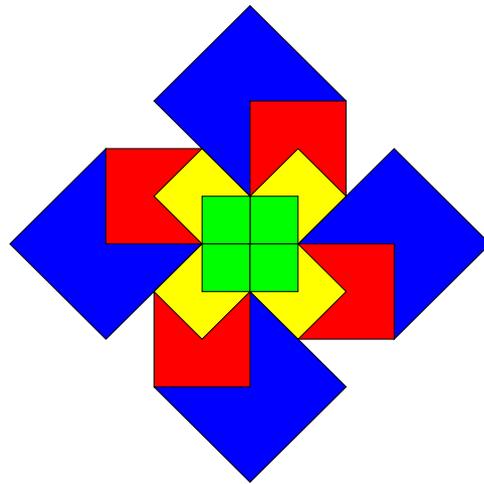


Rapport de recherche 2003-2004

Apprenti Géomètre



Communauté française
de Belgique

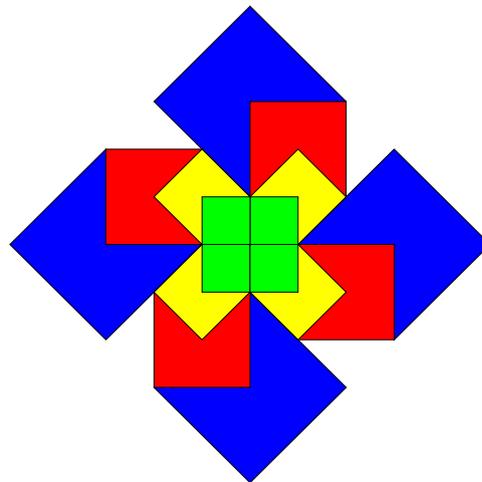


Centre de Recherche sur
l'Enseignement des Mathématiques

2004

Rapport de recherche 2003-2004

Apprenti Géomètre



Communauté française
de Belgique



Centre de Recherche sur
l'Enseignement des Mathématiques

AUTEURS

Cet ouvrage est le fruit de la collaboration de Amélie Jonkers, régente en mathématiques, Laure Mourlon, institutrice primaire, Philippe Skilbecq, instituteur primaire, responsable du projet, Julie Vinckenbosch, institutrice maternelle.

Michel Ballieu, licencié en mathématiques, Marie-France Guissard, licenciée en mathématiques, Bernard Honclaire, régent en mathématiques, Guy Noël, professeur honoraire de l'Université de Mons-Hainaut, Nicolas Rouche, professeur honoraire de l'Université de Louvain-la-Neuve, Marie-Françoise Vantroeye, régente en mathématiques, ont été consultants du projet.

REMERCIEMENTS

Nous remercions vivement les enseignants qui nous ont ouvert leur classe et aidés dans les expérimentations :

Danielle Debailleux, institutrice primaire, école communale fondamentale mixte de Wayaux ; Catherine Deveux et Séverine Rondini, institutrices primaires, Bernard Mierzwa, responsable informatique, école primaire de l'Institut Sainte-Marie de Rèves.

Nous remercions aussi les directions des écoles qui nous ont accueillis : A. Baude, directeur a.i. des écoles communales de Les Bons Villers, pour l'implantation de Wayaux, M.-F. Dubucquoy, directrice de l'école primaire de l'Institut Sainte-Marie de Rèves.

COMMANDITAIRES

La réalisation de cet ouvrage a été financée par le Ministère de la Communauté française à l'initiative de Monsieur Jean-Marc Nollet, Ministre de l'Enfance, dans le cadre d'une convention portant sur l'information des enseignants au logiciel *Apprenti Géomètre*, l'analyse technique et de contenu du logiciel et la publication de la brochure d'accompagnement du cédérom *Apprenti Géomètre*.

CREM a.s.b.l., juillet 2004

Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques

5 rue Émile Vandervelde

B-1400 Nivelles (Belgique)

Tél. : 32 (0)67 21 25 27

Fax : 32 (0)67 21 22 02

crem@sec.cfwb.be apprenti.geometre@cfwb.be

Table des matières

Avant-propos	3
I Convention de recherche	7
1 Information dans les écoles	9
1 Objet	9
2 Justification	9
3 Organisation des séances d'information	10
4 Relevé des séances d'information	11
5 Autres communications	12
6 Le site Internet, un autre outil d'information	13
7 Divers	15
2 Analyse technique et de contenu du logiciel	17
1 Objet	17
2 Des logiciels éducatifs	18
3 Un nouveau logiciel	20
4 Un logiciel supplémentaire... et complémentaire	22
5 Un logiciel original	26
6 Des améliorations possibles	30
7 Conclusion	32
3 La brochure d'accompagnement du cédérom	33
1 Objet	33
2 Devis et réalisation	33

3	Envoi des brochures	33
4	Des activités avec <i>Apprenti Géomètre</i>	35
1	Introduction	35
2	Utiliser les figures	37
3	Agir sur les figures	38
4	Déformer les figures du kit libre	38
5	Manipuler un fichier dynamique	40
6	Construire un fichier dynamique	44
7	Trois axes d'interactivité	47
II	Des activités didactiques	51
5	Écho des classes - Les activités d'initiation	55
1	Comparer deux figures	56
2	Assembler des figures	58
3	Découper et assembler des figures	60
6	Le kit libre, un espace de création	63
1	S'initier au kit libre avec Paul KLEE (de 8 à 10 ans)	63
2	Travailler les transformations dans les peintures murales africaines (de 10 à 12 ans)	67
3	Reproduire un dessin (de 10 à 12 ans)	74
4	La représentation des solides dans le plan (de 10 à 12 ans)	77
7	Le Tangram au début du primaire	87
1	Introduction	87
2	Activités de découverte	88
3	Le Tangram à l'écran	90
8	<i>Apprenti Géomètre</i> au début du secondaire	95
1	Les diagonales des quadrilatères	95
	Bibliographie	105

... D'un autre côté, on assiste dans le monde de l'école à des disparités entre ceux qui veulent, peuvent et savent utiliser ces ressources et ceux qui ne le veulent pas ou ne le peuvent pas ou ne le savent pas, entre les écoles au service de publics favorisés et celles au service de publics plus démunis. Faire bénéficier toutes les écoles, et plus particulièrement celles qui travaillent avec des publics moins favorisés, d'une politique intelligente d'utilisation des nouvelles technologies de l'éducation est une priorité si l'on veut construire une société de demain plus juste et plus solidaire.

J.-M. DE KETELE

Avant-propos

Concevoir un logiciel pour l'enseignement-apprentissage des mathématiques est une activité à la fois passionnante et particulièrement complexe. Il faut, entre autres, tenir compte de nombreux paramètres relevant des mathématiques, de la didactique et de l'informatique. Le CREM s'est engagé dans cette tâche durant une année, entre septembre 2002 et septembre 2003. *Apprenti Géomètre* a ainsi été créé. Mais ce n'était là qu'une première étape. Encore fallait-il que ce logiciel soit distribué, connu des enseignants et employé dans les classes. Il fallait aussi laisser à ce nouvel outil technologique le temps de révéler ses forces et ses faiblesses.

Durant cette deuxième année de recherche concernant le logiciel *Apprenti Géomètre*, le CREM s'est donc attaché à rencontrer trois points essentiels consécutifs à la production d'un logiciel éducatif.

- **Publier** une brochure d'accompagnement¹ reprenant à la fois les aspects technique, mathématique et didactique pour aider les enseignants à intégrer ce nouvel outil dans leurs pratiques de classe.
- **Inform**er les enseignants au cours de séances organisées dans les écoles qui en feraient la demande, ainsi que créer un site Internet propre au logiciel.
- **Évaluer** ce logiciel afin d'entrevoir des améliorations possibles à intégrer dans une nouvelle version et de déterminer un ensemble, non exhaustif assurément, de possibilités d'utilisation du logiciel.

Publier une brochure accompagnant le logiciel

Pour répondre aux besoins, quatre mille brochures ont été imprimées et distribuées au cours de l'année scolaire 2003-2004. Près de trois mille ont été envoyées dans les écoles primaires en Communauté française de Belgique. Les autres ont été envoyées, à la demande, aux Hautes Écoles chargées de la formation des futurs maîtres, aux formateurs des différents réseaux, et aussi aux membres de l'Inspection de l'enseignement primaire.

¹Il s'agit de la brochure d'accompagnement, éditée par le CREM en juin 2003 et distribuée à l'automne de la même année dans les écoles primaires en Communauté française de Belgique. Ce document est également disponible gratuitement sur le site <http://www.enseignement.be/geometre>.

Informer les enseignants

L'information des enseignants a pris diverses formes. Outre la brochure que nous venons de citer, des séances d'information en site étaient proposées. Dans la plupart des cas, elles étaient organisées à la demande des chefs d'établissement. La participation à des séminaires et à des conférences a également permis de diffuser l'information auprès d'un public intéressé, tant du fondamental que du secondaire inférieur. C'est ainsi que plus de trente interventions furent programmées au cours de cette année.

Le site Internet a été et reste également un vecteur important de diffusion du logiciel et d'information le concernant. Plus de mille téléchargements d'Apprenti Géomètre ont eu lieu entre les mois de novembre 2003 et mai 2004. Par ailleurs, de nombreuses références au logiciel sont présentes sur des sites, officiels ou personnels, de différents pays européens et nord-américains. Plusieurs contacts avec des chercheurs français, suisses et italiens ont de plus facilité la diffusion du logiciel dans les pays limitrophes. Tout dernièrement, une demande de traduction en espagnol du logiciel et de la brochure d'accompagnement par la société mathématique du Chili a été transmise au CREM. Ceci montre combien *Apprenti Géomètre* est apprécié en dehors des frontières de la Communauté française de Belgique.

Évaluer le logiciel *Apprenti Géomètre*

Un outil aussi complexe qu'un logiciel éducatif ne peut aboutir dès sa première version, il est donc tout à fait pertinent de l'évaluer. Cette évaluation peut être réalisée à l'aune des différents domaines que nous citons ci-dessus. Du point de vue informatique, le repérage et la correction de *bogues* est le principal objectif. Ce regard *a posteriori* avait aussi pour but de mettre à jour des fonctionnalités à modifier ou à introduire afin de mieux répondre aux besoins des utilisateurs et des programmes officiels. Du point de vue didactique, il s'agissait d'expérimenter les activités proposées dans la brochure d'accompagnement du logiciel et de proposer de nouvelles possibilités didactiques pertinentes pour l'appropriation de savoirs et l'acquisition de compétences mathématiques.

De nouvelles activités

La seconde partie de ce rapport contient de nouvelles activités mathématiques prenant appui sur le logiciel *Apprenti Géomètre*. C'est ainsi que nous proposons de découvrir les transformations de figures dans le plan et les représentations des solides pour les élèves de 8 à 12 ans. Mais nous avons également ciblé de nouveaux publics, avec des activités pour les élèves de 6 à 8 ans et de 12 à 14 ans. Notre volonté était d'illustrer ce que nous annoncions déjà dans la brochure 2002-2003, à savoir qu'*Apprenti Géomètre* était un logiciel destiné au départ pour les élèves de 8 à 12 ans, mais qu'il ne leur était pas réservé.

Les nouvelles technologies

Au-delà de ce deuxième rapport de recherche, le CREM continue à gérer le site Internet consacré principalement au logiciel *Apprenti Géomètre*. Dès septembre 2004, ce site sera complété par un forum sur lequel les informations concernant ce nouvel outil didactique pourront circuler encore plus aisément qu'aujourd'hui. Le CREM a la volonté de continuer à soutenir cet effort engagé par la Communauté française de Belgique, à savoir la création de didacticiels originaux, et à plus large échelle, l'introduction des *Nouvelles Technologies de l'Information et de la Communication* dans l'enseignement obligatoire.

Première partie

Convention de recherche

Chapitre 1

Information dans les écoles

1 Objet

Le premier point de la convention de recherche explique que le CREM doit « *assurer des visites d'information et d'initiation au logiciel **Apprenti Géomètre** dans les écoles fondamentales de la Communauté qui en expriment le souhait, et ce du 1er octobre 2003 au 31 mai 2004* ».

L'annonce de cette possibilité d'information a été réalisée par la circulaire 00674, du 24 octobre 2003, envoyée par le Ministère de la Communauté française de Belgique à toutes les écoles en dépendant.

Elle a également été reprise sur le site <http://www.enseignement.be/geometre> créé en collaboration avec l'Administration de la Communauté française et géré par le CREM.

2 Justification

Différents paramètres interviennent dans l'introduction et l'intégration effectives des innovations pédagogiques dans l'enseignement. Celles-ci sont encore plus prégnantes sans doute au niveau des TICE's¹. Dans l'introduction de [11], les auteurs insistent sur « les deux priorités que l'arrivée » des ordinateurs dans les écoles fondamentales « assigne aux enseignants : la maîtrise technique du matériel et des logiciels d'une part, la mise en œuvre pédagogique des ressources du multimédia de l'autre ».

Il n'est pas nécessaire de rappeler les quelques innovations pédagogiques restées sans suite, ou d'application trop complexe, faute d'informations et de formation efficace des acteurs de l'enseignement. Comme l'annoncent DEPOVER et STREBELLE², « l'efficacité pédagogique des logiciels éducatifs dépend davantage de la capacité des enseignants à les mettre en scène dans un contexte pédagogique pertinent que de l'infrastructure informatique disponible ». Peut-être pourrions-nous parler dans ce cas d'un pragmatisme pédagogique ou

¹Technologies de l'Information et de la Communication au service de l'Éducation

²[23]

d'une compétence à utiliser à bon escient un ensemble d'outils donnés, en l'occurrence un logiciel et des ordinateurs.

3 Organisation des séances d'information

Pour la plupart, ces séances ont été organisées sur une période de deux heures, soit le mercredi après-midi, soit durant la semaine en soirée. Quelques séances ont eu lieu durant les heures de concertation ou de formation en école.

Au cours de ces séances, par la pratique des activités d'initiation exposées dans la brochure d'accompagnement du cédérom,

- une première partie permettait aux enseignants de se familiariser avec le logiciel *Apprenti Géomètre* et de prendre connaissance des particularités de chacun des deux champs de travail que sont le *kit standard* et le *kit libre* ;
- la seconde partie leur permettait d'approcher des pratiques d'intégration de ce nouvel outil à leur travail quotidien. La création d'un nouveau champ de travail – autre que les deux kits d'origine – était également envisagé. Par exemple, un *kit Tangram* où les apprenants manipulent les sept pièces de ce puzzle à l'aide des mouvements intuitifs *Déplacer, Tourner, Retourner*.

Les aspects techniques d'utilisation du cédérom et des différents dossiers didactiques étaient rencontrés en situation active.

Outre l'information des équipes éducatives aux aspects technique et didactique de l'utilisation du logiciel, ces séances ont également permis d'entendre les praticiens au sujet de ce nouvel outil pédagogique, que ce soit par rapport à l'usage de l'informatique dans les pratiques de classe, par rapport à l'outil en lui-même ou par rapport à l'enseignement des mathématiques en général. Ces remarques ont été regroupées au chapitre 2.

4 Relevé des séances d'information

Ces séances d'information, au nombre de 21, ont débuté le jeudi 13 novembre 2003. La dernière séance a eu lieu le 03 juin 2004. Ci-dessous, un relevé des dates et lieux de ces séances.

Relevé des séances d'information		
	Date	Lieu et responsable
1	13.11.2003	Inspection de la Ville de Bruxelles Monsieur Van Malderen, Inspecteur
2	24.11.2003	École Primaire Communale de Tihange Monsieur Willain, Directeur
3	02.12.2003	École communale de Bonneville Monsieur Degée, Directeur
4	05.12.2003	École communale de Hampteau Madame Lessire, Directrice
5	10.12.2003	École libre de Marcinelle Monsieur Pépinster, Directeur
6	18.12.2003	École communale de Ramillies Madame Paquet, Directrice
7	09.01.2004	École communale de Belgrade Monsieur Duroy, Directeur
8	14.01.2004	École Notre-Dame de Wasmes Monsieur D'Aurée, Directeur
9	16.01.2004	École communale de Villers-Perwin Monsieur Verhaeghe, instituteur
10	19.01.2004	École Saint-Feuillen de Fosses-la-Ville Monsieur Defreyne, Directeur
11	23.01.2004	École libre de Solre-sur-Sambre Monsieur Goethoys, Directeur
12	02.02.2004	École communale de Saintes Madame Cabaret, Directrice
13	03.03.2004	École Sainte Thérèse de Carnières Madame Cheron, Directrice
14	04.03.2004	École communale de Viesville Madame Taminiaux, Directrice
15	08.03.2004	École fondamentale communale de Waremme Monsieur Jacob Jean-Louis, Directeur
16	19.03.2004	École communale primaire de Beaufays Madame Rutten, Directrice
17	29.03.2004	École communale de Heyd-Izier Madame Bonjean, Directrice
Suite du tableau page suivante ...		

18	21.04.2004	École communale fondamentale de Grez-Doiceau Madame Charlet, Directrice
19	27.04.2004	École fondamentale de la Communauté française de Anhée Madame Collet, Directrice
20	19.05.2004	École communale de La Minerie à Thimister-Clermont Monsieur Hick, Directeur
21	03.06.2004	École libre Saint-Joseph de Wellin Madame Hodiamont, Directrice
Soit un total de 21 séances d'information.		

5 Autres communications

D'autres séances d'information concernant le logiciel *Apprenti Géomètre* ont eu lieu durant cette année de recherche. Elles nous ont donné l'occasion de rencontrer un public plus large encore, et notamment des enseignants du secondaire inférieur. Comme pour les informations en école, ces séances permirent de récolter les critiques des enseignants. Celles-ci sont également reprises au chapitre 2.

Relevé des conférences		
	Date	Lieu
1	24.09.2003	Conférence au GEM, Louvain-la-Neuve
2	19.11.2003	Séminaire du CREM, Nivelles
3	16.12.2004	Conférence pour des étudiants du régendat en mathématiques, CREM Nivelles
4	06.02.2004	Conférence à la cellule pédagogique de la FIC, Liège
5	06.03.2004	Conférence au TeamDay, Malonne
6	16.03.2004	Exposé au Congrès des chercheurs en éducation, Bruxelles
7	18.03.2004	Conférence-formation en école, Molenbeek
8	22.03.2004	Conférence-formation en école, Molenbeek
9	29.03.2004	Conférence auprès des animateurs pédagogiques de la FédEFoC, Enseignement libre, Liège
10	28.04.2004	Conférence étudiants régendat en mathématiques, Haute École Henry Spaak, Nivelles
11	03.05.2004	Conférence-formation en école, Uccle
Soit un total de 11 conférences.		

La carte ci-dessous présente une disposition géographique de l'ensemble des communications concernant le logiciel *Apprenti Géomètre* réalisées en Communauté française au cours de la recherche, du mois de septembre 2003 au mois de mai 2004 inclus.

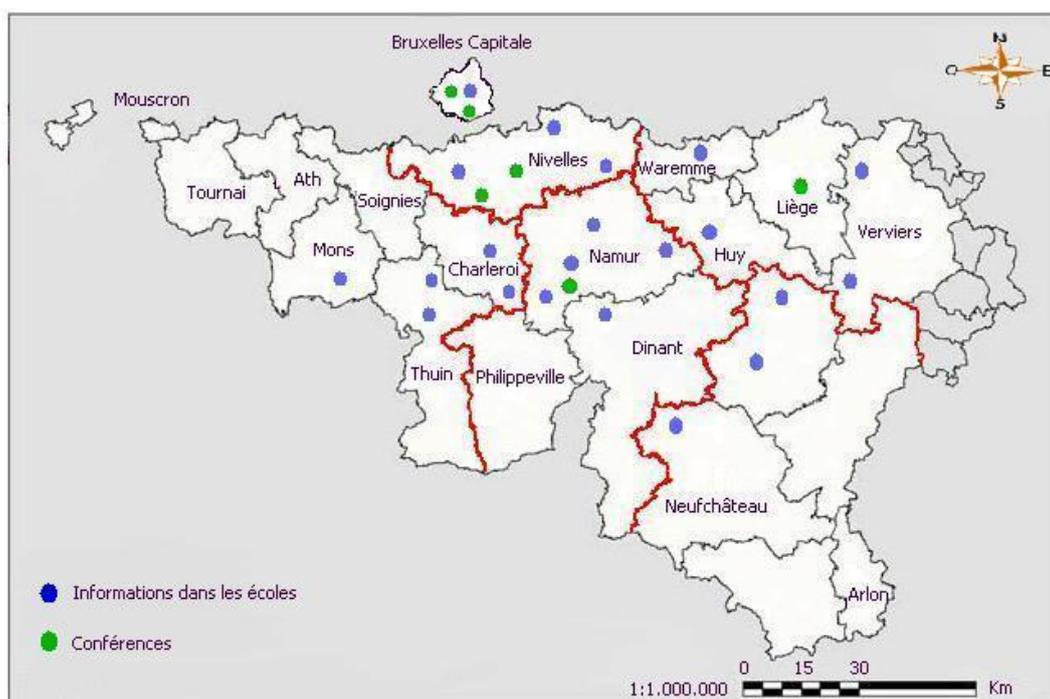
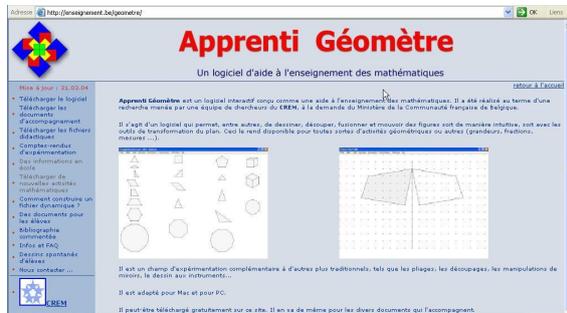


Fig. 1.1

6 Le site Internet, un autre outil d'information

Afin de permettre une diffusion plus large encore du logiciel et des activités pédagogiques adjointes, un site Internet a été spécialement créé. Il a été mis au point en collaboration avec le Service cyberécole du Service général du pilotage du système éducatif du Ministère de la Communauté française, plus particulièrement Monsieur Jean Delire.



<http://www.enseignement.be/geometre>

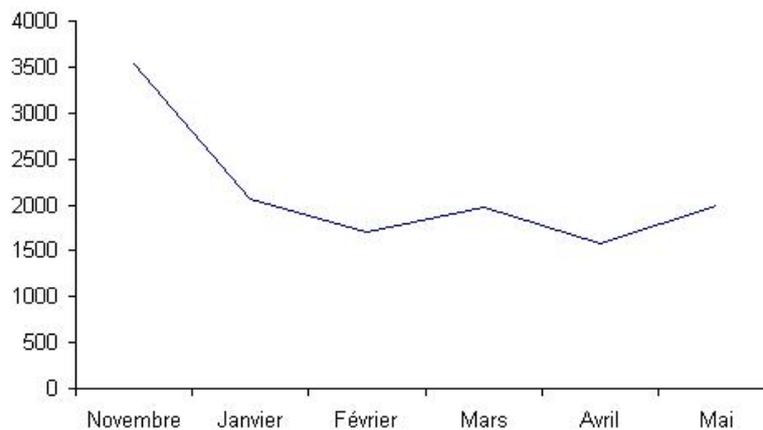
Fig. 1.2

Ce site est hébergé sur le serveur de la Communauté française et donne accès à toute une série de services. Il permet notamment de télécharger gratuitement le logiciel et les documents pédagogiques qui l'accompagnent.

Les visiteurs y trouvent également les comptes-rendus des expérimentations, divers documents de travail pour les élèves, une page reprenant les questions les plus fréquemment posées et leur(s) réponse(s), des dessins spontanés d'enfants réalisés à l'aide du logiciel, etc.

