CREM
Centre de Recherche sur
l'Enseignement des
Mathématiques

Université catholique
de Louvain

Enseigner et apprendre les nombres décimaux

Activités de re-médiation en 5^e et 6^e primaire

Ministère
de la Communauté
française

Document réalisé avec le soutien du Ministère de la Communauté française de Belgique.

Ce fascicule fait partie des documents à destination des enseignants relatifs à la recherche intitulée

L'apprentissage et l'enseignement des nombres décimaux

(Période : 2007–2010).

Cette recherche a été menée par une équipe constituée de Nicolas Rouche (Dir., †), Christian Michaux (Dir.) , Jacques Grégoire (Dir.), Laetitia Desmet, Philippe Skilbecq, Julie Fanuel et Sylviane Soille.

La réalisation informatique du logiciel DECIVAL a été confiée à Geoffrey Pliez et Mickaël Randour (informaticiens).

Les éléments graphiques ont été créés par Anatole Donarier.

Nous remercions les directeurs des écoles suivantes pour nous avoir autorisés à expérimenter nos activités ou tester les élèves dans une ou plusieurs classes de leur établissement, ainsi que les enseignants de ces classes :

- l'École communale de Heure-en-Famenne (5377),
- l'Institut Sainte-Marie à Rèves (6210),
- l'Institut Saint-Michel à Nivelles (1400),
- l'Institut Saint-Aubain à Namur (5000),
- l'Institut Sainte-Thérèse à Nivelles (1400),
- le Collège Notre-Dame de Basse-Wavre (1300),
- l'Institut Notre-Dame des Hayeffes à Mont-Saint-Guibert (1435),
- l'Institut Sacré-Coeur Burnot (5170),
- l'Institut Saint-Anne à Gosselies (6041).

Le présent document a été rédigé en respectant les règles de la nouvelle orthographe. Nous avons cependant gardé l'orthographe utilisée par les auteurs dans les éventuelles citations.

CREM
Centre de Recherche sur
l'Enseignement des
Mathématiques

Université catholique
de Louvain

Enseigner et apprendre les nombres décimaux

Activités de remédiation en 5e et 6e primaire

Ministère de la Communauté française

Document réalisé avec le soutien du Ministère de la Communauté française de Belgique.


2

Table des matières

Introduction

Dans ce fascicule, nous allons aborder les re-médiations[1] dans le cadre de l'apprentissage des nombres décimaux. Pour ce faire, nous discuterons de la place de l'erreur (section 1), spécifierons l'apprentissage des nombres décimaux (section 2), développerons une démarche de re-médiation (section 3).

Notre objectif est de proposer aux enseignants un outil qui constituera une aide pour mettre en place une re-médiation liée à l'apprentissage des nombres décimaux. Plus qu'un outil, nous souhaitons proposer une démarche à adopter face aux difficultés des élèves avec les nombres décimaux. Nous la développerons plus loin, mais nous pouvons d'emblée dire que cette démarche comporte différentes étapes incontournables :

- **l'évaluation diagnostique** des difficultés rencontrées par l'élève : c'est-à-dire l'identification de celles-ci et la formulation d'hypothèses explicatives les concernant ;
- **la re-médiation** : c'est-à-dire la mise au point de situations qui pourront aider l'élève et le travail avec l'élève ;
- **l'évaluation de l'efficacité** de la re-médiation et de la progression de l'apprentissage.

Ces étapes seront illustrées par des exemples concrets issus de re-médiations que l'équipe de recherche a réalisées avec des élèves de 5e et de 6e primaire (celles-ci sont relatées dans les sections 4.1, 4.2, 5.1 et 5.2). Le travail de re-médiation avec un élève, que nous nommons Quentin, sera également développé.

À la fin de ce fascicule, nous proposons également un recueil de fiches d'activité. Celles-ci sont présentées au fur et à mesure du document et doivent être considérées comme un support à la démarche que nous proposons.

[1] La différence entre remédiation et re-médiation sera abordée dans la section 3.

1 La place de l'erreur ?

> *L'erreur et l'échec n'ont pas le rôle simplifié qu'on veut parfois leur faire jouer. L'erreur n'est pas seulement le reflet de l'ignorance, de l'incertitude, du hasard (...) ; mais l'effet d'une connaissance antérieure qui avait son intérêt, ses succès, mais qui maintenant se révèle fausse ou simplement inadaptée.*
>
> G. Brousseau, 1998.

Cette citation de G. Brousseau reprend l'idée d'obstacle épistémologique de G. Bachelard (1938)[2]. Il existe bien entendu d'autres types d'erreurs, par exemple des erreurs dues à un mauvais décodage des attentes de l'enseignant ou à une surcharge cognitive. Nous ne les développerons pas ici[3]. Nous nous interrogeons plutôt sur la place que peut avoir l'erreur dans un processus d'enseignement.

Dans certains systèmes scolaires, européens notamment, des documents officiels mettent en avant le rôle formateur des erreurs. Les enseignants sont ainsi invités à les repérer, à les analyser et à s'en servir dans un processus d'enseignement ou de *remédiation*, de *re-médiation*, ou encore de *remédiation immédiate* (nous définirons ces termes dans la section 3).

Cependant cette proposition d'exploitation des erreurs est-elle toujours réalisable en classe ? Et si oui sous quelle(s) condition(s) ? Est-il possible de définir des démarches d'analyse et de traitement des erreurs ? Sans doute dans un premier temps, y a-t-il un intérêt tout particulier à déterminer ce que nous considérons être une *erreur*. Est-ce plutôt tout écart à une norme essentiellement constituée des notions à acquérir ? Est-ce plutôt un comportement quasi normal dans un processus d'apprentissage ? Est-ce tout comportement non attendu et reproductible ?... Certains auteurs nous indiquent que certaines productions d'élèves que l'on pourrait qualifier d'erreurs peuvent perdre leur caractère erroné quand on les regarde un peu différemment.

En fait, tout va dépendre du produit attendu, de la place de l'erreur dans la classe et du regard que l'on veut bien porter à l'activité de l'élève. Prenons un exemple concret, un extrait d'une situation observée dans une classe de 4e primaire lors des expérimentations sur l'enseignement des nombres décimaux.

> [Enseignant] « Pourriez-vous mettre votre crayon ou votre doigt sur la latte où on a 2,82 ? »
>
> [Les élèves] « Oui »
>
> [Enseignant] « C'est quoi 2,82 cm ? »

(2) Voir G. Bachelard, 1938. *La formation de l'esprit scientifique.* Paris : Vrin.

(3) Nous renvoyons le lecteur à la lecture de J.-P. Astolfi. (1997). *L'erreur, un outil pour enseigner.* Issy-les-Moulineaux : ESF, pour une typologie des erreurs.

> [Un élève] « C'est 2 cm et 8 mm. »
>
> [Certains élèves] « Le dernier 2, on ne sait pas le mettre. »
>
> [Martin] « J'y arrive parce que c'est 82 mm et que 82 mm, ça fait 8 cm et 2 mm. »
>
> [Un élève] « Donc pour toi, c'est 10,2. »
>
> [Martin] « Oui. »
>
> [Enseignant] « Pour toi, 2,82 cm c'est la même chose que 10,2 ? »
>
> [Martin] « Oui. »
>
> [Enseignant] « Donc, quand je trace une ligne de 2,82 cm, c'est la même chose que si je traçais une ligne de 10,2 cm ? »
>
> [Les élèves] « Non. »
>
> [Enseignant] « Pourquoi vous n'êtes pas d'accord ? »
>
> [Un élève] « Parce que 2,82 c'est 2,82. Ce n'est pas 10,2. Ça ne peut pas être autre chose. »
>
> [Un autre élève] « Moi, je dis qu'on ne sait pas écrire le 2. C'est comme les euros, il y en a après la virgule mais on ne sait pas payer. »
>
> [Martin] « Si, parce que 2,82, c'est 82 mm et ça fait 8,2 cm et si je le mets avec le 2, ça nous donne 10,2. »

Dans cet échange, la réponse de Martin « 2,82 cm est la même chose que 10,2 cm » pourrait être considérée comme aberrante et sans intérêt. Pourtant, si on y regarde de plus près, cette *erreur* nous en apprend beaucoup. Martin ne donne pas cette réponse au hasard, il applique un raisonnement qui pour lui est fondé de sens. En se basant sur le système des mesures de longueur, cet élève reconnait et traite des unités qu'il connait, à savoir les centimètres et les millimètres. Pour lui la partie décimale correspond à 82 mm. Cette erreur fréquemment observée dans le traitement des nombres décimaux est renforcée par le fait qu'il ne connait pas d'unité plus petite que le millimètre. Pour lui, 2,82 cm devient donc 2 cm et 82 mm. Cette erreur nous amène donc à nous questionner sur ce que perçoivent réellement certains élèves lorsque les nombres décimaux sont travaillés dans le système des unités de mesures conventionnelles ...

> *L'analyse et l'interprétation des erreurs, qui sont indispensables pour aider les élèves à surmonter leurs difficultés, dépendent pourtant fortement de ce qui est retenu dans le modèle théorique convoqué pour mener ces analyses et ces interprétations.*
>
> E. Roditi, 2007.

2 L'apprentissage des nombres décimaux

Avant de parler des difficultés que peuvent rencontrer les élèves lors de l'apprentissage des nombres décimaux, il est important de se rappeler les spécificités de cet apprentissage.

Certains nombres rationnels peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction dont le dénominateur n'a comme diviseurs premiers que des 2 et des 5. Exprimés dans le système décimal de position, ces nombres rationnels n'ont qu'un nombre fini de chiffres à droite de la virgule. Nous les appelons des nombres décimaux. Par exemple, $\frac{13}{50} = \frac{13}{2 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{13 \cdot 2}{2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2} = \frac{26}{100} = 0,26$. Des nombres comportant une infinité de chiffres à droite de la virgule ne sont pas des nombres décimaux au sens où nous l'entendons ici, quoiqu'étant des nombres exprimés dans le système décimal de position[(4)].

L'apprentissage de nombres décimaux mobilise à la fois ce que les élèves savent des nombres rationnels, c'est-à-dire des fractions qu'ils ont rencontrées, et ce qu'ils savent du système décimal de position qu'ils ont découvert avec les nombres naturels. Par exemple, il est important de savoir que dans le système décimal de position, on marque des rangs inoccupés par des zéros. Pour le nombre 0,01 c'est le cas des rangs des unités et des dixièmes. Ainsi, ce nombre est un centième (ou $\frac{1}{100}$) et est cent fois plus petit que 1. Le nombre 0,10 apporte un exemple encore plus complexe. Marquer un rang vide à droite dans la partie décimale ne change pas le nombre : 0,1 est égal à 0,10. Il s'agit de deux représentations d'un même nombre (qui pourrait aussi être représenté par $\frac{1}{10}$). De même, $\frac{1}{10}$ est égal à $\frac{10}{100}$ (ainsi qu'à 0,1 et 0,10). Si l'on se place dans le domaine des grandeurs, fractionner une unité en dix et en prendre une part ou fractionner celle-ci en cent et en prendre dix parts conduit à une même quantité. Ce sont donc à la fois les connaissances du système décimal de position et celles des nombres rationnels qui interviennent dans l'apprentissage des nombres décimaux.

On sait que l'apprentissage des nombres rationnels – des fractions – et celui des nombres décimaux sont source de nombreuses difficultés pour les élèves. Les raisons de ces difficultés sont nombreuses. Il s'agit en effet d'acquérir de nouveaux symboles, d'aller au-delà de l'unité, vers l'infiniment petit, vers la densité . . . Mais ce ne sont pas les seules difficultés.

En réalité, les élèves engagent leurs connaissances antérieures dans l'apprentissage de nouvelles connaissances. Dans certains cas, ces connaissances antérieures ne sont pas en conflit avec les nouvelles connaissances, et les premières constituent un support aux secondes. Par exemple, lorsque les élèves apprennent une nouvelle table de multiplication, cela ne remet pas en cause les tables de multiplication déjà apprises. Au contraire, ces dernières constituent souvent un support à l'apprentissage d'une nouvelle table.

Dans d'autres cas, les nouvelles connaissances sont en conflit avec les connaissances antérieures. Par exemple, avec les nombres naturels, les élèves ont implicitement appris que le nombre le plus long était systématiquement le nombre le plus grand : 111 est plus grand et plus long que 11, il a un chiffre au rang des centaines que 11 n'a pas. Par contre, avec les nombres décimaux, cette « règle » implicitement apprise est mise à mal. En effet, les nombres

(4) Pour en savoir plus sur les différents types de nombres, le lecteur peut se référer au chapitre « Des nombres naturels aux nombres réels, en mathématiques et dans l'enseignement » du rapport de recherche « Enseigner et apprendre les nombres décimaux » (CREM - UCL, 2010), disponible sur le site du CREM, à l'adresse *http://www.crem.be*.

décimaux les plus longs ne sont pas forcément les plus grands : 0,11 est plus long et plus grand que 0,1 alors que 0,25 est plus long mais pas plus grand que 0,6. Ce n'est pas le seul conflit entre les connaissances liées aux nombres naturels et les nouvelles connaissances à acquérir concernant les nombres décimaux.

Lors de l'apprentissage des nombres décimaux, l'élève va donc devoir réorganiser ses connaissances des nombres. Cette réorganisation est couteuse. Elle prend du temps. Pendant la période de réorganisation, on observe des conceptions erronées. Par exemple, il est fréquent que les élèves pensent que 0,15 est plus grand que 0,7, puisque 15 est plus grand que 7. Il est également fréquent que les élèves considèrent que la somme de 0,2 et de 0,15 est 0,17, puisque $2 + 15 = 17$. Ces erreurs montrent bien que les connaissances des nombres naturels sont investies dans l'apprentissage des nombres décimaux. Il est évidemment incontournable d'investir les connaissances des naturels et du système décimal de position dans l'apprentissage des nombres décimaux. L'essentiel est de réorganiser ces connaissances, de « faire le tri » entre les connaissances qui sont encore d'application et celles qui doivent être adaptées.

> Dans le cadre d'une remédiation suite à des difficultés dans l'apprentissage des nombres décimaux, il est important d'avoir à l'esprit :
> - qu'acquérir les nombres décimaux nécessite une réorganisation majeure des connaissances qui ont été acquises à partir des nombres naturels ;
> - et que les erreurs commises peuvent être le reflet de cette réorganisation.

Il est également important de distinguer, parmi les connaissances des nombres naturels, celles qui relèvent d'une compréhension adéquate des naturels et du système décimal de position, de celles qui relèvent des *trucs et astuces*. Reprenons comme exemple l'addition 0,2 + 0,15. Il est fréquent d'observer que les élèves répondent 0,17 et non 0,35 à ce type d'addition. Cette erreur indiquerait que l'addition est effectuée en partant de la droite et en prenant les chiffres un à un. Dans le cadre des nombres naturels, si on additionne 2 à 15, on peut en effet dire que l'on doit d'abord additionner en partant de la droite, soit additionner 2 et 5, et qu'ensuite on constate qu'il reste le chiffre 1 qui ne doit être additionné à aucun autre. Ceci, tout en menant à une réponse correcte, peut en réalité être considéré comme un *truc*. Certains élèves se limitent à ce genre de règle, sans savoir exactement pourquoi ils procèdent de cette façon.

Pourtant, l'essentiel est de comprendre que, dans $2 + 15$, on additionne 2 et 5 non pas parce que ce sont les chiffres de droite, mais parce qu'ils représentent tous les deux les unités, c'est-à-dire des puissances de dix identiques, et que l'addition doit porter sur des puissances de dix identiques. Souvent des *trucs et astuces* que les élèves ont mis en place pour les nombres naturels conduisent à des erreurs pour les nombres décimaux. Il est intéressant d'en tenir compte lors de l'évaluation des difficultés de l'élève.

Gardant à l'esprit ces différentes spécificités de l'apprentissage des nombres décimaux, nous allons à présent envisager comment remédier aux difficultés dans le cadre de cet apprentissage.

3 La démarche de re-médiation

Dans les dictionnaires, on peut lire que *remédier* signifie « apporter un remède à ... ». Si l'on reprend cette définition, dans le contexte des apprentissages, remédier signifierait « apporter un remède à des difficultés d'apprentissage ». On perçoit d'emblée l'importance de l'identification des difficultés. En effet, comment apporter un remède efficace sans connaitre précisément les difficultés auxquelles il faut remédier ?

Dans la section 1, nous énoncions trois termes : remédiation, re-médiation et remédiation immédiate. Arrêtons-nous quelque peu sur ces différents termes. Car *a priori* ils ne signifient pas la même chose, ils n'engagent pas les mêmes actions de travail avec les élèves.

Le terme de **remédiation** est aujourd'hui associé à une pratique qui consiste bien souvent en une nouvelle présentation de la *matière* à l'élève en difficulté. Comprenons l'adjectif *nouveau* au sens de *supplémentaire*, car bien souvent l'activité de remédiation consiste en une répétition de ce qui a déjà été dit en classe. Le caractère de nouveauté réside dans le fait que cette présentation est plutôt individuelle que collective. La plupart du temps également, la remédiation est effectuée *a posteriori*, après que la difficulté ait été constatée. Parfois la remédiation est pratiquée par un maitre de remédiation, en dehors de la classe, pendant les heures scolaires.

