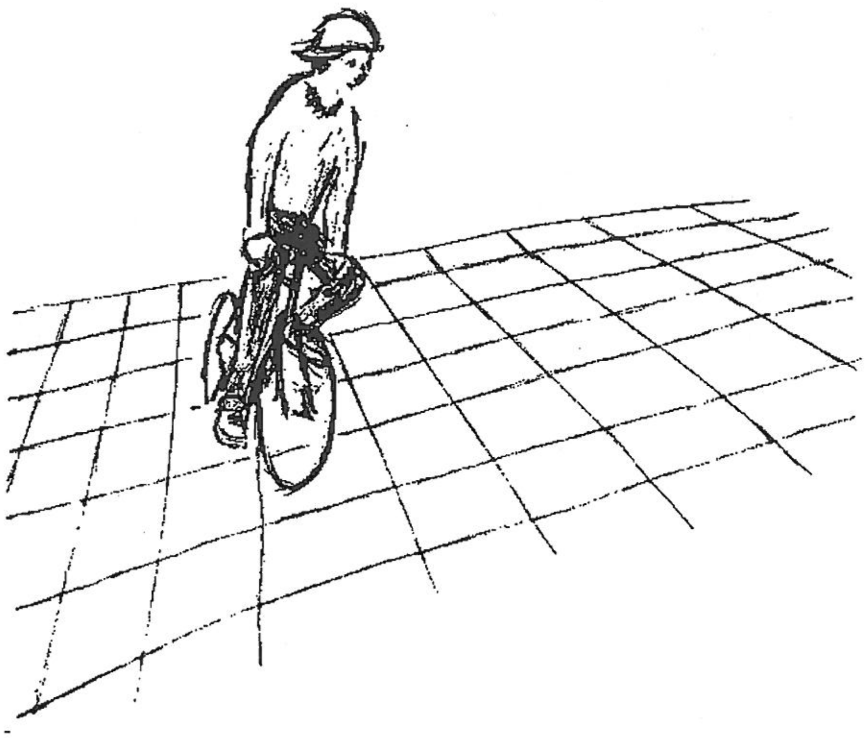
1 c

Des images aux figures géométriques

Calques, quadrillages et rotations



Mathématiques
Formation des maîtres
CREM a.s.b.l.

Le CREM a.s.b.l. a pour missions principales la recherche sur l'enseignement des mathématiques de la prime enfance à l'âge adulte et la formation continue des enseignants de mathématiques. Pour mener à bien ces missions, il a signé des conventions bilatérales d'entraide avec les groupes suivants :

- AHA, Approche Heuristique de l'Analyse,
  10 fond du Rondia 1348 Louvain-la-Neuve
  Contact : Marisa Krysinska, tél. 32 10 45 06 50

- CDS, Centre de Didactique des Sciences de l'Université de Mons-Hainaut
  Faculté des Sciences,
  15 Avenue Maistriau 7000 Mons
  Contact : Guy Noël, tél. 32 65 37 34 15

- COJEREM, Collèges Jésuites, Réflexions sur l'Enseignement des Mathématiques
  (sous-groupe du Centre de Formation à la Pédagogie des Mathématiques, FOPEMA)
  Département de Mathématiques des FUNDP,
  8 rempart de la Vierge 5000 Namur
  Contact : Maggy Schneider, tél. 32 2 687 20 73

- GEM, Groupe d'Enseignement Mathématique
  Département de Mathématiques de l'UCL,
  2 chemin du Cyclotron 1348 Louvain-La-Neuve
  Contact : Christiane Hauchart, tél. 32 10 47 32 72

- GEPEMA, Groupe d'Etude sur les Premiers Enseignements de la Mathématique
  Université de Mons-Hainaut, Faculté des Sciences,
  15 avenue Maistriau 7000 Mons
  Contact : Paul Van Praag, tél. 32 65 37 34 17

- SBPMef, Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française,
  15 rue de la Halle 7000 Mons
  Contact : Guy Noël, tél. 32 65 37 34 15

- UEREM, Unité d'Étude et de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques
  Institut Supérieur Industriel de Liège,
  6 quai Gloesener 4020 Liège
  Contact : André Pétry, tél. 32 41 41 13 85

- UREM, Unité de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques
  Département de Mathématiques de l'ULB,
  CP 216 boulevard du Triomphe 1050 Bruxelles
  Contact : Francis Buekenhout, tél. 32 2 650 58 64

CREM a.s.b.l., juillet 1996
Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques
5 rue Émile Vandervelde B-1400 Nivelles (Belgique)
Tél. : 32 67 21 25 27 Fax : 32 67 21 22 02

Déjà parus :

1. Des images aux figures géométriques
1a Transformer une image (1995)
1b Assembler des triangles (1995)
1c Calques, quadrillages et rotations (1996)

En préparation :

Les treillis et les nombres

Document élaboré par
Bernard HONCLAIRE
Françoise VAN DIEREN
Marie-Françoise VAN TROEYE
à la demande des Comités de Concertation de la Formation Continue
des Caractères non confessionnel et confessionnel.

Avant-propos

Ce fascicule s'adresse à des enseignants du premier degré de l'enseignement secondaire. Il propose six activités autour de mouvements d'une feuille transparente sur une autre, d'une figure sur une autre dessinée sur un quadrillage ou dans un repère.

Travailler des rotations de 90°, en se référant aux bords d'une feuille ou aux directions d'un quadrillage, permet de relier les propriétés de ces rotations à celles de l'orthogonalité et du parallélisme, sans devoir se préoccuper du centre et sans tracer un seul arc de cercle.

Le repère cartésien permet d'associer aux rotations de 90° et aux translations, des nombres munis d'un signe.

En ce qui concerne le sens des rotations, nous avons adopté le vocabulaire propre au langage *Logo* : tourner à droite correspond à une rotation de sens négatif (sens horloger) et tourner à gauche à une rotation de sens positif (sens anti-horloger).

Matériel

Une ou deux feuilles de papier transparent par élève, des feuilles quadrillées et, pour le professeur, quatre triangles rectangles isométriques découpés dans du carton (ou mieux dans une matière qui adhère au tableau).

Sommaire

1. Tourner une feuille transparente

Activité

Lorsqu'on superpose deux feuilles rectangulaires puis qu'on tourne celle du dessus de 90°, les bords d'en haut et d'en bas de celle-ci se retrouvent parallèles aux bords latéraux de celle du dessous. Nous étudions ici ce que deviennent des figures tracées sur une feuille que l'on tourne de cette façon.

Les élèves disposent d'une feuille et d'un transparent (ou calque) de dimensions identiques.

- **Dessiner sur la feuille, puis reproduire sur le transparent :**
  une droite,
  une paire de droites parallèles.
  Examiner les figures que l'on obtient en tournant le transparent de 90°, puis de 180°.
- **Quelle figure faut-il dessiner sur la feuille et quel mouvement faut-il effectuer avec le transparent pour obtenir**
  un parallélogramme,
  un quadrilatère ayant deux angles droits,
  un rectangle ?

Pour la première partie de la première question, on obtient une situation comme celle que montre la Figure 1 ou la Figure 2. Dans la première, les droites sont visiblement perpendiculaires ; la seconde permet de tester si les élèves conçoivent réellement la droite comme un objet infini.

La Figure 3 montre que la rotation de 180° peut être obtenue en composant deux rotations de 90°. Elle fait apparaître aussi que deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles.