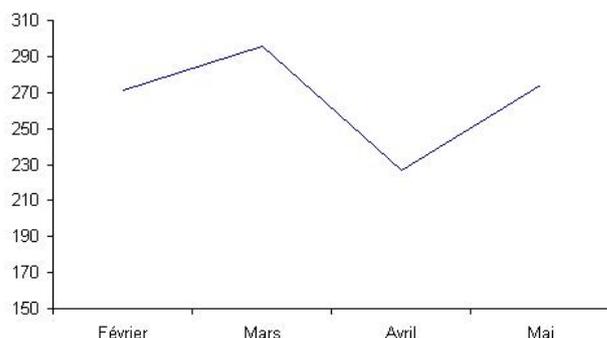
Nous présentons ci-dessous les graphiques du chargement de la page d'accueil du site et du téléchargement du logiciel *Apprenti Géomètre* en version PC. Les données qui ont permis de les établir nous ont été fournies par la Communauté française. Il faut cependant être prudent en ce qui concerne les visites du site, un certain nombre de celles-ci étant le fait de moteurs de recherche. Ne pouvant discerner les visites volontaires des autres, nous nous intéresserons uniquement à leur évolution.

Graphique 1. Chargements de la page <http://www.enseignement.be/geometre>



Après un pic au démarrage qui a vu près de 3500 visites du site au mois de novembre, ce nombre semble se stabiliser entre 1500 et 2000 visites mensuelles.

Graphique 2.

Chargements du logiciel *Apprenti Géomètre* en version PC

Le nombre moyen de téléchargements mensuel du logiciel *Apprenti Géomètre* est de l'ordre de 250. Ce qui donne un effectif cumulé de près de 1250 téléchargements depuis le mois de février 2004. Nous ne possédons pas de statistiques pour les mois antérieurs.

7 Divers

Des exemplaires du cédérom et de la brochure ont également été distribués à des enseignants ou à des institutions de la Communauté française, suite soit à une demande expresse du Ministère, soit à une demande individuelle justifiée. Nous en relevons ci-dessous les principales. Ponctuellement, nous avons répondu à la demande d'écoles primaires qui souhaitaient un exemplaire pour chacune de leurs implantations.

- À la demande du Ministère, un exemplaire du cédérom et de la brochure d'accompagnement a été fourni à chaque enseignant participant à une séance d'information dans son école ;
- une centaine d'exemplaires ont été envoyés à Monsieur l'Inspecteur Général de l'Enseignement fondamental subventionné Christian Sol, boulevard Pachéco à Bruxelles
- à la demande de Monsieur Ponchau du cabinet de Monsieur le Ministre Jean-Marc Nollet, 25 cédéroms ont été livrés à la Médiathèque de la Communauté française pour le prêt dans ses différents centres ;
- un cédérom et une brochure ont été envoyés à Mme Urbain, Commission Communautaire Française (COCOF), Centre Bruxellois de Documentation Pédagogique à Bruxelles ;
- l'annonce de l'existence d'*Apprenti Géomètre* et de la brochure d'accompagnement a également été réalisée via la liste « Instit » de la Communauté française. C'est, entre autres, à partir de ce média que plusieurs Hautes Écoles en ont eu connaissance et ont fait la demande d'en recevoir un ou plusieurs exemplaires pour leurs professeurs de mathématiques et de pédagogie (voir le tableau ci-dessous).

Relevé des envois en Haute École		
Dénomination	Responsable	Nb ex.
Haute École Lucia De Brouckère, 1370 Jodoigne	M Colsoul	1
Haute École de la Ville de Liège, 4000 Liège	M Herman	1
Suite du tableau page suivante ...		

Haute École de la Communauté Française du Hainaut, 7500 Tournai	Mme Vanderwinkel et Brunin	2
Haute École Charleroi-Europe, 7000 Mons	M Damay	1
Haute École Francisco Ferrer, 1000 Bruxelles	MM Hamelrijckx et Levillez	2
Haute École Provinciale Mons-Borinage-Centre, 7000 Mons	M Dessily	1
Haute École Provinciale de Charleroi - Université du Travail, 6001 Marcinelle	M Ekkers	1
Haute École de Bruxelles - Institut Defre, 1180 Bruxelles	Me Vanderstraeten	1
Haute École Libre du Hainaut Occidental, 7900 Leuze-en-Hainaut	MM Cambier et Watthez	2
Haute École Léonard de Vinci, 1400 Nivelles	M Limbos	3
Haute École Blaise Pascal, 6600 Bastogne	Me Longrée	1
Haute École Catholique du Luxembourg, 6600 Bastogne	Me Delsemme	15
Haute École ISELL Saint-Roch, 4910 Theux	Me Crutzen-Baret	3
Haute École ISELL Sainte-Croix Liège, 4000 Liège	Me Charles	6
Haute École MES - École Normale Primaire Saint-Laurent, 4500 Huy	Me Brohe	5

Chapitre 2

Analyse technique et de contenu du logiciel

L'objectif reste, à l'évidence, la mise au point de séquences d'enseignement pertinentes. Dès lors, ce qui importe, pour fonder « rationnellement » l'intégration de l'outil-logiciel aux séquences d'enseignement, c'est la recherche de caractéristiques « objectives » des logiciels qui conduisent à des expressions d'ordre didactique.

F. TRÉHARD

1 Objet

Le deuxième point de la convention de recherche explique que le CREM doit « réaliser une évaluation technique et de contenu du logiciel *Apprenti Géomètre*. Le rapport en question comprendra également, le cas échéant, des propositions d'amélioration dudit logiciel. Cette évaluation tiendra compte des constatations consécutives à l'utilisation du logiciel dans les écoles. D'autre part, dans la mesure du possible, la cocontractante sollicitera des avis de membres de la Communauté scientifique et en tiendra compte dans l'évaluation ».

Dans la brochure 2002-2003¹, nous avons écrit : « *Apprenti Géomètre* est un champ d'expérimentation **nouveau**, **supplémentaire** et **original** [...] conçu d'abord pour l'enseignement primaire, mais qui pourra être très utilement **exploité dans le secondaire** [...] ».

L'analyse qui va suivre va tenter de mettre en lumière ces quatre aspects du logiciel :

- **nouveau** : nous situerons *Apprenti Géomètre* dans le champ des logiciels éducatifs à partir de plusieurs typologies ;
- **supplémentaire** : nous exposerons quelques éléments de réponses à la question « Que peut apporter de plus un logiciel tel qu'*Apprenti Géomètre* à l'apprentissage de notions mathématiques ? » ;

¹[17]. Il s'agit de la brochure d'accompagnement du logiciel publiée par le CREM et envoyée à toutes les écoles dépendant de la Communauté française de Belgique. Elle peut aussi être téléchargée gratuitement sur le site <http://www.enseignement.be/geometre>.

- **original** : nous mettrons en avant quelques points qui rendent *Apprenti Géomètre* différents des logiciels de mathématiques existants et des matériels de manipulation ;
- **exploité dans le secondaire** : ceci sera traité dans les chapitres 4 et 8.

Nous terminerons cette analyse par le relevé des quelques améliorations possibles ou nécessaires à apporter au logiciel *Apprenti Géomètre*.

2 Des logiciels éducatifs

De nombreux logiciels éducatifs sont disponibles actuellement et, pour la plupart, ils sont de conception nord-américaine ou française, peu sont de production belge francophone. Ces logiciels s'adressent à un public très large et, par souci de rentabilité, sont élaborés pour correspondre à un individu moyen de ce public. On y trouve peu ou pas de références socio-culturelles au particularisme local ou régional. Or, comme le disent DEPOVER et STREBELLE², « l'imprégnation culturelle est bien connue des pédagogues à travers les nombreuses études portant sur les manuels scolaires qui ont montré combien ces derniers peuvent constituer des vecteurs efficaces au service de l'idéologie dominante ». La qualité pédagogique n'est pas non plus toujours rencontrée dans ces logiciels réalisés par des sociétés privées. Quelques fois, des concessions importantes sont faites au niveau de la matière ou de l'approche pédagogique au profit d'un design ou d'une animation plaisant davantage au plus grand nombre. Il faut d'ailleurs noter que c'est parfois une demande des enseignants eux-mêmes.

À partir de ces deux éléments, d'une part ancrer le logiciel dans une réalité locale, d'autre part veiller à la qualité pédagogique, on perçoit l'intérêt réel de permettre la création de logiciels à un niveau local ou régional, entièrement financés par des pouvoirs publics, sans souci réel de rentabilité, si ce n'est une rentabilité pédagogique.

Confier ce travail d'élaboration de logiciels à finalité éducative à une équipe pluridisciplinaire, composée de spécialistes du domaine, de pédagogues, de praticiens de terrain et de spécialistes de la programmation, possède un intérêt indéniable. C'est dans cette configuration de travail que l'on peut s'attendre aux résultats les plus pertinents par rapport à une didactique d'un domaine et aux exigences des curricula officiels.

Un autre avantage est que généralement ces logiciels créés par une équipe pluridisciplinaire sont accompagnés de considérations méthodologiques, d'analyse de matières et d'exemples d'activités qui guideront les enseignants dans leur utilisation en classe. Cette mise au point d'activités didactiques nécessite une bonne connaissance à la fois du domaine concerné, du milieu et du niveau d'utilisation de l'outil informatique. DEPOVER et STREBELLE expliquent notamment qu'« on sait que seule une connaissance approfondie du milieu d'usage peut permettre de fournir des indications réellement pertinentes et d'aider l'enseignant à intégrer les logiciels mis à sa disposition³ ». Ils notent également toute « l'importance qu'il y a de préserver une cohérence la plus étroite et la plus explicite possible entre les objectifs

²[23]

³Op. cit.

annoncés par les logiciels éducatifs et les programmes d'enseignement pour en arriver à persuader les enseignants de les intégrer dans leur pratique pédagogique ». C'est d'ailleurs pour influencer ces changements que toutes les activités proposées en accompagnement du logiciel *Apprenti Géomètre* font référence aux *Socles de compétences*.

Par ailleurs, parallèlement à des études concernant l'efficacité d'un enseignement par ordinateur ayant mis en évidence des gains importants au niveau de la qualité des apprentissages⁴, une recherche menée par CLARK⁵ a montré que ces gains sont moindres si c'est le même enseignant, sans formation complémentaire, qui exploite le matériel traditionnel et l'outil technologique. Ceci met en avant l'importance d'autres paramètres liés à la production d'un nouveau logiciel : son accompagnement tant au niveau de l'information et du suivi technologique qu'au niveau du suivi pédagogique et de la formation des enseignants⁶. On mesure donc toute l'importance de ce dernier paramètre tant au niveau de la connaissance purement instrumentale de l'outil qu'au niveau de son utilisation pédagogique.

Dans l'enquête que nous avons menée auprès des enseignants qui avaient participé à une séance d'information en école, à la question « *Cette séance vous semblait-elle nécessaire ?* », une grande majorité d'entre eux ont répondu par l'affirmative, comme le montre la figure 2.1.

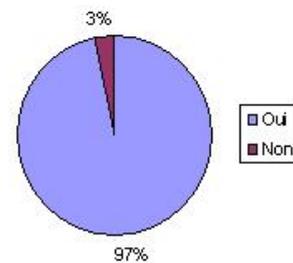


Fig. 2.1

Suite à ces séances d'information, 70 pourcents des enseignants annoncent qu'ils trouvent intéressant d'utiliser *Apprenti Géomètre* ou qu'ils vont l'utiliser dans leur classe, comme le montre la figure 2.2.



Fig. 2.2

⁴Cf. les recherches de J. KULIK, 1980, 1985 et de FLETCHER, 1990, in [21].

⁵[1983], cité par DEPOVER in [21].

⁶Nous avons détaillé ce dernier point au chapitre 1.

3 Un nouveau logiciel

L'intérêt de situer un logiciel dans une classification tient surtout dans le fait que l'on peut espérer « qu'une fois informés sur les diverses possibilités d'exploitation de l'ordinateur à des fins pédagogiques, les formateurs pourront effectuer des choix qui répondent à leurs objectifs⁷ ». C'est dans ce sens que l'analyse qui suit a été réalisée. Nous situerons tout d'abord *Apprenti Géomètre* par rapport aux usages didactiques que l'on peut en faire, ensuite nous examinerons quelques usages pour l'enseignant. Cette analyse est complétée par un relevé des types d'activités que l'on peut proposer aux apprenants. Nous avons pensé que cette dernière partie de l'analyse du logiciel était suffisamment conséquente pour mériter un chapitre à part entière (voir chapitre 4).

Le logiciel *Apprenti Géomètre* a été conçu dans la lignée des précédents travaux du CREM basés, entre autres, sur une pédagogie constructiviste. Ceci a pour conséquence que, contrairement à beaucoup de didacticiels – mais peut-être faudrait-il plutôt parler de ludiciels pour bon nombre d'entre eux – *Apprenti Géomètre* n'est pas un logiciel à mode réponse. La possibilité d'enchaîner plusieurs instructions, de suivre ses propres démarches, de travailler par essai-erreur situe *Apprenti Géomètre* dans la catégorie des logiciels à mode commande. D'autres caractéristiques justifient également cette catégorisation : le logiciel n'évalue pas chaque entrée de l'utilisateur, ni ne contrôle la validité du travail accompli. Ces caractéristiques font également d'*Apprenti Géomètre* un logiciel ouvert, avec lequel les apprenants peuvent investir leurs connaissances et leurs propres démarches de résolution dans une situation-problème originale. Il est également un logiciel qui, dans l'absolu, permet de proposer une infinité de situations d'enseignement-apprentissage variées. De plus, il permet à l'enseignant de modifier la structure des kits initiaux, voire d'en créer de nouveau, afin de l'adapter au mieux aux besoins et aux connaissances de ses élèves. Grâce au menu *Préférences*, l'enseignant peut activer ou désactiver certaines fonctionnalités du logiciel, ce qui a pour effet d'en donner ou d'en refuser l'accès.

Cette classification se confirme au crible de la typologie de TAYLOR, qui dès 1980 proposait trois utilisations pédagogiques des ordinateurs, à savoir l'*ordinateur-enseignant* – qui inculque des savoirs et des démarches à l'apprenant et qui juge si les réponses entrées sont correctes –, l'*ordinateur-outil* – qui aide à la réalisation de travaux d'écriture, de dessin... – et l'*ordinateur-apprenant* – qui permet à l'apprenant de *programmer* la situation, de tester ses démarches, d'émettre des hypothèses et de les vérifier –. En fonction des activités⁸ que l'enseignant propose à ses élèves, *Apprenti Géomètre* appartiendra tantôt à l'usage *ordinateur-outil* – utiliser les figures sans les déformer pour les comparer... – , tantôt à l'usage *ordinateur-apprenant* – manipuler d'un fichier dynamique –. *Apprenti Géomètre* ne peut être situé dans un usage d'*ordinateur-enseignant* où il dicte la méthode de résolution et où il est cantonné à la transmission d'apprentissages déclaratifs.

Apprenti Géomètre prend ainsi place dans une niche encore relativement peu occupée, celle des didacticiels conçus pour l'enseignement fondamental, centrés uniquement sur les ma-

⁷[20]

⁸Les types d'activités possibles sont décrites au chapitre 4.

thématiques, et plus particulièrement sur l'enseignement-apprentissage des concepts de grandeur, fraction, mesure et géométrie. Certes, il existe bien quelques logiciels francophones de production belge ou française, mais qui sont essentiellement destinés à l'enseignement secondaire voire supérieur. Nous pensons particulièrement aux logiciels Cabri-géomètre, Déclic, Lilimath ou Menumath. Il existe également des logiciels mis au point par des enseignants soucieux de répondre aux besoins de leurs problématiques d'enseignement-apprentissage. Cependant, ces derniers outils restent la plupart du temps confidentiels. Ils concernent à nouveau principalement les enseignements secondaire et supérieur et ciblent souvent un domaine particulier des mathématiques. Nous citerons en exemple le logiciel *Réseau* mis au point par G. Noël, professeur honoraire de l'Université de Mons-Hainaut, destiné à l'étude des solides dans l'enseignement secondaire supérieur.

Nous avons également évalué *Apprenti Géomètre* au travers de la typologie mise au point par LEBRUN⁹. Celui-ci propose un modèle composé de deux axes : l'un désignant l'interactivité allant du fonctionnel au relationnel, l'autre représentant le niveau d'interactivité. Il détermine ainsi quatre niveaux : le *mode réactif* – le logiciel propose la situation, l'objectif principal est la construction de savoirs –, le *mode proactif* – l'apprenant a l'initiative, l'objectif est l'acquisition de savoirs et de savoir-faire –, les *modes mutuel* et *interpersonnel* – l'initiative est tour à tour à l'ordinateur et à l'apprenant, l'accent est également mis sur l'aspect social de la construction des savoirs, l'objectif est l'acquisition de savoirs, savoir-faire, savoir-être et savoir-devenir –. À la lecture des caractéristiques de ces différents modes d'utilisation de logiciels ou de systèmes multimédias, *Apprenti Géomètre* peut être classé dans les modes *réactif* et *proactif* en fonction des activités didactiques proposées. Il serait également possible de situer *Apprenti Géomètre* dans les modes *mutuel* et *interpersonnel*, mais dans ce cas, ce n'est plus réellement de l'analyse du logiciel dont il s'agirait mais plutôt de l'analyse du dispositif didactique proposé. En effet, *Apprenti Géomètre* peut être un moyen de mettre des apprenants ensemble pour construire de nouvelles connaissances, la présentation d'une recherche à la classe à partir du support multimédia, la confrontation de plusieurs démarches de recherche appartiennent à ces deux derniers modes. Cependant, *Apprenti Géomètre* ne possède pas intrinsèquement ces caractéristiques¹⁰.

Apprenti Géomètre est un logiciel conçu pour s'approprier de nouvelles connaissances et acquérir des compétences en mathématiques. Un autre objet est le transfert de connaissances d'un contexte traditionnel à un contexte informatique, et vice-versa. C'est à ce titre qu'il peut être classé dans le *mode réactif*. L'apprenant effectue une série de manipulations, le logiciel lui répondant directement. L'apprenant peut ainsi vérifier si l'action envisagée permet de répondre à la situation proposée. Cependant, comme nous l'avons énoncé ci-dessus, *Apprenti Géomètre* n'est pas un logiciel à mode réponse au sens stricte du terme. Aucun feed-back en terme de bonne ou de mauvaise réponse n'est prévu. C'est à l'apprenant de constater s'il parvient ou non à construire une figure qui réponde à la tâche proposée.

Dans la situation didactique de simulation où un fichier dynamique est proposé à l'ap-

⁹[30]

¹⁰Nous reviendrons sur ces possibilités didactiques dans le chapitre 4.

prenant, *Apprenti Géomètre* peut être situé dans le *mode proactif*. C'est, dans ce cas, « l'apprenant-utilisateur qui a le plus souvent l'initiative¹¹ ». Ce mode laisse une place importante à l'induction et à la vérification d'hypothèses.

D'une manière générale, c'est l'apprenant qui a l'initiative avec ce logiciel. En aucune manière, *Apprenti Géomètre* n'exposera une quelconque démarche de résolution. Seul, peut-être, le choix du kit, et donc des fonctionnalités disponibles, pourra influencer sur les démarches employées par l'apprenant. C'est dans cette perspective d'autonomie de résolution que nous avons tenté de réaliser un logiciel le plus convivial possible et le plus aisé d'utilisation pour de jeunes apprenants. Les expérimentations que nous avons menées ont montré que les élèves de l'enseignement fondamental ont rapidement accès à ce nouvel outil.

Les usages que nous venons de décrire concernent principalement les aspects didactiques dans lesquels l'enseignant a placé les apprenants en situation d'acteurs. Cependant, il existe encore d'autres usages possibles d'*Apprenti Géomètre*. Nous en entrevoyons deux principaux.

D'une part, l'enseignant peut employer *Apprenti Géomètre* pour illustrer une nouvelle situation problème, une synthèse, une situation d'évaluation... Nous entendons ici que l'enseignant va insérer dans un document texte une image créée avec le logiciel. Pour ce faire, après avoir construit la figure sur *Apprenti Géomètre*, l'enseignant effectue une capture d'images à partir des fonctionnalités disponibles sur le système d'exploitation de l'ordinateur (MacOS ou Windows)¹². C'est là un usage que TAYLOR qualifie d'*ordinateur-outil*.

D'autre part, l'enseignant peut employer *Apprenti Géomètre* comme un « imagiciel » pour réaliser la démonstration¹³ d'un phénomène grâce à l'usage d'un fichier dynamique qu'il manipule lui-même. Dans ce cas, l'enseignant s'adresse soit à un petit groupe d'élèves rassemblés autour d'un seul ordinateur, soit il utilise un matériel de projection ou une mise en réseau des ordinateurs pour réaliser une démonstration collective. Le logiciel et l'ordinateur forment dans ce cas une structure pouvant être assimilée à un tableau de classe animé.

4 Un logiciel supplémentaire... et complémentaire

Depuis longtemps, l'enseignement-apprentissage des mathématiques s'appuie sur du matériel pour tracer des figures, représenter des quantités, mesurer des grandeurs, ... Cette didactique s'appuie sur les connaissances en psychologie de l'apprentissage qui insistent

¹¹[30]

¹²La méthode de capture d'image est décrite sur le site Internet du logiciel. Dans une version ultérieure d'*Apprenti Géomètre*, cette fonctionnalité sera prévue dans le menu *Fichier*.

¹³Nous utilisons ici le terme démonstration dans son premier sens, c'est-à-dire « l'action de rendre évidente, de prouver par l'expérience la vérité d'un fait » [Larousse 2004]. Il s'agit plutôt de ce que l'on pourrait appeler une « monstration ».

sur la nécessité des manipulations dans la construction des savoirs et compétences.

En ce qui concerne l'ordinateur, dès les années 50, il est utilisé comme outil pédagogique dans des cours d'arithmétique. Nous n'en étions à cette époque qu'aux premiers balbutiements. L'introduction massive et pratiquement généralisée de l'informatique au cours de la dernière décennie a quelque peu modifié les pratiques pédagogiques et multiplié les outils d'enseignement-apprentissage. Ceci est particulièrement vrai depuis la mise à disposition par la Région Wallonne et la Région Bruxelloise d'ordinateurs dans les écoles en Communauté française de Belgique, en février-mars 1999 pour l'enseignement secondaire et en automne 1999 pour l'enseignement primaire.

Cette arrivée de nouveaux outils – ordinateurs, imprimantes, liaisons Internet – a bousculé les organisations spatiale et temporelle de la classe ou de l'école, ne fut-ce que pour aménager un local pour installer ces outils. Il a fallu également découvrir et comprendre leur fonctionnement, appréhender les avantages pédagogiques qu'ils apportent et, surtout, les intégrer aux pratiques quotidiennes. Nous ne connaissons pas encore avec précision quelles seront les répercussions à long terme de ces changements et de ces nouvelles pratiques pédagogiques sur les apprentissages. D'autant que DEPOVER et NOËL¹⁴ expliquent que « la généralisation de l'accès à l'informatique » peut être considérée « comme un déclencheur privilégié en matière de rénovation des pratiques ». Ils poursuivent en expliquant que « l'usage des TIC¹⁵ réclame, tant au niveau des méthodes qu'à celui des contenus, des changements fondamentaux [...] C'est à ce prix que le défi lié à la nécessité de former des individus disposant de compétences adaptées aux exigences de la société cognitive de demain pourra être rencontré ». Se basant sur des écrits de CLARK¹⁶, DEPOVER explique en substance que l'intérêt de l'introduction des nouvelles technologies dans l'enseignement réside plus dans l'utilisation pertinente que l'on va en faire plutôt que dans leur introduction massive. Nous comprenons qu'il s'agit donc de connaître les mécanismes de l'apprentissage, d'analyser les concepts à faire acquérir afin de concevoir un scénario pédagogique utilisant les nouvelles technologies de la manière la plus efficace qui soit.

Utiliser un outil informatique tel qu'*Apprenti Géomètre* c'est manipuler du savoir à l'aide d'un autre registre sémiotique. LEBRUN¹⁷ explicite cela en disant que « l'outil informatique [...] constitue un pont, un média au sens étymologique du terme : pont entre différentes représentations du savoir, différents niveaux de compréhension et d'utilisation du savoir ». Manipuler un carré pour le juxtaposer à un triangle peut sembler être la même action et demander les mêmes démarches quel que soit le contexte de travail. Nous pensons que le travail avec des figures concrètes peut être en grande partie inconscient, réalisé pour l'essentiel par essai-erreur, alors que manipuler ces mêmes figures par l'intermédiaire d'une souris et d'un logiciel est tout autre. Dans ce contexte, il est nécessaire de connaître les mouvements disponibles et de réaliser leur correspondance avec les mouvements concrets des figures.