Le terme de **re-médiation** est associé à une pratique qui consiste à proposer une nouvelle *médiation* entre l'élève et le savoir. Il ne s'agit donc pas de lui donner une nouvelle série d'exercices, ou de lui présenter une nouvelle fois la *matière* de façon identique, mais bien d'aborder le savoir à acquérir d'une nouvelle façon. Bien souvent, cette pratique fera appel au questionnement de l'élève, à la relance de ses explications par de nouvelles questions, à l'utilisation de nouvelles représentations du savoir... Les activités de re-médiation ont pour objectif de comprendre la logique de l'erreur et de tirer parti de ceci pour améliorer les apprentissages. Ainsi, cette pratique propose de partir de ce que l'élève produit, de ce que l'élève connait (même si cette connaissance n'est pas celle que l'on attend), d'analyser ses productions avec lui et de s'en servir pour *modifier ses représentations* afin de les rendre cohérentes avec les *savoirs à acquérir*. En quelque sorte, il s'agit, comme l'expliquait Nicolas Rouche, de « partir du terrain des élèves, mais de ne pas y camper ». La re-médiation peut être pratiquée lors des activités d'apprentissage, dans une perspective de pédagogie différenciée, ou *a posteriori*, après une évaluation et le constat que différents savoirs ne sont pas suffisamment acquis.

Le terme de **remédiation immédiate**[5] apparait dans le *Contrat pour l'école* de 2005. Dans la priorité 2 (Conduire chaque jeune à la maitrise des compétences de base), la *remédiation immédiate* est définie comme une pratique ancrée « au sein du cours normal de la classe », présente « dès qu'une difficulté se fait sentir », avec comme objectif « de conduire chaque élève à la maitrise des compétences attendues à 14 ans ». Clairement, la remédiation immédiate s'inscrit dans la perspective de la pédagogie différenciée.

En ce qui nous concerne, nous avons opté pour la re-médiation.

[5] Pour en savoir plus sur la notion de remédiation immédiate, consultez Dehon, A., Demierbe, C., Derobertmasure, A., Malaise, S. (2009). La remédiation immédiate : fascicule pour l'enseignant. Mons : Institut d'Administration Scolaire (Université de Mons).

Notre démarche est composée de trois étapes.

– La première étape est **l'évaluation diagnostique** des difficultés rencontrées par l'élève : c'est-à-dire l'identification de celles-ci et la formulation d'hypothèses explicatives les concernant ;
– vient ensuite **la re-médiation** : c'est-à-dire la mise au point de situations qui pourront aider l'élève et le travail avec l'élève ;
– et enfin **l'évaluation de l'efficacité de la re-médiation**, c'est-à-dire l'évaluation de la progression de l'apprentissage doit être réalisée.

Ces différentes étapes sont bien entendu étroitement liées, peuvent être répétées et s'influencer l'une l'autre. On peut, par exemple, formuler une hypothèse quant à l'origine des difficultés de l'élève, mettre au point une situation afin de l'aider, se rendre compte au cours du travail avec l'élève que l'hypothèse n'était pas correcte, et passer à une autre hypothèse explicative ainsi qu'à d'autres situations de re-médiation. Ces différentes étapes (et l'éventuelle répétition de celles-ci) sont illustrées à la figure 1.

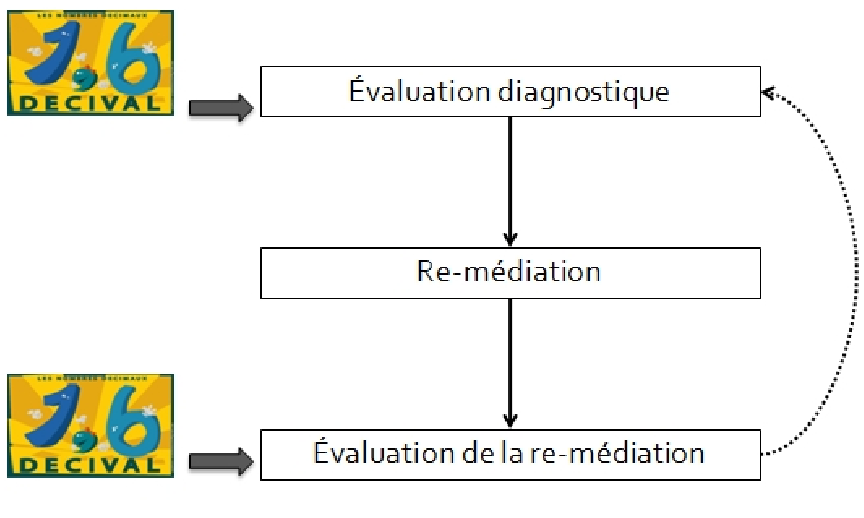


Fig. 1 – Les étapes de la re-médiation.

Nous pouvons également voir sur cette figure les moments où l'outil *DECIVAL* peut être utilisé s'il s'agit d'une re-médiation liée à l'apprentissage des nombres décimaux. *DECIVAL* est un outil informatisé d'évaluation diagnostique. Celui-ci est disponible gratuitement[6] et son guide d'utilisation fait partie intégrante des fascicules de cette brochure. *DECIVAL* peut tout d'abord être utilisé au moment de l'évaluation diagnostique, pour identifier les difficultés. Ensuite, les réponses que l'élève a fournies lors de cette évaluation diagnostique avec *DECIVAL* peuvent être imprimées et utilisées pour interroger l'élève quant aux stratégies qu'il utilise dans le cadre d'un travail de re-médiation. Enfin, *DECIVAL* peut à nouveau être utile pour évaluer l'efficacité de la re-médiation.

Dans les sections qui suivent, nous allons développer les différentes étapes de la re-médiation

[6] Il peut notamment être téléchargé à partir du site du CREM, à l'adresse *http : //www.crem.be*.

et les appliquer aux difficultés d'apprentissage des nombres décimaux.

Avant de poursuivre, notons que dans le travail de re-médiation avec un élève cohabitent souvent les aspects cognitifs et affectifs. Nous ne traiterons pas des aspects affectifs dans ce document. Cependant, il est évident qu'une partie du travail de re-médiation consiste à mettre l'élève en confiance pour qu'il ose faire part de son raisonnement et qu'il accepte de faire évoluer celui-ci. Nous avons rencontré par ailleurs des élèves qui refusaient de s'investir dans les activités de r-emédiation, soit parce que cela leur était affectivement difficile, soit parce qu'ils ne pouvaient ou ne voulaient reconnaitre l'inefficacité de certaines de leurs stratégies.

Notons aussi que, comme nous l'avons rappelé dans la section 2, les nombres décimaux sont des cas particuliers de nombres rationnels exprimés dans le système décimal de position. Dès lors leur apprentissage ou dys-apprentissage mobilise à la fois les connaissances du système décimal de position et celles des nombres rationnels. Dans le cadre de la re-médiation, on peut donc être amené à travailler les nombres rationnels et/ou le système décimal de position avec des nombres naturels. Nous traitons peu de ces deux aspects dans les re-médiations décrites dans ce fascicule. Néanmoins, le lecteur trouvera de telles activités dans les autres fascicules liés à cette recherche « Enseigner et apprendre les nombres décimaux » et dans les travaux précédents du CREM. Nous pensons notamment à l'utilisation du logiciel Apprenti Géomètre pour l'apprentissage des fractions[7] et aux activités liées aux systèmes de numérations proposées dans la recherche « Pour une culture mathématique accessible à tous » (CREM, 2004)[8].

[7] Voir les documents liés à la recherche « Apprenti Géomètre, un outil de différenciation des apprentissages en mathématique » (CREM, 2005). Ceux-ci peuvent être téléchargés à partir du site *http://www.crem.be*.

[8] Ces documents peuvent être téléchargés à partir du site *http://www.crem.be*.

Des re-médiations par étapes

4 Étape 1 : Évaluation diagnostique

Lors de l'évaluation diagnostique, nous allons voir que les exercices, qui vont être présentés à l'élève auront une importance capitale. C'est en effet en fonction de ceux-ci qu'il sera possible ou non de mettre en évidence le raisonnement de l'élève. Prenons un exemple pour illustrer cela. Supposons que l'on souhaite évaluer les compétences d'un élève sur la comparaison des nombres décimaux. On lui propose une série de nombres décimaux à comparer. Imaginons que la série A (tableau 1) soit proposée à cet élève et qu'il obtienne cinq réponses correctes sur les cinq paires de nombres à comparer. On pourrait dès lors penser que la comparaison de décimaux ne pose aucun problème à cet élève. Imaginons ensuite que la série B (tableau 2) soit proposée à ce même élève et qu'il n'obtienne plus que deux réponses correctes sur les cinq paires de nombres à comparer. Que s'est-il passé ?

Tabl. 1 – Décimaux à comparer : série A.

0,3	0,52
0,24	0,1
0,71	0,5
0,4	0,63
0,7	0,84

Tabl. 2 – Décimaux à comparer : série B.

0,7	0,52
0,24	0,1
0,71	0,8
0,9	0,63
0,7	0,84

Simplement, si un élève traite la partie décimale comme si elle était un nombre naturel, sans tenir compte des valeurs de position, il ne sera pas en difficulté pour comparer les nombres de la série A. Pour la première paire de cette série (0,3 vs. 0,52) considérer 52 par rapport à 3 et choisir 0,52 comme étant le nombre le plus grand conduit à une réponse correcte. Par contre, pour la première paire de la série B (0,7 vs. 0,52), ce même raisonnement, c'est-à-dire considérer 52 par rapport à 7 et choisir 0,52, conduit à une réponse erronée. On perçoit donc ici l'importance du choix des nombres proposés à l'élève.

Nous sommes partis d'un exemple simple, mais dans la construction d'un exercice destiné à une évaluation diagnostique, il faut bien évidemment tenir compte de tous les raisonnements erronés que peuvent avoir les élèves. La construction d'une évaluation diagnostique est donc un travail en soi qui nécessite certaines connaissances préalables.

Nous avons souhaité faciliter l'évaluation diagnostique liée aux nombres décimaux. Dans cet optique, un outil diagnostique informatisé, nommé *DECIVAL*, a été construit. Il s'agit d'un outil permettant d'évaluer la comparaison, l'addition, la soustraction et la multiplication de nombres décimaux. Il y a deux façons différentes d'utiliser *DECIVAL* : opter pour les tests informatisés ou opter pour les tests imprimables. Les tests imprimables présentent l'avantage de pouvoir être utilisés même si l'élève n'a pas accès à un ordinateur. Dans ce cas, ils ne peuvent pas être corrigés et analysés par le logiciel. Le travail à réaliser par l'enseignant est donc plus conséquent. Les tests informatisés proposés par *DECIVAL* présentent quant à eux l'avantage de générer les tests, de les corriger et de fournir une première analyse des réponses fournies par l'élève. Le logiciel peut en effet mettre en évidence différents raisonnements d'élèves à propos de la comparaison de décimaux ou des opérations sur ces nombres. Le guide de l'utilisateur de *DECIVAL*, un des fascicules liés à cette recherche, explique précisément comment les tests sont construits, comment les réponses sont analysées et quels sont les raisonnements qui peuvent être mis en évidence.

Nous pouvons retenir :
- que la première étape pour une évaluation diagnostique efficace est de porter une attention particulière aux exercices que l'on propose à l'élève ;
- que, même si l'on utilise des exercices bien construits, il est important d'également interroger l'élève sur les réponses qu'il a fournies (Des questions telles que « Peux-tu m'expliquer comment tu sais que 0,34 est plus grand que 0,5 ? » peuvent en effet fournir des informations tout à fait essentielles.) ;
- et que c'est en combinant les réponses fournies aux tests et les justifications de l'élève que l'on peut formuler des hypothèses explicatives quant aux difficultés observées.

Dans la partie qui suit, nous exposons quelques exemples de travail de re-médiation avec des élèves pour illustrer l'articulation des exercices proposés et de l'interrogation de l'élève.

4.1 Un exemple : Morgane et l'addition de décimaux

Cet exemple d'évaluation diagnostique provient du travail réalisé avec une élève que nous appellerons Morgane.

Morgane est en 5^{e} primaire, elle n'a doublé aucune année. Son enseignant l'a décrite comme étant une élève assez discrète, n'ayant pas beaucoup confiance en elle et ayant des difficultés de compréhension en mathématiques. Récemment, lors d'une interrogation sur les nombres décimaux, ses résultats étaient inférieurs à ceux de la classe.

Nous choisissons de présenter ici les résultats obtenus par cette élève pour l'addition de deux décimaux. L'évaluation diagnostique a été réalisée avec le logiciel *DECIVAL*.

Si l'on ne souhaite pas utiliser *DECIVAL*, les fiches 7 et 8 peuvent être utilisées. La fiche 7 présente les additions selon leur type (voir la section 7.2. du guide de l'utilisateur de *DECIVAL*). La fiche 8 présente les additions dans un ordre aléatoire. L'intérêt de ces deux versions différentes est discuté dans le tableau 4.

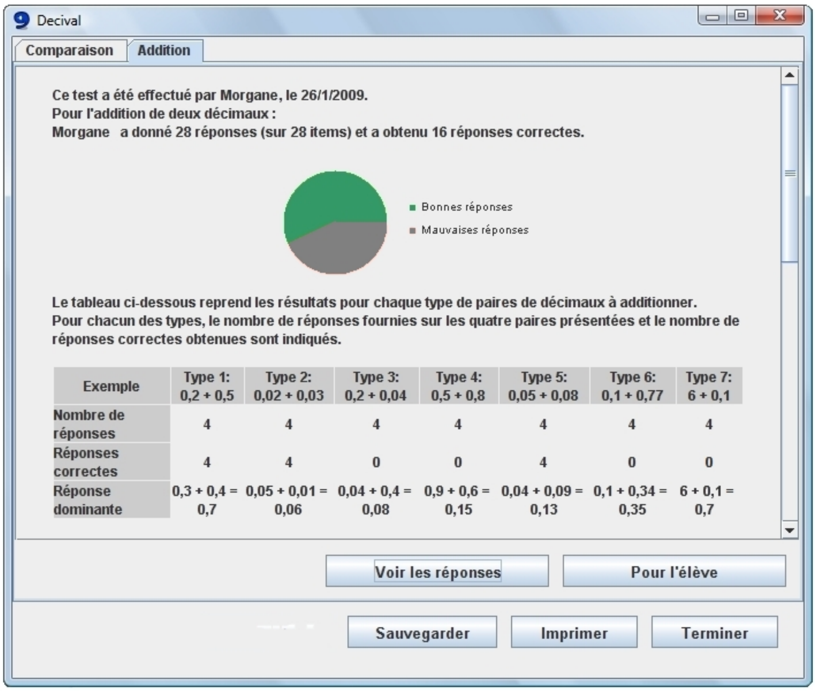


Fig. 2 – Résultats de Morgane pour l'addition.

En ce qui concerne les additions réalisées avec *DECIVAL*, les résultats fournis par le logiciel pour Morgane apparaissent à la figure 2. Cette élève obtient 16 réponses correctes sur 28 additions réalisées. Dans le cadre d'une évaluation diagnostique, il faut bien entendu aller plus loin que ce simple score chiffré. Comme pour la comparaison, dans *DECIVAL*, les additions à réaliser sont de différents types (voir guide de l'utilisateur de *DECIVAL*). Présentées dans un ordre aléatoire au moment du test, elles sont regroupées selon leur type dans le tableau des résultats. On peut voir dans ce tableau que Morgane réussit sans difficulté les additions de type 1 (par exemple 0,2 + 0,5), de type 2 (par exemple 0,02 + 0,03) et de type 5 (par exemple 0,05 + 0,08). Le point commun entre ces additions est que les nombres à additionner sont de longueur identique. Dans ce cas, il n'y a pas de difficulté particulière pour que les puissances de dix identiques soient additionnées entre elles. Par exemple, lorsque l'on additionne 0,02 à 0,03, il n'est pas difficile d'additionner les centièmes entre eux (2 et 3) et les dixièmes entre eux (0 et 0). Par contre, cela se complique si l'on additionne 0,2 à 0,04, qui ne sont pas des nombres de même longueur. Le plus souvent, au début de l'apprentissage des nombres décimaux, les élèves additionnent le 2 et le 4, sans se rendre compte que le 2 représente des dixièmes qui ne peuvent pas être additionnés au 4 représentant des centièmes. Dans le cas de Morgane, on constate qu'effectivement lorsque les nombres n'ont pas la même longueur, c'est-à-dire pour les additions de type 3 (par exemple 0,2 + 0,04) et de type 6 (par exemple 0,1 + 0,77), il n'y a aucune réponse correcte. On voit également dans le tableau que pour une addition telle que 0,4 + 0,04 la réponse fournie est 0,08 et que pour une addition telle que 0,1 + 0,34 la réponse fournie est 0,35. Il semble donc que Morgane additionne les nombres en partant des chiffres à droite. Deux autres types d'additions posent également problème à Morgane. Les additions de type 4 (par exemple 0,5 + 0,8) et celles de type 7 (6 + 0,1). Les réponses aux additions de type 7, par exemple considérer que 6 + 0,1 = 0,7 semblent confirmer que Morgane additionne les chiffres à partir de la droite. Quant aux réponses aux additions de type 4, par exemple que 0,9 + 0,6 = 0,15, elles laissent supposer que Morgane considère la partie décimale et la partie entière des nombres comme deux entités distinctes.

Nous formulons donc comme hypothèse explicative que Morgane considère la partie entière comme une entité distincte de la partie décimale et que, dans la partie décimale, elle additionne les nombres en partant des chiffres à droite. L'étape suivante est d'interroger l'élève pour lui demander comment elle procède pour réaliser les additions de décimaux. Quelques extraits des entretiens réalisés avec cette élève apparaissent ci-dessous.