Lorsqu'on fait tourner deux droites parallèles et qu'on examine ce qui se passe pour des rotations qui ne sont pas nécessairement de 90°, on rencontre une situation analogue à celles montrées par la Figure 4. Certains élèves disent avoir un parallélogramme, d'autres un losange. Il faut trancher. Les élèves proposent le plus souvent de mesurer deux côtés consécutifs, mais les imprécisions des mesurages laissent planer le doute. Le professeur peut alors suggérer de calculer l'aire du parallélogramme en prenant pour base d'abord un des côtés (soit a), puis l'autre (soit b). (Il est vraisemblable que, dans de nombreuses classes, ce soit l'occasion de remettre en place la notion d'aire d'un parallélogramme et d'en faire des estimations par mesurage). Comme la distance entre les deux paires de parallèles est la même, on ne doit mesurer qu'une hauteur (soit h). On exprime l'aire du parallélogramme par $a \times h$ et par $b \times h$. Ces produits représentant la même aire, ils doivent être égaux. Les côtés consécutifs doivent donc avoir même mesure. Les égalités : $a \times h = b \times h$ et $a = b$ traduisent ce raisonnement. Une rotation de 90° fait apparaître un losange ayant des angles droits et détermine donc un carré.

A propos de la deuxième question, on découvrira que l'on peut former les quadrilatères demandés au départ des situations suivantes :

- deux droites sécantes et leurs images par une rotation de 180°,
- deux droites sécantes et leurs images par une rotation de 90°,
- deux droites perpendiculaires et leurs images par une rotation de 180°.

Cette situation engendre naturellement des familles emboîtées de quadrilatères.

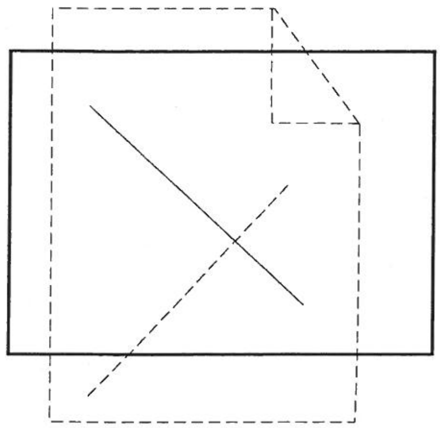


Fig. 1

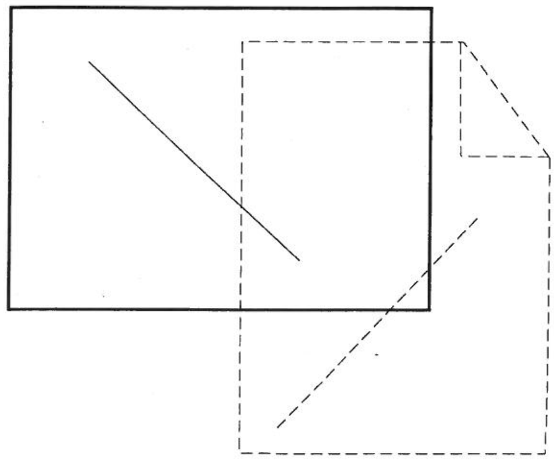


Fig. 2

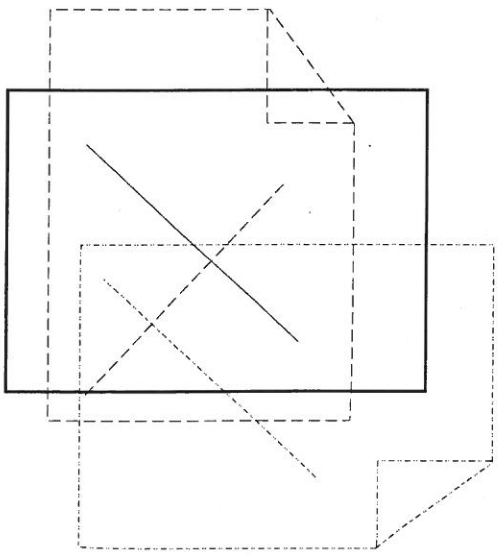


Fig. 3

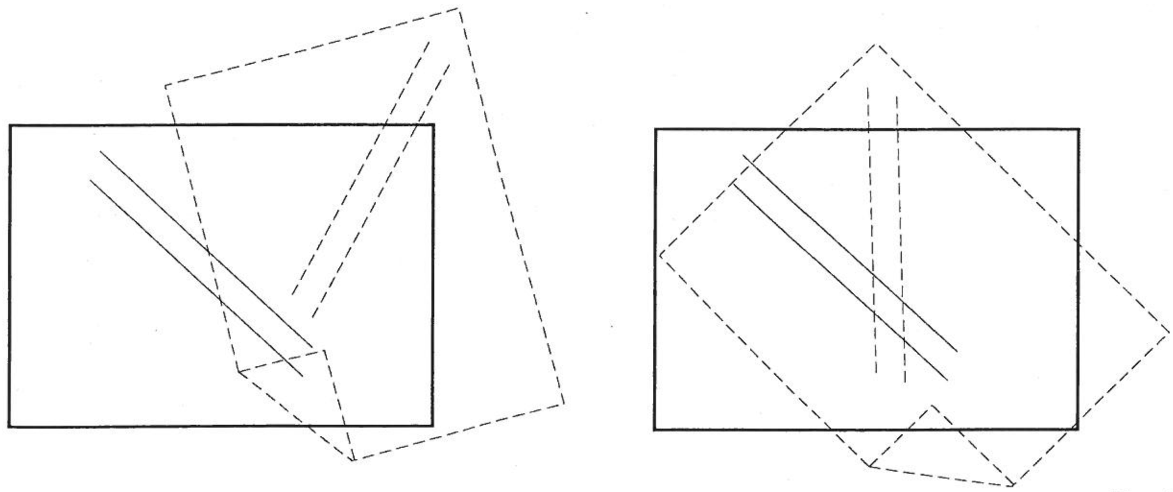


Fig. 4

2. Tourner des triangles rectangles

Activité

Poursuivons l'étude des figures qui tournent de 90° en utilisant à présent des triangles rectangles. La Figure 5 montre deux triangles rectangles superposables dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 4 cm et ont les mêmes directions que le quadrillage ou que les bords du tableau.

La disposition des triangles induit qu'une rotation de 90° bien choisie applique un triangle sur l'autre.

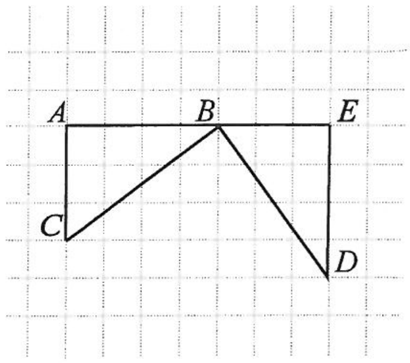


Fig. 5

- **Dénombrer tous les triangles déterminés par trois des cinq points notés sur la Figure 5.**
- **Déterminer la nature de chaque triangle (isocèle, équilatéral, rectangle, ...).**
- **Calculer l'aire de chacun de ces triangles.**
- **Et si on place de nouveaux triangles (superposables aux premiers) en tournant toujours de la même façon ?**

Le dénombrement peut être organisé de manière formelle en choisissant trois lettres dans un ensemble de cinq lettres et en rejetant les triplets qui représentent un triangle déjà compté et ceux qui correspondent à des points alignés. Le dénombrement peut aussi s'appuyer sur la figure elle-même : chaque segment étant considéré comme côté d'un triangle, on cherche parmi les trois points restants ceux qui conviennent comme troisième sommet. Il reste à éliminer les répétitions.

Les élèves établissent facilement que le triangle *CBD* est isocèle parce que les côtés [*BC*] et [*BD*] ont la même longueur ; il est plus difficile de s'assurer qu'il est aussi rectangle. Deux types d'arguments peuvent être avancés :

- [*CB*] et [*BD*] sont images l'un de l'autre par une rotation de 90°,
- en repérant des angles complémentaires et un angle plat.

Le calcul de l'aire des triangles non rectangles suscite des stratégies variées :

- par différence d'aires de triangles rectangles,
- en repérant dans le triangle les éléments connus qui permettent d'utiliser la formule sans faire de mesures supplémentaires,
- pour le triangle *CBD*, on peut partir du trapèze *ACDE*.

La quatrième question installe un premier débat autour de l'idée « Qu'est-ce c'est que tourner de la même façon ? ». On est amené ainsi à repréciser la façon dont les deux premiers triangles sont disposés.