¹⁴[22]

¹⁵TIC : Technologies de l'Information et de la Communication.

¹⁶CLARK, R.E., [1983], *Reconsidering research on learning from media*, Review of Educational Research, 53, 4, 445-460

¹⁷[30]

La complémentarité entre les manipulations anciennes et l'utilisation d'un logiciel tel qu'*Apprenti Géomètre* réside également dans ce que l'on pourrait appeler une continuité de raisonnement¹⁸. Prenons le cas des pavages du plan¹⁹. L'interrogation concernant les figures avec lesquelles il est possibles de paver une surface peut débiter à un niveau de base par une exploration à l'aide de manipulations de figures en carton – carrés, rectangles, losanges –. C'est déjà là une situation propice à de nombreuses découvertes et, sans doute, à quelques hypothèses :

« Nous avons pu paver avec des carrés de 3 centimètres de côté, serait-ce possible avec des carrés de 5 centimètres ? Et avec des rectangles ? Et des losanges ? ».

Cependant, l'expérimentation est quelque peu confinée au matériel disponible. Cette phase de travail avec du matériel classique a néanmoins permis de débroussailler le terrain. Nous savons maintenant que l'on peut paver le plan avec des carrés, des rectangles, des losanges quelles que soient leurs dimensions. Mais la réflexion peut aller plus loin : « Peut-on généraliser ces découvertes à la famille des quadrilatères ? ». L'utilisation d'*Apprenti Géomètre* va permettre cette généralisation en exhibant un ensemble plus vaste de pavages. Dans un premier temps, à partir du kit libre, chaque élève peut dessiner un quadrilatère de son choix et s'essayer à paver le plan avec celui-ci. Le nombre de quadrilatères différents devrait correspondre au nombre d'élève, de même pour le nombre de pavage. La généralisation est en marche. Mais il est possible d'aller plus loin encore, en utilisant un fichier dynamique que nous définissons au chapitre 4. Dans ce cas, l'ensemble des pavages possibles peut être exposé à la vue des apprenants.

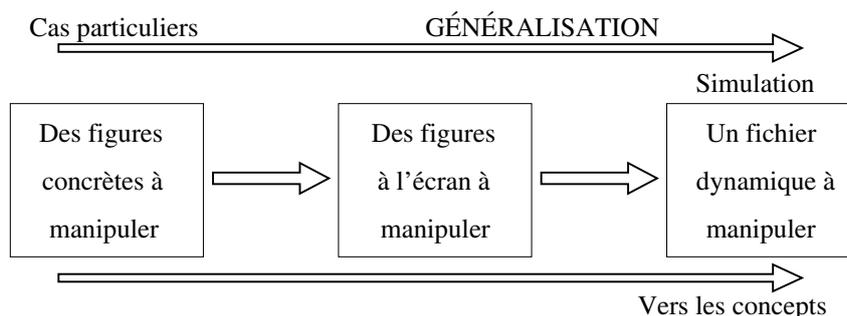


Fig. 2.3

Le schéma présenté à la figure 2.3 ne fait état que de la complémentarité possible des contextes traditionnels et du contexte informatique. Il ne montre pas un cheminement complet vers la conceptualisation. Pour ce faire, il faudrait, au moins, ajouter le processus de formalisation par induction, à partir des cas observés au cours de ces différentes manipulations.

D'autres apports significatifs peuvent être mis en exergue. Nous en situons quelques-uns par rapport aux trois pôles de l'acte éducatif²⁰.

¹⁸Nous détaillons ce point au chapitre 4.

¹⁹Nous reprendrons régulièrement cet exemple pour illustrer différents points.

²⁰Cf. le triangle de Houssaye.

- *Par rapport au pôle du savoir* : le logiciel permet d'explorer rapidement un grand nombre de configurations géométriques et, si nécessaire, d'en garder une trace. Ces traces enregistrées sous la forme d'un fichier informatique ou imprimées au format papier peuvent constituer une banque de *patterns*²¹, d'expériences vécues qui serviront lors d'activités de structuration ou de généralisation.
- *Par rapport à l'enseignant* : les interactions avec les apprenants sont plus nombreuses et plus pertinentes. Au cours des expérimentations, nous avons constaté que les interactions entre enseignant et apprenants étaient plus ciblées sur les demandes de ces derniers que dans une situation classique. Les informations fournies par l'enseignant correspondent aux besoins des apprenants et d'une manière générale sont différentes pour chacun d'eux. Ceci est vrai que les apprenants travaillent seuls ou en groupe. Ce constat place le logiciel *Apprenti Géomètre* comme un outil efficace de différenciation des apprentissages.

L'utilisation de l'enregistrement historique (cf. ci-dessous) des actions produites par les apprenants au cours de leurs recherches est également une source importante d'informations pour l'enseignant. Il peut, à partir de cet historique, revisionner le chemin poursuivi par les apprenants et « décoder les voies préférentielles d'entrée dans la situation que les étudiants choisissent²² ». Cette fonctionnalité apparaît donc comme un outil efficace pour l'évaluation formative.

- *Par rapport à l'apprenant* : nous avons constaté une augmentation de la motivation et de la fréquence des moments de coopération.

L'utilisation d'un outil informatique est une situation qui motive l'élève. Outre le simple fait qu'il s'agisse là d'un matériel nouveau, nous pensons que ce phénomène est dû également à d'autres facteurs comme les sentiments d'autonomie, de liberté de recherche, d'esthétisme. L'élève peut gérer lui-même les outils et les objets dont il a besoin pour résoudre une situation problème. En effet, certaines situations-problèmes peuvent être suffisamment ouvertes pour laisser à l'élève le choix du kit, des figures et des fonctionnalités qu'il va utiliser. Sur ce point, il faut également constater que l'utilisation de l'outil informatique place tous les apprenants sur un même pied d'égalité quant aux outils disponibles. Personne ne manquera de crayon, ni de compas ou ne possédera une latte abîmée...

Les moments de coopération sont aussi plus nombreux. Qu'il s'agisse d'interaction entre pairs ou entre apprenants et enseignant. Nous pensons que cet accroissement des interactions est en partie dû au fait que chaque élève, recourant aux possibilités multiples de l'ordinateur, peut réaliser assez rapidement une construction originale et montrer ce qu'il croit être la bonne démarche ou la bonne solution.

L'enregistrement historique des actions menées par l'utilisateur est effectué automatiquement par le logiciel. Grâce à la fonctionnalité *Annuler dernière action/Refaire dernière action*, l'enseignant et/ou l'apprenant peuvent réaliser un travail d'évaluation formative centré sur les démarches, celles-ci s'appuyant sur des savoirs. Cette fonctionnalité permet de *revisionner le film* de la recherche de l'élève et soit d'imprimer chacune

²¹Il s'agit d'un terme anglais qui désigne toutes les symétries, les régularités, les rythmes, les formes diverses que l'on découvre dans des objets ou des événements, et qui invitent l'esprit à conjecturer des propriétés mathématiques, des lois.

²²[30]

des étapes, soit de les sauvegarder sous un format image. Ces clichés peuvent être utilisés pour illustrer une narration de recherche ou pour alimenter un travail métacognitif. C'est là un avantage indéniable sur une situation de manipulation d'objets concrets où ne sont effectivement apparentes que les situations initiales et finales.

5 Un logiciel original

Nous entrevoyons l'originalité du logiciel *Apprenti Géomètre* à partir de deux points principaux :

- le *kit standard* est un champ de travail stable, intuitif, propice aux premières et nombreuses découvertes au niveau des grandeurs, fractions et mesures et de la géométrie ;
- *Apprenti Géomètre* peut être modulé par l'enseignant pour correspondre au mieux à sa réalité de classe.

Détaillons quelque peu ces deux points.

Le *kit standard* a été créé pour fournir à l'enseignant, et *a fortiori* aux apprenants, un champ de travail stable qui permet des manipulations intuitives et aisées, propices aux premiers apprentissages en géométrie, grandeur, fraction et mesure. Nous entendons par stable, un environnement dont les éléments apparaissent à l'utilisateur sans variations initiales. Cette stabilité permet une appropriation rapide du logiciel et se traduit par trois éléments.

- Le nombre de figures différentes disponibles au départ est limité. Il n'y a ni rectangle, ni triangle ou trapèze quelconques. Et c'est fort bien ainsi. Si le besoin naissait de devoir utiliser un rectangle, il faudrait le créer et par conséquent réfléchir à la manière de dessiner un rectangle à partir des figures disponibles. Plusieurs d'entre elles permettent, sans les découper, de construire des rectangles divers, en assemblant soit des copies d'une même figure soit des copies de figures différentes. Pour d'autres figures, au contraire, il faudra nécessairement utiliser la fonctionnalité *Découper* (figure 2.4). Ces figures créées peuvent être sauvegardées dans un fichier *banque de figures* et être réutilisées par la suite.

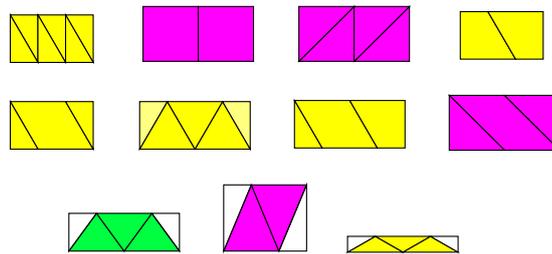


Fig. 2.4

Il faut constater que le manque de matériaux n'est pas nécessairement un frein à l'apprentissage, il peut forcer l'imagination, la créativité et mobiliser les ressources de l'apprenant.

- Les figures apparaissent toujours dans la même orientation. C'est là une possibilité

qui n'est pas disponible au niveau d'une manipulation de figures en carton, ... où elles se positionnent sur la table au hasard de leur chute. Le fait qu'elles apparaissent toujours dans la même orientation permet certaines réflexions *a priori*, certaines visualisations plus aisées d'assemblages ou de découpages possibles. Nous pensons que, dans les premiers temps de l'apprentissage, cet élément est important pour que les apprenants construisent ce que différents auteurs nomment des *patterns*, l'ordinateur jouant dans ce cas son rôle primordial de pourvoyeur d'images. Cependant, loin de nous l'idée d'enfermer les apprenants dans une seule représentation des figures. Nous prétendons seulement que cela facilite l'action, la première approche de ces figures, les analogies et les transferts de démarches.

- Les figures apparaissent toujours avec les mêmes dimensions²³. Qui plus est, les figures possèdent toutes au moins un côté de longueur commune, ce qui permet de les juxtaposer. Cette particularité des figures du kit standard permet aux apprenants d'assembler ces figures pour construire quantité de configurations possibles, régulières ou non, symétriques ou non. C'est là une première familiarisation avec la notion de mesure, car s'il existe toujours une commune mesure, il existe parfois des côtés qui peuvent accueillir deux voisins. Le demi, le double, des fractionnements prennent naissance dans ces manipulations (figure 2.5). D'autres réalisations sont aussi possibles, telles que les premiers pavages, à partir desquelles une réflexion sur les conditions de leur existence peut émerger.

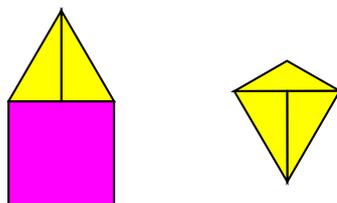


Fig. 2.5

Soit un exemple au niveau des fractions. Dans la famille du triangle équilatéral (figure 2.6), si nous prenons l'hexagone comme unité, en comparant les autres figures à cette unité, une famille de fractions apparaît au cours des manipulations, respectivement : $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$. Il est possible de prendre une autre figure comme référence, et dans ce cas, une autre famille de fractions apparaîtra. Une correspondance entre ces deux familles peut être mise à jour. Ces découvertes peuvent alors être transférées dans des situations différentes : la famille du carré, la famille du Tangram. À l'inverse, une famille de fractions choisie peut être visualisée dans une figure.

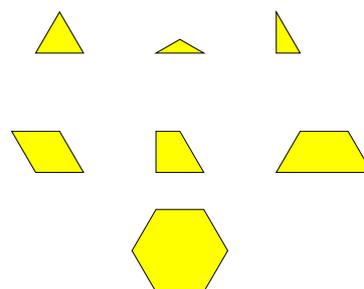


Fig. 2.6

²³Ces dernières sont définies par défaut mais peuvent être modifiées par l'enseignant via le menu *Préférences*.

Pour notre part, au cours des expérimentations, nous avons progressé de la famille du Tangram, vers les familles du triangle équilatéral et du carré, pour terminer par des familles de fractions différentes que les élèves devaient matérialiser dans une figure à choisir. Les figures 2.7 à 2.13 exposent quelques réalisations d'élèves à qui il était demandé de représenter la famille de fractions : $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$.



Fig. 2.7



Fig. 2.8

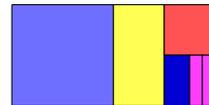


Fig. 2.9

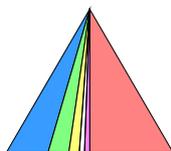


Fig. 2.10

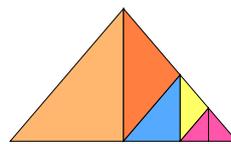


Fig. 2.11

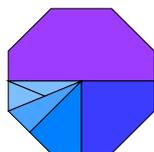


Fig. 2.12

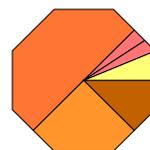


Fig. 2.13

Les démarches de comparaisons, de fractionnements, de composées de fractionnements peuvent ensuite être formalisées par des démarches de manipulations de fractions nombres, sans le support de la manipulation de figures.

Le second point que nous annonçons concerne la modularité du logiciel. Certains auteurs parlent à ce titre de *malléabilité de l'environnement*. *Apprenti Géomètre*, dans sa configuration initiale, possède deux kits de travail, distincts l'un de l'autre principalement par deux aspects : les figures disponibles et les actions géométriques possibles sur ces mêmes figures. Le *kit standard* donne accès à des figures regroupées par familles, favorables à l'appropriation des notions de fractions et aux premiers apprentissages géométriques. Il permet aussi aux jeunes apprenants de se familiariser progressivement et intuitivement avec les transformations dans le plan à partir des fonctionnalités disponibles dans le menu *Mouvements*. Ces fonctionnalités sont notées en termes d'action : *Déplacer*²⁴, *Tourner* et

²⁴Dans une version prochaine du logiciel, ce mot sera remplacé par *Glisser* qui correspond mieux à la situation géométrique. *Déplacer* pouvant être confondu avec le terme générique de la famille des déplacements géométriques (translation et rotation).

Retourner. Le *kit libre* a lui pour objet la géométrie euclidienne proprement dite puisqu'il donne accès aux figures classées par familles géométriques (les triangles, les quadrilatères, les polygones réguliers...). Il permet également une utilisation et une appropriation des transformations dans le plan à partir des fonctionnalités du menu *Transformations* (translation, rotation et symétrie miroir).

Ces deux kits proposés par le CREM peuvent cependant ne pas correspondre entièrement à toute situation pédagogique. Il est possible que certaines fonctionnalités disponibles ne soient pas nécessaires, voire perturbent les possibilités d'actions des élèves en fonction du contexte didactique. Prenons par exemple le cas où l'enseignant souhaite voir ses élèves employer les transformations du plan, il peut dans ce cas vouloir ôter l'accès aux simples mouvements. Un autre cas est celui où l'enseignant construit un nouveau fichier, ou bien où les élèves constituent une fiche de synthèse à partir des figures du kit standard. Il peut être intéressant dans ce cas de pouvoir tracer des segments pour aligner correctement les figures. Cette possibilité n'est pas offerte dans le kit standard. La constitution d'un *kit complet* peut facilement être réalisée, c'est-à-dire un kit dans lequel l'accès aux pavés des figures standards et des figures libres est possible. On peut également imaginer qu'un enseignant crée son propre kit en fonction de sa classe. Un *kit Tangram* peut aussi être construit. Dans ce kit disponible au téléchargement sur le site <http://www.enseignement.be/geometre>, pour lequel une activité est décrite au chapitre 7 pour les élèves de 6 à 8 ans, aucun pavé de figures n'est disponible, les figures nécessaires étant déjà présentes à l'écran (figure 2.14).

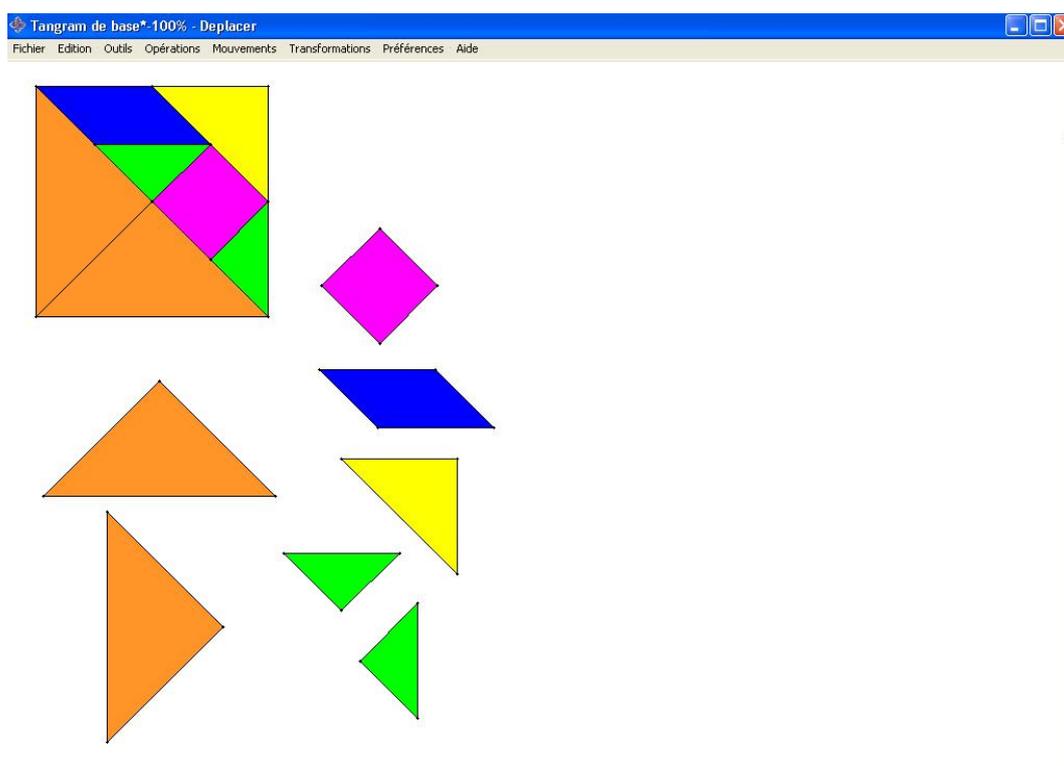


Fig. 2.14

Les démarches permettant ces aménagements ont été décrites dans le mode d'emploi du logiciel dans la brochure 2002-2003²⁵. Nous rappelons simplement que ceci se réalise aisément à partir du menu *Préférences*. Il faut néanmoins mettre en évidence le fait que ces changements de kit ne seraient efficaces sans les conditions d'enregistrement des fichiers qui ont été programmées. En effet, tout fichier créé à partir d'un kit, s'enregistre automatiquement avec la configuration de l'application au moment de la sauvegarde. Ceci signifie qu'à l'ouverture d'un fichier, celui-ci va restaurer le kit dans lequel il a été créé. Par exemple, un fichier *Geometrie* est créé dans le kit *Tangram* et sauvegardé par l'enseignant. Au début de l'activité de classe, à l'ouverture de ce fichier par l'élève, quel que soit le kit appaissant à l'écran, le fichier *Geometrie* s'ouvrira dans le kit *Tangram*, modifiant si nécessaire le kit appaissant à l'écran.

6 Des améliorations possibles

Un outil, quel qu'il soit, peut toujours recevoir quelque amélioration afin de pouvoir répondre aux besoins de ses utilisateurs. En ce qui concerne le logiciel *Apprenti Géomètre*, diverses pistes se présentaient pour collecter ces demandes de changements et amener des modifications plus ou moins importantes.

Une première piste d'investigation consiste à vérifier s'il est adapté à l'enseignement fondamental, premier public cible de ce logiciel. Au cours des séances d'information et des nombreuses conférences, les enseignants du terrain ont exprimé généralement un avis favorable quant à la qualité pédagogique de l'outil. Cependant, ceux-ci émettaient régulièrement certaines critiques constructives vis-à-vis des fonctionnalités du logiciel. Parallèlement à cette démarche, nous avons réalisé, entre le 17 mai et le 04 juin, une enquête auprès des enseignants du fondamental. Nous re prenons ci-dessous les principales critiques ou demandes de ces enseignants :

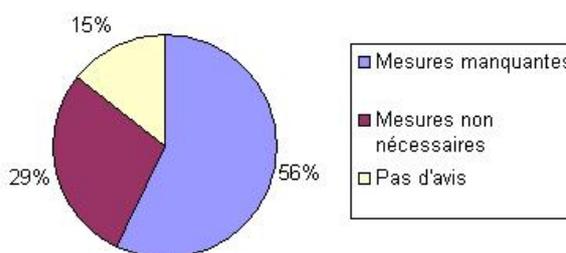
²⁵[17]

- pouvoir enregistrer les constructions dans un format *image classique* tel que .bmp ou .jpg, pour pouvoir l'importer dans un document de type traitement de texte ;
- faire en sorte que le dossier *Apprenti Géomètre* s'installe directement sur le bureau (et non sur *Program Files* ou *Macintosh HD* comme dans la version actuelle) pour éviter des recherches longues et contraignantes pour les utilisateurs ;
- disposer d'outils pour mesurer des longueurs, des aires ;
- lors de l'impression, éviter un décalage entre le papier pointé et les figures ;
- améliorer la construction des parallèles et des perpendiculaires ;
- ajouter des figures non-polygonales ;
- ajouter un kit pour les solides ;
- ajouter des symboles dans la barre des menus pour désigner les fonctionnalités.

Une autre piste, consiste à rencontrer des enseignants du secondaire afin d'évaluer l'utilisation d'*Apprenti Géomètre* à ce niveau. Dans la majorité des cas, l'avis fut favorable. Quelques demandes particulières ont cependant été émises :

- ajouter une fonctionnalité *médiatrice* ;
- disposer d'outils de mesure de longueurs, d'aires et d'angles.

En ce qui concerne l'ajout d'outils de mesure, dans l'enquête que nous avons menée, et à titre indicatif, un peu plus de la moitié des enseignants regrettent qu'*Apprenti Géomètre* ne possède pas d'outils de mesure. Nous pensons cependant qu'il en est bien ainsi, en tout cas pour le kit standard. Car offrir aux apprenants un environnement sans possibilité de mesure, au sens ordinaire, c'est leur permettre de construire progressivement cette notion. À ce propos, nous renvoyons le lecteur au chapitre 3, *Grandeurs, fractions et mesures*, de la brochure 2002-2003, [17].



Enfin, d'autres demandes ont également été transmises, comme :

- la possibilité de produire une version fonctionnant sous environnement *Linux* ;
- la possibilité de disposer de versions en espagnol, en anglais et en allemand ;
- certains internautes ont également demandé si *Apprenti Géomètre* deviendrait un logiciel *libre* dans un avenir proche.

En fonction de toutes ces informations, le CREM devrait être en mesure, dans un avenir proche, de produire une deuxième version du logiciel *Apprenti Géomètre* répondant au mieux aux demandes des enseignants. Celle-ci devrait être adaptée tant à l'enseignement primaire qu'à l'enseignement secondaire, permettant de la sorte de contribuer quelque peu à l'harmonisation du passage primaire-secondaire. En effet, la continuité des apprentissages peut également trouver un vecteur de réalisation dans les outils mis à la disposition des élèves.