> [Enseignant] « Je vais te proposer des calculs avec des nombres décimaux. Peux-tu, en plus de me donner une réponse, essayer de m'expliquer comment tu fais ces calculs, un peu comme si tu faisais le calcul à voix haute, en me donnant les différentes étapes ? »

Pour l'addition « 0,3 + 0,64 »

> [Morgane] « Je fais 64 + 3, ça fait 67 et je marque 0,67. »

Pour l'addition « 0,6 + 0,9 »

> [Morgane] « Ça fait 15, donc je fais 1,5. »
>
> [Enseignant] « Pourquoi ce n'est pas 0,15 ? Certains élèves m'ont déjà répondu ça. »
>
> [Morgane] « Euh, parce que... (long silence) »
>
> [Enseignant] « Tu sais pourquoi ? »
>
> [Morgane] « Non. »

Pour l'addition « 0,08 + 0,01 »

> [Morgane] « Je fais 8 + 1, ça fait 9 et je rajoute les deux zéros (réponse donnée : 0,09). »

Pour l'addition « 6 + 0,2 »

> [Morgane] « Je fais 6 + 2, ça fait 8 et je rajoute le zéro ici (réponse donnée : 0,8). »

De cette interview, il ressort tout d'abord que Morgane utilise des stratégies pour résoudre les différentes additions, et qu'elle ne répond pas « au hasard ». Dans son explication pour l'addition 0,3 + 0,64, nous avons la confirmation que la partie décimale est bien traitée comme s'il s'agissait d'un nombre naturel, sans prise en compte des valeurs de position. Un deuxième constat peut être tiré de ces deux dernières explications. Il apparait qu'elle additionne d'abord les chiffres non nuls et puis qu'elle *rajoute* un zéro si un zéro était présent dans les nombres à additionner. Un dernier constat concerne les additions qui nécessitent un passage au rang des unités. Lors des tests, nous avions constaté que ce passage au rang des unités n'était pas réalisé et que la réponse à une addition telle que 0,6 + 0,9 était 0,15 et non 1,5. Ici, il semble qu'entre le moment des tests et le moment de l'interview, Morgane ait changé de stratégie. Il est fréquent que d'une fois à l'autre, les élèves changent de stratégie, et c'est plutôt positif, cela indique un apprentissage en cours. Il est fréquent également que le simple fait de devoir expliquer comment on a procédé conduise à une auto-correction. Enfin, on peut noter que si Morgane sait bien expliquer *comment* elle procède, il est plus difficile pour elle d'expliquer *pourquoi* elle procède de cette façon.

Nous pouvons retenir différents points[8] :

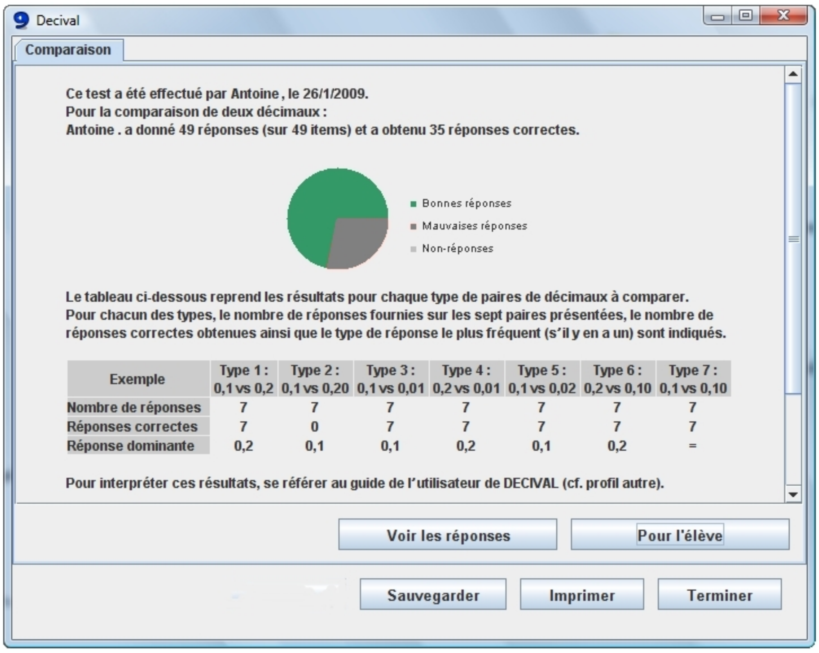
- très souvent, les élèves ne procèdent pas au hasard, ils ont des stratégies qu'ils appliquent de manière assez systématique à des situations semblables ;
- pour certains élèves, le simple fait d'expliquer à quelqu'un d'autre la stratégie qu'ils appliquent, ou une réponse fournie, donne lieu à une auto-correction ;
- pour les élèves, expliquer *comment* ils procèdent est plus facile que d'expliquer *pourquoi* ils procèdent de cette façon ;
- enfin, les stratégies évoluent bien évidemment dans le temps, parfois assez rapidement, et les changements de stratégies sont souvent signe d'apprentissage.

[8] Ce que nous mettons en évidence à partir de l'interview de Morgane est en réalité basé sur l'interview de nombreux élèves et sur des connaissances théoriques.

4.2 Un second exemple : Antoine et la comparaison de décimaux

Cet exemple d'évaluation diagnostique provient du travail réalisé avec un élève que nous appellerons Antoine.

Antoine est en 6^{e} primaire, il n'a doublé aucune année. Ses résultats en mathématiques ne sont pas spécialement alarmants, mais lors d'un test simple réalisé sur les nombres décimaux, il a commis certaines fautes que les autres élèves de la classe ne commettent plus. Les résultats obtenus avec *DECIVAL* apparaissent à la figure 3. Si l'on ne souhaite pas utiliser *DECIVAL*, les fiches 4 et 5 (dans la dernière section de ce fascicule) peuvent être utilisées. La fiche 4 présente les comparaisons triées selon leur type (voir guide de l'utilisateur de *DECIVAL*). La fiche 5 présente les additions dans un ordre aléatoire.


Decival

Comparaison

Ce test a été effectué par Antoine, le 26/1/2009.
Pour la comparaison de deux décimaux :
Antoine . a donné 49 réponses (sur 49 items) et a obtenu 35 réponses correctes.

Le tableau ci-dessous reprend les résultats pour chaque type de paires de décimaux à comparer.
Pour chacun des types, le nombre de réponses fournies sur les sept paires présentées, le nombre de réponses correctes obtenues ainsi que le type de réponse le plus fréquent (s'il y en a un) sont indiqués.

Exemple	Type 1 : 0,1 vs 0,2	Type 2 : 0,1 vs 0,20	Type 3 : 0,1 vs 0,01	Type 4 : 0,2 vs 0,01	Type 5 : 0,1 vs 0,02	Type 6 : 0,2 vs 0,10	Type 7 : 0,1 vs 0,10
Nombre de réponses	7	7	7	7	7	7	7
Réponses correctes	7	0	7	7	7	7	7
Réponse dominante	0,2	0,1	0,1	0,2	0,1	0,2	=

Pour interpréter ces résultats, se référer au guide de l'utilisateur de DECIVAL (cf. profil autre).

Voir les réponses | Pour l'élève

Sauvegarder | Imprimer | Terminer

Fig. 3 – Résultats d'Antoine pour la comparaison.

On peut voir dans le tableau des résultats qu'Antoine obtient des réponses correctes pour les paires de type 1 (par exemple 0,1 vs. 0,2), de type 3 (par exemple 0,1 vs. 0,01), de type 4 (par exemple 0,2 vs. 0,01), de type 5 (par exemple 0,1 vs. 0,02), de type 6 (par exemple 0,2 vs. 0,10) et de type 7 (par exemple 0,1 vs. 0,10). Les réponses correctes pour les paires de type 6 et 7 indiquent qu'Antoine semble savoir que l'ajout d'un zéro en fin de partie décimale ne change pas la valeur globale du nombre. Par contre, pour les paires de type 2 (par exemple 0,1 vs. 0,20) aucune réponse correcte n'est obtenue. Pourquoi Antoine est-il en difficulté uniquement pour ce type de paire ? L'interview de l'élève prend ici tout son sens. Voici, ci-dessous, quelques extraits des entretiens réalisés avec cet élève.

> [Enseignant] « Comment sais-tu que 0,2 est plus grand que 0,10 ? »
>
> [Antoine] « Là c'est zéro virgule deux centièmes et ça c'est dixième, 'fin zéro virgule deux dixièmes, c'est plus grand. »
>
> [Enseignant] « Certains élèves m'ont dit que 10 c'est plus grand que 2. Pourquoi ne peut-on pas se dire ça ? »
>
> [Antoine] « Ben, parce que ça c'est en centième et ça c'est en dixième. »
>
> [Enseignant] « Et ici (0,3 vs 0,40) ? »
>
> [Antoine] « C'est comme le premier, c'est zéro virgule quarante centièmes et là c'est zéro virgule trois dixièmes, 'fin c'est plus grand. Parce que il y a dixième, centième et millième. Dixième c'est plus grand, puis c'est centième, puis millième. Donc celui-là (0,3) c'est plus grand. »

Grâce à cette interview, on comprend qu'Antoine choisit en réalité le nombre le plus court parce qu'il généralise abusivement le fait qu'un dixième est plus grand qu'un centième. Si l'on considère la partie décimale comme une fraction, on peut dire qu'il considère le dénominateur de la fraction décimale sans tenir compte du numérateur de cette fraction. On peut dès lors se demander s'il applique le même raisonnement lorsqu'il doit comparer des fractions. Nous lui avons donc présenté des fractions à comparer. Les fiches 2 et 3 peuvent être utilisées afin d'observer les réponses pour la comparaison de fractions.

On peut découvrir les réponses d'Antoine à la figure 4 ci-dessous.

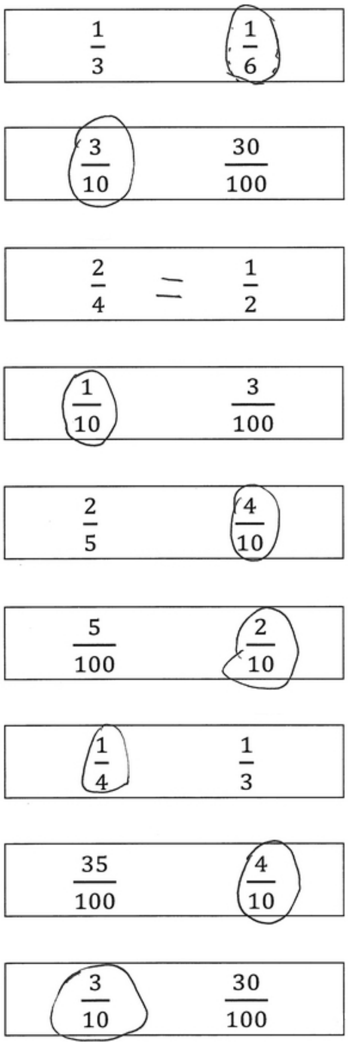


Fig. 4 – Comparaison de fractions.

[Enseignant] « Comment sais-tu que $\frac{1}{6}$ est plus grand que $\frac{1}{3}$? »

[Antoine] « Parce que six c'est plus grand que trois. »

[Enseignant] « Et pour $\frac{3}{10}$ et $\frac{30}{100}$? »

[Antoine] « Parce que là c'est trente centièmes, c'est comme l'autre (les décimaux) je trouve que c'est plus petit. »

[Enseignant] « Et ici, pour $\frac{2}{4}$ et $\frac{1}{2}$? »

[Antoine] « Par exemple, on a quelque chose coupé en 4, on prend deux là, et là on prend carrément toute la moitié. Donc c'est $\frac{1}{2}$ le plus grand. »

[Enseignant] « Peux-tu me dessiner cela ? »

[Antoine] « (Après un bref dessin de type « tarte coupée en morceaux ») Ah non, c'est égal... »

[Enseignant] « Et $\frac{1}{10}$ et $\frac{3}{100}$? »

[Antoine] « C'est comme là, c'est des centièmes et là c'est des dixièmes, ça passe avant, c'est plus grand que les centièmes avec l'abaque. »

[Enseignant] « En fait, tu regardes le nombre du dessous ... »

[Antoine] « Oui, mais ça dépend, si c'est tous les deux des dixièmes, on regarde un peu celui du dessus. »

Grâce à cette nouvelle interview sur la comparaison de fractions, on comprend que même dans l'écriture fractionnaire, Antoine a tendance à ne considérer que le dénominateur des fractions sans tenir compte du numérateur de celles-ci. On comprend donc mieux les erreurs qu'il peut commettre lors de la comparaison de nombres décimaux. Grâce à l'observation attentive de ses réponses, aux exercices proposés par les fiches, et aux demandes répétées d'explication de sa stratégie, nous avons pu formuler une hypothèse explicative de ses erreurs en comparaison de nombres décimaux.

Nous allons à présent parler de la re-médiation et l'illustrer ensuite à partir du travail réalisé avec Morgane et Antoine.

5 Étape 2 : Situations de re-médiation

Nous venons de parler de la première étape pour une re-médiation, c'est-à-dire de l'évaluation diagnostique des difficultés rencontrées par l'élève et de la formulation d'hypothèses explicatives les concernant. Cette étape réalisée, la re-médiation peut être mise en place. Bien évidemment, celle-ci va se baser sur l'hypothèse explicative des erreurs qui aura été formulée.

Nous avons également mentionné que l'efficacité de la re-médiation devait être évaluée. En réalité, cette évaluation est continue. Il ne faut pas systématiquement attendre la fin de la re-médiation pour la réaliser. En cours de re-médiation, on peut en effet se rendre compte que l'on est sur une « mauvaise voie », que l'hypothèse explicative n'était pas la bonne, ou encore que ce que l'on propose à l'élève ne lui est d'aucune aide. Dans ces différents cas, il s'agit bien entendu d'adapter la re-médiation à ce que l'on a observé.

Revenons à nos deux exemples, Morgane et Antoine. Souvenons-nous des hypothèses concernant leurs difficultés avec les décimaux :
- Pour Morgane, les difficultés dans l'addition de décimaux proviennent du fait que la partie décimale est traitée comme si elle était un nombre naturel et que les chiffres sont dès lors additionnés en partant de la droite.
- Pour Antoine, les difficultés dans la comparaison de décimaux proviennent du fait qu'il traite en priorité le dénominateur des fractions et qu'il ne tient compte du numérateur que si les dénominateurs sont égaux.

5.1 Un exemple : Morgane et l'addition de décimaux

Dans la section 4.1, nous avons découvert les explications que fournit Morgane quant à la réalisation d'additions de nombres décimaux. Lors de la première séance de re-médiation, nous avons repris ces additions et nous avons souhaité confronter Morgane aux réponses correctes de ces opérations. Pour ce faire, nous avons travaillé avec une calculatrice. Voici ci-dessous, quelques extraits de ce travail.

Nous sommes partis de l'addition 0,6 + 0,02. Morgane obtient 0,08 comme réponse, et explique sa manière de procéder de la façon suivante :

> [Morgane] « Je fais 6 + 2, ça fait 8 et je rajoute le zéro ici. »
>
> [Enseignant] « Maintenant, nous allons vérifier ce calcul avec la calculatrice. »

Intervient alors la calculatrice[9]. Notons que dans le cadre des re-médiations nous avons opté

[9] Pour de plus amples explications concernant le travail avec une calculatrice, se référer au fascicule « Activités en 4e primaire » de cette recherche « Enseigner et apprendre les nombres décimaux »

pour le travail avec une calculatrice qui garde à l'écran l'opération encodée et qui affiche la réponse de cette opération en dessous, comme illustré à la figure 5. De cette façon, l'élève n'a pas de doute par rapport à ce qu'il a encodé. En effet, si la réponse obtenue le surprend, on peut imaginer qu'il justifie cela en pensant s'être trompé dans les nombres qu'il a encodés pour l'opération, ou pourquoi pas dans l'opération elle-même.

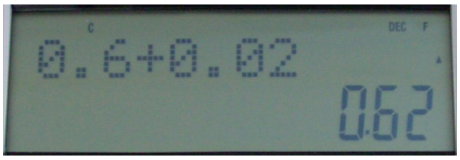


Fig. 5 – Écran d'une calculatrice affichant à la fois l'opération et son résultat.

Lors du travail avec Morgane, la calculatrice a affiché (sans surprise !) que 0,62 est la somme de 0,6 + 0,02. Voici l'échange qui a suivi :

> [Enseignant] « Ce n'est pas la même réponse que la tienne. Quelle est la bonne réponse tu penses ? »
>
> [Morgane] « Celle-là (montrant la calculatrice). »
>
> [Enseignant] « Pourquoi est-elle différente de la tienne ? Comment la calculatrice a-t-elle fait pour trouver cette réponse ? »
>
> [Morgane] « Parce qu'il ne fallait pas faire ça (6) plus ça (2), il fallait rassembler et mettre le zéro là (devant la virgule). »
>
> [Enseignant] « Il fallait les rassembler, tu peux m'expliquer ça ? »
>
> [Morgane] « Eh bien mettre le 6 puis le 2 là à côté et le zéro là (devant la virgule). »
>
> [Enseignant] « Et pourquoi fallait-il faire comme ça ? »
>
> [Morgane] « Parce que y'a pas la même valeur de zéro. Là il y a deux zéros, et là y'a que un. »
>
> [Enseignant] « Que vaut ce zéro (celui des dixièmes dans 0,02), que nous indique-t-il ? »
>
> [Morgane] « [. . .] »

Morgane parvient donc difficilement à expliquer le rôle du zéro présent dans la partie décimale. Étant donné qu'il s'agit d'une spécificité du système décimal de position, nous choisissons alors de vérifier si Morgane comprend le rôle du zéro quand il s'agit de nombres naturels. D'une manière plus générale, nous souhaitons vérifier si Morgane est bien consciente qu'un chiffre a une valeur en puissance de dix en fonction de sa position et que dans ce cadre, le zéro marque un rang inoccupé. Un « détour » vers les naturels est donc réalisé. L'expérimentateur demande donc à Morgane de dire ce que signifient les différents chiffres dans les nombres 12 et 340. Morgane indique alors sans erreur les centaines, les dizaines et les unités. Le nombre 15,23 est ensuite présenté. Morgane indique également sans erreur les dixièmes et les centièmes. Les nombres 0,6 et 0,02 (les deux nombres à additionner) sont alors présentés. Ici encore Morgane peut correctement identifier les différents rangs. Les erreurs commises lors des additions proviennent donc vraisemblablement du fait que Morgane n'est pas consciente que l'addition doit porter sur des puissances de dix identiques.