La configuration montrée par la Figure 6 fait apparaître une rotation de 180°. Le fait de travailler sur un tableau quadrillé, (comme le montre les Figures 5 et 6), ne laissera aucun doute sur la nature du quadrilatère *AEGH.* Par contre, sur un tableau « ordinaire » et avec comme seuls repères les bords de ce tableau, une recherche d'arguments permettra de lever l'incertitude : on retrouve les deux droites parallèles *AC* et *ED* de la Figure 5 et leurs images par une rotation de 90° (*BE* et *FG*). Le quadrilatère *AEGH* est un parallélogramme qui a trois angles droits (donc quatre et c'est un rectangle) et deux côtés consécutifs [*AE*] et [*EG*] de même longueur, c'est un carré. Les points *C, F, H* déterminent un triangle rectangle superposable aux trois premiers.

Si le travail n'est pas effectué sur un tableau quadrillé, il sera nécessaire de décrire ce quatrième triangle pour que les élèves comprennent bien qu'il est superposable aux trois premiers.

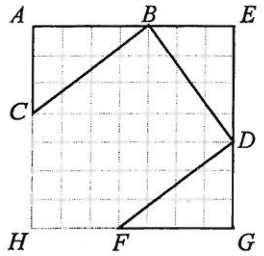


Fig. 6

Le calcul de l'aire du carré *CBDF* oblige à nouveau à mettre en place une stratégie :
- doubler l'aire du triangle *CBD* calculée précédemment, ou
- enlever l'aire des quatre triangles rectangles de celle du carré *AEGH.*

Voici une situation dans laquelle on a calculé l'aire d'un carré sans en connaître le côté !

Notions abordées dans les deux activités précédentes :

2.1 Un triangle qui a deux côtés de même longueur et un angle droit est un triangle isocèle rectangle.

2.2 Un quadrilatère formé de deux paires de parallèles est un parallélogramme.

2.3 Un parallélogramme ayant des angles droits est un rectangle.

2.4 Un rectangle ayant deux côtés consécutifs de même longueur est un carré.

2.5 Lier rotation de 90°(à droite ou à gauche) et droites perpendiculaires. Une droite et son image par une rotation de 90° sont perpendiculaires.

2.6 Lier rotation de 180° et droites parallèles.
Une droite et son image par une rotation de 180° sont parallèles.
Les rectangles, les losanges et les carrés sont des cas particuliers de parallélogrammes.

Pour calculer l'aire d'un parallélogramme, on utilise la formule $B \times H$. Chaque côté peut être pris comme base.

Acquis sur le plan des méthodes

Rencontre de situations conflictuelles dans une classe à propos de la nature d'une figure, ce qui amène le besoin d' une justification et la recherche des arguments qui peuvent convaincre.

S'organiser pour produire un dénombrement complet.

3. Calculer des aires

Activité

Dans la dernière figure de l'Activité 2, les points *B*, *D*, *F* et *C* partagent les côtés du carré *AFGE* (7 cm) en 4 cm et 3 cm.

- **Placer, sur les côtés d'un carré de 7 cm, quatre points qui partagent ces côtés en 3 cm et 4 cm.**
- **Déterminer la nature du quadrilatère formé par ces quatre points et calculer son aire.**
- **Organiser une recherche de tous les cas différents.**
- **Recommencer pour un partage 2 cm / 5 cm dans le but de déterminer un carré.**
- **Calculer l'aire de ce carré. Donner des renseignements sur la longueur de son côté.**
- **Envisager d'autres cas.**

Quelques situations rencontrées :

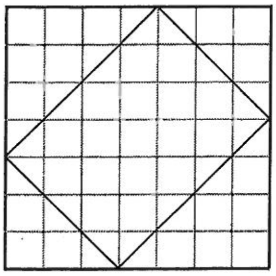


Fig. 7

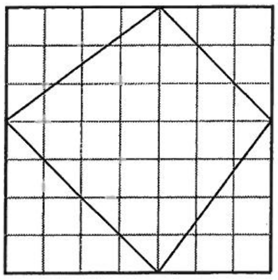


Fig. 8

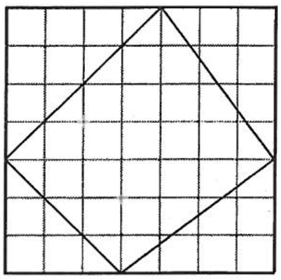


Fig. 9

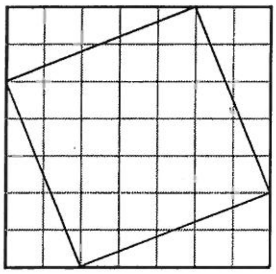


Fig. 10

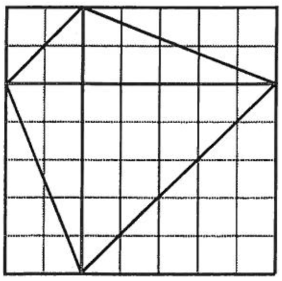


Fig. 11

Les élèves sont amenés à effectuer des démarches telles que :

- Pour la Figure 7, détermination d'un rectangle en tant que quadrilatère possédant quatre angles droits. Ceux-ci sont aisément calculés après détection des quatre triangles rectangles isocèles et de leurs angles de 45°.
- Pour la Figure 8, détermination d'un trapèze isocèle par la reconnaissance de deux propriétés :

- deux droites (les bases principales des deux triangles rectangles isocèles) perpendiculaires à une même droite (la diagonale du carré qui est axe de symétrie de ces mêmes triangles rectangles isocèles) sont parallèles entre elles,
- deux côtés de même longueur (hypoténuses de triangles rectangles isométriques).
- Pour la Figure 9, détermination d'un quadrilatère ayant deux angles droits ; ceux-ci se calculant pour l'un par somme de deux complémentaires et pour l'autre par somme de deux angles de 45°.
- Pour les Figures 7 à 11, calcul des aires par soustraction des quatre triangles rectangles du grand carré.
- Pour le carré de la Figure 10 , le calcul de l'aire précède la connaissance du côté :
  calcul de l'aire : 49 - (4 × 5) ou 9 + (4 × 5) selon que l'on place les quatre triangles rectangles isométriques à l'extérieur ou à l'intérieur du carré dont on calcule l'aire ; (le calcul par l'expression $(5^2) + (2^2)$ ne pourra venir qu'après la remarque suivante)
  calcul du côté :

Aires	*Côtés*
28,09	5,3
29	5,3 < c < 5,4
29,16	5,4

Tabl. 1

recherche au dixième (avec l'usage d'une calculatrice éventuellement) :

Aires	*Côtés*
16	4
25	5
29	5 < c < 6
36	6

- En comparant les Figures 10 et 11, on peut rencontrer le théorème de Pythagore uniquement en retrouvant quatre triangles rectangles isométriques dans chacun des deux grands carrés, en comparant les aires de ces grands carrés après avoir "enlevé" les triangles rectangles et en replaçant les trois carrés restants comme sur la Figure 12 (ce théorème sera vu et fixé dans une année ultérieure).

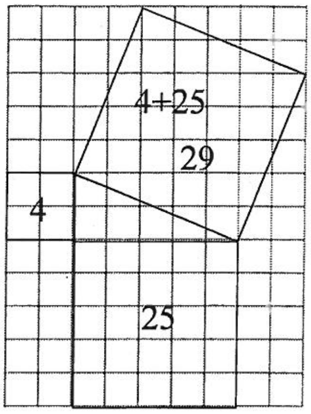


Fig. 12

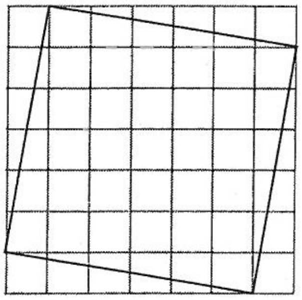


Fig. 13

- La Figure 13 montre un exemple d'une autre façon de partager le côté du carré de départ et peut faire partie des exercices de fixation.

