50	5,22	4,99	4,78	4,57	4,40	4,23	4,06	3,91	3,69	3,46
53	9,40	8,61	8,00	7,47	7,00	6,58	6,22	5,88	5,61	5,33	5,08	4,86	4,65	4,48	4,29	4,14	4,00	3,76	3,52
54	9,58	8,78	8,15	7,62	7,13	6,71	6,35	6,01	5,71	5,44	5,18	4,95	4,76	4,57	4,38	4,23	4,06	3,83	3,59

▲ *Plateau du pédalier (nombre de dents)*

Avec des roues de 26" les démultiplications sont légèrement inférieures, il est alors difficile de donner des chiffres précis en raison des différences de section des pneus 26", ce qui modifie ces longueurs.

QUELQUES EXEMPLES DE RÉGLAGES INCORRECTS

La chaîne passe au-delà du petit pignon de la roue libre et tombe entre la roue libre et la patte du cadre :

La vis de réglage H est trop desserrée.

Resserrez la vis jusqu'à ce que le galet supérieur soit bien aligné sous le petit pignon (fig. 1).

Pour toutes les bicyclettes équipées de dérailleur très spécifiques, veuillez vous reporter à la notice jointe au véhicule.

DÉRAILLEURS

Les dérailleurs avant et arrière doivent vous permettre de changer aisément de vitesse.

Pour obtenir le meilleur résultat possible, sans détérioration du mécanisme, il est recommandé de ne pas appuyer fortement sur les pédales ou moment où vous actionnez les leviers. Accompagnez simplement le roulement de la machine.

Après un certain temps d'utilisation, il est recommandé d'effectuer un réglage des commandes qui auront subi un basculement normal.

Le double plateau est un organe mécanique qui vous permettra, en choisissant le bon développement, (voir tableau) de doser votre effort avec précision, donc de rouler sans fatigue.

Le triple plateau permet, grâce à sa couronne supplémentaire de disposer d'un plus grand choix de développement (voir tableau).

Attention

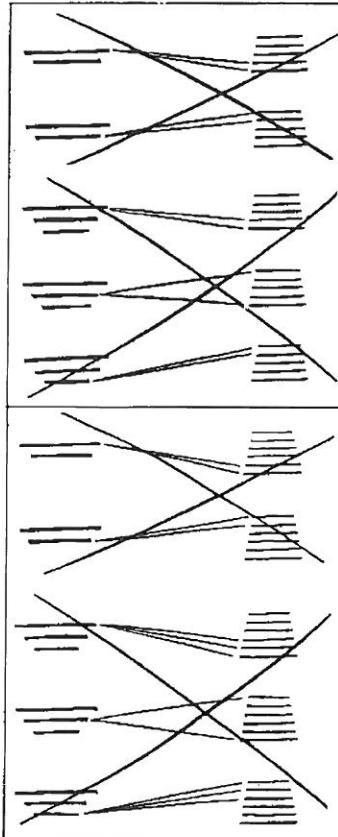
1 - Ne jamais actionner les changements de vitesse à l'arrêt (risques de tension excessive des câbles ou de détérioration des gaines).

2 - Dans le cas d'utilisation de combinaisons déconseillées, il y a risque d'endommager le dérailleur :

- Si l'on déplace la bicyclette en arrière
- Si l'on pédale en arrière.

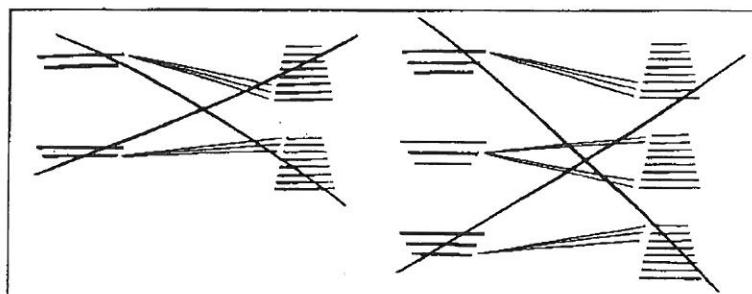
COMBINAISONS DÉCONSEILLÉES

Avec roue libre, 5 ou 6 pignons :



15

Avec roue libre, 7 ou 8 pignons :



CHOISISSEZ UNE DÉMULTIPLICATION

On appelle démultiplication, la distance en mètres, parcourue à chaque tour de pédale. Vous choisirez vos développements en fonction de la nature du relief, des vents contraires, de l'état de la route, mais également en tenant compte de vos propres forces.

Pour connaître vos développements, la formule suivante doit être employée.

Diamètre extérieur du pneumatique \times 3,1416 \times nombre de dents du plateau de pédalier, divisé par le nombre de dents du pignon de la roue arrière.

Exemple : Avec un plateau 48 dents, une roue libre 14 dents et des pneumatiques de 700 x 28 c, le développement sera : $0,678 \times 3,1416 \times 48 = 7,30 \text{ m}$

14

	SPROCKET	28	24	21	18	16	14	12	11
CHAINWHEEL	22	1.61 1°	1.88 2°	2.15 3°	2.51 4°	2.83	3.23	3.77	4.11
	31	2.28	2.65	3.03 5°	3.54 6°	3.98 7°	4.55 8°	5.31	5.79
	42	3.08	3.60	4.11	4.79	5.39 9°	6.17 10°	7.19 11°	7.85 12°