7 Conclusion

Nous pensons qu'*Apprenti Géomètre* – comme bien des outils liés aux TICEs – est un logiciel qui permet une approche des savoirs mathématiques différente et complémentaire à celle possible avec les outils traditionnellement disponibles dans les classes. Cependant, nous craignons qu'il ne tienne pas « ses promesses d'ouverture et d'efficacité », du fait qu'il peut être perçu par les enseignants comme un élément qui vient « se greffer, se juxtaposer à un programme déjà fort chargé²⁶ ». Comme nous l'avions déjà mentionné dans la brochure 2002-2003²⁷, *Apprenti Géomètre* apportera d'autant plus aux apprenants que son utilisation sera intégrée aux pratiques traditionnelles de la classe. Par ailleurs, des recherches ont montré que l'outil informatique est réellement performant « lorsqu'il est inscrit dans des méthodes pédagogiques organisées autour de modèles de l'apprentissage coopératif et autour de modèles constructivistes de l'appropriation des savoirs²⁸ ».

²⁶[30]

²⁷[17]

²⁸[30]

Chapitre 3

La brochure d'accompagnement du cédérom

1 Objet

Le troisième point de la convention de recherche explique que le CREM doit « réaliser et faire imprimer une brochure accompagnant chaque exemplaire du cédérom contenant le logiciel *Apprenti Géomètre* ».

La réalisation de la brochure¹ fut terminée au 15 septembre 2003. Ce document en quadrichromie reprend l'entièreté de la documentation qui se trouve sur le cédérom, y compris les fiches photocopiables pour les élèves.

2 Devis et réalisation

En ce qui concerne l'impression de 4000 exemplaires de cette brochure, un appel d'offre fut lancé auprès de plusieurs imprimeries. Nous avons reçu réponse accompagnée d'un devis pour trois d'entre elles. La firme « Imprim'tout », rue de l'Égalité 61, 7700 Mouscron fut choisie.

Les 4000 exemplaires de la brochure ont été livrés au Ministère de la Communauté française, 9 rue Belliard à Bruxelles au début du mois d'octobre 2003.

3 Envoi des brochures

L'envoi des documents² dans les quelques 3000 écoles fondamentales et primaires en Communauté française de Belgique a été réalisé par l'Administration de la Communauté fran-

¹Celle-ci est annexée au présent rapport.

²Il s'agit du cédérom et de la brochure d'accompagnement.

çaise.

Les brochures restantes ont été distribuées selon les modalités énoncées au chapitre 1.

Chapitre 4

Des activités avec *Apprenti Géomètre*

Pour un esprit scientifique, toute connaissance est une réponse à une question. S'il n'y a pas de question, il ne peut y avoir connaissance scientifique. Rien ne va de soi. Rien n'est donné. Tout est construit.

G. BACHELARD

1 Introduction

Les activités didactiques qui accompagnent *Apprenti Géomètre* sont des situations d'apprentissage qui visent tant l'appropriation de connaissances et l'acquisition de compétences que le transfert de celles-ci à de nouvelles situations. Ces activités sont présentées sous la forme de situations-problèmes qui invitent les apprenants à investir et à confronter leurs représentations, à émettre des hypothèses de résolution, à tester celles-ci et à construire de nouveaux savoirs.

À partir du logiciel *Apprenti Géomètre*, comme à partir d'autres de la même classe – *Cabri Géomètre*, *Décllic* –, différents types d'activités¹ peuvent être proposés aux apprenants. Ainsi pouvons-nous leur demander d'opérer directement sur des figures en les assemblant, en les faisant tourner, en les découpant, en les fusionnant... afin de réaliser une construction qui soit originale ou qui réponde à une situation-problème. C'est déjà là un ensemble vaste et varié de situations d'apprentissage où ils sont acteurs. Nous pouvons également leur proposer des situations de généralisation s'appuyant sur un *fichier dynamique*. Ce fichier particulier propose à l'élève de manipuler un ou plusieurs éléments mis à sa disposition – un point ou un segment généralement – pour faire varier d'autres éléments qui en dépendent. Le fichier *Paradynamique*² proposé dans la brochure 2002-2003³ en est un représentant.

¹Nous entendons par type d'activités, une catégorisation en fonction des actions que l'apprenant réalise avec l'outil informatique.

²Ce fichier peut être chargé à partir du cédérom envoyé aux écoles fondamentales en Communauté française de Belgique ou téléchargé gratuitement sur <http://www.enseignement.be/geometre>

³Cette brochure [17] a été publiée par le CREM en septembre 2003. Elle accompagne le logiciel *Apprenti Géomètre*. Elle peut être téléchargée gratuitement sur le site annoncé ci-dessus.

Ces différents types d'activités amènent les apprenants à agir différemment sur les figures et conditionnent, pour une large part, les démarches qu'ils vont utiliser pour résoudre la tâche proposée (figure 4.1).



Fig. 4.1

Nous mettrons en évidence cinq types d'activités que nous préciserons par la suite :

- **utiliser les figures** disponibles sans les déformer, en les assemblant, les fusionnant... pour répondre à une tâche de construction, de comparaison, de vérification ;
- **agir sur les figures** en les divisant, les découpant... pour répondre à une tâche de construction, de comparaison, de vérification ;
- **déformer des figures** pour investiguer une famille de figures, observer un phénomène géométrique lié à une figure ou à un assemblage de figures ;
- **utiliser un fichier dynamique** pour découvrir une famille de figures, pour observer et vérifier la véracité d'une propriété pour une famille de figures, pour explorer, voir, comprendre et/ou expliquer un phénomène en continu, pour simuler une expérience en continu ;
- **construire un fichier dynamique** pour étudier une situation, observer un phénomène, modéliser une expérience.

Peut-être devons-nous expliciter quelque peu la différence entre *simuler* et *modéliser*. Pour ce faire nous nous appuyerons sur l'ouvrage de LEBRUN⁴ dans lequel l'auteur explique qu'une situation de simulation correspond à la démarche où l'apprenant **utilise** un modèle pour en extraire l'élément fondateur. Une situation de modélisation correspond à la démarche inverse, l'apprenant doit **construire** un « modèle analytique et prédictif à partir de données expérimentales ». En d'autres termes, la situation de simulation place l'apprenant face à un modèle proposé par l'enseignant alors que la situation de modélisation place l'apprenant dans la position du concepteur du modèle.

Il nous semble que les élèves de l'enseignement fondamental seront principalement confrontés aux quatre premiers types d'activités, le cinquième étant principalement réservé à l'enseignement secondaire.

Ces cinq types d'activités peuvent être considérés comme cinq niveaux d'usage du logiciel. Cependant, il ne s'agit pas d'établir une hiérarchie de ces usages qui serait liée aux différents niveaux d'enseignement. Cette « taxonomie » d'usage d'*Apprenti Géomètre* est présentée uniquement pour mettre en évidence les différentes possibilités d'utilisation dans les classes. C'est bien entendu en fonction des apprentissages à réaliser que l'enseignant confrontera les apprenants à tel ou tel type d'activités.

⁴[30]

Si nous comparons ces niveaux d'usage du logiciel avec des usages possibles de matériel concret⁵, globalement, nous pouvons dire que l'outil informatique permet d'aller au-delà de ce que ce type de matériel propose. Il paraît difficile de déformer une figure en papier en « tirant » sur un de ses sommets ! Il en est de même pour montrer en continu le lien entre un vecteur de translation et la translation de la figure origine. L'utilisation d'un logiciel tel qu'*Apprenti Géomètre* dans l'enseignement-apprentissage des mathématiques permet d'aborder de manière plus appropriée qu'avec le matériel concret la généralisation de concepts mathématiques.

2 Utiliser les figures

À ce premier niveau, l'apprenant est confronté à des situations-problèmes qui l'amènent à utiliser les figures sans les déformer. Il doit essentiellement comparer, assembler des figures et les déplacer dans le plan. L'apprenant est ainsi face à des situations particulières qui lui permettent d'exercer des compétences et de s'approprier des savoirs sur les figures ou sur les mouvements et les transformations du plan. Les démarches auxquelles l'apprenant est confronté sont des démarches de découverte ou de vérification. Pour rappel, une démarche de découverte correspond à une situation-problème soutenue par une question ouverte qui amène l'apprenant à réaliser une construction, comparer des figures. . . Une démarche de vérification correspond à une situation-problème soutenue par une question fermée qui demande à l'apprenant de vérifier une proposition énoncée⁶.

Les premières activités proposées dans la phase d'initiation dans la brochure 2002-2003 sont de ce niveau. Par exemple, dans l'activité *Comparer deux figures*, l'apprenant doit vérifier si deux carrés sont de même grandeur, et faire de même pour deux triangles (figure 4.2).

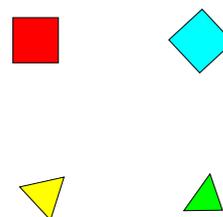


Fig. 4.2

Les autres activités de la brochure 2002-2003 correspondant à ce niveau sont *Assembler des figures*, *Comparer des aires*, *Comparer des longueurs*, *Des polygones de même forme*, *Paver des figures*.

⁵Figures en carton, baguettes, solides, transparents. . .

⁶Ces démarches sont explicitées plus en détails au chapitre 2 de la brochure 2002-2003, [17].

3 Agir sur les figures

Ce qui vient d'être énoncé peut être répété pour ce deuxième niveau. Cependant, ici, les apprenants doivent déformer, découper, décomposer et recomposer, fusionner les figures pour répondre à la tâche proposée. Ce niveau permet notamment de mettre l'accent sur le concept d'aire d'une figure et de le dissocier du concept de forme, comme dans l'activité *Découper et assembler des figures* proposée dans la brochure 2002-2003 (figure 4.3). La tâche proposée à l'apprenant est de découper le carré pour construire le parallélogramme et le triangle isocèle. L'objet de cette

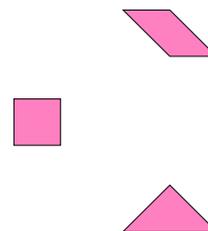


Fig. 4.3

activité est de dissocier les concepts de *forme d'une figure* et de *grandeur – aire – d'une figure*. Ces trois figures possèdent en effet la même aire mais des formes différentes.

Dans cette même publication, l'activité *La moitié* relève de ce niveau d'usage du logiciel.

4 Déformer les figures du kit libre

Il existe différentes raisons pour lesquelles l'utilisation des figures du kit libre peut être pertinente. D'abord, il constitue un ensemble géométrique à partir duquel l'apprenant a accès aux figures de la géométrie euclidienne couramment étudiées. Ce qui n'est pas le cas du kit standard. Ensuite, dans sa version originale, le kit libre donne accès aux transformations du plan.

Il est un autre point qui permet des apprentissages originaux et qui correspondent à ce troisième niveau. Il s'agit de la possibilité de modifier en continu une figure et donc de pouvoir extraire les caractéristiques géométriques de celle-ci. Prenons un exemple pour expliquer quelque peu cette possibilité.

Si l'on souhaite explorer les caractéristiques des parallélogrammes, dans une situation classique, il est possible de présenter quelques parallélogrammes en carton aux apprenants. Ces derniers en observant les figures devraient pouvoir déterminer que tout parallélogramme possède, entre autres, deux paires de côtés parallèles. La démarche inverse peut être utilisée : en croisant deux bandelettes de couleurs ayant respectivement leurs bords parallèles, construire des parallélogrammes comme le montre la figure 4.4. Cette méthodologie aboutit souvent à ce que l'élève s'arrête régulièrement sur une construction pour tracer sur une feuille annexe et par transparence le parallélogramme formé par la superposition des deux bandelettes.

Ces deux manières de procéder exposent des cas « particuliers » de parallélogrammes. Dans le premier exemple, il s'agit de ceux que l'enseignant a préparés, dans le second de ceux que l'apprenant peut construire à partir de bandelettes dont il ne peut modifier ni la largeur, ni la longueur.

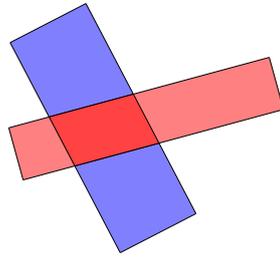


Fig. 4.4

L'utilisation des figures du kit libre permet non seulement d'extraire les caractéristiques des parallélogrammes à partir d'un ensemble plus vaste de cas, en fait un ensemble infini ! Cette recherche se réalise à partir d'un parallélogramme construit à l'écran, que l'on modifie de différentes manières :

- soit en déplaçant un des trois sommets de construction à l'aide de la flèche du pavé (figure 4.6)
- soit en agissant avec les commandes du menu *Mouvements* (figure 4.7),
- soit encore, en utilisant la fonctionnalité *Agrandir/Diminuer* (figure 4.8).

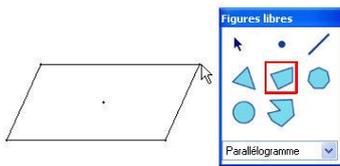


Fig. 4.5

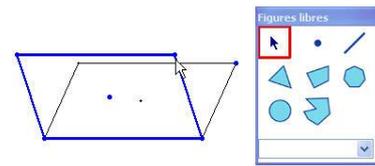


Fig. 4.6

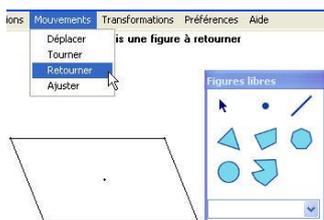


Fig. 4.7

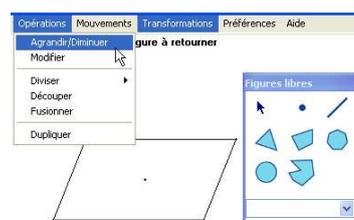


Fig. 4.8

De plus, l'utilisation d'un logiciel comme *Apprenti Géomètre* va permettre de conjecturer certaines possibilités de construction et de les vérifier. Si l'on a admis que la figure sélectionnée dans le pavé se construit toujours à partir ses caractéristiques géométriques, alors toute figure construite à partir de la fonctionnalité *Parallélogramme* est un parallélogramme et donc en possède les caractéristiques. Les apprenants pourraient par exemple s'étonner de construire un rectangle à partir de cette sélection (figure 4.9). De même, au cours des déformations d'un parallélogramme donné, il est possible de construire un carré

(figure 4.10) ou un losange . Ces utilisations des figures du kit libre se rapprochent très fort de celles des *fichiers dynamiques* que nous détaillons dans la section suivante.

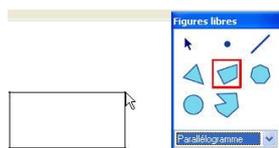


Fig. 4.9

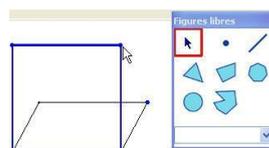


Fig. 4.10

Une utilisation similaire est exposée dans l'activité *Transformer un rectangle* dans la brochure 2002-2003.

Une autre utilisation peut aussi être de lier deux figures entre elles et de voir comment les modifications de l'une entraînent des modifications chez l'autre. Il est encore possible d'utiliser les figures du kit libre pour construire des représentations de solides comme dans l'activité *La représentation des solides dans le plan* décrite au chapitre 6. Dans de telles constructions, les figures sont liées entre elles et toute modification de la première figure construite entraîne la même modification au niveau des figures construites ultérieurement (figures 4.11 et 4.13).

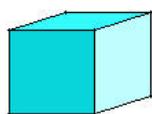


Fig. 4.11

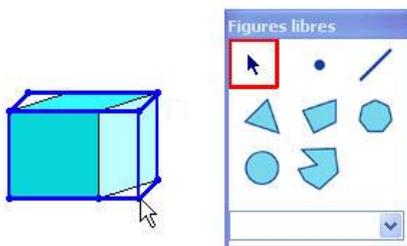


Fig. 4.12

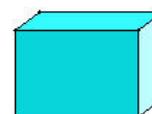


Fig. 4.13

5 Manipuler un fichier dynamique

Utiliser l'animation pour montrer un concept dans l'enseignement-apprentissage des mathématiques n'est pas un phénomène nouveau et propre à l'emploi de logiciels. NICOLET, au milieu du XX^e siècle, réalisait déjà des animations sous forme de dessins animés. Selon NOËL⁷, NICOLET présentait ses conceptions concernant la formation de l'intuition et l'image des dessins animés comme suit :

1. Dissocier l'activité intuitive de celle de la raison. Le résultat sera d'autant meilleur que cette distinction sera complète.

⁷[34]

2. Faire parcourir à l'élève les étapes de la compréhension dans l'ordre où elles ont été parcourues par l'inventeur.
3. Faire surgir dans l'esprit de l'élève l'énoncé d'une vérité antérieurement à toute démonstration.
4. Choisir parmi les moyens d'expression utilisés dans le dessin animé ceux qui favorisent le plus l'abstraction.

Ainsi, si l'on considère qu'un fichier dynamique est apparenté au dessin animé, ce type de fichier pourrait « être exploité non seulement pour découvrir la vérité, mais aussi [...] pour explorer des situations, pour les utiliser en vue de structurer des familles d'objets géométriques, et pour établir des relations entre ces structures⁸ ». De plus, ce type de fichier permet d'exhiber un nombre infini de cas liés à une situation proposée, dont notamment des cas auxquels l'utilisateur n'aurait pas pensé s'il travaillait sur papier ou avec un matériel à manipuler. En effet, dans ce dernier cas, la recherche est quelque peu bridée par les figures données au départ, et donc sur ce point l'initiative n'est pas laissée à l'apprenant. Il faut toutefois mettre en évidence une différence entre le dessin animé de NICOLET et les fichiers dynamiques que l'on peut construire avec un logiciel. Le dessin animé possède son propre déroulement qui ne peut être influencé en aucune manière. Le territoire d'exploration est fixé par le concepteur du dessin animé, l'utilisateur – ou plutôt le spectateur – ne peut modifier les paramètres de la situation exposée. À l'inverse, dans un fichier dynamique, l'utilisateur a le loisir de modifier certains paramètres de la situation. Certes, ceux-ci ont été fixés par le concepteur du fichier, néanmoins le territoire d'exploration de la situation est plus important, et en tout cas laissé à l'appropriation de l'utilisateur.

Ce que nous venons de mettre en avant comme des avantages, ne va cependant pas sans poser problème. Pour certains cas limites, comme dans la situation que nous exposons ci-après (figures 4.14 à 4.16), l'explication peut faire l'objet de différentes interprétations ou ne pas être accessible pour les élèves d'un niveau donné.

Supposons que l'on s'intéresse aux quadrilatères qui possèdent au-moins un axe de symétrie, un fichier dynamique tel que celui exposé ci-dessous peut-être utilisé pour explorer cette situation. En manipulant un sommet ou un segment du quadrilatère, la figure de base (figure 4.14) se modifie (figure 4.15). Mais comment va-t-on interpréter la situation exposée par la figure 4.16 ? Est-ce toujours un quadrilatère avec trois points alignés ou bien est-ce un triangle ?

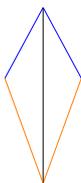


Fig. 4.14

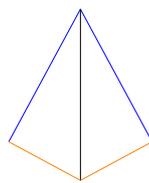


Fig. 4.15

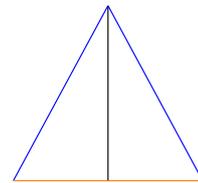


Fig. 4.16

⁸Op.cit.

Un autre problème soulevé par ce genre de fichier est que l'enseignant ne maîtrise pas entièrement la situation d'apprentissage. Ce qui peut paraître, pour d'aucuns, une situation inconfortable.

Prenons deux exemples pour illustrer nos propos. Le premier concerne les pavages du plan, le second les diagonales des quadrilatères. Personne ne s'étonnera que l'on puisse paver le plan avec des carrés ou des rectangles. Des exemples de ces pavages foisonnent sur les places et trottoirs de nos villes et villages (figure 4.17).

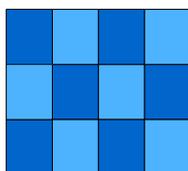


Fig. 4.17

Par contre, il est plus étonnant que l'on puisse paver le plan avec des copies d'un quadrilatère quelconque ! L'utilisation d'un fichier dynamique bien conçu permet d'explorer ce champ en déformant le rectangle initial pour obtenir le pavage ci-dessous (figure 4.18).

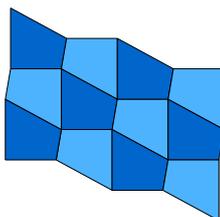


Fig. 4.18

Et si l'utilisateur déforme plus encore ce quadrilatère, allant jusqu'à dessiner une pointe de flèche, le pavage est encore plus surprenant !



Fig. 4.19

Les apprenants sont face à des modifications nombreuses de ces pavages construits à partir de copies d'un quadrilatère. Ils peuvent les générer au gré de leur imagination ou de leurs questionnements. Ils sont les acteurs de ces changements. Assurément ce type de fichier

place l'apprenant dans un état d'étonnement qui, nous l'espérons, devrait le pousser à investiguer plus avant la situation dans une étape ultérieure de sa formation. Cette étape prendra la forme d'une démarche inductive pour expliquer ce phénomène. La production d'une démonstration mathématique pourra également être entreprise en s'appuyant sur une expérience visuelle et sur des savoirs acquis⁹. Pour citer LEBRUN¹⁰ argumentant au sujet des logiciels de modélisation-simulation : « en outre, ces logiciels permettent à l'apprenant une expérimentation "pour voir", un moyen d'appriivoiser le modèle avant qu'une intégration logico-déductive puisse opérer efficacement ; de nouveau, on retrouve l'accent particulier mis sur **l'acquisition de moyens de questionnements précédant l'apprentissage de techniques d'élaboration de réponses** ». Nous ajouterons que ces situations de modélisation-simulation rencontrent également le point de vue de NICOLET.

Notre deuxième exemple concerne les diagonales des quadrilatères¹¹. Le document *Socles de compétences* annonce comme certificative en fin de deuxième secondaire la compétence *Connaître et énoncer les propriétés des diagonales d'un quadrilatère*. Une façon de rencontrer cette compétence est de partir de quadrilatères, un représentant de chaque famille par exemple, de tracer leurs diagonales, de les observer et d'en induire quelques caractéristiques. Une autre voie est de se donner deux segments et de chercher s'ils peuvent être diagonales d'un ou plusieurs quadrilatères, de dessiner ceux-ci. Manipuler les diagonales, c'est réfléchir à leurs caractéristiques possibles. C'est ainsi découvrir les deux paramètres de la situation : leurs dimensions et leurs positions relatives. C'est se centrer d'abord sur le savoir soutenant la compétence à acquérir. Manipuler le fichier dynamique concerné, c'est être acteur de ses apprentissages, c'est emmener avec soi des images qui permettront de fonder des savoirs.

Par ailleurs, d'un point de vue mathématique, l'emploi de fichiers dynamiques permet d'exercer la compétence *Relever des régularités dans des familles de figures planes et en tirer des propriétés relatives aux angles, aux distances et aux droites remarquables*¹².

En conclusion nous citerons LEBRUN¹³ : « L'image produite permet de visualiser et de dynamiser des concepts ou des objets et, bien plus, à l'aide de l'outil informatique, de laisser l'utilisateur-apprenant les manipuler. C'est ainsi que celui-ci peut se construire des savoir nouveaux, de nouveaux modèles, de nouvelles images opérationnelles de ces savoirs ».

⁹À ce niveau, se pose la question importante et fondamentale de la continuité des apprentissages. Non pas celle qui correspond à savoir si tel apprenant possède bien tel prérequis pour aborder telle matière, mais celle qui s'inquiète de savoir ce que l'apprenant a vécu, a perçu avec ses sens afin de pouvoir s'y appuyer pour ancrer les nouveaux apprentissages.

¹⁰[30]

¹¹L'utilisation de ce fichier est décrite dans une activité pour l'enseignement secondaire au chapitre 8. Sa construction est décrite à la section 6 de ce chapitre.

¹²[2]

¹³[30]

6 Construire un fichier dynamique

Cette section contient deux parties. Dans la première, nous tenterons de mettre en évidence l'intérêt pédagogique qu'il y a à faire construire ce genre de fichier aux élèves. Dans la seconde nous exposerons une démarche qui permet de construire un fichier de ce type.