Notions abordées :

3.1 Deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles entre elles.
3.2 Calculer des sommes et des différences d'angles.
3.3 Calculer des aires par addition ou soustraction d'autres aires
3.4 Un trapèze est un quadrilatère qui a deux côtés parallèles.

Acquis sur le plan des méthodes

Les élèves rencontrent un carré dont ils déterminent l'aire avant le côté ; c'est pour beaucoup d'entre eux une découverte, leur réflexe étant la plupart du temps de dire « ... je dois mesurer le côté pour calculer l'aire ... ».

Familiariser les élèves avec une technique d'encadrements successifs pour la détermination d'un nombre « difficile à calculer ».

4. Parallélisme et perpendicularité sur un quadrillage

Activité

Lors des activités précédentes, nous avons porté l'attention sur certains effets des rotations de 90°, et cela sans utiliser de compas et sans nous soucier du centre, en nous repérant seulement sur les bords de la feuille ou sur les directions du quadrillage. La présente activité focalise l'attention sur les directions de droites que l'on apprendra à caractériser sur un support analogue au papier quadrillé : un papier pointé.

- **Construire les triangles $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$, ... pour qu'ils soient images du triangle ABC par une rotation de 90° à droite, ou à gauche. Utiliser seulement une règle non graduée.**
- **Comparer ensuite les positions de $[A_1C_1]$, $[A_2C_2]$, ... à celle de $[AC]$.**

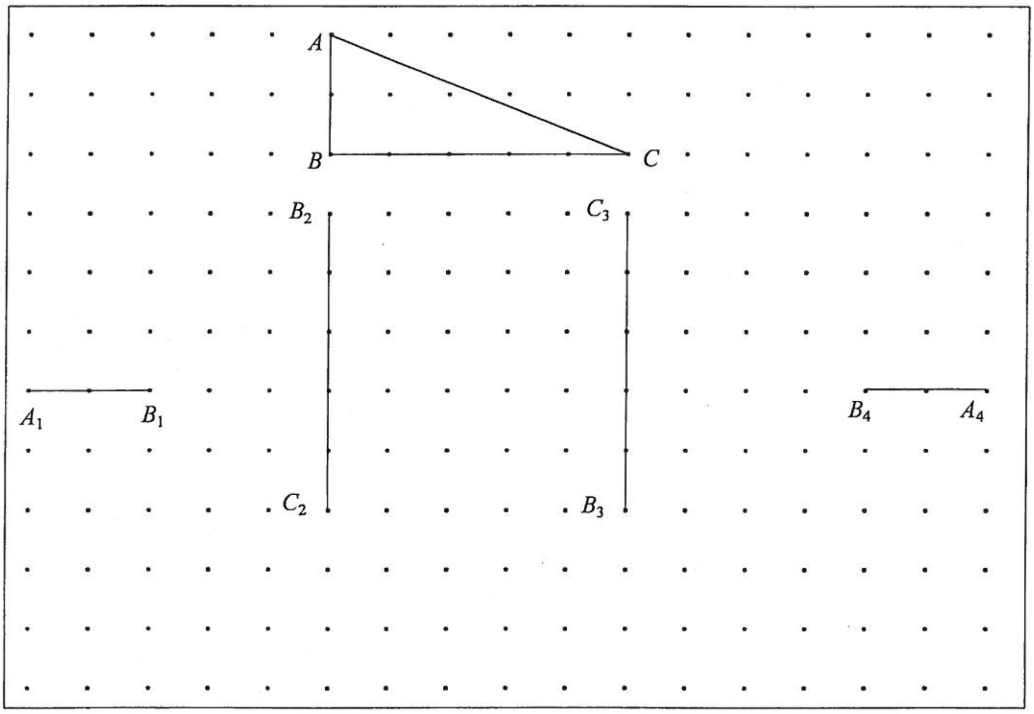


Fig. 14

Il faut tourner le triangle ABC de 90° vers la gauche pour amener $[AB]$ en $[A_1B_1]$, l'image de $[BC]$ doit donc être perpendiculaire à $[A_1B_1]$ en B_1, vers le haut. On suit une démarche analogue pour compléter les autres triangles.

Comme les triangles sont tous images du triangle ABC par une rotation de 90°, les droites A_1C_1, A_2C_2, A_3C_3, A_4C_4, sont perpendiculaires à la droite AC.

Pour aller de A vers C, on avance de 5 unités vers la droite et on descend de 2 unités. Relevons les différences de position entre les images des points A et C (Voir Tableau 2).

	horizontalement	verticalement
$A \to C$	$+5$	-2
$A_1 \to C_1$	$+2$	$+5$
$A_2 \to C_2$	-2	-5
$A_3 \to C_3$	$+2$	$+5$
$A_4 \to C_4$	-2	-5

Tabl. 2

On observe que chaque fois qu'on passe de $[AC]$ à l'une de ses images par une rotation de 90°, les distances 5 et 2 commutent (l'horizontale devient verticale et réciproquement). On observe aussi que le sens change pour l'une des deux directions.

- **Parmi les droites CD, EF et GH, quelles sont celles qui sont parallèles à AB ? Parmi les droites IJ, KL et MN, quelles sont celles qui sont perpendiculaires à AB ?**

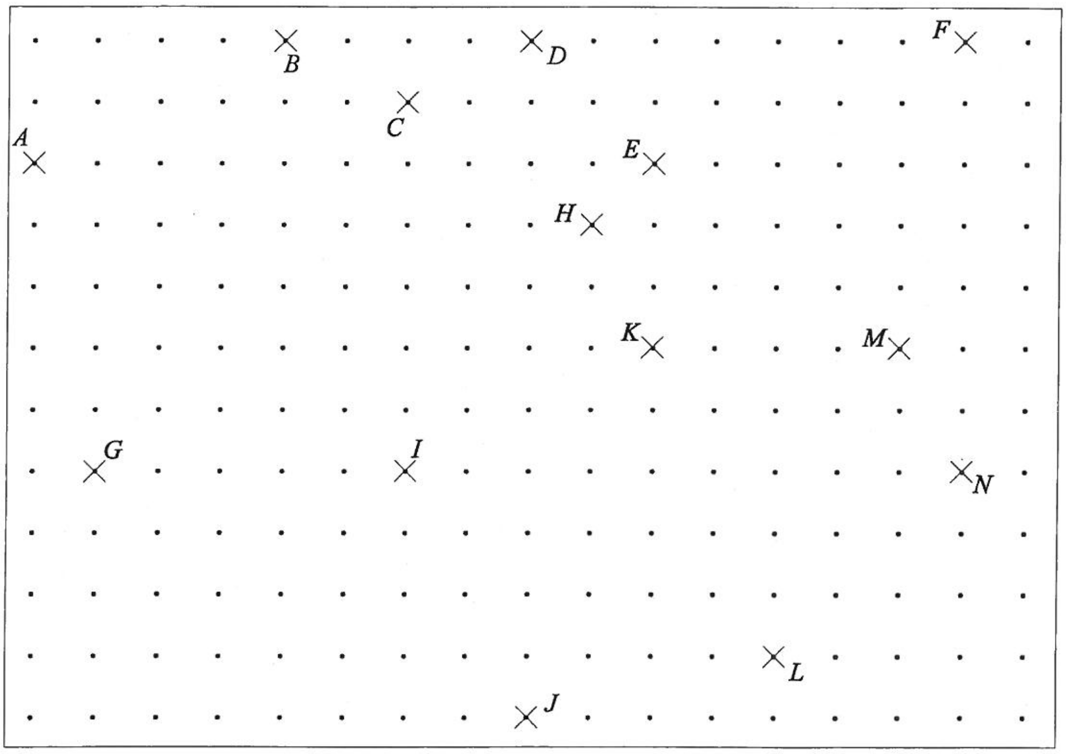


Fig. 15

Le déplacement de A vers B est (+ 4 ; + 2), de C vers D il est (+ 2 ; + 1).