Leurs temps de passage								
	1972 <i>MERCKX</i>	1984 <i>MOSER</i>	1993 <i>OBREE</i>	1994 <i>BOARMAN</i>	1994 <i>OBREE</i>	1994 <i>INDURAIN</i>	1994 <i>ROMINGER</i>	1994 <i>ROMINGER</i>
5 km	5.55.60	5.47.26	5.47.11	5.48.54	5.38.99	5.43.95	5.39.10	5.30.25
10 km	11.53.20	11.40.76	11.32.94	11.30.84	11.18.13	11.20.10	11.10.4	10.53.45
15 km	17.59.03	17.30.46	17.22.15	17.13.43	16.57.74	16.58.94	16.42.4	16.17.23
20 km	24.06.80	23.21.59	23.11.43	22.56.48	22.39.03	22.38.51	22.15.6	21.42.85
25 km	30.13.02	29.14.85	29.00.46	28.41.54	28.21.95	28.18.36	27.49.7	27.08.67
30 km	36.20.20	35.07.47	34.50.75	34.25.54	34.04.34	33.58.35	33.26.3	32.34.95
35 km	42.26.48	41.00.30	40.39.76	40.11.17	39.46.94	39.33.49	39.2.4	38.00.48
40 km	48.34.43	46.52.01	46.30.39	45.57.29	46.30.76	45.13.85	44.36.9	43.26.86
45 km	54.38.85	52.45.88	52.20.03	51.43.37	51.14.03	50.55.94	50.12.6	48.53.54
50 km		58.40.11	58.09.53	57.28.74	56.54.51	56.34.26	55.48.2	54.18.73
1 H.	49.431 km	51.151 km	51.596 km	52.272 km	52.713 km	53.040 km	53.832 km	55.291 km

Plus de 9 mètres par tour de pédale

Tony Rominger a employé un braquet de 60x14, soit une avancée supérieure à 9 mètres (9,02 m) à chaque tour de pédale lors de son record de l'heure. Seul, l'Ecossais Graeme Obree a utilisé un développement plus important (9,25 m). Mais sa position désormais interdite par les règlements permettait une dépense musculaire sensiblement inférieure.

Braquets employés par les détenteurs successifs

Archambaud 24x7 = 7,32m
 Coppi 52x15 = 7,40m
 Anquetil 52x15 = 7,40m
 Baldini 52x15 = 7,40m
 Rivière 52x15 = 7,40m
 Rivière 53x15 = 7,54m
 Bracke 53x15 = 7,54m
 Ritter 54x15 = 7,69m
 Merckx 52x14 = 7,93m
 Moser 56x15 = 8,17m
 Moser 57x15 = 8,27m
 Obree 52x12 = 9,25m
 Boardman 53x13 = 8,70m
 Obree 52x12 = 9,25m
 Indurain 59x14 = 8,76m (1)
 Rominger 59x14 = 8,85m (1)
 Rominger 60x14 = 9,02m

(1) Indurain et Rominger ont utilisé des roues arrières de dimension légèrement différentes.

BIBLIOGRAPHIE

Mathactive, Documents pédagogiques, Mathématique dans l'enseignement professionnel, Ministère de l'Éducation Nationale.

Le feu, la lumière, le temps qui passe, Guide du maître de CE au CM. Collection Raymond Tavernier, L'éveil par les activités scientifiques, Bordas.

TABLE DES MATIÈRES

1	Des vélos aux fractions et à la proportionnalité	1
1.1	Première étape : observations, questionnement, installation du vocabulaire	2
1.2	Deuxième étape : Calcul du développement	3
1.3	Comparaison de développements	9
1.4	Exercices	12
2	Distance parcourue en un tour de roue arrière, le périmètre du cercle	14
	Fiches à photocopier	17

Groupes associés au CREM

AHA, Approche Heuristique de l'Analyse,
10 fond du Rondia 1348 Louvain-la-Neuve
Contact : M. Krysinska, tél. (0)10 45 06 50

ALTAIR, Centre d'Histoire des Sciences
et des Techniques , A.S.B.L.
IPHO, C.P.175, U.L.B.

50 avenue F.D. Roosevelt 1050 Bruxelles
Contact : J.M. Delire, tél. (0)2 650 38 57

CDS, Centre de Didactique des Sciences
de l'Université de Mons-Hainaut,
Faculté des Sciences,
15 avenue Maistriau 7000 Mons
Contact : Ph. Herquet, tél. (0)65 37 34 15

FOPEM, Formation Permanente des
Enseignants de Mathématique,
Département de Mathématique,
Université de Liège,
15 avenue des Tilleuls 4000 Liège
Contact : J. Navez, tél. (04) 366 93 76

GEM, Groupe d'Enseignement Mathématique,
Département de Mathématiques de l'UCL,
2 chemin du Cyclotron 1348 Louvain-la-Neuve
Contact : C. Hauchart, tél. (0)10 47 32 72

GEPEMA, Groupe d'Etude sur les Premiers
Enseignements de la Mathématique,
Université de Mons-Hainaut,
Faculté des Sciences,
15 avenue Maistriau 7000 Mons
Contact : P. van Praag, tél. (0)65 39 34 17

SBPMef, Société Belge des Professeurs
de Mathématique d'expression française,
15 rue de la Halle 7000 Mons
Contact : G. Noël, tél.(0)65 37 34 15

UREM, Unité d'Étude et de Recherche
sur l'Enseignement des Mathématiques,
Institut Supérieur Industriel de Liège,
6 quai Glosesener 4020 Liège
Contact : A. Pétry, tél. (0)41 41 13 85

UREM, Unité de Recherche sur l'Enseignement
des Mathématiques,
Département de Mathématiques de l'ULB,
CP 216 boulevard du Triomphe 1050 Bruxelles
Contact : F. Buekenhout, tél. (0)2 650 58 64