Faire construire un fichier dynamique aux apprenants consiste à les placer en situation de modélisation. Soit, à partir d'une situation expérimentale qu'ils ont vécue, tenter de construire une situation plus générale, qui respectera la ou les lois dont elle dépend, et qui permettra de visualiser sinon l'ensemble, à tout le moins une plus grande partie des cas possibles. Les apprenants se retrouvent ainsi en situation de projet, celle qui consiste à « programmer » l'ordinateur, comme c'est le cas dans l'utilisation du logiciel Logo. Pour *Apprenti Géomètre*, il ne s'agit pas de programmer l'ordinateur à proprement parler, puisque les utilisateurs n'emploieront pas de langage de programmation. Néanmoins, en utilisant des fonctionnalités existantes, ils vont définir un programme interne au logiciel qu'ils pourront sauvegarder, réutiliser ou modifier à loisir. C'est ce que les utilisateurs de *Cabri géomètre* appellent un « fichier macro ». Ce logiciel permet cependant de réaliser des fichiers plus complexes que ne le permet *Apprenti Géomètre*. Mais les objectifs et les publics cibles de ces deux logiciels sont différents à l'origine.

Dans cette situation de projet, les apprenants doivent mettre en œuvre et exercer différentes compétences. Nous citerons celles décrites dans le document *Socles de compétences* en ce qui concerne le domaine des mathématiques : *Résoudre, raisonner et argumenter ; appliquer et généraliser*. Mais, en nous basant sur les travaux de LECLERCQ¹⁴, nous pouvons encore y ajouter les quatre types de compétences suivants :

- des compétences spécifiques de par la nécessité d'employer, et sans doute d'acquérir, de nouveaux contenus disciplinaires ;
- des compétences démultipliatrices de par la nécessité probable d'exercer des compétences transversales comme l'écriture et la lecture du script pour réaliser ce fichier ;
- des compétences stratégiques de par le fait qu'il faut résoudre une situation-problème qui ne constitue pas une simple application d'un savoir acquis ;
- des compétences dynamiques liées à la motivation.

Réaliser un projet tel que celui d'un fichier dynamique « nécessite la formalisation de la pensée¹⁵ ». Cela demande de la part de l'apprenant d'extraire de la situation expérimentale les paramètres de la situation, et de les inscrire dans le modèle. Cette difficulté s'accroît du fait qu'il doit en plus tenir compte des caractéristiques techniques de l'outil qu'il va utiliser pour construire ce modèle. En effet, la démarche de construction d'un tel fichier diffèrera selon que l'on souhaite le réaliser sur *Apprenti Géomètre* ou sur *Cabri géomètre* par exemple.

Exposons à présent une manière de construire un fichier dynamique avec *Apprenti Géomètre*.

¹⁴Cité par B. DENIS in [20].

¹⁵[20]

Le fichier dynamique *Paradynamique* (figure 4.20), qui se trouve dans le dossier *Perimaire*, est construit de façon à ce que les figures géométriques soient dépendantes des segments rouge et bleu. De cette manière, lorsque l'élève modifie un des deux segments, les quatre figures se modifient en conséquence. Ce fichier intervient dans une activité dont l'objet est la construction de la formule de l'aire des parallélogrammes.

Le fichier est réalisé d'abord par translation de ces deux segments, et ensuite par la construction des quatre figures à partir des segments images.

Pour construire un fichier dynamique, il faut donc lier deux, voire plusieurs, éléments ensemble, en général par une transformation du plan. Nous proposons ci-dessous d'illustrer cette méthode de construction par un exemple.

En supposant que l'on s'intéresse aux diagonales des quadrilatères qui se coupent en leur milieu, une possibilité est de faire varier de façon continue leurs dimensions et leur position relative et d'observer les conséquences de ces variations sur la forme des quadrilatères. Un fichier tel que celui exposé ci-contre (figure 4.21) permettra aux élèves de manipuler les segments représentant les diagonales du quadrilatère et d'observer immédiatement les changements que cela produit sur celui-ci.

Nous pouvons croire qu'après une période de tâtonnement et d'observation libre, les apprenants émettent des hypothèses et les vérifient en manipulant le fichier.

Pour construire ce fichier¹⁶, il est nécessaire de savoir que l'on ne s'intéresse qu'aux diagonales qui se coupent en leur milieu. Cette condition va influencer la manière de construire le fichier. En effet, il faut qu'au cours de toute manipulation, les milieux des diagonales coïncident. Il existe différentes méthodes pour construire ces diagonales. Nous en proposons une qui applique une rotation de 180° à chacune des deux demi-diagonales.

À partir du kit libre, tracer deux segments possédant une extrémité commune. Ils représentent les deux demi-diagonales. Ensuite, tracer un troisième segment et construire son point milieu en utilisant l'outil *Diviser en 2* (figure 4.22). Le segment servira à la fois pour la rotations de 180° des deux demi-diagonales et pour leur translation.

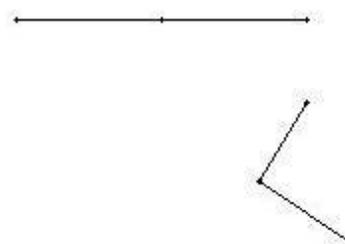


Fig. 4.22

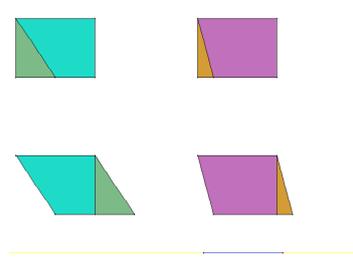


Fig. 4.20

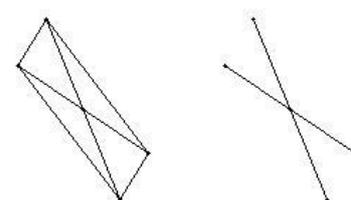


Fig. 4.21

¹⁶Nous conseillons au lecteur de réaliser le fichier avec *Apprenti Géomètre* au fur et à mesure de la lecture.

Appliquer une rotation de 180° sur chacun des deux segments en utilisant le point d'intersection comme centre de la rotation et les trois points du troisième segment – les deux extrémités et le point milieu – comme points définissant l'angle AOB (figure 4.23).

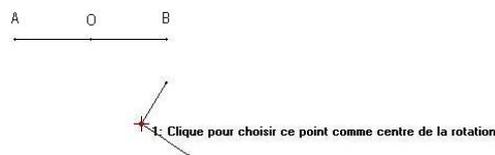


Fig. 4.23

Ensuite, traduire les quatre segments en se servant des extrémités du troisième segment comme points définissant le vecteur de translation – *les points de translation* – (figure 4.24).

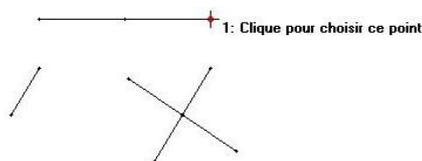


Fig. 4.24

Enfin, construire un quadrilatère en utilisant la fonctionnalité *quadrilatère quelconque* à partir des quatre points extrémités (figure 4.25). Ce quadrilatère est dépendant des segments traduits du fait qu'il a été construit à partir des sommets de ceux-ci. En conséquence, il est également dépendant des premiers segments construits.

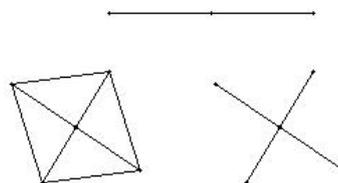


Fig. 4.25

Il reste à cacher le troisième segment et son point milieu, et à enregistrer le fichier que l'on proposera aux élèves. Ceux-ci pourront faire varier les dimensions et les positions relatives des segments représentant les diagonales afin d'observer les changements au niveau du quadrilatère (figure 4.26).

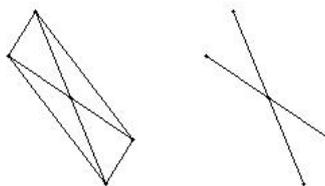


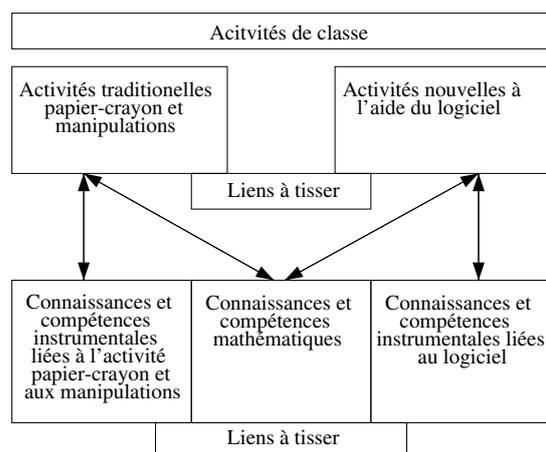
Fig. 4.26

7 Trois axes d'interactivité

Dans les sections précédentes nous avons élaboré un modèle taxonomique d'utilisation du logiciel *Apprenti Géomètre* pour exercer des compétences mathématiques. Il est cependant possible d'insérer ces usages dans des situations didactiques plus complexes, permettant d'exercer un ensemble plus vaste et plus varié de compétences. Le modèle que nous présentons ci-dessous est notamment inspiré des travaux de LEBRUN concernant les concepts d'interactivité et les niveaux d'interaction¹⁷. Notre modèle est composé de trois axes d'interactivité possible (figure 4.27).

- Un premier axe peut être celui de l'*interactivité entre les disciplines*. Les situations didactiques proposées aux apprenants peuvent avoir comme objectifs l'appropriation de connaissances et l'acquisition de compétences mathématiques. C'est sans doute ce que l'on rencontrera le plus souvent dans les classes. Mais on peut également inscrire l'utilisation d'*Apprenti Géomètre* dans une situation interdisciplinaire comme dans le cas de la narration de recherche¹⁸, où des savoirs et des compétences des domaines du français et des mathématiques sont rencontrés.
- Un deuxième axe est celui de l'*interactivité entre les utilisateurs*. En effet, *Apprenti Géomètre* peut être manipulé par un élève seul, comme dans le cas par exemple de situations de différenciation, ou peut-être utilisé par un groupe restreint d'élèves, comme dans le cas de travaux de groupes. On peut également imaginer une interaction entre l'ensemble des élèves d'une classe grâce à l'usage d'un projecteur multimédia. Dans l'état actuel du logiciel, un travail en réseau permettant un accès simultané à *Apprenti Géomètre* sur plusieurs ordinateurs n'est pas envisageable.
- Un troisième axe est celui de l'*interactivité des outils*, qu'ils soient traditionnels ou multimédias.

Les influences de ces interactions sur l'apprentissage semblent cependant quelque peu différentes selon qu'elles mobilisent des outils traditionnels ou des outils multimédias. L'interaction avec du matériel concret ou avec des instruments de dessin traditionnels devrait susciter des transferts d'un contexte mathématique à un autre et, nous l'annonçons dans la brochure 2002-2003, favoriser la construction de concepts (voir figure ci-contre).



¹⁷[30].

¹⁸Nous renvoyons le lecteur au chapitre 5 de la brochure 2002-2003.

En ce qui concerne l'utilisation d'autres outils multimédias, en fonction des activités que l'enseignant propose aux apprenants, il semblerait que cette interactivité conduise plutôt vers des compétences métacognitives et de communication. En effet, l'usage d'autres médias va généralement placer l'apprenant face à une tâche de transcription d'ordre sémiotique. Bien souvent, il devra compléter les reproductions de figures par des textes, des commentaires oraux voire des démonstrations, et donc utiliser différentes représentations sémiotiques d'une même situation. Il va aussi, bien souvent, exposer tant ses démarches que sa ou ses réponses.

Comme nous l'annonçons à la section précédente, dans l'interactivité multimédia, il est possible d'associer un projecteur multimédia à l'ordinateur pour pouvoir exposer à l'ensemble du groupe une démarche ou un résultat. Mais il est également possible d'employer *Apprenti Géomètre* avec d'autres logiciels. Un traitement de texte pourra recevoir des images créées avec *Apprenti Géomètre* pour réaliser une synthèse, une narration de recherche. Il en est de même avec des logiciels du type « Power Point » qui vont permettre de construire des diaporamas pour des présentations collectives.

Nous venons seulement d'explorer quelque peu les possibilités d'interactivité sur les trois axes proposés. Ceci permet cependant de mettre en évidence un manque au niveau de la première version du logiciel *Apprenti Géomètre* : la possibilité de sauvegarder une construction mathématique dans un format image directement exportable dans un document de type traitement de texte classique. Il reste qu'il est possible de le réaliser à partir des commandes propres au système d'exploitation de l'ordinateur. Ces démarches sont cependant quelque peu « lourdes » et requièrent de la part de l'utilisateur des connaissances techniques supplémentaires.

Le schéma suivant présente en synthèse les trois axes d'interactivité.

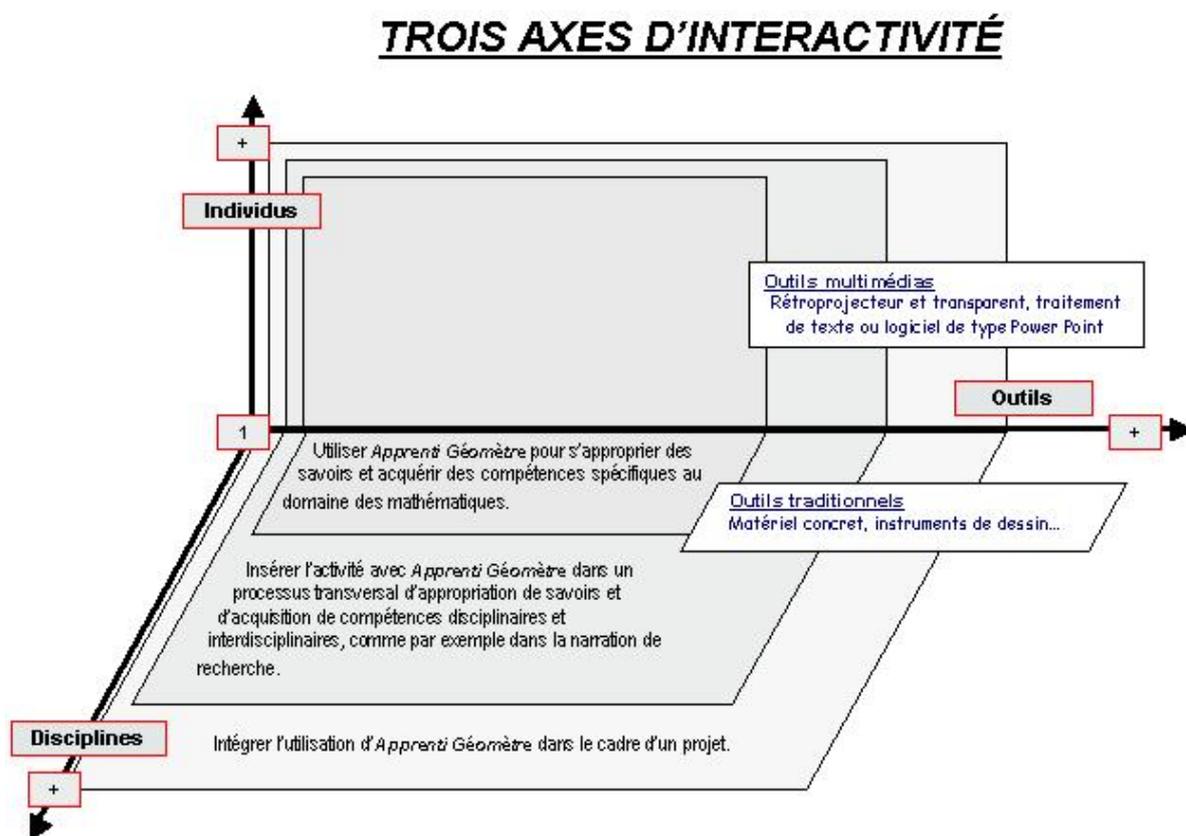


Fig. 4.27

Deuxième partie

Des activités didactiques

... Un enseignant est [...] quelqu'un qui prend constamment des décisions en situation, même [...] s'il rêve de méthodes qui marcheraient toutes seules. Or, la succession des modes en pédagogie en témoigne, cette constante quête de solutions toutes prêtes est vaine.

J.-P. ASTOLFI

... Les outils technologiques sont une manifestation de la complexité de notre société, [...]. Ces outils, qui peuvent être utilisés pour présenter le savoir et le manipuler, peuvent, dans certaines circonstances, contribuer à une édification plus complète de la personne.

M. LEBRUN

Chapitre 5

Écho des classes - Les activités d'initiation

Ce chapitre regroupe les comptes-rendus concernant les activités du chapitre 6 de la brochure 2003¹.

D'une manière générale, nous avons constaté l'intérêt qu'il y a à réaliser une synthèse en fin de chaque activité. Ceci est surtout vrai pour les savoirs mathématiques qui sont souvent moins perceptibles par les élèves, ceux-ci étant concentrés principalement sur la manipulation du logiciel durant ces premières activités.

Pour rappel, les connaissances mathématiques rencontrées sont :

- deux propriétés d'une même figure : sa forme et sa grandeur ;
- deux figures sont identiques — même forme et même grandeur — si on peut les superposer ;
- des figures sont de même grandeur — au niveau de l'aire — si on peut décomposer la première en figures plus petites avec lesquelles on peut recouvrir exactement la seconde.

¹Le terme « brochure 2003 » renvoie au document [17]. Celui-ci est disponible gratuitement en téléchargement sur le site <http://www.enseignement.be/geometre>, ou peut être copié à partir du cédérom *Apprenti Géomètre*.

1 Comparer deux figures

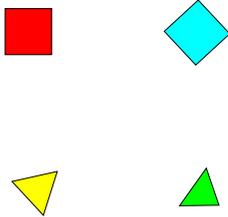
Échos des
classes

Pages 104 et suiv., fiches 1.6 et 1.7 dans la brochure 2003.

Fiche 1.6/2003

Y a-t-il un carré plus grand que l'autre ?

Utilise les mouvements disponibles pour le vérifier. Explique comment tu as procédé.



Dans la brochure 2003, nous annonçons que pour comparer deux figures — au niveau de leur forme et de leur grandeur —, la superposition était le moyen le plus sûr. Dans le cas des deux carrés, nous annonçons également qu'une autre solution était parfois proposée par les élèves : orienter les figures de la même façon et ensuite les juxtaposer pour vérifier que les deux côtés jointifs ont la même longueur (figure 5.1). Si tel est le cas, alors les deux carrés sont les mêmes, il n'y a pas un carré plus grand que l'autre.



Fig. 5.1

Cependant, il nous semble que l'enseignant ne peut admettre cette solution sans explication, et qu'il est très intéressant de demander aux élèves de produire une justification de cet énoncé. Il faut cependant remarquer que cette justification structurée n'est pas toujours accessible à tous les élèves de fin de cycle primaire. L'enseignant peut toutefois la construire avec eux :

- sachant que les deux figures sont des carrés,
- et qu'un carré possède quatre côtés de même longueur et quatre angles droits,
- alors on peut admettre que si deux carrés ont un côté commun, ils sont identiques.

Au cours des expérimentations que nous avons menées, cette proposition de juxtaposition est apparue à plusieurs reprises. Nous avons également observé un élève reproduisant cette démarche pour comparer les deux parallélogrammes (figure 5.2).

Fiche 1.7/2003
 Y a-t-il un parallélogramme plus grand que l'autre ?
 Utilise les mouvements disponibles pour le vérifier. Explique comment tu as procédé.

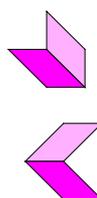



Fig. 5.2

Nous nous trouvons face à une démarche de généralisation abusive qu'il est opportun de pouvoir exploiter. En effet, ce qui est vrai pour les carrés, ne l'est pas dans le cas des parallélogrammes ! La « monstration » peut se réaliser soit avec le logiciel (figure 5.3), soit avec du matériel manipulable (figure 5.4), soit — et c'est sans doute mieux — en utilisant consécutivement plusieurs matériels. Ces manipulations devraient montrer aux élèves qu'il est possible de construire différents parallélogrammes à partir de « côtés » de même longueur. De même, ceci devrait mettre en évidence l'importance des angles comme caractéristiques d'une figure géométrique.

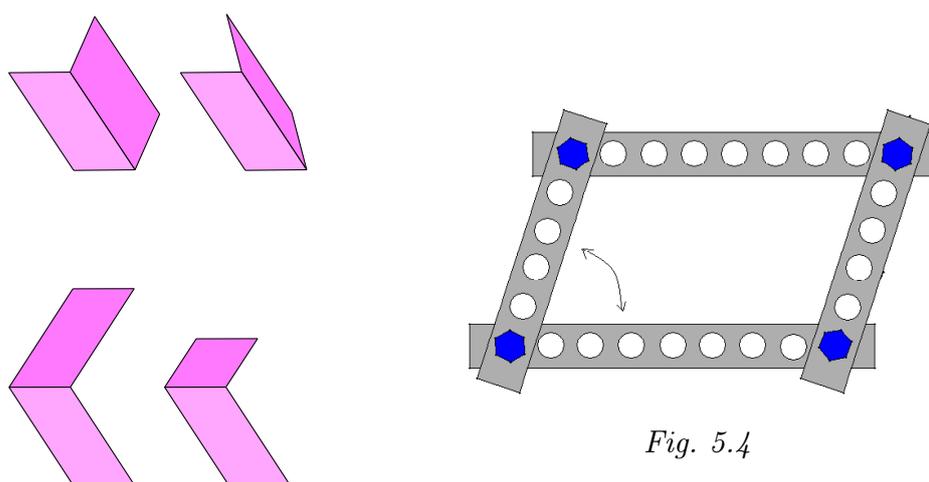


Fig. 5.4

Fig. 5.3

Ce travail peut être un point de départ pour observer, tracer, construire... des figures de même périmètre mais d'aires différentes, de même aire mais de périmètres différents...

2 Assembler des figures

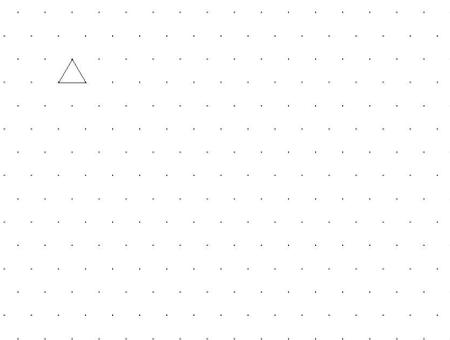
Échos des
classes

Pages 108 et suiv., fiche 1.8 dans la brochure 2003.

Fiche 1.8/2003

À partir de la famille du triangle équilatéral, fais apparaître deux triangles équilatéraux. Forme toutes les figures possibles en assemblant les triangles par les côtés.

Par la suite, fais de même avec trois triangles, puis avec quatre triangles. Sur le papier pointé ci-dessous, reproduis à main levée les figures construites.



La plupart du temps, au cours d'une recherche par tâtonnements, les élèves forment des figures en assemblant des paires différentes de triangles. Ils obtiennent donc deux ou trois figures (figure 5.5). Il leur a été demandé comment savoir s'ils avaient bien retrouvé tous les assemblages possibles de deux triangles. Après un moment de réflexion, il est énoncé qu'un triangle ne possède que trois côtés et qu'il n'y a donc que trois possibilités pour lui accoler un second triangle.

Cette démarche sera réutilisée, mais cette fois anticipativement, pour les assemblages de trois et quatre triangles.

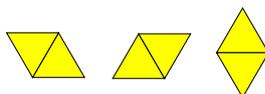


Fig. 5.5

Une autre réflexion est alors suggérée aux élèves : les figures réalisées sont-elles les mêmes ou sont-elles différentes ? Il s'agit de la même figure dans des orientations différentes. Il est donc intéressant de demander aux élèves de fusionner leurs assemblages afin de pouvoir les superposer et observer de la sorte qu'ils sont identiques. Cette opération de comparaison par superposition est reproduite pour le travail à partir de trois et quatre triangles.