Le déplacement (+ 2 ; + 1) appliqué deux fois à partir de A aboutit en B car dans un rectangle les diagonales et les médianes se coupent en un même point, milieu de chacune d'elles (voir Figure 17). La droite CD est donc parallèle à AB

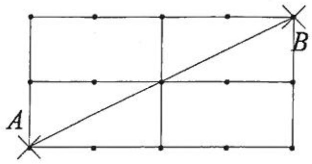


Fig. 16

Le déplacement de E vers F est (+ 5 ; + 2), si on le compare au déplacement de A vers B, on constate que pour un même déplacement vertical, le déplacement horizontal est différent. Les droites AB et EF ne sont donc pas parallèles.

Le déplacement de G vers H est (+ 8 ; + 4), si on applique deux fois (+ 4 ; + 2) à partir de G, on arrive au point H. Les droites AB et GH sont donc parallèles.

Pour reconnaître si les droites IJ , KL et MN sont perpendiculaires à AB, on combine les observations relatives à une rotation de 90° aux observations relatives au parallélisme.

Notions abordées

4.1 Pour reconnaître ou tracer une droite parallèle à une droite donnée sur un quadrillage :

- On repère deux points du quadrillage qui appartiennent à la droite donnée et on compte de combien on avance (ou recule), puis de combien on monte (ou descend) pour aller du premier point au second. On détermine ainsi un couple de nombres.

- Toute droite à laquelle on peut associer de la même façon un couple de nombres proportionnels à ceux de la droite donnée, lui est parallèle.

4.2 Pour reconnaître ou tracer une perpendiculaire à une droite donnée sur un quadrillage :

- On repère deux points du quadrillage qui appartiennent à la droite donnée et on compte de combien on avance (ou recule), puis de combien on monte (ou descend) pour aller du premier point au second. On détermine ainsi un couple de nombres. on appelle (a, b) un tel couple.

- Toute droite à laquelle on peut associer de la même façon, soit le couple (–b, a), soit le couple (b, –a) , est perpendiculaire à la droite donnée.

Acquis sur le plan des méthodes

Imaginer un mouvement, prévoir une position finale avant d'exécuter une construction.

Transférer des propriétés élaborées dans un contexte (les mouvements d'une feuille transparente) à un autre (les feuilles quadrillées).

5. Glisser dans un repère.

Activité

- **Dans le repère ci-dessous, le point A est repéré par les nombres 4 et 2 dans l'ordre. Ceci signifie que, partant du point O, on a avancé de quatre unités vers la droite et qu'on est monté de deux unités. On note:** *A*=(4 ; 2)
  Repérer de la même façon les points *B, C, D* **et** *E* **de la Figure 17**
- **Reproduire la Figure 17. sur une feuille quadrillée et découper la tasse. Poser cette dernière sur celle de la Figure 18 et la glisser horizontalement vers la gauche de 6 unités. Ecrire les coordonnées des sommets** *A', B', C, D'* **et** *E'* **ainsi obtenus. Décrire comment on passe des coordonnées de la première tasse à celles de la seconde (sans qu'on doive s'en référer à l'image).**
- **Reproduire la même Figure 17 et dessiner son image lorsqu'on ajoute (– 3) aux abscisses et (– 7) aux ordonnées.**

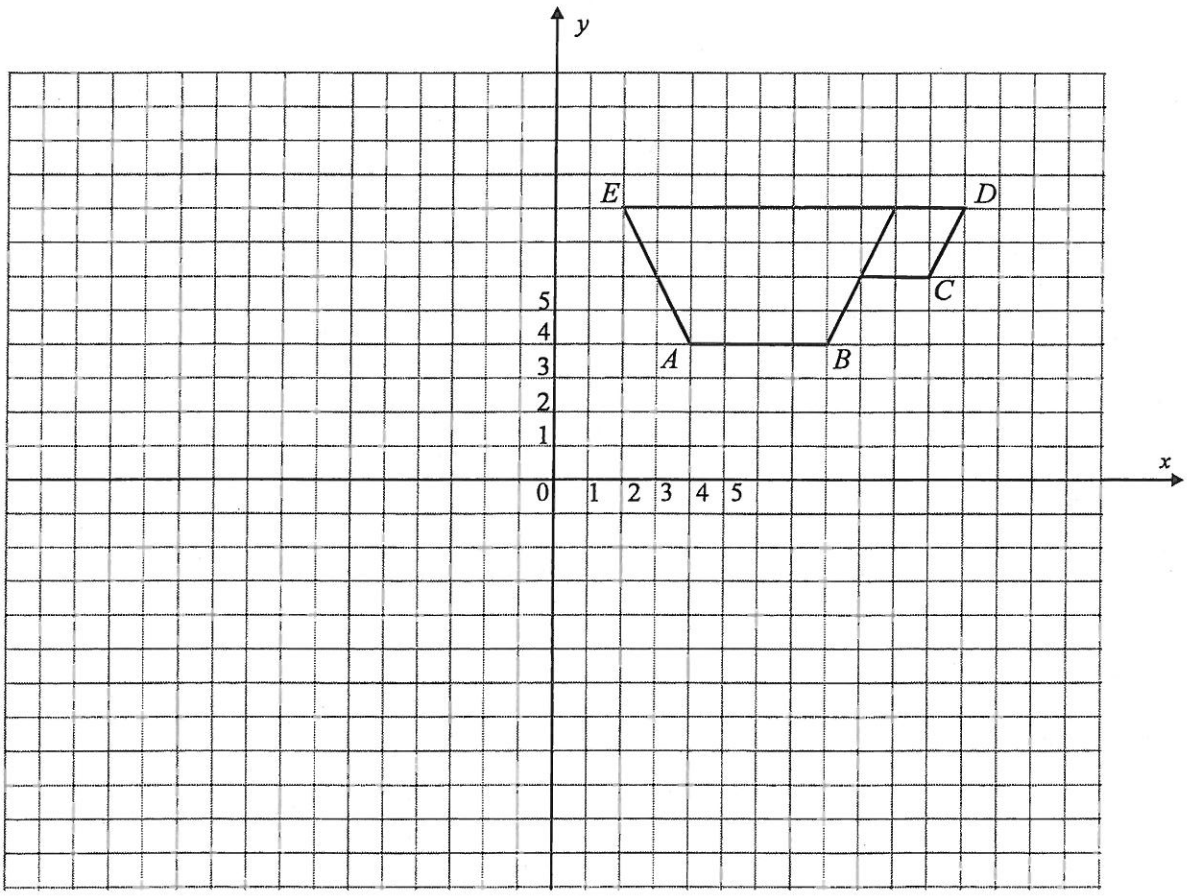


Fig. 17

La première question conduit à fixer la notion de coordonnée d'un point dans un repère.

La translation horizontale de la seconde question peut être décrite de la façon suivante : on ajoute (– 6) aux abscisses, on ne modifie pas les ordonnées. Si l'on convient d'appeler x l'abscisse d'un point et y son ordonnée, on écrit

$$x \to x' = x + (-6)$$
$$y \to y' = y.$$

Cette question, la suivante (et d'autres analogues que l'on proposera avant de dégager une description générale) conduisent non seulement à interpréter une translation en termes d'opération sur les coordonnées, mais à découvir (ou exercer) le calcul avec des entiers et à utiliser des lettres.

Notions abordées

5.1 Repérer un point dans un repère :

partant de l'origine du repère, on compte de combien d'unités il faut avancer (ou reculer), puis de combien d'unités il faut monter (ou descendre) pour atteindre le point ;

le premier nombre est appelé abscisse du point et le second est appelé ordonnée du point ; les deux nombres ensemble sont appelés coordonnées du point.

5.2 Caractériser une translation dans un repère :

Si les coordonnées d'un point sont (x, y), les coordonnées de son image par une translation sont $(x + a, y + b)$. Les signes des nombres a et b indiquent le sens des composantes horizontale et verticale de la translation.