Ce qu'il faut retenir ici est :
– que la compréhension des valeurs de position se réalise avant tout avec des nombres naturels ;
– et qu'une bonne compréhension du rôle du zéro, c'est-à-dire de son rôle de *gardien* d'une position inoccupée, se réalise également avec des nombres naturels. En effet, trop souvent, les élèves ont des *trucs et astuces* concernant le zéro présent dans les naturels. Ils considèrent par exemple qu'un zéro à droite « rend dix fois plus grand ». Si l'on passe du nombre 1 au nombre 10, il convient de préciser qu'en réalité, dans le nombre dix, le zéro indique qu'il n'y a pas de chiffre au rang des unités, et que le 1 est donc un nombre de dizaine.

Après cette identification des différents rangs, il convient de revenir à l'addition. Nous continuons cependant, dans un premier temps, à travailler avec des nombres naturels (voir fiche 6). L'enseignant demande alors à Morgane comment elle réalise l'addition 3007 + 201. Morgane précise qu'elle procède chiffre par chiffre (rang par rang) en commençant par la droite. Par contre, Morgane ne sait pas réellement expliquer qu'elle procède de cette façon de sorte à additionner des puissances de dix identiques. Elle peut seulement préciser que si elle ne faisait pas comme ça, « ça ne tomberait pas juste ». Elle explique aussi que si les deux nombres (naturels) ont le même nombre de chiffres, on peut commencer par la gauche ou par la droite, et que cela n'a pas d'importance. Quand on lui demande comment elle choisit le côté par lequel elle va commencer, Morgane explique que si elle voit qu'il va y avoir des reports (à une puissance de dix supérieure), elle décide de commencer par la droite.

À ce moment de la re-médiation, l'enseignant formule avec Morgane la stratégie qu'elle applique pour les additions de nombres naturels. Ensuite, l'attention de Morgane est attirée sur le fait que la calculatrice ne fonctionne visiblement pas comme cela quand elle additionne des nombres décimaux.

Souvent, il est important, d'une part, d'aider l'élève à conscientiser la stratégie qu'il utilise, et d'autre part, de l'aider à se rendre compte que cette stratégie peut avoir des limites et ne pas fonctionner dans tous les cas. Il ne s'agit donc pas seulement de fournir à l'élève une stratégie mature qui fonctionne dans tous les cas, mais aussi de l'aider à comprendre les limites de sa stratégie propre.

L'objectif de la séance de re-médiation suivante était de faire comprendre à Morgane que, dans la partie décimale, les chiffres à droite n'expriment pas forcément des puissances de dix identiques. Pour ce faire, nous avons travaillé avec les nombres 0,1 et 0,01 présentant le même chiffre (1), mais représentant des puissances de dix différentes tout en étant tous les deux à l'extrême droite de la partie décimale. Des grilles de 10 carrés sur 10 carrés (voir figure 6 et fiche 9) ont été brièvement utilisées pour montrer à Morgane que 0,1 et 0,01 ne représentaient pas du tout la même chose, mais que 0,01 est bien dix fois plus petit que 0,1.

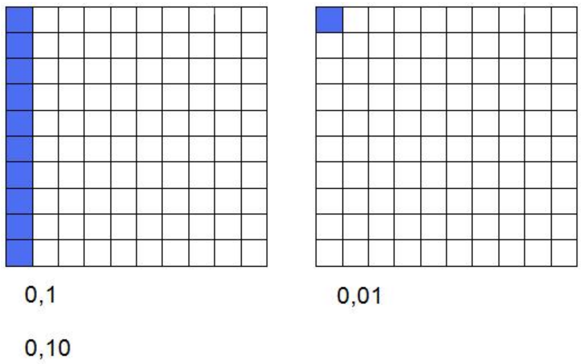


Fig. 6 – Coloriage de grilles de 10X10 carrés.

Par contre, ce type de représentation n'a pas été longuement utilisé avec Morgane, ses connaissances des fractions s'étant avérées relativement fragiles. Pour la suite de la re-médiation, nous nous sommes donc basés essentiellement sur la compréhension du système décimal de position et les capacités de Morgane dans la lecture des nombres. La lecture de nombres décimaux avait été évaluée à l'aide de la fiche 11 (l'écriture peut quant à elle s'évaluer ou se travailler à l'aide de la fiche 10). Elle n'a par exemple aucune difficulté à dire que 0,03 est « trois centièmes », ou que 0,1 est « un dixième ».

Deux séances de re-médiation ont été consacrées à lire les nombres décimaux avant de les additionner, pour ensuite opérer sur des puissances de dix identiques. Voici un extrait des entretiens avec Morgane au terme de ces séances.

L'addition 0,3 + 0,04 est présentée à Morgane et celle-ci donne 0,34 comme réponse.

> [Enseignant] « Pourquoi tu n'as pas additionné le 3 et le 4 et répondu 0,7 ou 0,07 ? Pourquoi ce ne serait pas correct ? »
>
> [Morgane] « Parce que celui-là il est dans les centièmes (4), et celui-là il est dans les dixièmes (3). »

Pour l'addition 0,5 + 0,6, Morgane répond 1,1.

> [Enseignant] « Comment as-tu fait ? »
>
> [Morgane] « J'ai fait 5 + 6 ça fait 11. »
>
> [Enseignant] « Pourquoi ne peut-on pas écrire 0,11 ? »
>
> [Morgane] « Parce sinon ça tombe dans les centièmes et là ce sont des dixièmes. »

Ces principes ont été également appliqués à des additions telles que 0,01 + 0,003 ou 0,204 + 0,05. Cela n'a pas posé de problème à Morgane. Après ces deux séances, Morgane semble avoir bien compris qu'il faut opérer sur des puissances de dix identiques. Elle comprend également qu'un zéro à droite n'a pas d'impact sur la valeur globale du nombre. Par exemple, pour l'addition, elle sait que 0,13 + 0,07= 0,20 et que 0,20 est équivalent à 0,2. Elle comprend à présent qu'un zéro à droite peut être utilisé si on veut utiliser une autre unité. Par exemple, vingt centièmes au lieu de deux dixièmes.

5.2 Un second exemple : Antoine et la comparaison de décimaux

Pour cet élève, les difficultés dans la comparaison de nombres décimaux proviennent du fait qu'il ne considère que le dénominateur de la fraction et pas le numérateur. Lors de deux séances de re-médiation nous avons utilisé des exercices semblables à ceux proposés dans la fiche 9. L'idée était ici de rester dans une représentation concrète afin qu'Antoine se rende compte de l'importance du numérateur de la fraction, c'est-à-dire dans le cadre des fractions opérateurs, du *nombre de parts*. Ce travail a permis à Antoine, assez rapidement, de se rendre compte qu'avec des dixièmes on peut obtenir un nombre plus petit qu'avec des centièmes. Pour cet élève, le travail sur les fractions a été assez rapide. Cependant, s'il est souhaitable pour un élève de (re-)travailler les fractions de façon plus approfondie, nous conseillons l'utilisation du logiciel Apprenti Géomètre et des activités pour l'apprentissage des fractions développées par le CREM[10].

6 Étape 3 : Évaluer la re-médiation

Nous avons mentionné que l'évaluation de la progression de l'apprentissage et de l'efficacité de la re-médiation était une étape essentielle dans la re-médiation. Celle évaluation peut être réalisée de manière continue, tout au long de la re-médiation, pour trouver ce qui peut le mieux aider l'élève à surmonter ses difficultés. À la fin de plusieurs séances de re-médiation, il aussi important de présenter à l'élève une nouvelle évaluation. C'est ce que nous avons fait pour Morgane et Antoine. Les deux élèves ont à nouveau été confrontés aux tests proposés par *DECIVAL*.

Il est important de savoir que dans *DECIVAL*, les nombres utilisés pour composer les tests sont générés de manière aléatoire pour chaque test. Il est donc impossible que l'élève ait en mémoire les nombres qui lui ont été présentés au précédent test et qu'il ne s'améliore que parce qu'il réalise le test pour la seconde fois.

Au terme de cinq séances de re-médiation, Morgane obtient à présent, pour le test de l'addition dans *DECIVAL*, 28 réponses correctes sur les 28 additions à réaliser.

[10] Pour une présentation du logiciel Apprenti Géomètre et d'activités sur les fractions, voir les documents liés à la recherche « Apprenti Géomètre, un outil de différenciation des apprentissages en mathématique » (CREM, 2005). Les documents liés à cette recherche peuvent être téléchargés à partir du site *http://www.crem.be*.

6. Étape 3 : Évaluer la re-médiation

Au terme des séances avec Antoine, celui-ci obtient pour le test de la comparaison dans *DECIVAL*, 48 réponses correctes sur les 49 items proposés.

Le travail de re-médiation avec Quentin

Nous allons succinctement présenter le travail de re-médiation effectué avec Quentin (nom d'emprunt), un élève de 6e année primaire, durant le mois de décembre 2008. Notons que Quentin est en âge scolaire normal.

En fonction de l'organisation de l'école et de la recherche, le travail de re-médiation a été organisé durant les heures de cours, dans un local annexe. Pour les mêmes raisons, il ne nous a pas été possible d'être présents en classe lors des activités dédiées aux apprentissages numériques.

La première évaluation de Quentin a eu lieu le 20 novembre. Celle-ci concernait tous les élèves de la classe et avait pour objectif de détecter les élèves avec lesquels nous allions organiser le travail de ré-médiation. Les six séances de travail (40 à 50 minutes) ont eu lieu les 8, 9, 10, 11, 16 et 18 décembre. L'évaluation finale a eu lieu le 19 décembre.

7 Résultats aux premiers tests

L'évaluation diagnostique de Quentin a été réalisée sur des documents papier(11). Nous les reproduisons ci-dessous et tentons de montrer une manière de les analyser.

L'analyse des résultats a permis de déceler de réelles difficultés par rapport à certaines notions numériques. Si les items relatifs aux nombres naturels étaient bien résolus, ceux concernant les nombres décimaux étaient globalement peu réussis. De même, l'analyse des ratios « nombre d'items correct/temps » ont montré que Quentin était peu à l'aise avec les notions numériques, y compris avec des nombres naturels. C'est notamment le cas pour la soustraction et la multiplication. L'analyse plus approfondie des réponses et les premières séances de travail ont montré qu'une *re-médiation* concernant les nombres décimaux était nécessaire. Quentin s'y

(11) Le logiciel *DECIVAL* n'était pas encore disponible dans sa forme définitive lors de la réalisation des tests.

est par ailleurs investi avec beaucoup de volonté.

Au début du travail, nous lui avons demandé comment il considérait les mathématiques. L'objet était de savoir si un travail concernant le rapport de Quentin aux mathématiques était aussi à réaliser. Ses réponses permettent de comprendre que Quentin n'a pas de représentations négatives des mathématiques.

> [Quentin] - « Pour moi c'est quand même difficile ça oui [...] surtout en calcul, quand il faut faire fois mille, fois cent, fois dix [...] parce que moi je faisais vers la gauche mais monsieur m'a dit que c'était vers la droite. »
>
> [Enseignant] - « Mais tu aimes bien ou tu n'aimes pas les mathématiques ? »
>
> [Quentin] - « Ben, ça peut aller, sinon c'est un peu dur. »
>
> [Enseignant] - « Et pour toi, les mathématiques c'est seulement pour les gens intelligents ? »
>
> [Quentin] - « Non, non, tout le monde peut y arriver. »

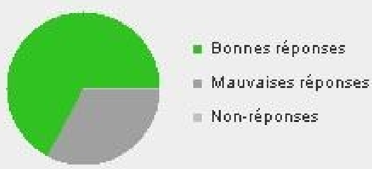
7.1 Des réponses aux items : comment les interpréter ?

Nous présentons ci-dessous les différents tests effectués par Quentin et exposons nos analyses et interprétations.

7.1.1 Comparaison de nombres décimaux

Pour ce premier test, Quentin obtient un score de 25/36, soit près de 70%. En première analyse, ce score peut-être considéré comme bon. Une analyse plus approfondie va cependant mettre en évidence des incompréhensions sérieuses. Mais d'abord, exposons l'analyse des résultats de Quentin si celui-ci avait réalisé le même test avec *DECIVAL*.

Pour la COMPARAISON de deux décimaux :
Quentin a donné 49 réponses (sur 49 items) et a obtenu 33 réponses correctes.

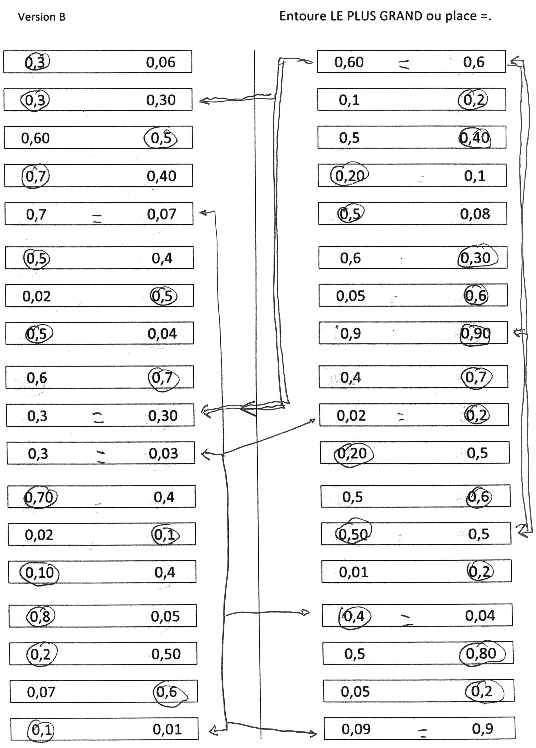


Le tableau ci-dessous reprend les résultats pour chaque type de paires de décimaux à comparer.
Pour chacun des types, le nombre de réponses fournies sur les sept paires présentées, le nombre de réponses correctes obtenues ainsi que le type de réponse le plus fréquent (s'il y en a un) sont indiqués.

Exemple	Type 1 : 0,1 vs 0,2	Type 2 : 0,1 vs 0,20	Type 3 : 0,1 vs 0,01	Type 4 : 0,2 vs 0,01	Type 5 : 0,1 vs 0,02	Type 6 : 0,2 vs 0,10	Type 7 : 0,1 vs 0,10
Nombre de réponses	7	7	7	7	7	7	7
Réponses correctes	7	7	1	7	7	0	4
Réponse dominante	0,2	0,20	=	0,2	0,1	0,10	-

Fig. 7 – Résultats de Quentin pour la comparaison.

Selon *DECIVAL*, Quentin possède un profil « autre ». Dans le guide de *DECIVAL* il est précisé que « lorsqu'un élève a ce profil, il convient d'analyser attentivement le tableau qui présente les résultats par type de paires à comparer ». Nous présentons ce travail d'analyse dans les pages qui suivent.



Version B

Entoure LE PLUS GRAND ou place =.

0,3		0,06	0,60	=	0,6
0,3		0,30	0,1		0,2
0,60		0,5	0,5		0,40
0,7		0,40	0,20		0,1
0,7	=	0,07	0,5		0,08
0,5		0,4	0,6		0,30
0,02		0,5	0,05		0,6
0,5		0,04	0,9		0,90
0,6		0,7	0,4		0,7
0,3	=	0,30	0,02	=	0,2
0,3	=	0,03	0,20		0,5
0,70		0,4	0,5		0,6
0,02		0,1	0,50		0,5
0,10		0,4	0,01		0,2
0,8		0,05	0,4	=	0,04
0,2		0,50	0,5		0,80
0,07		0,6	0,05		0,2
0,1		0,01	0,09	=	0,9

Fig. 8 – Test écrit pour la comparaison.

Notre analyse s'est portée sur la gestion du chiffre « 0 » dans les items. De manière générale, nous constatons que les items du type « 0,3 ... 0,06 » ne posent pas de problème. Nous pouvons interpréter cela comme la compréhension de la valeur des rangs (dixième, centième, ...). Ainsi, Quentin sait que les dixièmes sont plus « grands » que les centièmes. En l'occurrence dans l'exemple cité ci-dessus, 3 au rang des dixièmes « est plus grand » que 6 au rang des centièmes.

Par contre, cette stratégie de traitement ne semble pas être utilisée si Quentin est confronté à un item du type « 0,10 ... 0,4 ». Pour ce type de comparaison, il semble que Quentin ne perçoive plus la structure des rangs (dixième, centième) mais utilise plutôt une stratégie qui s'appuie sur la conception « un nombre décimal est composé de deux nombres naturels séparés par une virgule ». Ainsi, 0,10 est composé de 0 et de 10 ; 0,4 est composé de 0 et de 4. Quentin compare alors 10 et 4 et admet que 0,10 est plus grand que 0,4.