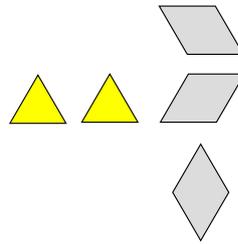


Fig. 5.6

Pour assembler trois triangle : comme il n'y a qu'une possibilité d'assemblage de deux triangles, on peut repartir de cette figure, quelle que soit son orientation². Il n'y a dans ce cas que quatre possibilités d'assemblage avec un troisième triangle (figure 5.7). Mais les quatre figures obtenues sont identiques à une rotation près (figure 5.8). La superposition permet de le montrer.

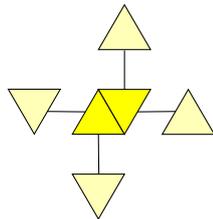


Fig. 5.7

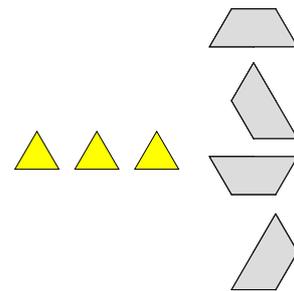


Fig. 5.8

La même démarche peut être suivie pour l'assemblage de quatre triangles (figures 5.9 et 5.10).

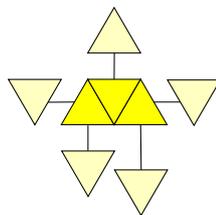


Fig. 5.9

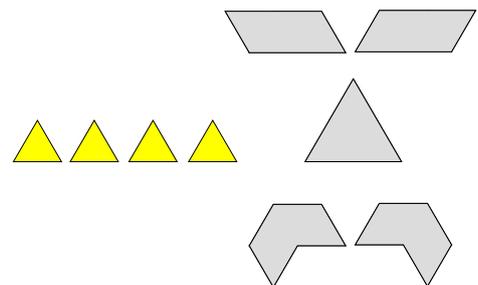


Fig. 5.10

Au cours des expérimentations, nous avons essayé d'amener les élèves à anticiper le nombre de possibilités d'assemblage. L'activité avec *Apprenti Géomètre* n'est plus alors une activité de recherche par tâtonnements, mais une activité structurée qui permet de vérifier les conjectures émises.

²Il est possible de laisser les élèves chercher par tâtonnements à partir des trois assemblages possibles de deux triangles. Et dans ce cas, douze solutions peuvent émerger. Celles-ci étant des images de la même forme dans des orientations différentes

Pour le dessin sur papier pointé, on remarque qu'une majorité des élèves reconstituent l'assemblage des triangles et ne tracent pas la figure globalement (figure 5.11). Ceci est dû vraisemblablement au fait que cela demande un niveau d'abstraction important et que le papier pointé incite à cette décomposition.

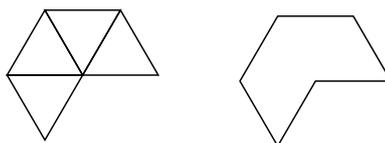


Fig. 5.11

Certains élèves continuent la recherche des assemblages possibles de cinq et six triangles équilatéraux avec le logiciel ou sur le papier pointé. Mais dans ce cas, le nombre de solutions rend la question beaucoup plus difficile à maîtriser.

3 Découper et assembler des figures

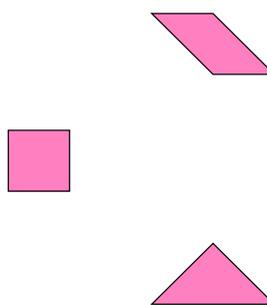
Échos des classes

Pages 113 et suiv., fiches 1.9 et 1.10 dans la brochure 2003.

Fiche 1.9/2003

Découpe le carré en deux pour pouvoir recouvrir exactement le parallélogramme avec les deux morceaux.

Fais de même pour recouvrir exactement le triangle.

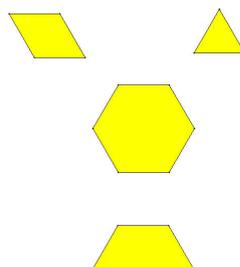


Certains élèves divisent d'abord le carré par une de ses médianes. Après obtention des deux demi-carrés, ils se rendent rapidement compte qu'ils ne pourront pas les assembler pour former l'une ou l'autre figure proposée.

Durant cette activité, la distinction entre les fonctionnalités *Diviser* et *Découper* se met en place. Cette distinction est souvent exprimée spontanément par les élèves.

Fiche 1.10/2003

Découpe l'hexagone pour obtenir un trapèze, un losange et un rectangle.



La première découpe réalisée par les élèves est généralement celle du demi-hexagone, grâce à laquelle ils obtiennent deux trapèzes. Par la suite, ils n'imaginent pas aisément que le point de découpe pour obtenir un triangle et un losange à partir d'un des deux trapèzes est le centre de la grande base de celui-ci. Son recouvrement par le losange et/ou par le triangle permet de visualiser ce point.

Un autre obstacle est de comprendre qu'il faut, avant de pouvoir découper, créer ce point de division grâce à l'outil *Diviser*.

Chapitre 6

Le kit libre, un espace de création

L'art, c'est un certain regard sur la réalité : les grands artistes nous ouvrent les yeux sur le monde qui nous entoure.

Larousse, *L'Histoire de l'Art*.

L'éducation artistique devrait occuper une place privilégiée dans le parcours scolaire de l'enfant. Tout en s'appuyant sur des savoirs et des savoir-faire, elle contribue à trouver la dimension du plaisir esthétique, notamment en y développant l'expression et l'imagination. Les différents documents officiels de l'école primaire l'affirment : l'éducation artistique a sa place, au même titre que les mathématiques ou le français.

Réaliser une exposition d'« œuvres d'art moderne » à partir des nouvelles technologies est un projet audacieux et futuriste, motivant et instructif pour les enfants. Ce projet permet de travailler en interdisciplinarité, en liant art, géométrie et informatique. L'art abstrait (KLEE, MONDRIAN, KANDINSKY, MALEVITCH...), le cubisme (PICASSO,...), l'art africain (décorations murales, tapisseries, vanneries,...) sont des courants dans lesquels la géométrie a une place importante. Pourquoi ne pas en profiter ? Réaliser sur *Apprenti Géomètre* des œuvres à la manière de ces grands artistes est un défi à lancer !

Il est important de préciser que les activités de ce chapitre peuvent servir d'inspiration pour les enseignants du secondaire. En effet, les compétences travaillées dans celui-ci doivent être certifiées ou entretenues au cycle 12-14.

1 S'initier au kit libre avec Paul KLEE (de 8 à 10 ans)

De quoi s'agit-il?

Les élèves réalisent un tableau à la manière de P. KLEE¹.

Enjeux

Acquérir des connaissances instrumentales concernant le kit libre : découvrir le contenu du pavé de figures (segments et figures) ;

¹KLEE est un peintre allemand du début du XX^e siècle. Il hésitera longtemps entre la musique et la peinture avant d'entrer à l'Académie. Dans son oeuvre, il donne beaucoup d'importance à la couleur ; il explore l'abstrait : il dessine des signes et des formes sur des fonds colorés. Ces informations sont extraites en substance de [35].

renforcer la connaissance des commandes disponibles dans les menus :

- *Fichier* : *Imprimer* ;
- *Outils* : *Couleurs*, *Effacer* ;
- *Mouvements* : *Déplacer*, *Tourner*, *Retourner*, *Ajuster*.

Compétences.

Dans le domaine des mathématiques :

Reconnaître, comparer des figures [...] sur base des propriétés des côtés et des angles. Tracer des figures simples.

Dans le domaine de l'éducation artistique :

Percevoir et différencier les formes agencées de manières abstraites ou figuratives. Décoder des langages (composition, couleurs, espaces,...)[...]. Reproduire des tracés sur des supports différents (à main levée, utilisation d'instruments).

De quoi a-t-on besoin?

Une copie en couleurs du tableau « Danses de l'empire de la peur » de P. KLEE ; les fiches 1.1 à 1.6 ; une imprimante ; des crayons ordinaires ; des crayons de couleurs.

Comment s'y prendre?

L'enseignant distribue aux élèves la fiche 1.1 et place un exemplaire en couleurs au tableau. Il leur propose de découvrir l'œuvre ensemble, de l'observer et de la décrire.

Les observations peuvent être du domaine des mathématiques

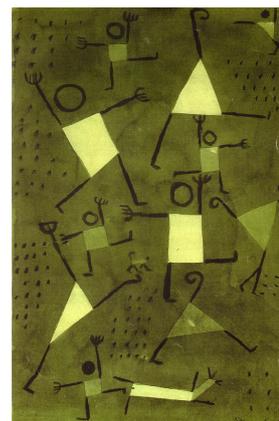
- les figures géométriques : triangles, carrés, rectangles, trapèzes, quadrilatères quelconques et disques ;
- les segments de droite ;

ou de celui de l'art

- l'abstraction du tableau : les corps des personnages sont représentés par des formes géométriques, leurs membres par des segments ;
- l'émotion : le mouvement, la danse, le sentiment de peur, d'agitation ;
- les couleurs chaudes et froides.

L'enseignant veille à ce que ces éléments soient évoqués. Par un questionnement adéquat, il peut conduire les élèves à s'interroger sur l'un ou l'autre point non encore observé. Il peut également parler de l'artiste, du peintre qui a réalisé le tableau.

Suite aux observations, l'enseignant demande aux élèves d'inventer un titre plausible. Il leur donne ensuite le titre réel, « Danses sous l'empire de la peur », et leur demande de réagir à celui-ci par rapport aux observations effectuées.



L'enseignant distribue ensuite la fiche 1.2.

Fiche 1.2

Reproduis ci-dessous le tableau de P. KLEE à main levée. Utilise tes crayons.

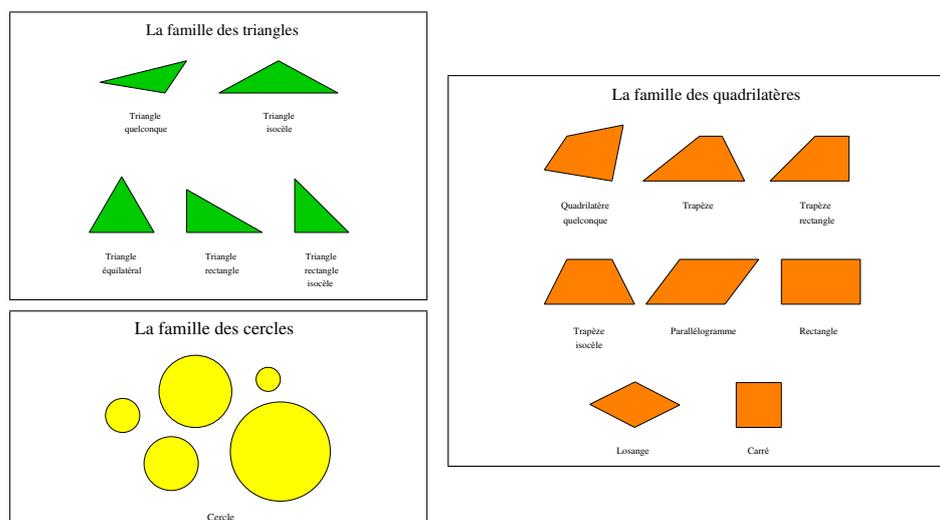
Dans le kit libre, utilise les figures et les segments du pavé pour reproduire l'œuvre de P. KLEE.

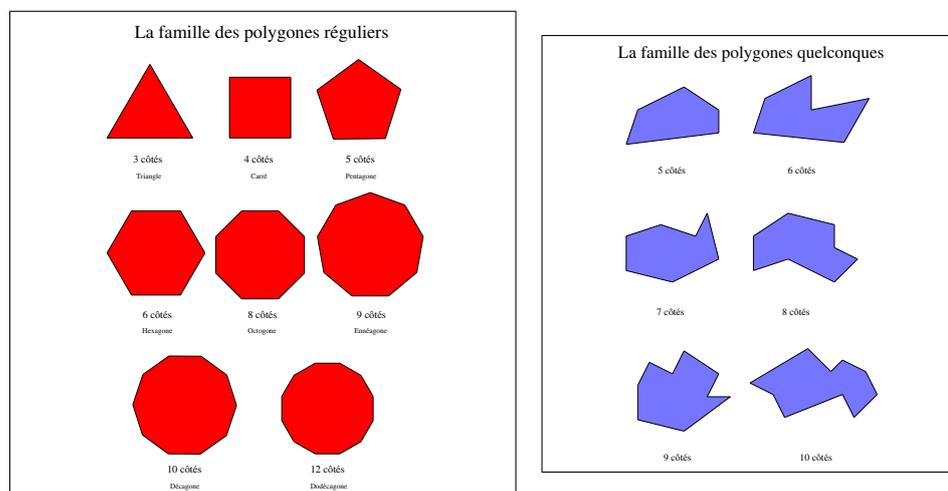
Les élèves prennent connaissance de la consigne. La première reproduction à main levée leur permet de s'approprier davantage le tableau, de repérer certains détails non vus et de s'exercer à tracer, sur papier, les différentes figures et segments. Une mise en commun leur permet d'émettre de nouvelles observations ainsi que d'exprimer les difficultés rencontrées lors de l'activité.

Celle-ci se poursuit sur le logiciel.

Remarque : au cours des activités de découverte du kit standard, les élèves ont eu l'occasion de s'approprier les différentes fonctionnalités de la barre des menus. Ces apprentissages sont à réinvestir dans l'utilisation du kit libre car les fonctionnalités sont quasiment semblables dans les deux kits. L'apprentissage premier de cette activité est le nouveau pavé. Les figures y sont rangées par « familles géométriques » : les triangles, les quadrilatères, ... et n'apparaissent pas directement à l'écran selon une forme et une dimension prédéfinies. Pour cette partie de l'activité, il serait donc intéressant que les élèves soient en possession d'un référentiel des différentes figures proposées dans le pavé du kit libre (rapport nom-figure). Celui-ci peut être réalisé par l'enseignant ou par une classe du cycle 10-12. En fin d'activité, il peut également être intéressant de demander aux élèves de construire, comme synthèse, leur propre référentiel.

Le référentiel présenté ci-dessous est proposé aux fiches 1.3 à 1.6.





Pour réaliser l'œuvre, les élèves sélectionnent les figures voulues dans le menu déroulant qui s'inscrit lorsqu'on clique sur l'icône du pavé. Ces figures se dessinent à partir de leurs caractéristiques géométriques et avec les dimensions déterminées par l'élève. Lorsque les figures sont tracées dans des positions quelconques, il peut, à l'aide des fonctions *Déplacer* et *Tourner*, les placer à l'endroit voulu et dans la position adéquate. Toutefois, il serait intéressant qu'une réflexion préalable de l'élève lui permette de dessiner la figure avec la grandeur, la position et l'orientation définitives.

Les corps des personnages étant placés, il faut encore y ajouter les têtes et les membres. Ces derniers sont dessinés de manière très simple par P. KLEE. Les élèves utilisent pour cela les segments du pavé.

Si des élèves veulent recopier le tableau avec précision, ils vont probablement rencontrer quelques difficultés pour tracer les mains et certaines têtes, ainsi que pour obtenir des couleurs conformes au modèle. Il ne leur est évidemment pas interdit d'être imaginatifs. C'est à eux de trouver des moyens créatifs afin de réaliser une œuvre la plus ressemblante possible.

La progression, proposée ci-dessus, n'est qu'une des possibilités. Il faut permettre à l'élève de travailler à son rythme et selon sa méthode. Il peut préférer travailler un personnage à la fois.

En fin d'activité, il est souhaitable pour la motivation et pour la satisfaction personnelle des élèves que leurs chefs-d'œuvre soient imprimés et exposés dans la classe ou dans un couloir de l'école. Il faut alors prendre un moment pour revenir sur les œuvres réalisées afin de permettre aux élèves de donner un nouveau titre à celles-ci, de vérifier le respect des consignes, d'exprimer ce qu'ils ressentent, ... Revenir sur les œuvres permet aux élèves d'être critiques face à ce qu'ils ont produit. L'enseignant peut aussi mettre en commun les nouveaux apprentissages instrumentaux : le classement des figures, la construction des segments, la construction des figures.

Prolongements et liens L'activité ne laisse pas totalement libre cours à l'imagination et à la créativité de l'enfant. C'est pourquoi l'enseignant peut proposer de réaliser, par la suite, une œuvre à la manière de P. KLEE, sans être obligé de recopier le modèle.
Place à l'artiste... en vue de réaliser une exposition d'œuvres d'art pleine de richesses et faisant appel aux nouvelles technologies.

2 Travailler les transformations dans les peintures murales africaines (de 10 à 12 ans)

À la section précédente, nous avons lancé le défi de réaliser sur *Apprenti Géomètre* des œuvres à la manière d'un grand artiste. Les activités suivantes² trouvent leur inspiration dans les peintures murales réalisées par les femmes d'Afrique australe.

Les notions mathématiques qui font l'objet de cette activité – translation, rotation et symétrie miroir – peuvent avoir été rencontrées intuitivement au préalable, notamment au cours de projets tels que l'élaboration de panneaux décoratifs, la création de frises lors de la décoration d'un local, la réalisation de masques pour le carnaval, ...

De quoi s'agit-il? Les élèves reproduisent des peintures africaines présentant des symétries³.

Enjeux Découvrir et apprendre à utiliser les commandes *Translation*, *Rotation* et *Symétrie miroir* ;
consolider les connaissances des élèves sur les transformations ;
prendre connaissance des éléments essentiels de chacune des trois transformations du plan : le vecteur de translation, le centre et l'angle de rotation, l'axe de symétrie.

Compétences.

Dans le domaine des mathématiques :

Dans un contexte de pliage, de découpage, de pavage et de reproduction de dessins, relever la présence de régularités et reconnaître la présence d'un axe de symétrie. Comprendre et utiliser, dans leur contexte, les termes usuels propres à la géométrie.

Dans le domaine de l'éducation artistique :

Organiser un espace en composant des éléments et en respectant les règles d'équilibre. Créer en combinant des formes, des couleurs [...].

De quoi a-t-on besoin? Les fiches 1.7 et 1.10 ; les fiches « Aide » 1.8 et 1.9 ; des modèles en carton ou sur transparent représentant les motifs de base des peintures ; une imprimante.

²Ces activités peuvent être intégrées dans le chapitre *Rencontre avec les symétries dans l'art africain* réalisé dans le cadre de la recherche [18], disponible gratuitement sur le site <http://www.enseignement.be>

³Le terme « symétrie » est pris ici au sens large et sera utilisé dans les cas où l'on décèle la présence d'isométries dans les figures.

Séquence 1

Comment s’y prendre?

L’enseignant affiche au tableau quelques peintures murales d’Afrique australe reproduites à la fiche 1.7.

Deux types particuliers sont représentés : des *litema* (figures 6.1, 6.2, 6.3 et 6.4) et un *ikghuptu* (figure 6.5).

« Les *litema* (singulier : *tema*) sont des décorations murales qui s’inspirent de modèles géométriques traditionnels. On les trouve sur les maisons Sotho. [...] Les *litema* sont composés par juxtaposition d’un certain nombre de motifs identiques placés dans des orientations variées. [...] Les *ikghuptu* sont des dessins géométriques réalisés sur les murs intérieurs et extérieurs des fermes familiales Ndebele. Ce style traditionnel diffère des *litema* Sotho par les caractéristiques des dessins géométriques et par l’ajout de lignes peintes⁴ ».

Originaires de tribus différentes, celles-ci ont cependant toutes deux la particularité de présenter des symétries miroir (ou symétries axiales) ou d’autres symétries.

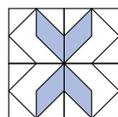


Fig. 6.1

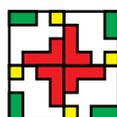


Fig. 6.2



Fig. 6.3

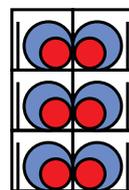


Fig. 6.4

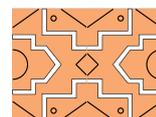


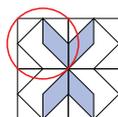
Fig. 6.5

L’enseignant propose aux élèves d’observer ces décorations murales, de les décrire et d’exprimer leurs constats. Les élèves mettent en évidence une série d’éléments artistiques tels que les lignes et les formes, les couleurs, le courant artistique⁵, la composition, ...

En plus de ces éléments, il est important de s’attarder un moment sur les translations, les rotations et les symétries miroir présentes dans ces peintures, dans le but

- de mettre des mots sur ces isométries ;
- de mettre en évidence les vecteurs des translations, les centres de rotation, ainsi que les axes de symétrie, horizontaux et verticaux .

Les termes *motif de base*, *pavé*, *bandelette* et *tapis* sont également à mettre en évidence avec les élèves.

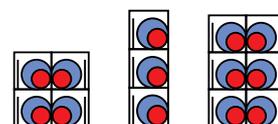


Dans le *tema* ci-contre, le **motif de base** (entouré) subit comme transformations, des symétries d’axe vertical et d’axe horizontal.

⁴Ces informations sont extraites du document [18]. Nous renvoyons à cet ouvrage pour plus d’informations sur le sujet.

⁵Le courant artistique, ou style, des peintures présentées ci-dessus est l’« art abstrait africain ».

On parlera de **pavé**, de **bandelette** et de **tapis** pour décrire respectivement la forme générale de ces trois peintures.



Suite à ces observations, l'enseignant propose la consigne suivante.

Choisir une des peintures murales, puis essayer de la reproduire avec *Apprenti Géomètre*.

Pour résoudre cette situation-problème avec *Apprenti Géomètre*, les élèves peuvent travailler selon différentes approches.

Une **première approche** consiste à travailler sans utiliser les commandes du menu *Transformations*. Les élèves font d'abord apparaître les figures ou les segments dont ils ont besoin sur l'espace de travail. Ils utilisent notamment la fonction *Dupliquer* pour reproduire exactement chaque figure composant le modèle. En faisant intervenir les mouvements *Tourner*, *Retourner* et *Ajuster*, ils assemblent ensuite ces figures. Afin d'obtenir une meilleure précision dans la reproduction, il est possible d'utiliser une grille à maille carrée suffisamment serrée.

Une **deuxième approche**, plus précise, consiste à dessiner d'abord le motif de base en entier et à appliquer ensuite les commandes du menu *Transformations* à chacune des figures. Pour cette approche, de nouvelles connaissances instrumentales sont à découvrir. En effet, les commandes *Translation*, *Rotation* et *Symétrie miroir* n'ont pas encore été toutes travaillées avec les élèves et présentent certaines difficultés.

- Effectuer une *Translation* n'est pas trop compliqué techniquement : les élèves doivent choisir un point de la figure de départ et le point où celui-ci doit arriver ; dans le logiciel, on parle de « point de translation ». Ils sélectionnent ensuite la figure à déplacer.

Au niveau de la représentation « mathématique », cela peut être plus complexe pour les élèves : choisir un point du motif et cibler le point sur lequel celui-ci doit se déplacer pour que le motif entier se meuve à l'endroit voulu n'est pas aisé pour chacun d'eux.

- Effectuer une *Rotation* est déjà plus compliqué : les élèves sélectionnent le centre de rotation (il doit correspondre à un point déjà matérialisé sur l'écran) puis trois points qui déterminent l'angle de rotation, appelé « angle AOB ». Ils choisissent finalement la figure à faire tourner. La difficulté avec les élèves du primaire est dans la notion « angle de rotation », qu'ils ne connaissent pas nécessairement. Comme pour la translation, la rotation demande donc aux élèves de déterminer au préalable différents points : le point autour duquel la rotation va s'effectuer ainsi que les points qui définissent l'angle de la rotation. Encore une fois, ce n'est pas facile pour chacun d'eux.

- Effectuer une *Symétrie miroir* est plus facile : les élèves sélectionnent deux points qui déterminent l'axe de symétrie, puis choisissent la figure dont ils veulent obtenir l'image.