6. Tourner de 90° dans un repère

Activité

Dans la Figure 18, on sait que $C = (2{,}3\ ;\ 3{,}9)$. **Déterminer les coordonnées des points** *A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L*. **Décrire les changements de coordonnées relatifs à une rotation de 90° vers la gauche.**

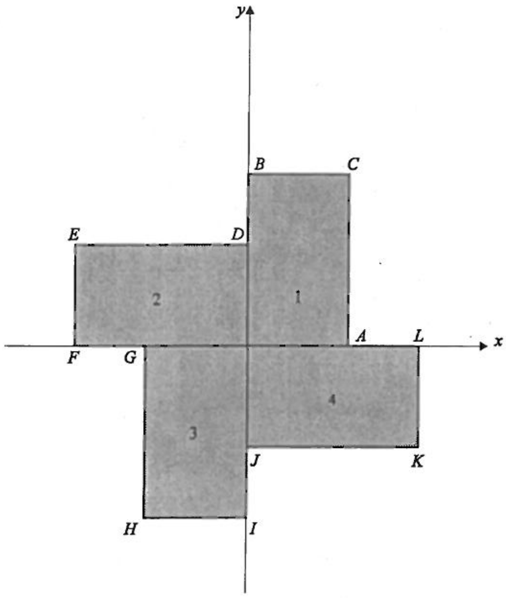


Fig. 18

Les rectangles de la Figure 18 sont images l'un de l'autre par des rotations successives de 90° vers la gauche. Déterminons les images du point A, puis du point B et enfin celles du point C (voir Tableau 3).

$A = (2{,}3\ ;\ 0)$	$B = (0\ ;\ 3{,}9)$	$C = (2{,}3\ ;\ 3{,}9)$
$D = (0\ ;\ 2{,}3)$	$F = (-3{,}9\ ;\ 0)$	$E = (-3{,}9\ ;\ 2{,}3)$
$G = (-2{,}3\ ;\ 0)$	$I = (0\ ;\ -3{,}9)$	$H = (-2{,}3\ ;\ -3{,}9)$
$J = (0\ ;\ -2{,}3)$	$L = (3{,}9\ ;\ 0)$	$K = (3{,}9\ ;\ -2{,}3)$

Tabl. 3

Une observation attentive du tableau permet de découvrir comment déterminer les coordonnées de l'image d'un point donné sans recourir au dessin de cette image. Par exemple pour passer de C à E :

$$C = (2{,}3\ ;\ 3{,}9)$$

= opposé

$$E = (-3{,}9\ ;\ 2{,}3)$$

Notions abordées

Si les coordonnées d'un point sont (x, y), les coordonnées de son image par une rotation de 90° vers la gauche autour du centre du repère sont (– y, x).

Acquis sur le plan des méthodes (pour les activités 5 et 6)

Transposer des propriétés géométriques sur un plan numérique.
Vérifier la plausibilé d'un calcul en se référant à une figure.
Conjecturer une règle (pour passer d'un objet à son image).

Exercices de fixation et d'évaluation

Objectif 1

Calculer une aire à partir de la notion de mesure d'une surface, sans recourir à une formule.

Questions

1. La Figure 19 montre des surfaces dessinées sur un quadrillage. Utiliser les caractéristiques de celui-ci pour calculer les aires des surfaces données. (Certaines d'entre elles doivent être considérées comme différences entre l'aire d'un rectangle et des triangles rectangles dont l'aire peut être calculée facilement).

2. Donner trois encadrements successifs de la mesure du côté du carré *I*, puis du carré *L*.

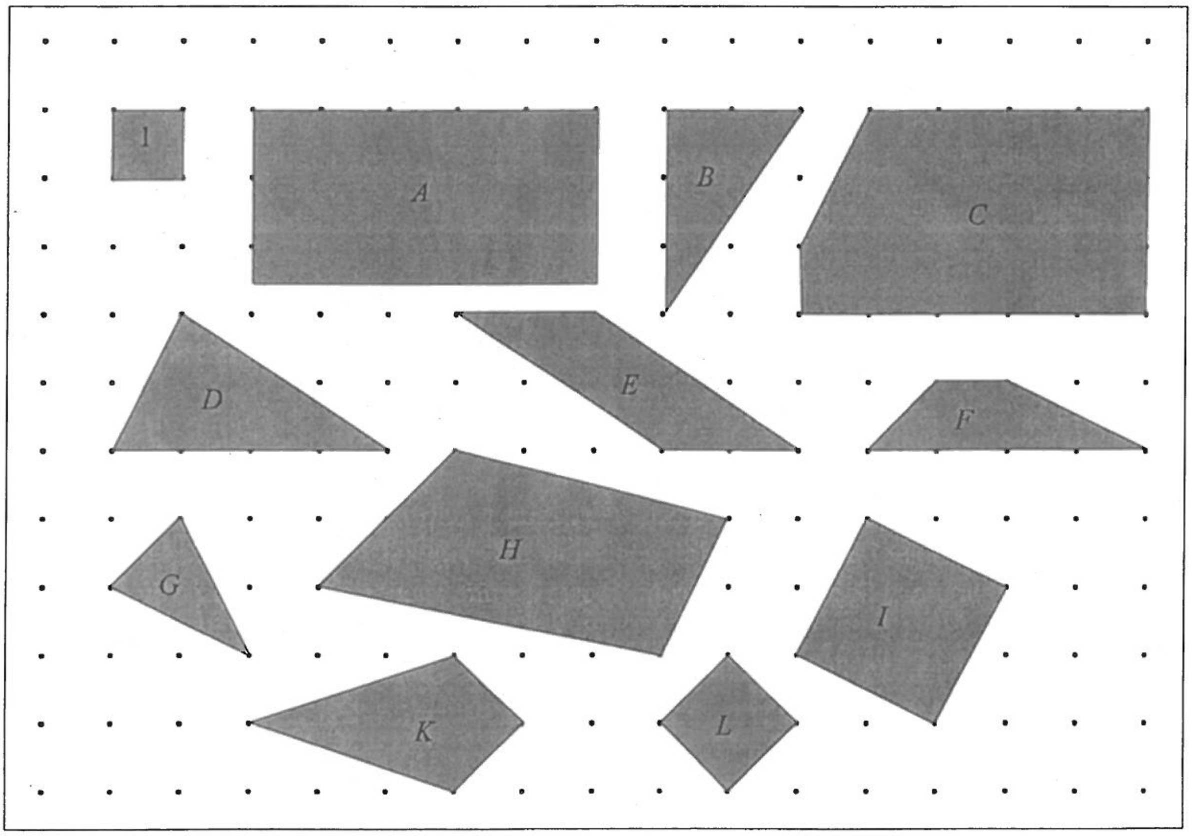


Fig. 19

Objectif 2

Caractériser l'alignement,le parallélisme et la perpendicularité sur un quadrillage

Questions

1. Les point *M, N, P* de la Figure 20 sont-ils alignés ? Et les points *X, Y, Z* ?

2. Construire deux droites parallèles à *AB* (voir Figure 21), l'une passant par le point *C*, l'autre par le point *D.* Construire ensuite deux droites perpendiculaires à *AB*, l'une passant par *E*, l'autre passant par *F*. Utiliser seulement une règle non graduée