L'analyse met aussi en évidence que Quentin n'utilise pas nécessairement la même stratégie pour résoudre des items du même type. Les trois items présentés ci-dessous concernent la comparaison de nombres décimaux égaux. Pour y répondre correctement, Quentin doit pouvoir traiter les zéros ajoutés et comprendre que ceux-ci ne modifient pas la valeur des nombres.

0,3 0,30 0,60 = 0,6 0,9 0,90

Constatons le comportement inconsistant de Quentin pour ces items : en effet, il a répondu différemment à chacun des items présentés. Pour le premier, il semble que la stratégie employée soit « les dixièmes sont plus « grands » que les centièmes » ; pour le deuxième ; il semble que l'élève ait compris que le « zéro ne modifie pas la valeur de nombre » ; pour le troisième, il semble qu'il ait utilisé une stratégie basée sur la conception « un nombre décimal est un naturel virgule un naturel ». Ainsi pour ce troisième item, c'est la comparaison de 9 et de 90 qui est effectuée.

Un autre type d'items met à jour les difficultés de cet élève : 0,5 ... 0,05.

0,02 = 0,2

Pour plusieurs de ceux-ci, Quentin a fourni une réponse différente. La figure ci-contre montre deux réponses pour le même item.

Pour une part, le travail de re-médiation aura pour objectifs de confronter Quentin à ses incohérences, de l'amener à les percevoir en lui faisant exprimer les stratégies utilisées et de l'amener à réfléchir sur le système décimal de position. Ce travail se fera également en s'appuyant sur les autres difficultés que nous mettons en évidence ci-après.

7.1.2 Densité des nombres décimaux

Le test consiste à intercaler un nombre entre deux nombres donnés[12]. Quentin y obtient un score de 13/24, soit un peu plus de 50%. Analysons quelques-unes de ses réponses en les comparant aux réponses fournies dans le test de comparaison.

0,07	<	0,8	<	0,7
0,5	<	0,05	<	0,6
0,5	<	0,6	<	0,7
0,03	<	0,4	<	0,3
6,5	<	6,6	<	7,5
0,2	<	0,3	<	0,4
4,3	<	4,4	<	5,3
0,3	<	0,03	<	0,4
0,7	<	....	<	0,8
0,6	<	0,7	<	0,70
0,1	<	0,2	<	0,3
6	<	7	<	8
0,7	<	0,8	<	0,80
5	<	6	<	7
5,8	<	5,9	<	6,8
0,2	<	0,02	<	0,3
0,2	<	0,3	<	0,30
0,3	<	0,4	<	0,40
2	<	3	<	4
2,7	<	3,7	<	4,7
0,01	<	0,001	<	0,1
0,7	<	0,8	<	0,9
5,1	<	6,1	<	7,1
1,2	<	2,2	<	3,2

Fig. 9 – Test écrit pour la densité.

Reconnaissons d'abord qu'une majorité des items réussis peuvent être traités à partir d'une stratégie se basant sur la conception « un nombre décimal est un naturel virgule un naturel » (D=N,N). En analysant plus avant les réponses, nous constatons que pour les items des types « a,b ... a+2,b » (1,2 ... 3,2), « a,b ... a,b+2 » (1,2 ... 1,4) et « a,b ... a+1,b » (1,2 ... 2,2), Quentin utilise la même stratégie : il compare d'abord le premier chiffre de gauche dans chaque nombre et voit s'il est possible d'ajouter 1 au premier chiffre du nombre le plus petit, si ce n'est pas possible, il passe au deuxième chiffre de chaque nombre, ainsi de suite, de telle façon que la réponse soit correcte. Les figures 10, 11 et 12 exposent un item de chaque type.

2,7 < 3,7 < 4,7

Fig. 10 – Type « a,b ... a+2,b »

0,7 < 0,8 < 0,9

Fig. 11 – Type « a,b ... a,b+2 »

5,8 < 5,9 < 6,8

Fig. 12 – Type « a,b ... a+1,b »

L'analyse de quelques items dont la réponse est erronée semble confirmer que Quentin ne maitrise pas le système décimal de position, notamment dans les items où un traitement des zéros est nécessaire. Ceci se confirme lorsque l'on compare les réponses des items de

(12) Au préalable, nous nous sommes assurés que Quentin connaissait le sens du signe d'inégalité (<).

comparaison à celles des items de densité.

Les deux exemples suivants (figures 13 et 14) montrent que pour la densité, Quentin considère que 0,03 est plus grand que 0,3. Alors que pour la comparaison, il considère ces deux nombres comme égaux. Ceci témoigne à nouveau de l'inconsistance de ses connaissances et de ses stratégies.

Fig. 13 – Densité

Fig. 14 – Comparaison

Progressivement, nous cernons les difficultés de Quentin : la gestion des zéros et une conception des nombres décimaux comme « naturel virgule naturel ». Cependant, contrairement à d'autres élèves, Quentin ne semble pas pouvoir associé à chaque type d'items une stratégie appropriée.

7.1.3 Addition de nombres décimaux sans report

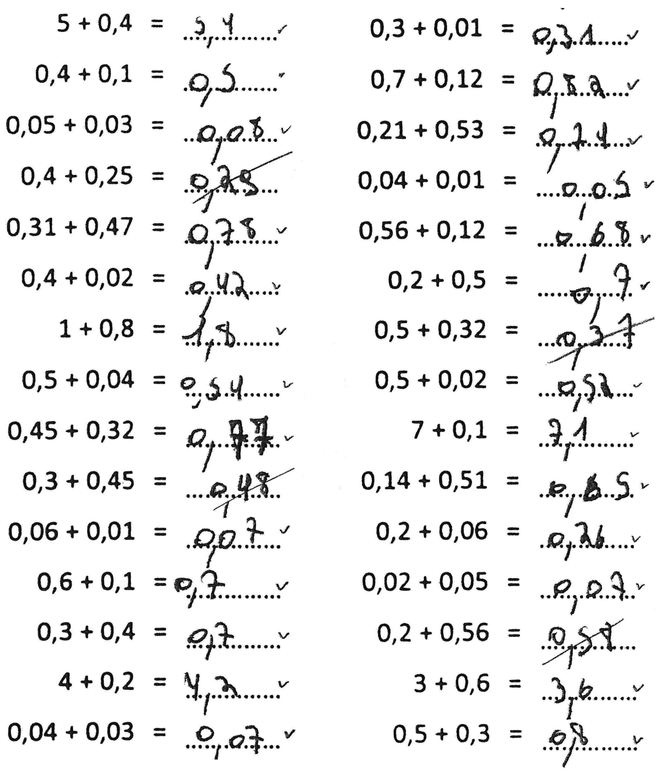


Fig. 15 – Additions sans report

Dans ce test, les additions proposées ne nécessitent pas de passage au rang supérieur. Quentin obtient un score de 26/30, soit près de 90% ! Et pourtant si l'on analyse de plus près ses réponses, l'inconsistance repérée lors des deux premiers tests est encore apparente. Observons quelques réponses présentées aux figures 16 à 18.

La comparaison des deux premiers items du même type (0,a + 0,bc) met en évidence l'inconsistance des stratégies de Quentin. Pour le premier, il s'appuie sur la conception « un nombre décimal est un naturel virgule un naturel », et il additionne 5 et 32 ; pour le deuxième, il traite les nombres en fonction de leur rang et produit une réponse correcte.

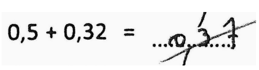


Fig. 16 – Type « 0,a + 0,bc »

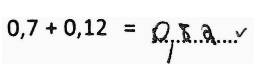


Fig. 17 – Type « 0,a + 0,bc »

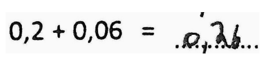


Fig. 18 – Type « 0,a + 0,0b »

Par contre, le comportement de Quentin est consistant lorsqu'il s'agit d'additions du type « 0,a + 0,0b ». Il semble que Quentin considère alors que le zéro n'est pas obligatoire et peut ainsi être « remplacé » par le chiffre du premier terme. Ainsi, la réponse se note « 0,ab ».

Nous pouvons ainsi nous demander si Quentin effectue bien une addition (20 centièmes + 6 centièmes), ou s'il effectue plutôt un « échange » de chiffres, s'il remplace le « zéro qui ne compte pas » par un autre chiffre, en l'occurrence le 2.

7.1.4 Addition de nombres décimaux avec report

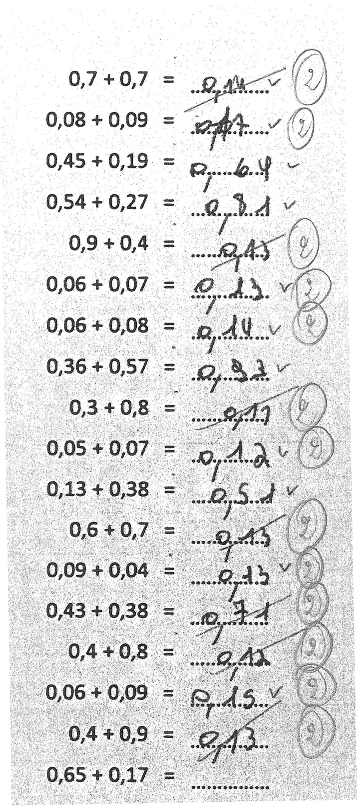
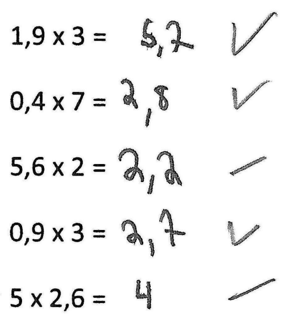


Fig. 19 – Addition avec report

Ces additions nécessitent un ou des passages au rang supérieur. Sur les 17 additions effectuées, Quentin fournit 11 réponses correctes. Il obtient ainsi un score de près de 60%. Notons que globalement, Quentin obtient une moyenne de près de 70% à ces quatre premiers tests. Ce qui, reconnaissons-le, est assez honorable et permet à cet élève d'être considéré par ses enseignants comme « un élève moyen mais qui réussit ». Les analyses effectuées jusqu'à présent semblent cependant montrer que cette « réussite » ne témoigne pas nécessairement d'une compréhension correcte des notions liées aux nombres décimaux. De manière plus générale, la compréhension du système décimal de position est sans doute trop partielle et des *connaissances* personnelles ont été construites pour palier à certaines incompréhensions ou méconnaissances.
Poursuivons nos investigations avec l'analyse des items d'addition avec report. D'emblée nous constatons que tous les items nécessitant un report à l'unité ne sont pas réussis. Ceci peut s'interpréter par l'activation de la conception « un nombre décimal est un naturel virgule un naturel ». Dans ce cas, Quentin additionne les parties entières et les paries *décimales* séparément. Ceci semble se confirmer par les items de type « 0,ab + 0,cd » (0,23 + 0,29) où le report s'effectue uniquement vers le rang des dixièmes et auxquels Quentin répond correctement.

Ainsi, tout au long des analyses que nous venons d'efectuer, la conception « un nombre décimal est un naturel virgule un naturel » apparait comme structure majeure pour Quentin lorsqu'il traite les nombres décimaux.

7.1.5 Multiplication de nombres décimaux



Lors de notre première rencontre avec Quentin, nous lui avons également proposé de multiplier des nombres décimaux (voir figure ci-contre). L'analyse des réponses semble encore une fois montrer que Quentin ne fait pas nécessairement « sens » avec les 0 et avec la virgule.
Lorsque nous avons demandé à Quentin comment il avait procédé, il n'a pas été capable de nous expliquer. Nous émettons donc une hypothèse pour expliquer les réponses à ces multiplications.

Tabl. 3 – Hypothèses sur la(les) technique(s) de résolution de Quentin pour la multiplication

Calcul	Intermédiaire 1	Traitement	Intermédiaire 2	Traitement	Calcul et réponse
1,9 × 3	1 × 3	3	9 × 3	2,7	3 + 2,7 =5,7
0,4 × 7	0 × 7	0	4 × 7	2,8	0 + 2,8 = 2,8
5,6 × 2	5 × 2	1,0	6 × 2	1,2	1 + 1,2 =2,2
0,9 × 3	0 × 3	0	9 × 3	2,7	0 + 2,7 = 2,7
5 × 2,6	5 × 2	1,0	5 × 6	3,0	1 + 3 = 4

Mais comment expliquer le « Traitement » des produits intermédiaires ? Notre hypothèse est que Quentin procède plutôt par traitement de *signes* sans donner de sens à ces signes. Par « signe », nous entendons notamment les 0 et les virgules. Ainsi, Lorsque le produit intermédiaire comprend deux chiffres, Quentin y adjoint une virgule ; lorsqu'il ne comprend qu'un chiffre, Quentin le laisse en l'état. La virgule n'est donc pas un « signe » auquel il donne du sens mathématique. Constatons également que Quentin procède encore à partir de la conception « D = N,N ».

Une autre hypothèse est que Quentin traite les produits intermédaires comme des naturels et que la virgule n'intervient qu'à la fin. Ainsi, pour « 5,6 × 2 » : 5,6 est constitué de 5 et 6, deux nombres naturels ; $5 \times 2 = 10$; $6 \times 2 = 12$; $10 + 12 = 22$; ensuite, Quentin gère la virgule comme un « signe », il y avait une virgule dans le nombre de départ, il doit y en avoir une dans le nombre au final. La réponse est donc 2,2.

Constatons cependant que cette stratégie n'est pas applicable au premier calcul, sinon la réponse aurait été 3 (3 + 27 = 30, puis avec l'usage de la virgule 3,0). Mais bien sûr, Quentin peut avoir utilisé plusieurs stratégies pour résoudre des items du même type. Nous ne pouvons le savoir pusqu'il n'a pu nous expliquer comment il résolvait ces calculs.

Remarquons également que malgré une ou des stratégies incohérentes par rapport au système décimal de position, Quentin fournit suffisamment de bonnes réponses que pour obtenir un score supérieur à la moyenne. Ainsi, en extrapolant, nous pouvons émettre l'hypothèse que nombre d'élèves terminent leur scolarité primaire en ayant construit des connaissances erronées, ou vides de sens, par rapport au système décimal de position.

À la suite des autres tests que nous venons de décrire, celui sur la multiplication permet d'émettre l'hypothèse que Quentin gère la virgule comme un « signe » (peut-être un signe de ponctuation) et n'y associe pas un sens par rapport au système décimal de position. Ceci est concordant avec la conception « un nombre décimal est un naturel virgule un naturel ». Cette hypothèse a été confirmée au cours des travaux que nous avons réalisés par la suite.

7.2 Synthèse des observations

Au terme de nos analyses, nous effectuons les constats suivants :

– contrairement à certains enfants, il semble que Quentin n'ait pas élaboré de stratégies auxquelles il se réfère systématiquement selon les types d'items proposés ;
– Quentin possède sans doute une conception des nombres décimaux comme « un naturel virgule un naturel » ;
– Quentin ne maîtrise pas le système décimal de position, et notamment il ne comprend pas

les rôles du zéro et de la virgule.
À ces analyses effectuées sur un travail concernant les nombres décimaux, il est nécessaire d'associer les constats effectués pour les nombres naturels, notamment les difficultés relatives aux stratégies de calcul pour les soustractions et les multiplications. Rappelons ici les paroles de Quentin lors de la première séance de travail : « Pour moi c'est quand même difficile ça oui [...] surtout en calcul, quand il faut faire fois mille, fois cent, fois dix [...] parce que moi je faisais vers la gauche mais monsieur m'a dit que c'était vers la droite ». Ceci montre combien pour Quentin, les calculs sont associés à des *stratégies mécaniques* plutôt qu'à des opérations logiques qui devraient « faire sens ». Au-delà de ces constats particuliers, il est raisonnable d'admettre que pour Quentin calculer c'est appliquer un ensemble de *stratégies mécaniques* , sans doute isolées les unes des autres, sans lien de sens avec l'organisation numérique structurée qu'est le système décimal de position. Une des difficultés de Quentin est ainsi de choisir la bonne *stratégie mécanique* pour un type calcul donné.

À partir de ces premières conclusions, un travail de re-médiation est mis en place.

8 Des séances de re-médiation

8.1 Première séance : des constats

La première séance de travail a comme objectif, entre autre, de tenter de répondre aux questions suivantes afin de mieux comprendre les difficultés de Quentin.
- Quelle conception du 0 ? Quel(s) rôle(s) attribué(s) au 0 ?
- Quelle conception des chiffres dans les nombres ? Quelle conception du système décimal de position ?

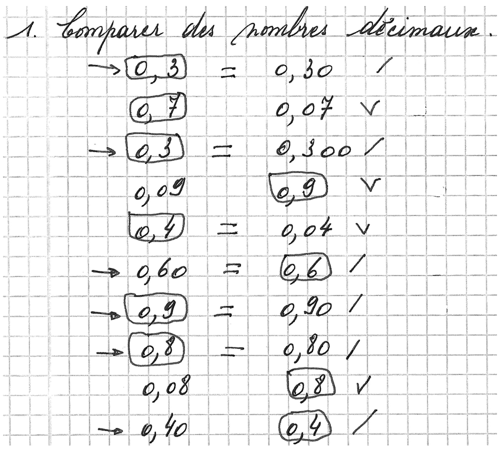


Fig. 20 – Comparaison de deux nombres décimaux

Pour répondre à ces questions, nous proposons à Quentin de répondre à 10 items de comparaison, extrait de la première évaluation réalisée quelques semaines au préalable. Ces items sont présentés ci-contre. Ensuite nous discutons les réponses en les comparant entre elles mais également en les comparant avec celles du test initial.
Ci-après nous proposons quelques extraits de cette discussion, en les situant par rapport à une problématique.