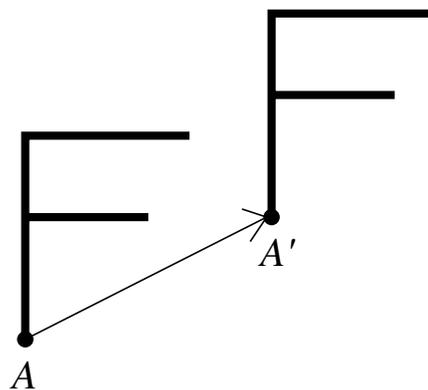
Après quelques minutes de recherche individuelle, l'enseignant arrête momentanément l'activité et demande à quelques élèves⁶ d'expliquer, avec le logiciel comme support, l'approche qu'ils utilisent pour reproduire l'œuvre. Cette mise en commun permet d'exposer à la classe les démarches qui sont les plus adéquates pour le dessin à reproduire.

Durant la suite du travail, la découverte et l'utilisation des différentes transformations vont poser des difficultés pour certains élèves, comme nous l'avons exposé précédemment. C'est pourquoi, l'enseignant met à leur disposition deux types de matériel : des modèles à manipuler et des cartes appelées « Aide ». Les modèles (les motifs de base de chacune des peintures), en carton ou sur transparent, permettent, par manipulation, d'aider à visualiser les différentes transformations ainsi que la position des points à déterminer. Les cartes « **Aide** » peuvent contenir simultanément :

- une « aide » de type linguistique : expliquer en une phrase claire et succincte le vocabulaire utilisé ;
- une « aide » de type visuel : représenter visuellement les différentes transformations ;
- une « aide » de type mathématique : représenter les transformations par des schémas.

Ci-dessous les trois fiches « **Aide** ».

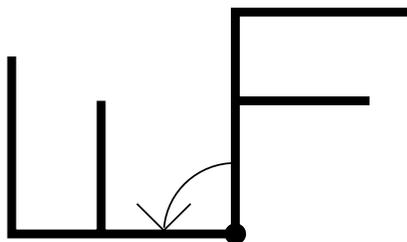
Translation ? La translation correspond à l'action « glisser » sans tourner. Le motif est déplacé d'un endroit à un autre.



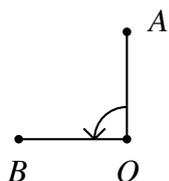
Points de translation ? Le motif suit le déplacement du point A vers le point A' . Le point A représente le point de départ et le point A' , le point d'arrivée.

⁶Ces élèves sont choisis en fonction des approches différentes qu'ils utilisent pour réaliser la tâche proposée.

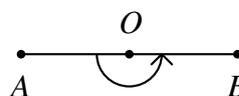
Rotation ? La rotation correspond à l'action « tourner » ; le motif tourne d'un angle donné autour d'un point, appelé centre de rotation.



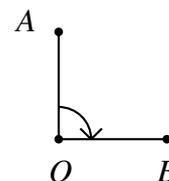
Angle AOB ? AOB sont les lettres utilisées pour désigner les 3 points de l'angle.



1/4 de tour
vers la gauche

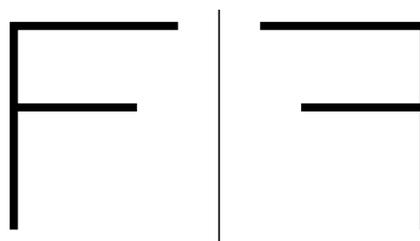


1/2 de tour



1/4 de tour
vers la droite

Symétrie ? La symétrie correspond à l'action « retourner » ; le motif est retourné par rapport à un axe ; on voit l'image comme dans un miroir.



En fin d'activité, chaque élève a reproduit au moins une décoration murale africaine qu'il imprime et affiche au mur de la classe.

Séquence 2

Lors de la séquence précédente, les élèves ont reproduit des peintures murales africaines à partir de modèles visuels. Pour la situation-problème suivante, ils vont les reproduire en se basant sur des indications linguistiques et mathématiques.

L'enseignant soumet la fiche 1.10 aux élèves groupés par deux.

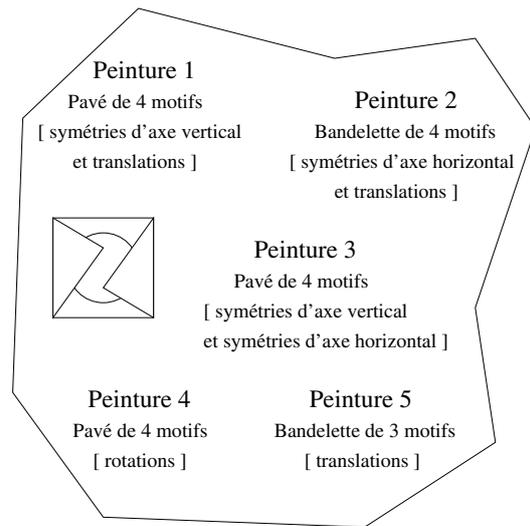
Fiche 1.10

Le Professeur Jules Dupont, grand anthropologue belge et directeur du musée d'Histoire de Nivelles, a retrouvé dans sa réserve un morceau de roche – découvert en Afrique du Sud au début du siècle – sur lequel avaient été gravées différentes inscriptions.

L'analyse de cette pièce a montré qu'il s'agirait de la description de **cinq peintures murales construites par reproduction d'un motif**, et de l'énumération des **transformations à utiliser pour réaliser celles-ci**. Un artiste de cette région se serait donc servi de ce morceau de roche pour y noter certaines idées concernant des peintures murales qu'il a imaginées.

Monsieur Dupont va prochainement exposer cette magnifique pièce dans son musée. Il regrette cependant de ne pas pouvoir montrer à ses visiteurs une reproduction de ces fameuses peintures murales africaines.

Aide-le en réalisant celles-ci sur *Apprenti Géomètre* à partir du modèle donné dans le fichier « Transformations.xml ».



Le défi est lancé⁷ ! L'enseignant veille à ce que chacun ait une représentation correcte de la tâche à effectuer. Pour cela, il leur demande, suite à la découverte de la fiche, de réexpliquer la situation proposée dans leurs propres termes. Les éléments écrits en caractère gras dans la fiche ci-dessus sont importants pour une lecture correcte du morceau de roche. Pour rappel, les termes *motif*, *pavé* et *bandelette* ont été décrits à la séquence 1, lors de l'observation des différentes peintures africaines.

⁷Le défi peut être simplifié, soit en proposant moins de peintures à réaliser, soit en simplifiant le motif de base.

Afin d'obtenir une idée de ce qu'ils doivent construire, les élèves peuvent d'abord dessiner les peintures murales au brouillon ou manipuler des copies du motif sur transparent. Les élèves réalisent ceci sans s'attacher à la précision du dessin, mais respectent cependant les descriptions linguistiques et les caractéristiques mathématiques inscrites sur le morceau de roche.

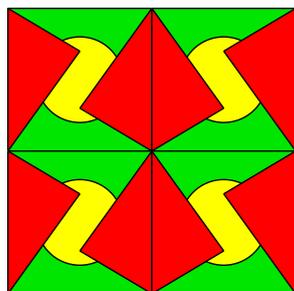
Il est important de préciser que les différentes transformations peuvent être appliquées soit au motif de base, soit aux motifs intermédiaires.

Pour travailler cette situation, les élèves ont à leur disposition le motif de base nécessaire à la réalisation des peintures (fichier « Transformations.xml »). Concernant les couleurs, aucune indication n'est présente sur la pièce. Les élèves sont donc libres de les choisir.

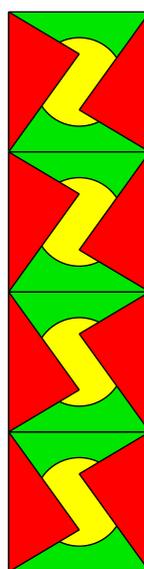
Au cours de l'activité, certains vont encore rencontrer des difficultés concernant le vocabulaire, la représentation des différentes transformations citées ou les éléments mathématiques à connaître pour utiliser les fonctions du menu *Transformations*. Pour cela, l'enseignant peut les renvoyer aux cartes « Aide » utilisées lors de la séquence précédente.

Lorsque l'activité est réalisée, l'enseignant demande à chaque groupe d'imprimer ses résultats. Il redistribue les réalisations aux différents groupes de manière à ce qu'aucun ne récupère les siennes. Il donne la consigne suivante.

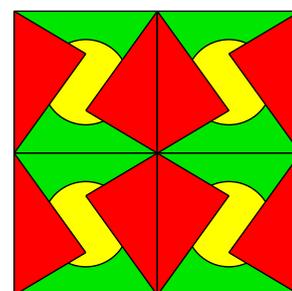
Vérifier, pour chacune des peintures, que les transformations effectuées correspondent aux indications notées sur le morceau de roche.



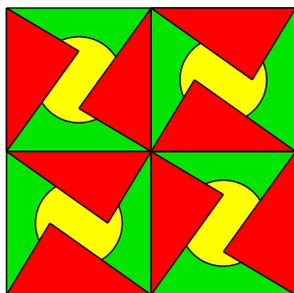
Peinture 1



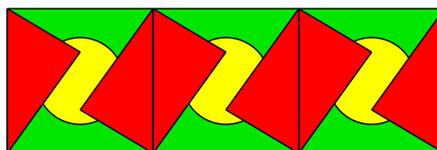
Peinture 2



Peinture 3



Peinture 4



Peinture 5

Cette phase d'évaluation par les pairs entraîne les élèves à réinvestir leur connaissance des transformations dans un processus inverse, consistant à vérifier que la peinture a été réalisée en respectant les consignes géométriques inscrites par le morceau de roche.

Pour chacune des peintures, différentes réalisations sont possibles. En effet, elles peuvent varier en fonction des transformations appliquées sur les motifs (deux transformations sont parfois proposées) et de la position des éléments essentiels (rotation de 90° vers la droite ou vers la gauche, axe de symétrie vertical ou horizontal...).

Les élèves peuvent ensuite coller, au verso de leur feuille, les cartes « Aide » contenant l'explication des différentes transformations, dans le but de réaliser une synthèse complète.

Prolongements et liens Dans un autre contexte, reprendre chaque transformation du plan et l'étudier techniquement pour la structurer.

3 Reproduire un dessin (de 10 à 12 ans)

L'activité décrite ci-dessous a été expérimentée avec des élèves de sixième année primaire. La comparaison avec le kit standard — notamment en ce qui concerne la barre des menus — a été réalisée chaque fois que cela s'est avéré profitable à l'appropriation de ce nouveau champ de travail — à savoir le kit libre — par les élèves.

De quoi s'agit-il? Dans le kit libre, les élèves reproduisent un dessin symétrique composé de polygones réguliers ayant tous un côté commun.

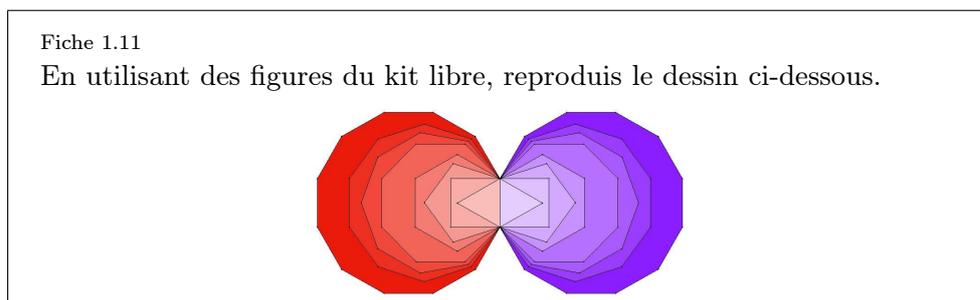
Enjeux Découvrir le menu *Transformations* dans le kit libre, et plus particulièrement la fonctionnalité *Symétrie miroir* ; observer et reconnaître la présence d'une symétrie dans un dessin ; employer à bon escient la symétrie miroir pour reproduire un dessin ; reconnaître et utiliser des polygones réguliers.

Compétences. *Reconnaître, comparer [...] des figures, les différencier et les classer sur base de propriétés de côtés, d'angles pour les figures. Construire des figures [...] simples avec du matériel varié. Dans un contexte de [...] reproduction de dessins, relever la présence de régularités (Reconnaître la présence d'un axe de symétrie). Décrire les différentes étapes*

d'une construction en s'appuyant sur des propriétés de figures, de transformations. Comprendre et utiliser, dans leur contexte, les termes usuels propres à la géométrie.

De quoi a-t-on besoin? Fiches 1.11 et 1.12 ; des petits miroirs carrés ou rectangulaires.

Comment s'y prendre? L'enseignant soumet la fiche de recherche aux élèves.



Avant de laisser les élèves se lancer dans l'activité, l'enseignant peut proposer quelques minutes d'observation et de réflexion individuelle. Ceci afin d'anticiper une marche à suivre pour la reproduction. Une mise en commun devrait permettre de faire émerger les caractéristiques géométriques du dessin : il est composé de deux parties symétriques et de polygones réguliers ayant un côté commun. Elle permet aussi de faire émerger des démarches de réalisation : commencer par tracer un triangle ou un dodécagone⁸ et tracer les autres polygones à partir de deux de ses sommets, ne tracer que les polygones de droite ou de gauche, et ensuite faire agir la symétrie miroir. Pour les élèves qui ne percevraient pas cette symétrie, ou pour qui le lexique « symétrie miroir » n'évoquerait aucune signification, l'enseignant peut utiliser un miroir pour montrer cette symétrie. En plaçant celui-ci sur la fiche 1.12 (figure 6.6), perpendiculairement au plan de celle-ci et le long du côté commun à toutes les figures, on obtient la reproduction du dessin de la fiche 1.11 (figure 6.7).

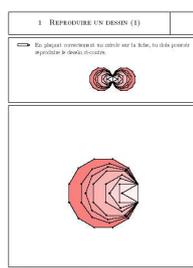


Fig. 6.6



Fig. 6.7

Les élèves reproduisent le dessin en tenant compte des remarques : d'abord tracer un dodécagone (figure 6.8), ensuite tracer un décagone à partir

⁸Pour ne pas rencontrer de difficultés avec des figures à l'avant-plan ou à l'arrière-plan lors de la symétrie miroir, il est préférable de commencer par le dodécagone.

des deux sommets de construction du dodécagone (figure 6.9), et ainsi de suite pour les autres figures. Faire agir la symétrie miroir sur chacune des figures en utilisant les deux sommets de construction comme point définissant l'axe de symétrie (figure 6.10).

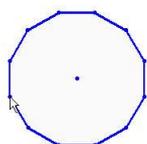


Fig. 6.8

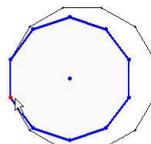


Fig. 6.9

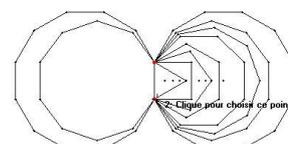


Fig. 6.10

L'intérêt de l'utilisation de la transformation *Symétrie miroir* apparaît clairement comme un gain de temps et comme un outil facile à employer pour reproduire des figures. De plus, cette démarche permet de « lier » toutes les figures entre elles. Ceci a pour conséquence que toute modification de la figure de base entraîne la même modification sur les autres figures.

En fin d'activité, une synthèse des savoirs rencontrés — tant mathématiques qu'instrumentaux — est réalisée. Des concepts tels que la symétrie miroir, l'axe de symétrie, les polygones réguliers pour l'aspect mathématique, la fonctionnalité *Symétrie miroir* et les figures du pavé du kit libre pour les savoirs instrumentaux seront mis en évidence et expliqués par les élèves. Une synthèse écrite réalisée à partir d'une narration de recherche peut être envisagée.

Enfin, un temps libre peut être laissé à chaque élève pour qu'il réalise un dessin original en réinvestissant dans un projet personnel ce nouvel apprentissage qu'est la symétrie miroir (voir les figures 6.11 et 6.12).

Échos des classes

Certains élèves tâtonnent quelque peu pour réaliser ce dessin. Deux raisons principales expliquent cela :

- ils doivent trouver les figures régulières dans le pavé de figures et doivent comprendre comment elles se tracent ;
- ils doivent trouver la *Symétrie miroir* dans la barre des menus et comprendre comment l'utiliser.

À la suite de la tâche de reproduction, certains élèves complètent leur dessin en continuant à appliquer la symétrie miroir sur le modèle de départ. Pour exemples, les figures 6.11 et 6.12.

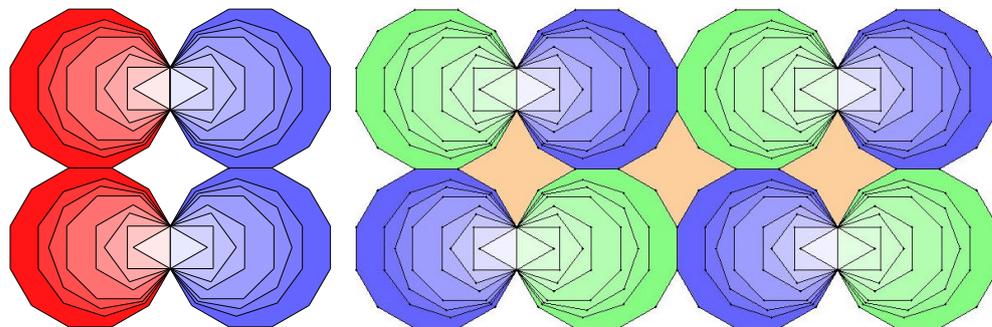


Fig. 6.11

Fig. 6.12

<i>Prolongements et liens</i>	Utilisation de la symétrie dans d'autres contextes (papier-crayon par exemple) et/ou dans d'autres situations.
<i>Vers où cela va-t-il?</i>	Étude des caractéristiques des polygones réguliers à partir de leur tracé dans <i>Apprenti Géomètre</i> , en répondant à la question : « Pourquoi ces polygones se construisent-ils directement à partir d'un seul côté donné ? ». Tracer des polygones réguliers sur papier vierge à l'aide des instruments de dessin.

4 La représentation des solides dans le plan (de 10 à 12 ans)

Cette activité nécessite l'emploi de cubes en tiges, notamment pour leur observation au soleil. Ceux-ci peuvent être réalisés par les élèves au cours d'une activité précédente. Des activités similaires à celles présentées ci-dessous sont décrites dans [14] aux pages 144 à 197.

Dans les fiches, nous avons introduit le nouveau symbole suivant  pour représenter une phase de manipulation de solides.

<i>De quoi s'agit-il?</i>	Les élèves dessinent des cubes, pleins ou en tiges, dans différentes positions. Ils dessinent également des assemblages de cubes en perspective cavalière et en vues coordonnées.
<i>Enjeux</i>	Dessiner des cubes en perspective cavalière ⁹ ou en perspective parallèle ¹⁰ ; construire un solide à partir de ses vues coordonnées ¹¹ ou d'une autre représentation plane de celui-ci ; dessiner les vues coordonnées d'un solide ; dessiner un solide en perspective sur base de ses vues coordonnées.

Compétences. Associer un solide à sa représentation dans le plan et réciproquement (vues coordonnées, perspective cavalière, développement). Construire un parallélépipède en perspective cavalière. Dans une représentation plane d'un objet de l'espace, repérer les éléments en vraie grandeur.

⁹Perspective parallèle particulière, dans laquelle une face de l'objet est parallèle au plan de projection.

¹⁰Projection d'un objet sur un plan, parallèlement à une direction non parallèle au plan.

¹¹Vue de face, de profil et de dessus.

De quoi a-t-on besoin? Des cubes en tiges ; des cubes pleins en bois ou en plastique dont les paires de faces opposées sont respectivement rouges, jaunes et bleues ; des multicubes ; des grandes feuilles de papier ; la fiche 1.13 ou une fiche analogue ; les fiches 1.14 à 1.18 ; des crayons de couleur ; une imprimante.

Comment s'y prendre? Séquence 1

L'enseignant propose aux élèves de dessiner, sur papier, les cubes en tiges qu'ils ont réalisés précédemment.

Par groupes de deux, dessiner des cubes en tiges dans différentes positions.

Pour ce faire, il leur soumet l'idée de placer les cubes au soleil¹² de manière à obtenir leurs ombres, sur le sol (figures 6.13 à 6.18). Les cubes sont ainsi représentés en deux dimensions et de manière assez réaliste, si l'ombre n'est pas trop allongée. En plaçant une feuille au sol, l'ombre s'y dessine et il suffit alors de repasser sur celle-ci pour obtenir la reproduction du cube en deux dimensions (figures 6.14 à 6.15).

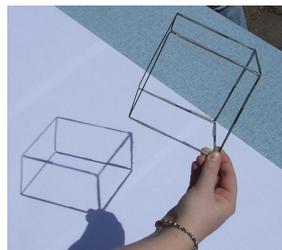


Fig. 6.13

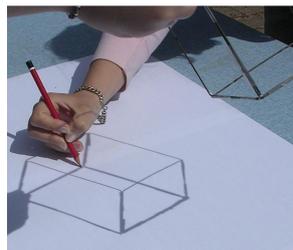


Fig. 6.14

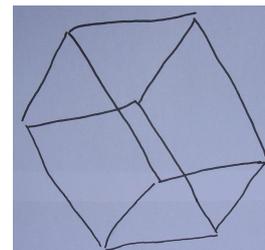


Fig. 6.15

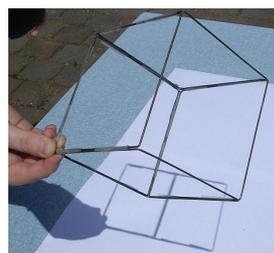


Fig. 6.16

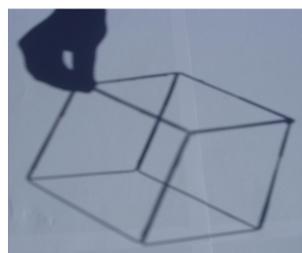


Fig. 6.17

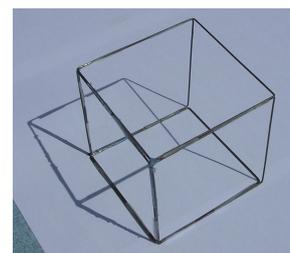


Fig. 6.18

À la suite de cette activité, l'enseignant choisit trois dessins (des dessins analogues à ceux des figures 6.19 à 6.21) et les affiche au tableau.

¹²Nous conseillons fortement d'utiliser le soleil comme source lumineuse (contrairement à une lampe) car, par sa position très éloignée, on obtient des ombres « non déformées ».

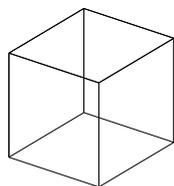


Fig. 6.19

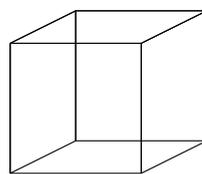


Fig. 6.20

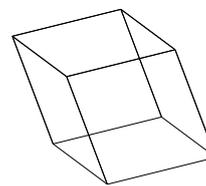


Fig. 6.21

Il donne alors la consigne suivante.

Dans le kit libre, reproduire ces trois cubes.

Vu qu'il s'agit de reproduire des dessins de cubes et non de représenter en deux dimensions des solides réels, les élèves visualisent plus facilement les différents éléments à assembler. Ils peuvent représenter ces trois cubes en tiges soit avec les segments, soit avec les quadrilatères disponibles dans le pavé du kit libre.

Pour les élèves qui utilisent les segments, l'enseignant peut leur suggérer de travailler sur la grille à maille carrée de manière à obtenir une meilleure précision dans leurs dessins. Il peut également attirer leur attention sur les faces, notamment en recouvrant le cube en tiges par des morceaux de papier.



Une première mise en commun des démarches utilisées devrait mettre en évidence ce que le logiciel a comme avantage par rapport au dessin sur papier : la représentation d'un cube à partir de ses faces grâce à l'emploi de carrés et de parallélogrammes. En effet, sur papier, le travail peut s'effectuer segment par segment. Il est donc possible de recopier un dessin sans y voir une quelconque structure. Par contre, la reproduction à partir de figures correspond à une vision plus structurée du solide.