3. Déterminer la nature des quadrilatères *ABCD, EFGH* et *IJKL* (voir Figure 22), sans faire aucune construction.

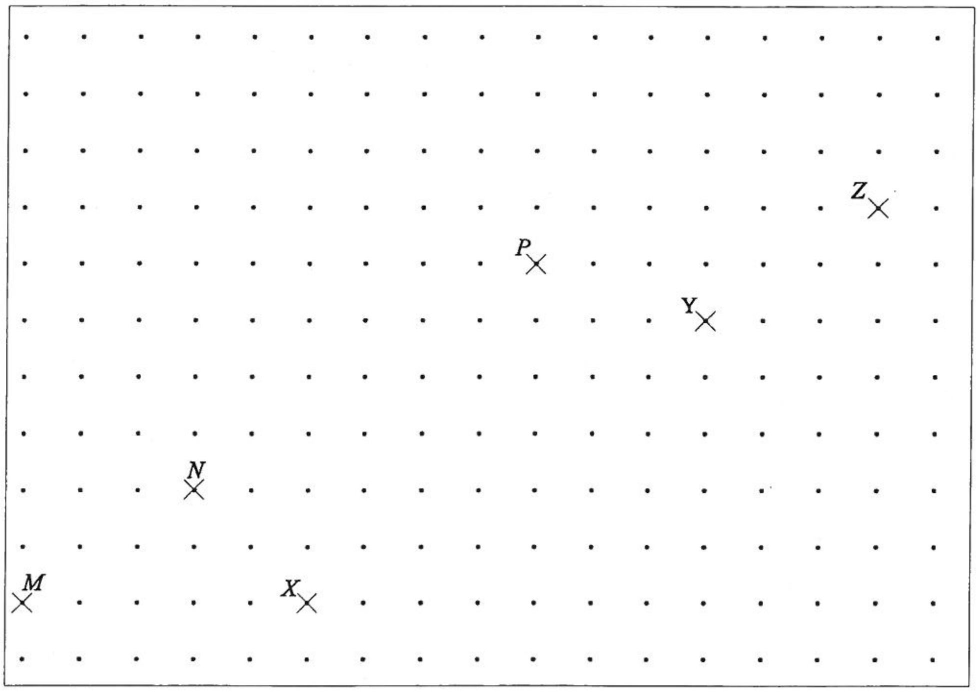


Fig. 20

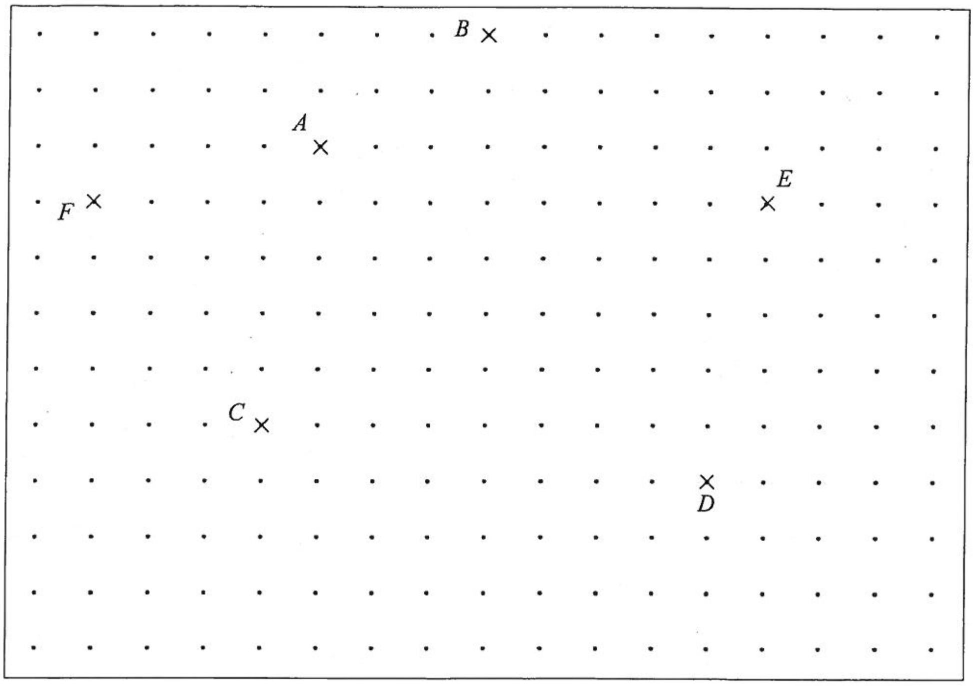


Fig. 21

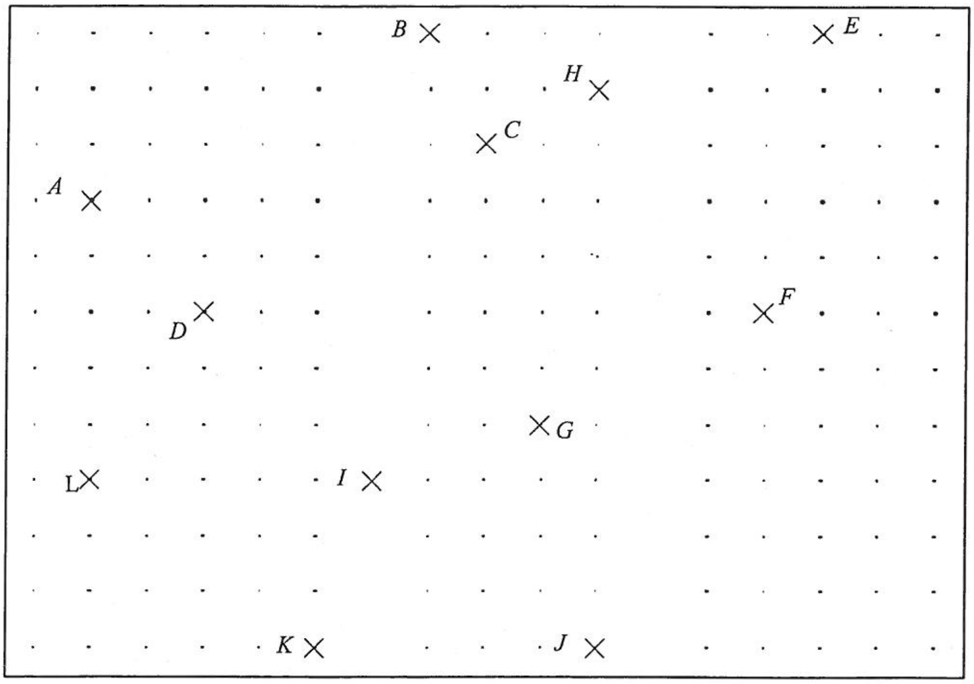


Fig. 22

Objectif.3

Caractériser une translation, une rotation de 90° dans un repère

Questions

1. Déterminer les coordonnées des sommets $A_1A_2A_3A_4A_5A_6.....A_{19}A_{98}$ puis celles des sommets $B_1B_2B_3B_4...B_{19}B_{75}B_{87}$ des losanges de la Figure 23. Même question à propos des rectangles de la Figure 24.

2. Décalquer puis découper la tasse de la Figure 25.

La replacer sur la Figure 25, puis la tourner vers la gauche de 90° autour du point 0. Ecrire les coordonnées des sommets pour cette nouvelle position. Appliquer ensuite une deuxième, puis une troisième rotation de 90° vers la gauche, écrire chaque fois les coordonnées des sommets.