8.1.1 Rôle du 0 (1re partie)

[Enseignant] - « Pourquoi 0,8 serait-il plus grand que 0,80 ? »

[Quentin] - « Parce que c'est la même chose... Euh... Je ne sais pas très bien expliquer. »

> [Enseignant] - « C'est la même chose ou il est plus grand ? »
> [Quentin] - « Euh non c'est 0,80. »
> [Enseignant] - « Et à quoi il sert le zéro qui est là alors ? » (en montrant le zéro au rang des centièmes dans 0,80)
> [Quentin] - « C'est pour pouvoir dire zéro virgule quatre-vingts. »

Un peu plus tard dans la discussion :

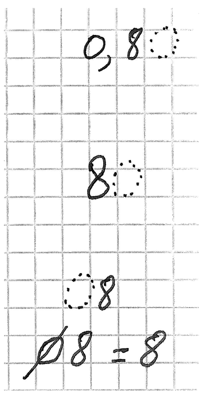
> [Enseignant] « Pourrais-tu lire ce nombre autrement que zéro virgule trois (0,3) ? »
> [Quentin] « Non. Ce n'est pas possible ! Je ne crois pas. »

Un peu plus tard encore dans la discussion :

> [Enseignant] « Pourrais-tu lire ce nombre autrement que zéro virgule sept (0,7) ? »
> [Quentin] « Non. Enfin si, zéro virgule zéro sept. »
> [Enseignant] « En classe, Monsieur, il lit ce nombre comment ? »
> [Quentin] « Zéro virgule sept, non, sept unités je crois, ... euh non pas sept unités, sept centaines ou sept centièmes... oui sept centièmes c'est ça. »

Ces extraits montrent que Quentin ne maitrise pas les rôles du zéro, plus globalement qu'il ne maitrise pas le système décimal de position. Le fait de ne pas pouvoir lire 0,80 sous la forme, par exemple, « zéro unité et quatre-vingts centièmes » en est aussi l'expression. Notre travail se poursuit afin de mieux cerner encore la problématique de Quentin. Nous lui proposons de travailler à partir de nombre naturels.

8.1.2 Le rôle du 0 (2^{e} partie)



[Enseignant] - « Si j'écris 8 et que je lui ajoute un zéro... ? », (0,80).
[Quentin] - « C'est plus grand. »
[Enseignant] - « Et si je mets le zéro devant ? », (08).
[Quentin] - « Il est plus petit ... Enfin, c'est le même ... On ne peut pas mettre le zéro devant. », (08 = 8).

Malgré une certaine hésitation, dans les cas présentés, Quentin semble connaitre l'impact du zéro sur la valeur des chiffres dans les nombres naturels. Le travail se poursuit, nous demandons à Quentin d'intercaler un nombre entre deux nombres décimaux. Les mêmes constats sont faits. Quentin ne maitrise pas le système décimal de position et s'est constitué un ensemble de connaissances (*stratégies mécaniques*) qu'il applique tant bien que mal en fonction des calculs proposés.

9 Les autres séances

Le travail que nous avons réalisé ensuite avec Quentin s'est appuyé sur ses connaissances. Nous n'avons pas souhaité lui exposer une *x-ième fois* une théorie relative au système décimal de position ou lui proposer de nouvelles colonnes d'exercices avec des stratégies à étudier. Notre démarche n'a pas été de reconstruire pas à pas les connaissances relatives au système décimal de position mais plutôt de partir des connaissances (correctes et erronées) qu'il possédait pour l'amener à les modifier et les rendre cohérentes par rapport au système décimal de position. Ceci n'exclut cependant pas qu'à certaines occasions nous ayons présenté les savoirs mathématiques nécessaires à la résolutions des situations présentées. Notamment lorsque Quentin ne parvenait pas à comprendre les incohérences de ses réponses, ou lorsqu'il ne parvenait pas à reconstruire les savoirs relatifs au système décimal de position.

Comme annoncé ci-dessus, nous avons privilégié la réflexion sur les stratégies utilisées par Quentin. Souvent, nous avons demandé à Quentin de comparer des résultats d'items semblables, souvent nous lui avons demandé d'expliciter les stratégies engagées dans la résolution des items. Pour chaque situation conflictuelle soit lors de travaux sur la comparaison de nombres ou sur la densité (intercalation), nous avons demandé à Quentin « Comment savoir quelle est la bonne réponse ? », « Qu'est-ce que nous avons comme outil pour savoir si la réponse est correcte ? » ...

À certains moments Quentin a pu « reconstruire » les savoirs mathématiques en jeu (essentiellement les règles de fonctionnement du système décimal de position). Parfois, cela ne lui était pas possible. Nous avons alors apporté ces savoirs. Ceux-ci ont alors été perçus comme des réponses à ses difficultés.

9.1 Deuxième, troisième et quatrième séances

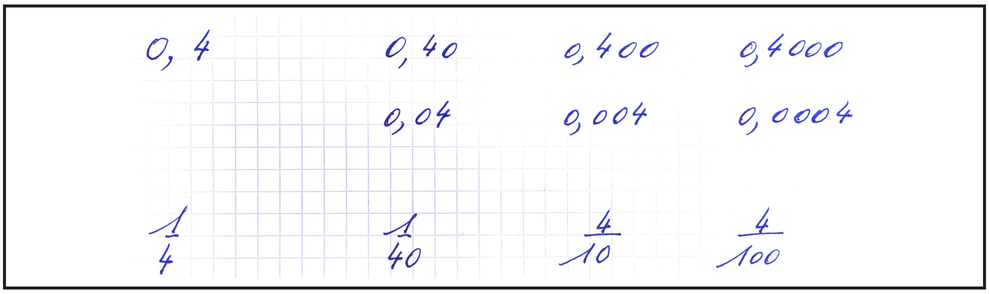
Au cours de ces trois séances, nous avons travaillé les additions de nombres décimaux. Quentin a alors utilisé la calculatrice pour valider ou invalider ses réponses. Mais à nouveau, nous lui avons demandé : « Pourquoi est-ce cela la bonne réponse ? », « Qu'est-ce qui explique que la bonne réponse est ... ? »,...

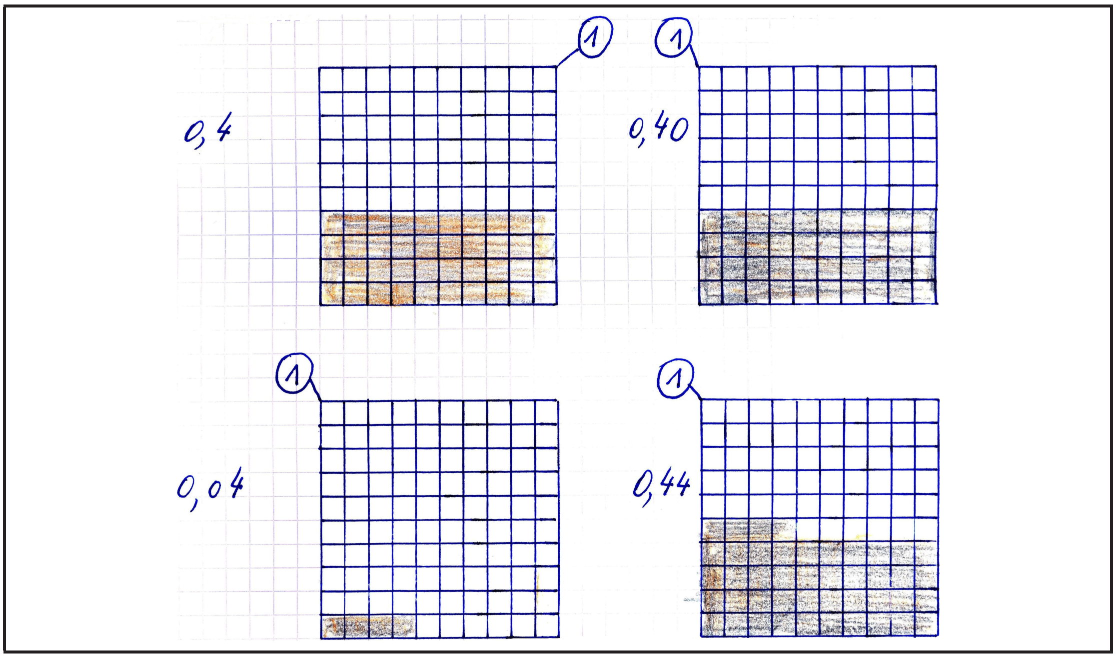
Par exemple, nous demandons à Quentin d'effectuer les deux additions suivantes : 0,3 + 0,45 et 0,30 + 0,45. En utilisant la calculette pour vérifier ses réponses, Quentin se rend compte que pour les deux calculs, la calculette affiche la même réponse. Une réflexion sur la stratégie de calcul peut alors s'engager. Celle-ci affecte bien sûr les représentations de Quentin à propos du zéro, de la valeur d'un chiffre en fonction du rang qu'il occupe, de la stratégie d'addition de deux nombres décimaux. Ces constats sont appliqués aux autres calculs déjà effectués. Ceux-ci sont validés ou modifiés. Quentin se sert ensuite de la calculatrice pour vérifier ses modifications.

Souvent également, nous avons associé au travail sur les nombres proprement dit, un travail sur leur dénomination et leur représentation sur une grille quadrillée. À ce stade, nous avons fourni certaines informations à Quentin qui lui permettaient d'avancer dans la structuration de ses connaissances. Par exemple, 0,44 se dit 44 centièmes. Ce nombre peut aussi s'écrire $\frac{44}{100}$.

Mais le plus souvent, nous avons proposé plusieurs nombres en même temps pour susciter la réflexion, comme le montrent les figures ci-dessous.

Lire des nombres





À aucun moment notre volonté n'a été de substituer la compréhension du système décimal de position par un travail automatisé à partir de représentations diverses, telles que la prononciation en langue orale ou le dessin sur grille quadrillée, ou encore le travail sur une droite graduée. Ces représentations ont bien entendu joué un rôle dans l'activité de re-médiation, celui d'outil de médiation, de *média* entre Quentin et les notions mathématiques en jeu, plus particulièrement le système décimal de position.

Notre objectif a été de constituer ces représentations comme des outils au service de la compréhension et de l'apprentissage des notions liées à la numération décimale de position ainsi qu'à la résolution de problèmes numériques.

9.2 Les cinquième et sixième séances

Les deux dernières séances ont pour objectif de structurer les apprentissages effectués et de les exercer. Des exercices de comparaison, d'addition, de soustraction, de lecture et d'écriture de nombres décimaux sont proposés. Du travail à partir de l'abaque de numération est également proposé. Cet outil a aussi la particularité de structuré la lecture des nombres décimaux.

10 Conclusion

Les tests effectués au terme des six séances de travail avec Quentin montrent que celui-ci a progressé. Il ne commet plus d'erreur au test de comparaison. Par contre, il reste quelques soucis au niveau de l'intercalation de nombre entre deux nombres décimaux. En ce qui concerne les opérations, les résultats sont bien meilleurs. Si nous observons la figure 21, nous constatons cependant que pour les additions du type « a,bc + d,e » il subsiste quelques erreurs. Ceci est le signe que les connaissances ne sont pas encore stabilisées et qu'il est nécessaire de poursuivre le travail de consolidation des connaissances et des stratégies. La figure 23 concerne la soustraction. Nous pouvons y observer que les difficultés de Quentin concernant les aspects procéduraux de la soustraction ne sont pas non plus stabilisés. Un travail concernant ces difficultés toujours apparentes pour les naturels doit également se poursuivre.

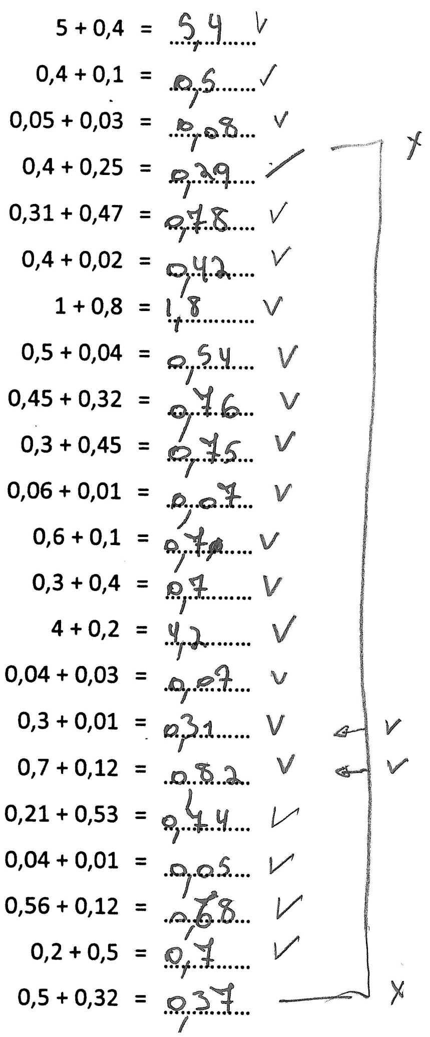


Fig. 21 –

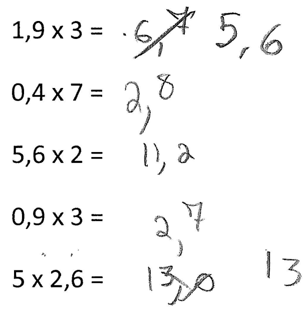


Fig. 22 –

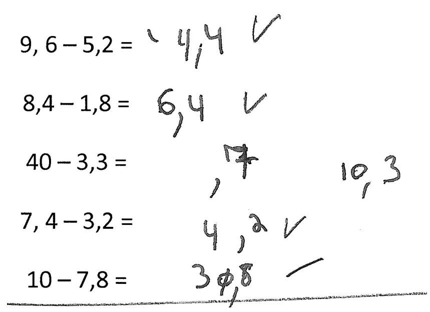


Fig. 23 –

10. Conclusion

Pour terminer, nous souhaiterions mettre en avant quatre axes principaux qui ont influencé notre travail.

D'abord, l'évaluation diagnostique qui permet dans un premier temps d'émettre des hypothèses par rapport aux difficultés de l'élève. Ces premières hypothèses guident les premiers travaux de re-médiation. Ensuite, le travail en « aller-retour » effectué entre les connaissances conceptuelles (rôles du zéro, abaque. . .) et les connaissances procédurales (opérer sur des nombres décimaux, comparer. . .). Ensuite, le questionnement régulier sur les stratégies utilisées et sur les connaissances mobilisées (Comment as-tu fait ? Qu'est-ce que tu sais à propos de cette question ou de cet objet ?. . .). Enfin, le travail sur la validation des réponses fournies ou des stratégies utilisées (Pourquoi peux-tu dire que ceci est la bonne réponse ? Qu'est-ce que tu sais qui permet de dire que c'était bien comme cela qu'il fallait faire ? . . .).

Ces questionnements ont pour objectif d'emmener élève et enseignant dans une double dynamique. D'abord amener l'élève à réfléchir sur ses pratiques et à les justifier. Bien souvent, c'est en cours d'explication ou de justification que l'élève se rend compte qu'il s'est trompé. Ce travail lui permet de se corriger. Ensuite, de permettre à l'enseignant, en entendant les explications ou les justifications de l'élève, de mieux comprendre comment celui-ci raisonne, résoud. . . de mieux connaître les savoirs construits. . . et ainsi d'être mieux armé pour aider l'élève, soit en le confrontant aux incohérences ou à l'inconsistance de ses stratégies, soit en représentant les savoirs nécessaires dans des situations qui font sens pour l'élève.

Il nous semble que c'est la combinaison de ces deux dynamiques qui permet au mieux d'aider l'élève à surmonter ses difficultés.

Au terme de ce travail, nous souhaiterions garder à l'esprit cette réponse de Quentin à notre question :

> « Quentin, ces séances de travail t'ont-elles aidé à mieux comprendre les nombres décimaux ? » :
> « À fond ! »

Le travail de re-médiation avec Quentin

Fiches de travail ou d'évaluation

Vous trouverez ci-après les fiches avec lesquelles nous avons travaillé dans le cadre de la re-médiation. Celles-ci peuvent être utilisées soit pour l'évaluation diagnostique afin d'identifier les difficultés de l'élève, soit pour le travail de re-médiation.

Une vue synthétique de ces fiches est proposée au tableau 4 .

Tabl. 4 – Présentation des différentes fiches.