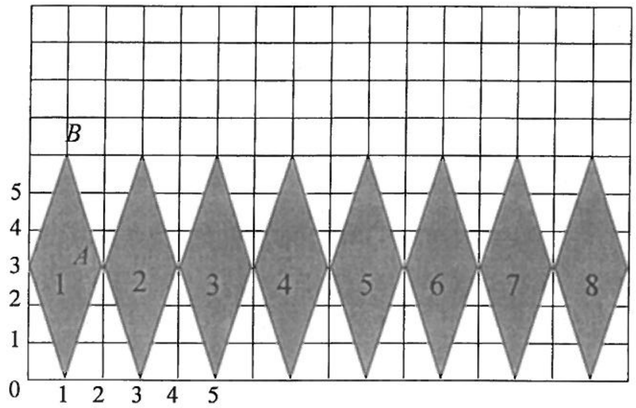


Fig. 23

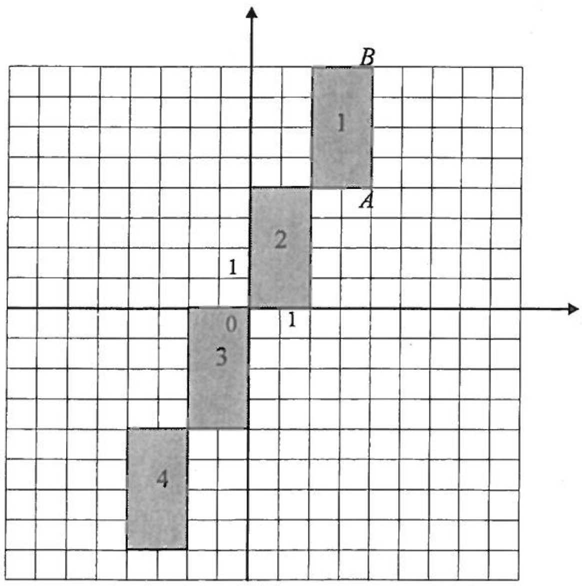


Fig. 24

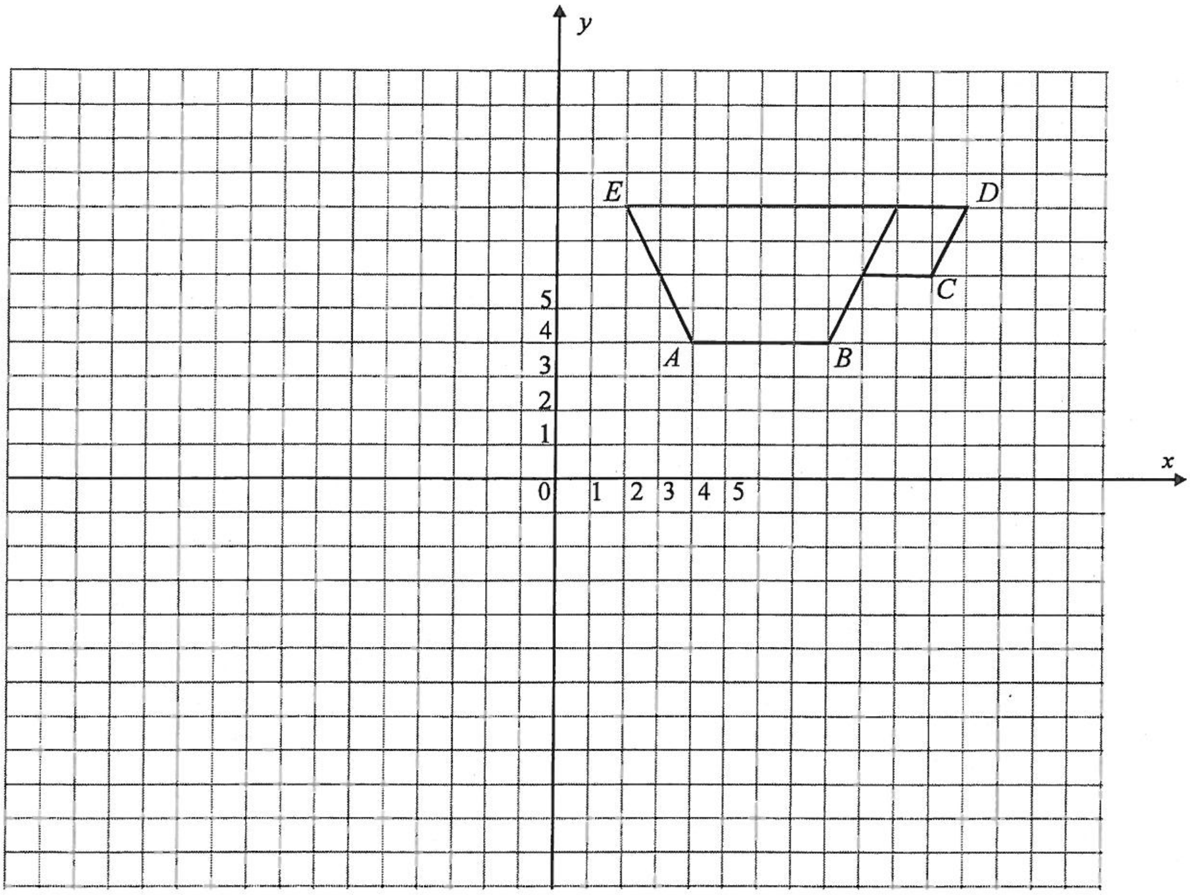


Fig. 25

Annexe 1 : Des outils pour démontrer.

Les « phénomènes » géométriques analysés dans les activités contribuent à mettre en place des énoncés qui serviront d'outils de démonstration dans de nouvelles activités. Ils sont rassemblés ci-dessous et peuvent faire l'objet d'une fixation.

Si je sais que	Je déduis que
Une droite est l'image d'une autre par rotation de 90°	ces deux droites sont perpendiculaires.
Une droite est l'image d'une autre par rotation de 180°	ces deux droites sont parallèles.
Un quadrilatère est formé de deux paires de parallèles	c'est un parallélogramme.
Dans un plan, si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième	les deux premières droites sont parallèles entre elles.
Un quadrilatère a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur	c'est un carré.
Un quadrilatère a deux côtés parallèles	c'est un trapèze.

Annexe 2 : Programme et activités.

Après chaque activité, on peut noter dans ce tableau la date correspondante. Nous avons coché les matières relatives à ce document.

Partie nombre

Points du programme	**Exercés**	**Fixés**
1. Dénombrements dans des contextes numériques		
dans des contextes géométriques	×	
2. Opérations sur les nombres naturels	×	
3. Diviseurs d'un naturel		
4. Divisibilité		
5. Multiples d'un naturel		
6. Nombres premiers		
7. Factorisation d'un naturel		
8. Ensemble des diviseurs d'un naturel		
9. Puissances à exposants naturels	×	
10. Repérage sur un axe		
11. Repérage sur un quadrillage du plan	×	
12. Représentation sur une droite graduée		
13. Comparaison des entiers		
14. Opposé d'un entier		
15. Valeur absolue d'un entier		
16. Somme de deux entiers		
17. Différence de deux entiers		
18. Produits de deux entiers		
19. Opposé d'une somme		
20. Représentation de données numériques		
21. Interprétation de graphiques		
22. Problèmes - pourcentages		
- décimaux positifs limités	×	
- somme ou différence de fractions		
- produit de 2 fractions		
- grandeurs proportionnelles		
- équation a+x=c		
- équation ax=c		
- équation ax+b=c		
23. Calculatrices - hiérarchie des opérations		
- conventions d'écriture		
- ordre de grandeur	×	
24. Notion de fraction		
25. Comparaison de nombres (fractions - décimaux)		
26. Construction d'expressions littérales		
27. Conventions d'écriture - hiérarchie des opérations		
28. Expression littérale des propriétés des opérations		
29. Transformations $a(b+c) \leftrightarrow ab+ac$		

Partie géométrie

Points du programme	Exercés	Fixés
1. Mouvements - translations	×	
- rotations	×	
- symétrie centrale		
- symétrie orthogonale		
2. Invariants		
3. Régularités		
4. Constructions d'images - par translation		
- coord. cartésiennes	×	
- par symétrie orth.		
- coord. cartésiennes		
- par symétrie centrale		
- coord. cartésiennes		
5. Solides - représentations		
- développements		
- aires et volumes	×	
* cube		
* parallélipipède rectangle		
* prisme droit		
6. Positions relatives - de deux droites	×	
- d'une droite et d'un point		
7. Distance de deux points. Cercle		
8. Amplitudes et rapporteur		
9. Angles complémentaires et supplémentaires		
10. Propriétés de figures — constructions		
triangle isocèle — médiatrice		
losange — bissectrice		
triangle rectangle — hauteur d'un triangle		
parallélogramme — droites parallèles		
triangle équilatéral — hexagone régulier		
carré — droites perpendiculaires		
rectangle		
trapèze		
11. Définitions emboîtées	×	
12. Reproductions à l'échelle		
13. Reproductions en vraie grandeur		
- report d'un segment donné		
- report d'un angle donné		

(grisé)	objectifs terminaux
(blanc)	objectifs partiels