Fiche	Description	Suggestions d'utilisation	Correctif
Fiche 1	Fractions	Permet d'évaluer ou de travailler les connaissances liées aux fractions ($\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{10}$) via des représentations continues et des représentations discrètes.	
Fiche 2	Comparaison de fractions (triées selon les types)	Permet d'évaluer ou de travailler la comparaison de fractions. Les paires de fractions sont présentées sous la forme de quatre séries. Chaque série correspond à un type de paires de fractions : – deux fractions de numérateur 1, – deux fractions équivalentes, – deux fractions décimales, – deux fractions décimales équivalentes.	Fiche 12
Fiche 3	Comparaison de fractions (non triées)	Cette fiche présente les mêmes paires de fractions que la fiche 2, mais dans un ordre aléatoire.	Fiche 13
Fiche 4	Comparaison de décimaux (triés selon les types)	Permet d'évaluer ou de travailler la comparaison de décimaux. Les paires de décimaux sont présentées sous la forme de sept séries, chacune correspondant à un type de paires (voir le guide d'utilisation de *DECIVAL*, section 5.2).	Fiche 14
Fiche 5	Comparaison de décimaux (non triés)	Cette fiche présente les mêmes paires de décimaux que la fiche 4, mais dans un ordre aléatoire.	Fiche 15
Fiche 6	Addition et soustraction de nombres naturels et décimaux	Permet d'évaluer ou de travailler les opérations d'addition et de soustraction dans le système décimal de position, en comparant les stratégies que l'on applique aux nombres naturels et celles propres aux nombres décimaux.	Fiche 16

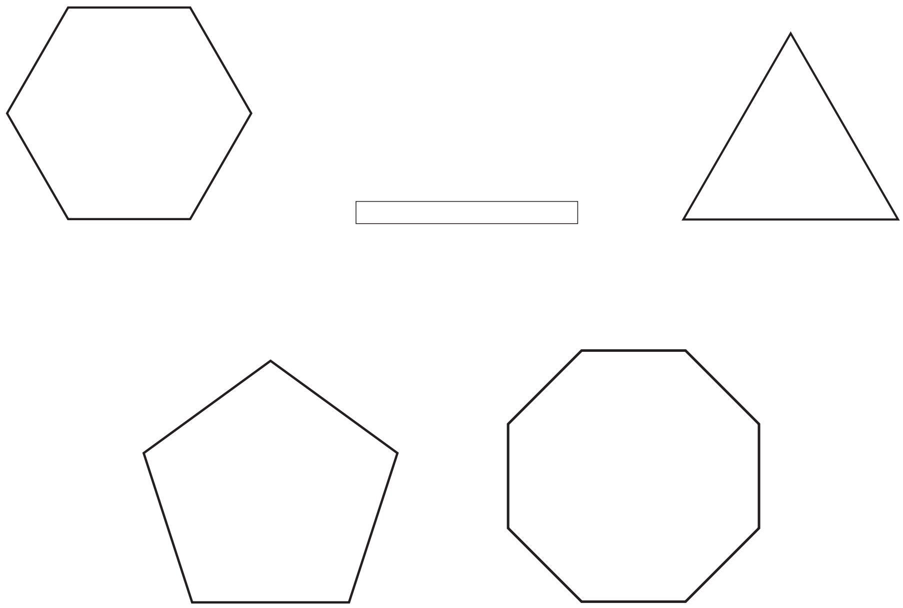
Fiches de travail ou d'évaluation

Fiche	Description	Suggestions d'utilisation	Correctif
Fiche 7	Addition de nombres décimaux (triées selon les types)	Permet d'évaluer ou de travailler les opérations d'addition de nombres décimaux. Les additions sont présentées sous forme de séries, chacune d'entre elles proposant des additions d'un même type. Les 7 premiers types sont équivalents à ceux présentés dans *DECIVAL*. Pour comprendre ces différents types d'addition, se référer à la section 7.2 du guide de l'utilisateur du logiciel.	Fiche 17
Fiche 8	Addition de nombres décimaux (non triées)	Cette fiche présente les mêmes additions de nombres décimaux que la fiche 7, mais dans un ordre aléatoire.	Fiche 18
Fiche 9	Représentation des nombres décimaux	Permet d'évaluer ou de travailler la représentation des nombres décimaux à l'aide de grille de 10 carrés sur 10 carrés.	
Fiche 10	Transcodage (des mots nombres vers les chiffres)	Permet d'évaluer ou de travailler le transcodage des nombres décimaux des mots nombres vers l'expression en chiffres dans le système décimal de position.	
Fiche 11	Transcodage (des chiffres vers les mots nombres)	Permet d'évaluer ou de travailler le transcodage des nombres décimaux de l'expression en chiffres dans le système décimal de position vers les mots nombres.	

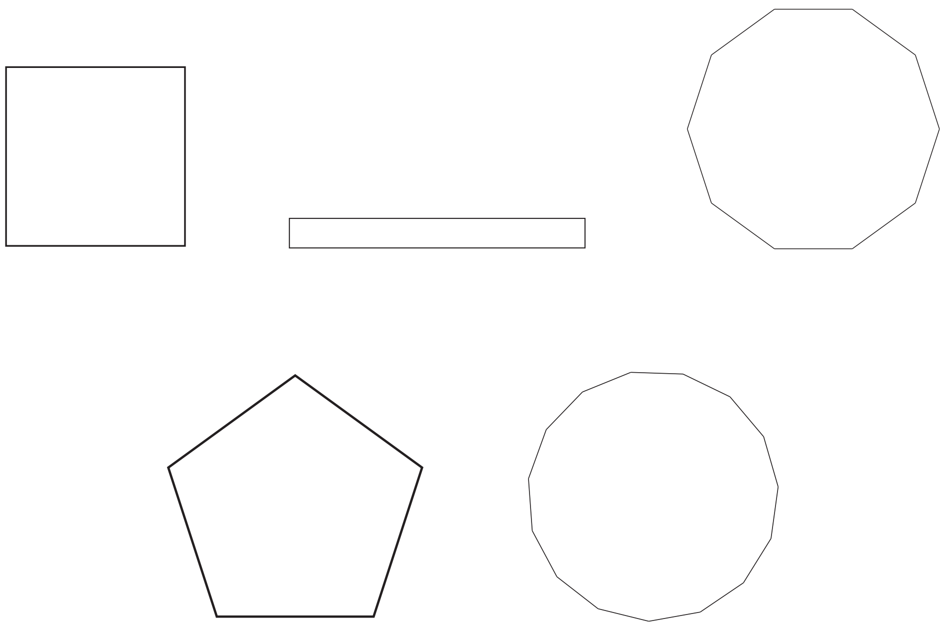
Fiche 1 – Fractions

Colorie la fraction demandée dans chaque série de 5 formes.

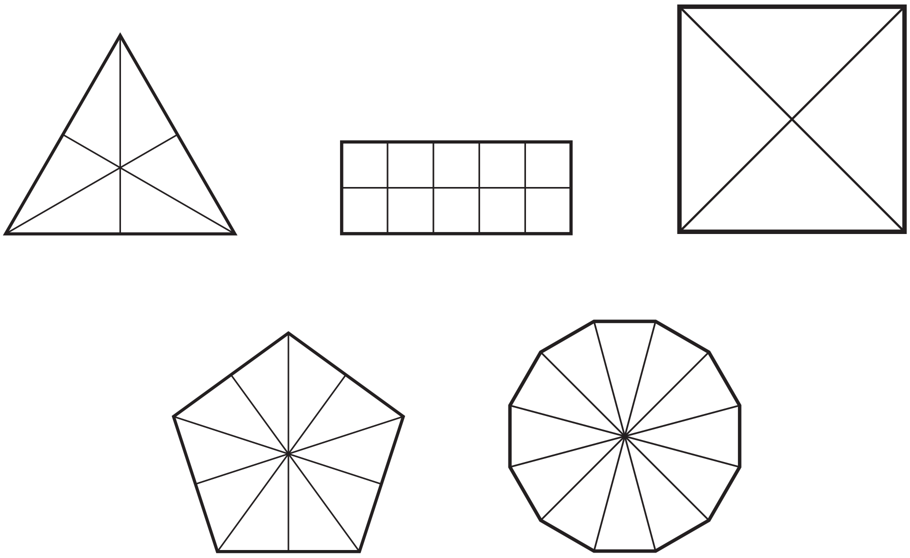
$\frac{1}{2}$



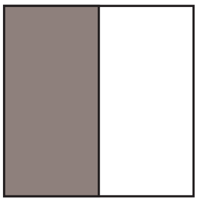
$\frac{1}{10}$



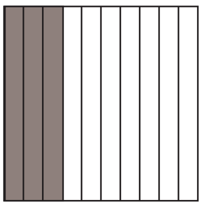
Colorie la moitié ($\frac{1}{2}$) de chacune des formes ci-dessous.



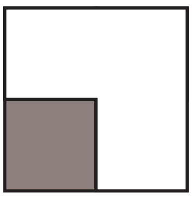
Quelle fraction de chaque forme est coloriée ?



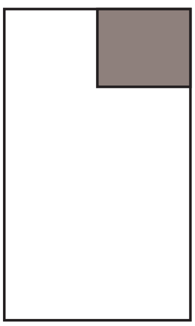
....



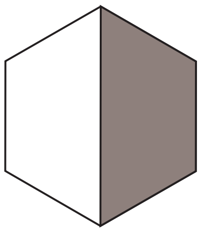
....



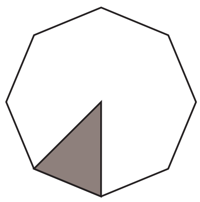
....



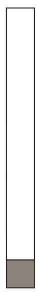
....



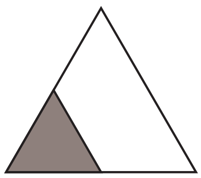
....



....



....



....

Fiche 2 – Comparaison de fractions - par type

Entoure la fraction la plus grande ou place un $=$ si les deux fractions sont égales.

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{10}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{6}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{6}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{5}$

$\frac{3}{10}$	$\frac{30}{100}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{100}$
$\frac{50}{100}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{100}$	$\frac{2}{10}$
$\frac{1}{10}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{35}{100}$	$\frac{4}{10}$
$\frac{80}{100}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{2}{10}$
$\frac{70}{100}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{100}$

Fiche 3 – Comparaison de fractions - ordre aléatoire

Entoure la fraction la plus grande ou place un $=$ si les deux fractions sont égales.

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{7}{10}$	$\frac{70}{100}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{6}$
$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{10}{100}$
$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{100}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{5}{10}$	$\frac{50}{100}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{10}$
$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{5}{100}$	$\frac{2}{10}$
$\frac{3}{10}$	$\frac{30}{100}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{80}{100}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{2}{10}$
$\frac{35}{100}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

Fiche 4 – Comparaison de deux décimaux - par type

Entoure le nombre le plus grand ou place un = si les deux nombres sont égaux.

0,4	0,3
0,5	0,4
0,6	0,7
0,5	0,2
0,4	0,7

0,20	0,1
0,50	0,4
0,6	0,70
0,2	0,50
0,70	0,4

0,02	0,2
0,03	0,3
0,4	0,04
0,7	0,07
0,09	0,9

0,01	0,2
0,05	0,6
0,01	0,4
0,6	0,03
0,8	0,05

0,02	0,1
0,4	0,05
0,07	0,6
0,04	0,1
0,4	0,07

0,10	0,2
0,5	0,40
0,10	0,4
0,6	0,30
0,60	0,9

0,60	0,6
0,70	0,7
0,9	0,90
0,3	0,30
0,50	0,5

Fiche 5 – Comparaison de deux décimaux - ordre aléatoire

Entoure le nombre le plus grand ou place un = si les deux nombres sont égaux.

0,7	0,07
0,5	0,4
0,3	0,30
0,6	0,7
0,70	0,4
0,02	0,1
0,10	0,4
0,8	0,05
0,2	0,50
0,07	0,6
0,60	0,6
0,5	0,40
0,20	0,1
0,6	0,30
0,05	0,6
0,9	0,90
0,4	0,7
0,02	0,2

0,50	0,5
0,01	0,2
0,4	0,04
0,6	0,70
0,10	0,2
0,50	0,4
0,09	0,9
0,4	0,05
0,5	0,2
0,01	0,4
0,70	0,7
0,04	0,1
0,03	0,3
0,4	0,3
0,60	0,9
0,6	0,03
0,4	0,07

Fiche 6 – Addition et soustraction de nombres naturels et décimaux

Effectue les calculs suivants.

$3007 + 201 = \ldots\ldots$	$40 - 2 = \ldots\ldots$
$320 + 451 = \ldots\ldots$	$503 - 8 = \ldots\ldots$
$509 + 30 = \ldots\ldots$	$809 - 10 = \ldots\ldots$
$42 + 010 = \ldots\ldots$	$710 - 42 = \ldots\ldots$
$6004 + 105 = \ldots\ldots$	$230 - 15 = \ldots\ldots$
$802 + 5007 = \ldots\ldots$	$350 - 06 = \ldots\ldots$
$340 + 0271 = \ldots\ldots$	$1000 - 9 = \ldots\ldots$
$1003 + 209 = \ldots\ldots$	$789 - 20 = \ldots\ldots$
$785 + 115 = \ldots\ldots$	$530 - 20 = \ldots\ldots$
$345 + 2155 = \ldots\ldots$	$8070 - 101 = \ldots\ldots$

$0,6 + 0,02 = \ldots\ldots$	$0,4 - 0,02 = \ldots\ldots$
$0,3 + 0,64 = \ldots\ldots$	$7 - 0,1 = \ldots\ldots$
$0,6 + 0,9 = \ldots\ldots$	$5 - 0,4 = \ldots\ldots$
$0,08 + 0,01 = \ldots\ldots$	$0,05 - 0,02 = \ldots\ldots$
$6 + 0,2 = \ldots\ldots$	$0,5 - 0,07 = \ldots\ldots$
$0,06 + 0,05 = \ldots\ldots$	$0,74 - 0,2 = \ldots\ldots$
$0,4 + 0,2 = \ldots\ldots$	$0,8 - 0,05 = \ldots\ldots$
$0,58 + 0,39 = \ldots\ldots$	$0,6 - 0,03 = \ldots\ldots$
$0,26 + 0,43 = \ldots\ldots$	$0,5 - 0,01 = \ldots\ldots$
$0,2 + 0,07 = \ldots\ldots$	$0,54 - 0,31 = \ldots\ldots$

Fiche 7 – Addition de deux nombres décimaux - par type

Effectue les calculs suivants.

$0,4+0,2 = ...$

$0,2+0,7 = ...$

$0,3+0,6 = ...$

$0,7+0,1 = ...$

$0,5+0,2 = ...$

$0,08+0,01 = ...$

$0,02+0,04 = ...$

$0,01+0,07 = ...$

$0,03+0,06 = ...$

$0,05+0,02 = ...$

$0,6+0,02 = ...$

$0,2+0,07 = ...$

$0,4+0,03 = ...$

$0,7+0,01 = ...$

$0,5+0,04 = ...$

$0,6+0,9 = ...$

$0,7+0,4 = ...$

$0,6+0,5 = ...$

$0,2+0,9 = ...$

$0,6+0,8 = ...$

$0,06+0,05 = ...$

$0,03+0,08 = ...$

$0,09+0,05 = ...$

$0,04+0,08 = ...$

$0,07+0,09 = ...$

$0,3+0,64 = ...$

$0,7+0,21 = ...$

$0,1+0,87 = ...$

$0,6+0,23 = ...$

$0,4+0,53 = ...$

$6+0,2 = ...$

$3+0,5 = ...$

$7+0,1 = ...$

$5+0,2 = ...$

$4+0,5 = ...$

$0,26+0,43 = ...$

$0,64+0,23 = ...$

$0,34+0,54 = ...$

$0,18+0,71 = ...$

$0,45+0,12 = ...$

$0,58+0,39 = ...$

$0,62+0,29 = ...$

$0,45+0,38 = ...$

$0,27+0,46 = ...$

$0,25+0,17 = ...$

Fiche 8 – Addition de deux nombres décimaux - ordre aléatoire

Effectue les calculs suivants.

$0,6+0,02 = ...$

$0,3+0,64 = ...$

$0,6+0,9 = ...$

$0,08+0,01 = ...$

$6+0,2 = ...$

$0,06+0,05 = ...$

$0,4+0,2 = ...$

$0,58+0,39 = ...$

$0,26+0,43 = ...$

$0,2+0,07 = ...$

$0,02+0,04 = ...$

$0,7+0,21 = ...$

$0,62+0,29 = ...$

$3+0,5 = ...$

$0,03+0,08 = ...$

$0,7+0,4 = ...$

$0,64+0,23 = ...$

$0,2+0,7 = ...$

$0,34+0,54 = ...$

$0,4+0,03 = ...$

$0,01+0,07 = ...$

$7+0,1 = ...$

$0,45+0,38 = ...$

$0,6+0,5 = ...$

$0,09+0,05 = ...$

$0,3+0,6 = ...$

$0,1+0,87 = ...$

$0,18+0,71 = ...$

$0,27+0,46 = ...$

$5+0,2 = ...$

$0,7+0,01 = ...$

$0,03+0,06 = ...$

$0,2+0,9 = ...$

$0,7+0,1 = ...$

$0,04+0,08 = ...$

$0,6+0,23 = ...$

$0,07+0,09 = ...$

$0,6+0,8 = ...$

$0,05+0,02 = ...$

$0,5+0,2 = ...$

$0,4+0,53 = ...$

$0,25+0,17 = ...$

$0,45+0,12 = ...$

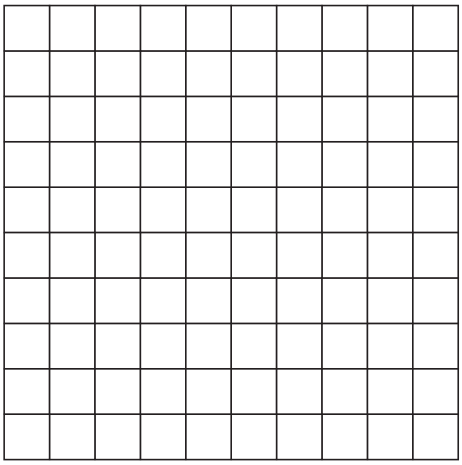
$4+0,5 = ...$

$0,5+0,04 = ...$

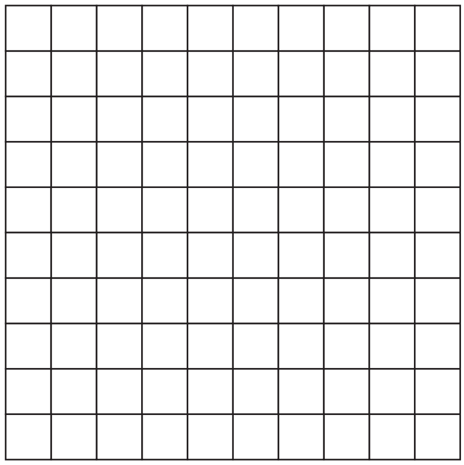
Fiche 9 – Représentation des décimaux

Une grille représente 1.
Pour chaque grille, colorie ce que représente le nombre décimal proposé.

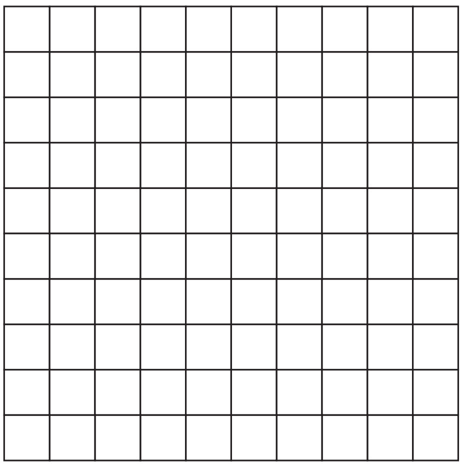
0,1



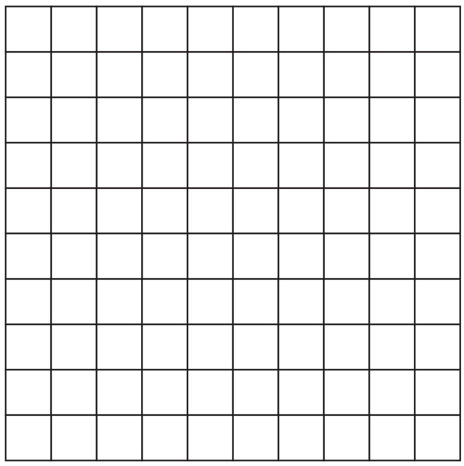
0,01



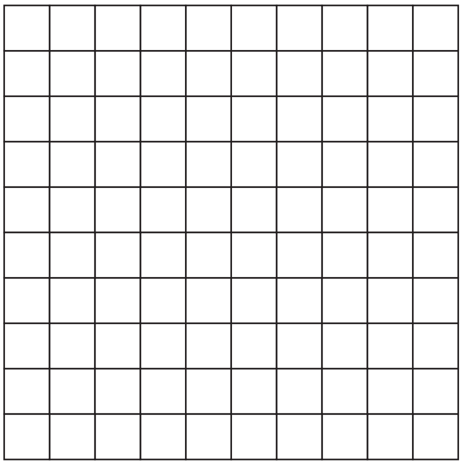
0,3



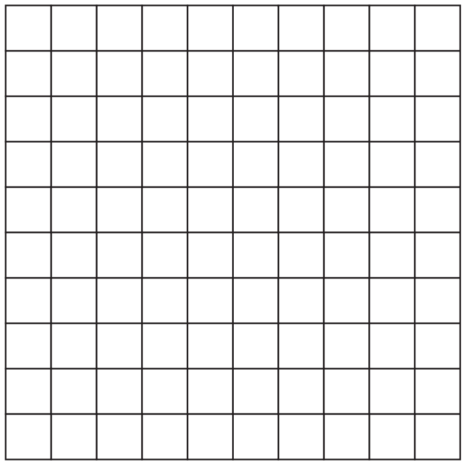
0,10



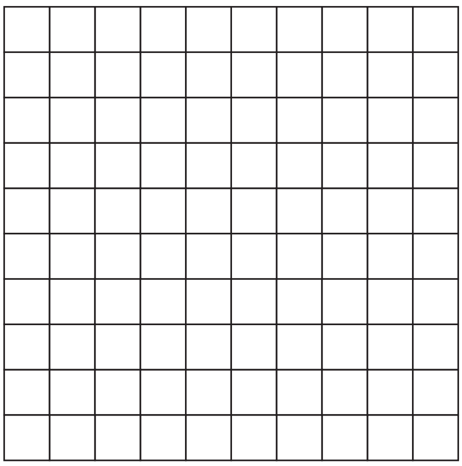
0,15



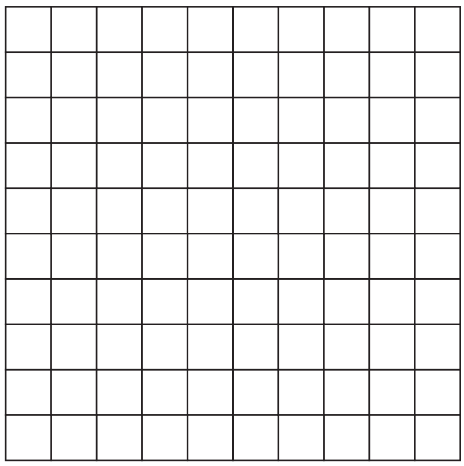
0,05



0,005



0,505



Fiche 10 – Écriture de nombres décimaux

Écris les nombres à l'aide de chiffres.

Exemples :

cinq devient *5*
treize devient *13*

deux dixièmes	. . . .
quatre dixièmes	. . . .
vingt-sept centièmes	. . . .
quarante-trois centièmes	. . . .
cinq centièmes	. . . .
huit centièmes	. . . .
trois millièmes	. . . .
sept millièmes	. . . .
une unité quatre dixièmes	. . . .
cinq unités trois dixièmes	. . . .

Fiche 11 – Lecture de nombres décimaux

Écris les nombres en lettres.

Exemples :

5 devient *cinq*
13 devient *treize*

0,1	....
0,5	....
0,25	....
0,32	....
0,07	....
0,04	....
0,002	....
0,006	....
2,5	....
3,4	....

Fiche 11– Lecture de nombres décimaux

Fiches de travail ou d'évaluation corrigées

Nous proposons ci-après les fiches de travail ou d'évaluation avec les réponses attendues. Ces fiches permettent de corriger plus rapidement les copies des élèves.

Fiche 12 – Comparaison de fractions - par type

Entoure la fraction la plus grande ou place un $=$ si les deux fractions sont égales.

a	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$
a	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{6}$
a	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{3}$
a	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{6}$
a	$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{4}$
b	$\frac{3}{10}$	$=$	$\frac{30}{100}$
b	$\frac{5}{10}$	$=$	$\frac{50}{100}$
b	$\frac{1}{10}$	$=$	$\frac{10}{100}$
b	$\frac{8}{10}$	$=$	$\frac{80}{100}$
b	$\frac{7}{10}$	$=$	$\frac{70}{100}$
c	$\frac{2}{4}$	$=$	$\frac{1}{2}$
c	$\frac{2}{5}$	$=$	$\frac{4}{10}$
c	$\frac{1}{3}$	$=$	$\frac{2}{6}$
c	$\frac{2}{3}$	$=$	$\frac{4}{6}$
c	$\frac{2}{10}$	$=$	$\frac{1}{5}$
d	$\frac{1}{10}$		$\frac{3}{100}$
d	$\frac{5}{100}$		$\frac{2}{10}$
d	$\frac{35}{100}$		$\frac{4}{10}$
d	$\frac{15}{100}$		$\frac{2}{10}$
d	$\frac{1}{10}$		$\frac{2}{100}$

Fiche 13 – Comparaison de fractions - ordre aléatoire

Entoure la fraction la plus grande ou place un $=$ si les deux fractions sont égales.

a	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{3}$	a	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{6}$
b	$\frac{7}{10}$	$=$	$\frac{70}{100}$	c	$\frac{2}{3}$	$=$	$\frac{4}{6}$
c	$\frac{2}{4}$	$=$	$\frac{1}{2}$	b	$\frac{1}{10}$	$=$	$\frac{10}{100}$
d	$\frac{1}{10}$		$\frac{2}{100}$	a	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$
b	$\frac{5}{10}$	$=$	$\frac{50}{100}$	c	$\frac{2}{5}$	$=$	$\frac{4}{10}$
c	$\frac{2}{10}$	$=$	$\frac{1}{5}$	d	$\frac{5}{100}$		$\frac{2}{10}$
b	$\frac{3}{10}$	$=$	$\frac{30}{100}$	a	$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{4}$
d	$\frac{1}{10}$		$\frac{3}{100}$	b	$\frac{8}{10}$	$=$	$\frac{80}{100}$
c	$\frac{1}{3}$	$=$	$\frac{2}{6}$	d	$\frac{15}{100}$		$\frac{2}{10}$
d	$\frac{35}{100}$		$\frac{4}{10}$	a	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{6}$

Fiche 14 – Comparaison de deux décimaux - par type

Entoure le nombre le plus grand ou place un = si les deux nombres sont égaux.

1	0,4		0,3
1	0,5		0,4
1	0,6		0,7
1	0,5		0,2
1	0,4		0,7
2	0,20		0,1
2	0,50		0,4
2	0,6		0,70
2	0,2		0,50
2	0,70		0,4
3	0,02		0,2
3	0,03		0,3
3	0,4		0,04
3	0,7		0,07
3	0,09		0,9
4	0,01		0,2
4	0,05		0,6
4	0,01		0,4
4	0,6		0,03
4	0,8		0,05
5	0,02		0,1
5	0,4		0,05
5	0,07		0,6
5	0,04		0,1
5	0,4		0,07
6	0,10		0,2
6	0,5		0,40
6	0,10		0,4
6	0,6		0,30
6	0,60		0,9
7	0,60	=	0,6
7	0,70	=	0,7
7	0,9	=	0,90
7	0,3	=	0,30
7	0,50	=	0,5

Fiche 15 – Comparaison de deux décimaux - ordre aléatoire

Entoure le nombre le plus grand ou place un = si les deux nombres sont égaux.

3	0,7		0,07
1	0,5		0,4
7	0,3	=	0,30
1	0,6		0,7
2	0,70		0,4
5	0,02		0,1
6	0,10		0,4
4	0,8		0,05
2	0,2		0,50
5	0,07		0,6
7	0,60	=	0,6
6	0,5		0,40
2	0,20		0,1
6	0,6		0,30
4	0,05		0,6
7	0,9	=	0,90
1	0,4		0,7
3	0,02		0,2

7	0,50	=	0,5
4	0,01		0,2
3	0,4		0,04
2	0,6		0,70
6	0,10		0,2
2	0,50		0,4
3	0,09		0,9
5	0,4		0,05
1	0,5		0,2
4	0,01		0,4
7	0,70	=	0,7
5	0,04		0,1
3	0,03		0,3
1	0,4		0,3
f	0,60		0,9
4	0,6		0,03
5	0,4		0,07

Fiche 16 – Addition et soustraction de nombres naturels et décimaux

Effectue les calculs suivants.

$3007 + 201$	$=$	..3208..	$40 - 2$	$=$	..38..
$320 + 451$	$=$	..771..	$503 - 8$	$=$	..495..
$509 + 30$	$=$	..539..	$809 - 10$	$=$	..799..
$42 + 010$	$=$	..52..	$710 - 42$	$=$	..668....
$6004 + 105$	$=$	..6109..	$230 - 15$	$=$	..215..
$802 + 5007$	$=$	..5809..	$350 - 06$	$=$	..344..
$340 + 0271$	$=$	..611..	$1000 - 9$	$=$	..991..
$1003 + 209$	$=$	..1212..	$789 - 20$	$=$	..769....
$785 + 115$	$=$	..900..	$530 - 20$	$=$	..510..
$345 + 2155$	$=$	..2500..	$8070 - 101$	$=$	..7969..

$0,6 + 0,02$	$=$	..0,62..	$0,4 - 0,02$	$=$	..0,2..
$0,3 + 0,64$	$=$	..0,94..	$7 - 0,1$	$=$	..6,9..
$0,6 + 0,9$	$=$	..1,5..	$5 - 0,4$	$=$	..4,6..
$0,08 + 0,01$	$=$	..0,09..	$0,05 - 0,02$	$=$	..0,03..
$6 + 0,2$	$=$	..6,2..	$0,5 - 0,07$	$=$	.0,43..
$0,06 + 0,05$	$=$	..0,11..	$0,74 - 0,2$	$=$	..0,54..
$0,4 + 0,2$	$=$	..0,6..	$0,8 - 0,05$	$=$	..0,75..
$0,58 + 0,39$	$=$	..0,97..	$0,6 - 0,03$	$=$	..0,57..
$0,26 + 0,43$	$=$	..0,69..	$0,5 - 0,01$	$=$	..0,49..
$0,2 + 0,07$	$=$	..0,27..	$0,54 - 0,31$	$=$	..0,23..

Fiche 17 – Addition de deux nombres décimaux - par type

Effectue les calculs suivants.

1

$0,4+0,2 = $ ..0,6..
$0,2+0,7 = $ ..0,9..
$0,3+0,6 = $ ..0,9..
$0,7+0,1 = $ ..0,8..
$0,5+0,2 = $ ..0,7..

2

$0,08+0,01 = $ ..0,09..
$0,02+0,04 = $ ..0,06..
$0,01+0,07 = $ ..0,08..
$0,03+0,06 = $ ..0,09..
$0,05+0,02 = $ ..0,07..

3)

$0,6+0,02 = $ ..0,62..
$0,2+0,07 = $ ..0,27..
$0,4+0,03 = $ ..0,43..
$0,7+0,01 = $ ..0,71..
$0,5+0,04 = $ ..0,54..

4

$0,6+0,9 = $ ..1,5..
$0,7+0,4 = $ ..1,1..
$0,6+0,5 = $ ..1,1..
$0,2+0,9 = $ ..1,1..
$0,6+0,8 = $ ..1,4..

5

$0,06+0,05 = $ ..0,11..
$0,03+0,08 = $ ..0,11..
$0,09+0,05 = $ ..0,14..
$0,04+0,08 = $ ..0,12..
$0,07+0,09 = $ ..0,16..

6

$0,3+0,64 = $ ..0,94..
$0,7+0,21 = $ ..0,91..
$0,1+0,87 = $ ..0,97..
$0,6+0,23 = $ ..0,83..
$0,4+0,53 = $ ..0,93..

7

$6+0,2 = $ ..6,2..
$3+0,5 = $ ..3,5..
$7+0,1 = $ ..7,1..
$5+0,2 = $ ..5,2..
$4+0,5 = $ ..4,5..

8

$0,26+0,43 = $ ..0,69..
$0,64+0,23 = $ ..0,87..
$0,34+0,54 = $ ..0,88..
$0,18+0,71 = $ ..0,89..
$0,45+0,12 = $ ..0,57..

9

$0,58+0,39 = $ ..0,97..
$0,62+0,29 = $ ..0,91..
$0,45+0,38 = $ ..0,83..
$0,27+0,46 = $ ..0,73..
$0,25+0,17 = $ ..0,42..

Fiche 18 – Addition de deux nombres décimaux - ordre aléatoire

Effectue les calculs suivants.

3 $0,6+0,02$ = ..0,62..
6 $0,3+0,64$ = ..0,94..
4 $0,6+0,9$ = ..1,5..
2 $0,08+0,01$ = ..0,09..
7 $6+0,2$ = ..6,2..
5 $0,06+0,05$ = ..0,11..
1 $0,4+0,2$ = ..0,6..
9 $0,58+0,39$ = ..0,97..
8 $0,26+0,43$ = ..0,69..
3 $0,2+0,07$ = ..0,27..
2 $0,02+0,04$ = ..0,06..
6 $0,7+0,21$ = ..0,91..
9 $0,62+0,29$ = ..0,91..
7 $3+0,5$ = ..3,5..
5 $0,03+0,08$ = ..0,11..
4 $0,7+0,4$ = ..1,1..
8 $0,64+0,23$ = ..0,87..
1 $0,2+0,7$ = ..0,9..
8 $0,34+0,54$ = ..0,88..
3 $0,4+0,03$ = ..0,43..
2 $0,01+0,07$ = ..0,08..
7 $7+0,1$ = ..7,1..
9 $0,45+0,38$ = ..0,83..
4 $0,6+0,5$ = ..1,1..
5 $0,09+0,05$ = ..0,14..
1 $0,3+0,6$ = ..0,9..
6 $0,1+0,87$ = ..0,97..
8 $0,18+0,71$ = ..0,89..
9 $0,27+0,46$ = ..0,73..
7 $5+0,2$ = ..5,2..
3 $0,7+0,01$ = ..0,71..
2 $0,03+0,06$ = ..0,09..
4 $0,2+0,9$ = ..1,1..
1 $0,7+0,1$ = ..0,8..
5 $0,04+0,08$ = ..0,12..
6 $0,6+0,23$ = ..0,83..
5 $0,07+0,09$ = ..0,16..
4 $0,6+0,8$ = ..0,14..
2 $0,05+0,02$ = ..0,07..
1 $0,5+0,2$ = ..0,7..
6 $0,4+0,53$ = ..0,93..
9 $0,25+0,17$ = ..0,42..
8 $0,45+0,12$ = ..0,57..
7 $4+0,5$ = ..4,5..
3 $0,5+0,04$ = ..0,54..

Ce deuxième fascicule de

Enseigner et apprendre les nombres décimaux

présente des séquences de*re-médiation* permettant de répondre aux difficultés d'apprentissage des nombres décimaux.