Les cubes construits à partir de carrés et de parallélogrammes peuvent être manipulés pour créer de nouvelles représentations, pour autant que toutes les figures aient été dessinées à partir des sommets de la première. Par exemple, dessinons un premier parallélogramme (figure 6.22). Le deuxième parallélogramme doit être construit à partir de deux sommets du premier (figure 6.23). De ce fait, tout déplacement d'un de ces deux sommets se répercutera sur le deuxième parallélogramme (figure 6.24).

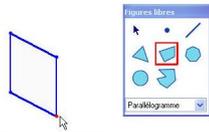


Fig. 6.22

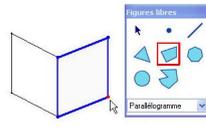


Fig. 6.23

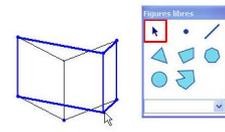


Fig. 6.24

Le troisième parallélogramme sera construit à partir de deux sommets de la première figure et d'un sommet de la deuxième (figure 6.25). De la sorte, les deux dernières figures seront dépendantes des modifications apportées à la première (figure 6.26).

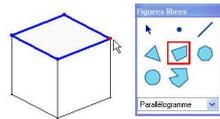


Fig. 6.25

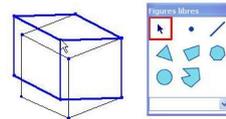


Fig. 6.26

Comment s'y prendre?

Séquence 2

Pour les cubes pleins, contrairement aux cubes en tiges, l'œil ne perçoit pas toutes les faces, ni toutes les arêtes : certaines sont cachées. L'enseignant distribue une fiche sur laquelle sont représentés, en deux exemplaires, les trois cubes en tiges de l'activité précédente (fiche analogue à la fiche 1.13).

Fiche 1.13

Colorie les cubes en tiges de manière à obtenir des cubes pleins. Chacun des cubes peut être vu soit du haut, soit du bas.

Utilise pour chaque face une des trois couleurs suivantes : le rouge, le bleu et le jaune.

1	2	3
---	---	---

Pour chacun des cubes en tiges, l'observateur peut être positionné soit plus haut, soit plus bas que l'objet : deux dispositions spatiales différentes du même cube apparaissent alors à l'œil¹³. Selon la façon dont les élèves regardent celui-ci, les faces visibles à colorier sont différentes.

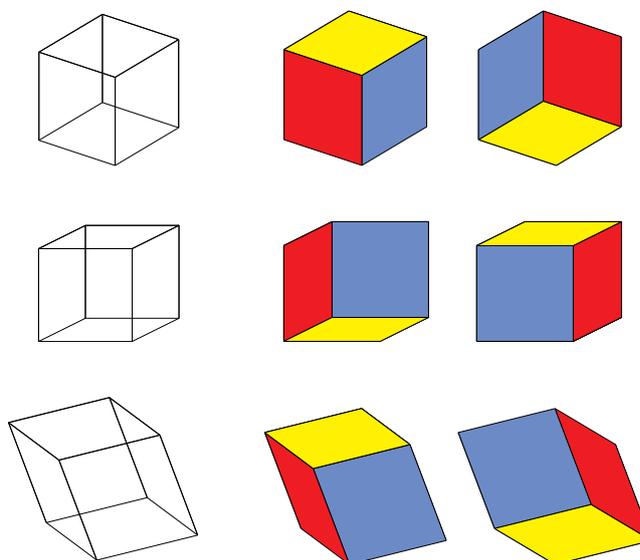
Pour les aider, il est souhaitable qu'ils aient à leur disposition :

- des cubes en tiges qu'ils positionnent dans le but de les voir comme sur l'illustration ;

¹³Pour distinguer les deux dispositions spatiales du cube en tiges, on trace, par convention, les arêtes non vues en pointillés.

- des cubes pleins dont trois faces adjacentes sont respectivement rouge, bleue et jaune, de sorte qu'ils puissent vérifier la plausibilité de leurs résultats ;
- de la plasticine ou du sable pour pouvoir maintenir un cube dans une même position (vu du haut ou vu du bas).

Certains élèves ont de grosses difficultés à voir en trois dimensions. Il est cependant nécessaire que chacun d'entre eux fasse l'effort de trouver les deux dispositions spatiales et de colorier les faces adéquates.



En fonction de la position de l'observateur et de celle du cube dans l'espace, celui-ci est donc dessiné différemment. Afin de réutiliser les savoirs rencontrés, l'enseignant propose aux élèves la situation-problème suivante.

Sur *Apprenti Géomètre*, en assemblant des quadrilatères, dessiner quatre représentations possibles d'un cube plein.

Par deux, les élèves résolvent la tâche en s'aidant, si nécessaire, des cubes en bois ou en plastique : un élève tient le cube dans une certaine position pendant que l'autre le dessine.

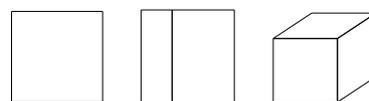
Suite à ces quelques activités, différents éléments peuvent être mis en évidence par les élèves :

- les faces et les arêtes parallèles dans la réalité le restent sur le dessin ;
- pour représenter un cube en deux dimensions, on utilise des parallélogrammes¹⁴ ;



¹⁴Nous employons le terme générique « parallélogramme » en sachant que les élèves emploieront probablement les termes carré, rectangle, losange ou parallélogramme.

- suivant la position de l'observateur par rapport au cube ou suivant l'orientation du cube au soleil, celui-ci peut être représenté par une, deux ou trois faces ;



- la représentation du cube, dans le cas où trois faces sont visibles, donne une réelle impression de volume.

Comment s'y prendre ?

Séquence 3

Les trois dernières séquences ont été construites sur la base du jeu *Structuro*¹⁵.

L'enseignant distribue¹⁶, par groupes de deux élèves, une carte « 3 vues » (figure 6.27) extraite des fiches 1.14 à 1.17 et l'assemblage de multicubes¹⁷ correspondant (figure 6.28).

Il leur donne ensuite la consigne suivante.

Faire correspondre une vue de la carte à une position de l'assemblage face à soi.

Voici ci-dessous un exemple.

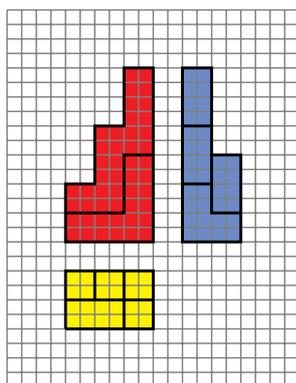


Fig. 6.27

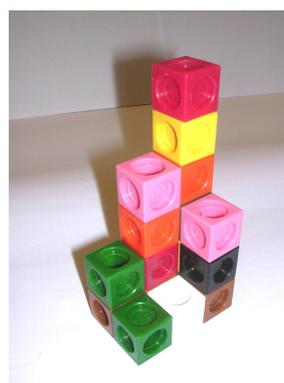


Fig. 6.28

Au départ, les élèves ne possèdent que peu d'informations. Par comparaison, ils doivent retrouver les trois vues correspondantes à celles dessinées sur la carte et donc essayer de comprendre ce que représentent les différents codes utilisés : les couleurs¹⁸, les traits pleins ou pointillés, la disposition des vues¹⁹, ...

¹⁵Structuro, éd.Nathan, Paris, 1986.

¹⁶Pour des raisons de facilité, nous avons rassemblé sur une même fiche une carte « 3 vues » (à droite) et la carte « assemblage 3D » correspondante (à gauche). L'enseignant doit découper ces cartes et les distribuer séparément. Il faut veiller à ce que chaque groupe reçoive une carte différente.

¹⁷Cubes de deux centimètres d'arête qui existent en dix couleurs.

¹⁸Le code de couleurs n'a été respecté que sur les vues coordonnées, non sur l'assemblage.

¹⁹Dans une représentation en vues coordonnées, les vues sont placées systématiquement de manière

Après un temps de recherche, l'enseignant arrête l'activité afin de mettre en commun les différentes découvertes.

La représentation des vues coordonnées :

- chaque dessin correspond à une vue de l'assemblage ;
- les dessins sont réalisés en deux dimensions ;
- les dessins (vues) sont toujours positionnés de la même manière les uns par rapport aux autres ;
- les cubes sont « fusionnés » (les joints ne sont pas présents).

Le code des couleurs :

- le rouge correspond à la vue de face ;
- le bleu à la vue de profil (de gauche) ;
- le jaune à la vue du dessus.

La signification des traits :

- le trait plein correspond aux arêtes visibles de l'assemblage ;
- le trait en pointillé correspond aux arêtes cachées (figure 6.36).

Pour renforcer la lecture des cartes « 3 vues », l'enseignant peut proposer aux élèves de construire des assemblages de cubes, à partir de nouvelles cartes.

Comment s'y prendre ?

Séquence 4

Une autre manière de construire des compétences liées à la représentation de solides est de réaliser un assemblage à partir d'un dessin en perspective cavalière (figures 6.29 à 6.31). Pour ce faire, l'enseignant distribue, par groupes, une carte « assemblage 3D » extraite des fiches 1.14 à 1.17.

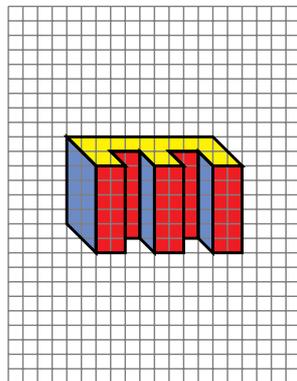


Fig. 6.29

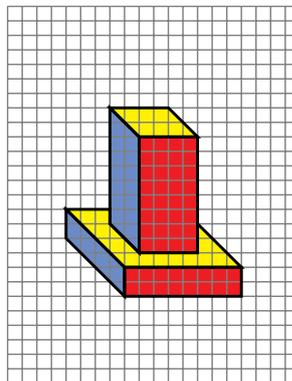


Fig. 6.30

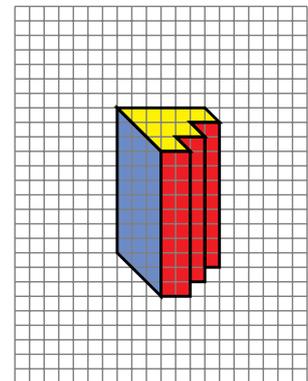


Fig. 6.31

Il soumet la consigne suivante aux élèves.

Reconstruire l'assemblage proposé sur la carte, avec les multicubes.

Les élèves perçoivent sans doute mieux la forme globale du solide à partir

de cette représentation en perspective cavalière qu'à partir des trois vues coordonnées.

Cependant, deux éléments peuvent rendre la construction moins évidente : le fait que certains cubes soient cachés à l'arrière de l'assemblage et le fait que de nombreuses arêtes ne soient pas visibles (à la figure 6.32, les cubes sont dessinés comme s'ils étaient fusionnés, contrairement à la figure 6.33 où les joints sont présents).

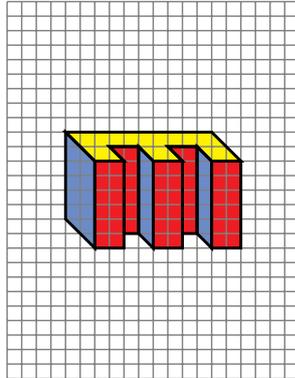


Fig. 6.32

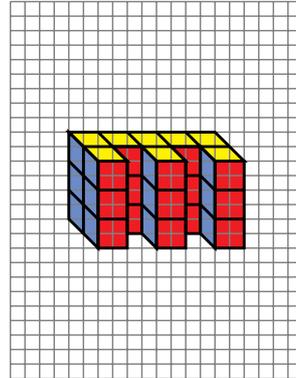


Fig. 6.33

L'assemblage réalisé, l'enseignant donne une autre consigne aux élèves.

Sur *Apprenti Géomètre*, dessiner les trois vues de l'assemblage réalisé (vue de face, de gauche et du dessus).

Travailler sur la grille « carrée ». Se souvenir des couleurs et des différents types de traits à utiliser.

Les figures 6.34 à 6.36 représentent les vues coordonnées, réalisées sur *Apprenti Géomètre*, correspondant aux assemblages des figures 6.29 à 6.31.

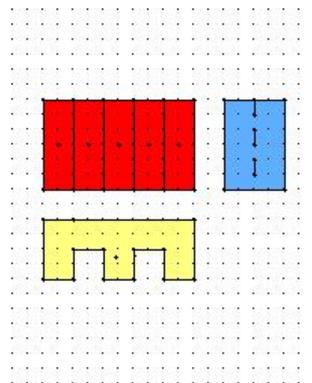


Fig. 6.34

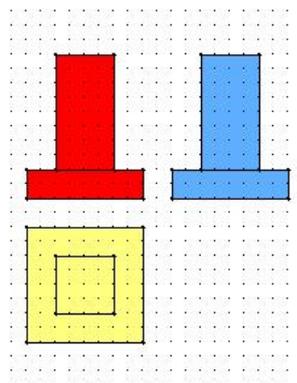


Fig. 6.35

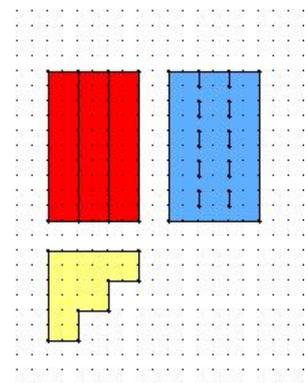


Fig. 6.36

Les élèves impriment leurs réalisations, elles serviront de base au travail de la séquence suivante.

Comment s'y
prendre? Séquence 5

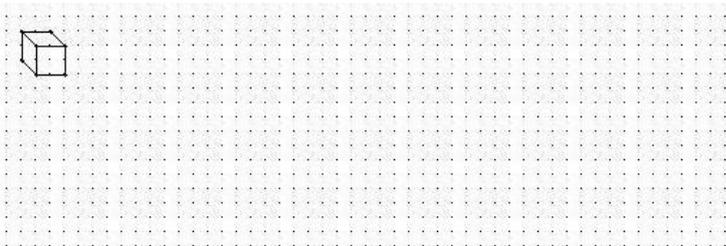
L'enseignant distribue les réalisations précédentes aux différents groupes de manière à ce qu'aucun ne récupère la sienne. Il donne ensuite la fiche 1.18 et la consigne suivante.

Fiche 1.18

À partir des trois vues réalisées à la séquence précédente, reconstruis l'assemblage avec les multicubes.

Dessine, sur la grille ci-dessous, l'assemblage en perspective cavalière.

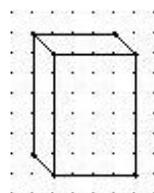
Reproduis-le ensuite dans le kit libre.



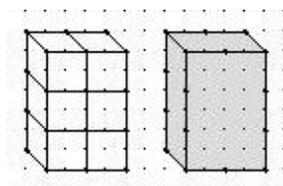
La première reproduction à main levée permet aux élèves de s'exercer à tracer sur papier pointé un assemblage en perspective cavalière. Une mise en commun leur permet ensuite d'exprimer les difficultés rencontrées.

Pour reproduire l'assemblage sur *Apprenti Géomètre*, les élèves ont à leur disposition le fichier « Cubes.xml », qui contient une grille à maille carrée et un cube tracé en perspective cavalière – comme représenté sur la fiche 1.18 –. Le pavé du kit libre, contrairement à celui du kit standard, ne contient pas de cube : il faut donc le construire à partir des quadrilatères.

Voici deux approches pour représenter les assemblages en perspective cavalière.



Soit l'élève dessine sa construction globalement à partir de figures planes.



Soit il juxtapose les cubes en ne dessinant que les faces qu'il voit sur sa construction. Les cubes individuels sont donc visibles. L'élève peut alors utiliser la commande *Fusionner* pour obtenir les faces du solide.

Les figures 6.37 à 6.39 représentent les assemblages en perspective cavalière réalisées sur *Apprenti Géomètre*, correspondant aux vues coordonnées des figures 6.34 à 6.36.

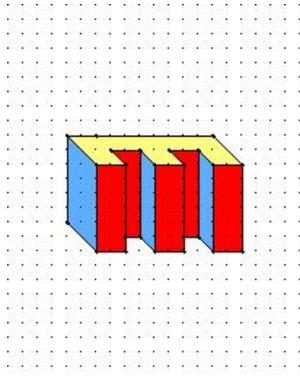


Fig. 6.37

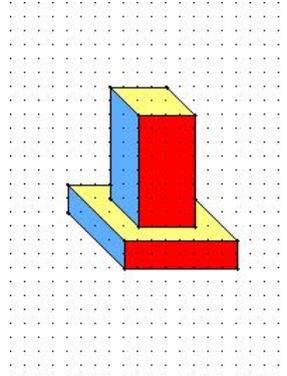


Fig. 6.38

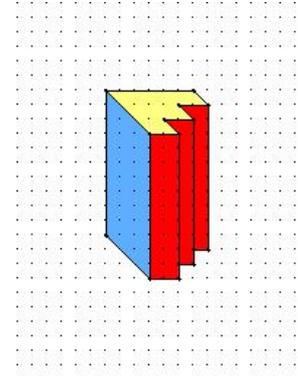


Fig. 6.39

*Prolongements
et liens*

Afin de favoriser la créativité des élèves, l'enseignant peut également leur proposer de créer de nouvelles constructions originales, de dessiner leurs trois vues et de les reproduire en perspective cavalière. Ces cartes pourront alors être utilisées par d'autres élèves de la classe ou même par d'autres classes. Un travail de représentation à main levée complètera ces manipulations.

Chapitre 7

Le Tangram au début du primaire

1 Introduction

Le Tangram est originaire de Chine où il est appelé « Tch'i Tch'iao pan » ce qui signifierait « La plaquette aux sept astuces » ou encore « La plaquette de sagesse ». La légende veut qu'un empereur chinois du XVI^e siècle, admirant un magnifique carreau de faïence de forme carrée, le laissa tomber par mégarde sur le sol où il se brisa en sept morceaux. Désolé de sa maladresse, l'empereur voulut reconstituer le carreau brisé, mais il ne put jamais y parvenir et recréa à la place des milliers de figures différentes.

Dès le XIX^e siècle, paraissent en Extrême-Orient des livres spécialisés dans ce type de jeu. Le Tangram s'est alors répandu rapidement hors de son pays d'origine et a conquis l'Europe et les États-Unis.

C'est souvent sous le nom de « casse-tête chinois » qu'on le trouve à cette époque. Le Tangram comprend sept pièces : cinq triangles rectangles isocèles dont deux grands, un moyen et deux petits, un parallélogramme et un carré. La figure 7.1 expose deux manières de rassembler ces pièces pour reconstituer le carreau de base.

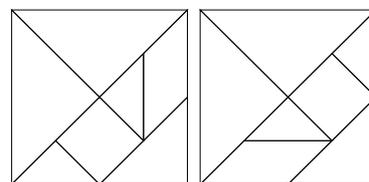


Fig. 7.1

Le Tangram est un jeu qui s'apparente au puzzle. La pratique du Tangram prépare l'élève à identifier de façon active les caractéristiques de certains objets¹. Il favorise le tâtonnement expérimental à partir d'une stratégie par essais et erreurs, le développement de la motricité fine, l'expérience des directions planes et la persévérance pour déboucher sur une solution. Devant un problème, l'élève visualise l'agencement des formes, leurs proportions et leurs décompositions - recompositions.

Dès l'instant où une démarche pédagogique s'appuie sur un outil, il y a lieu de laisser

¹Pour une information plus complète sur le Tangram, nous renvoyons le lecteur à l'ouvrage du CREM intitulé *Des grandeurs aux espaces vectoriels* [15]. Ce même ouvrage propose également un ensemble d'activités, de la 1^{ère} à la 6^{ème} primaire, allant de la reproduction d'un modèle à un travail sur les fractions et les aires.

à l'apprenant une période de découverte de celui-ci. Cela suppose une période durant laquelle il va jouer sans consigne, découvrant ainsi par lui-même quelques usages et des propriétés des pièces du Tangram. C'est une étape importante qui ne doit être ni omise ni raccourcie. Il est également opportun de laisser une large place aux activités en équipe. Elles favorisent l'échange et conduisent à la discussion. L'élève y est amené à s'exprimer avec de plus en plus de précision pour être compris, et à utiliser les termes appropriés à la situation géométrique.

Il nous semble que travailler le Tangram à partir de sa représentation sur le logiciel *Apprenti Géomètre*² présente quelques avantages, notamment,

- il offre l'occasion de se familiariser avec le passage de la représentation horizontale à la représentation verticale, dans le cas où l'on demande à l'enfant de reproduire une construction réalisée manuellement sur la table de travail ;
- il provoque la réflexion avant l'action de la part de l'enfant pour pouvoir agir à bon escient sur une figure en combinant les mouvements intuitifs qui sont mis à sa disposition (*Déplacer, Tourner, Retourner*) ;
- il permet, de par le passage obligé par le mot, de faire prendre conscience aux apprenants des mouvements possibles dans le plan.

C'est en fonction de ces points qu'ont été élaborées les activités qui suivent.

2 Activités de découverte

La première séquence est destinée aux classes qui n'ont pas encore utilisé le Tangram. Nous proposons à l'enseignant de créer un grand Tangram en couleurs (figure 7.2) qui permettra de réaliser au tableau les manipulations faites par les élèves sur leur table. Le Tangram est préparé de telle sorte qu'il adhère facilement au tableau. Pour cela l'enseignant peut utiliser un matériel magnétique qui adhère aux surfaces métalliques.

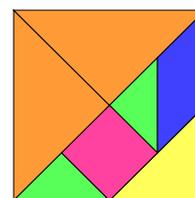


Fig. 7.2

Il peut aussi placer du velcro au dos des pièces et couvrir le tableau d'un drap de feutrine qui permet de les y accrocher. Il peut tout simplement mettre du papier collant double face sur les pièces, mais cette solution est moins pratique car le papier collant tend à se détacher au fur et à mesure des manipulations. Il est également nécessaire de prévoir deux parallélogrammes, images l'un de l'autre par retournement.

<i>De quoi s'agit-il?</i>	Les élèves manipulent les sept figures géométriques du Tangram pour découvrir leur forme, leur orientation et leurs grandeurs relatives.
<i>Enjeux</i>	Se familiariser avec des polygones simples ; découvrir des égalités d'aires et de longueurs ; découvrir des figures semblables ;

²Le site Internet <http://www.enseignement.be/geometre> permet de télécharger gratuitement le kit Tangram et quelques fiches de travail.

observer pour anticiper : émettre des hypothèses quant au choix des pièces.

Compétences. *Reconnaître, comparer des figures et les classer. Comparer des grandeurs de même nature et concevoir la grandeur comme une propriété de l'objet, la reconnaître et la nommer.*

De quoi a-t-on besoin? Par enfant : un Tangram ; un carré blanc de la même taille ; des modèles incomplets de positionnement des pièces (figure 7.3). Pour la classe : un grand Tangram en couleurs qui peut adhérer au tableau.

Comment s'y prendre? L'enseignant distribue les Tangram et invite les élèves à en prendre connaissance. Durant quelques minutes, les élèves manipulent le matériel et réalisent des assemblages librement. Ensuite, l'enseignant leur demande de travailler par deux : un élève crée un assemblage, l'autre le reproduit avec ses pièces. Cette activité est réalisée à tour de rôle. Pour reproduire le modèle, l'élève doit prendre en compte : la forme globale, les pièces qui la composent, les positions relatives des pièces et leur orientation. Les deux élèves discutent de ce qui est réalisé dans un vocabulaire plus ou moins précis, mais néanmoins efficace dans l'action. Après ce temps de manipulation libre, l'enseignant donne la consigne suivante aux élèves.

Recouvrir le carré en papier à l'aide des sept pièces du Tangram.

Les élèves travaillent individuellement. On peut s'attendre à ce qu'ils ne puissent poser toutes les pièces et laissent apparaître des blancs. Il est probable qu'ils rencontrent des difficultés pour placer le parallélogramme, la seule figure sans axe de symétrie. Afin d'aider les élèves en difficulté, l'enseignant propose des modèles incomplets de disposition des pièces (figure 7.3). L'idée est que les élèves demeurent actifs, en situation de recherche.

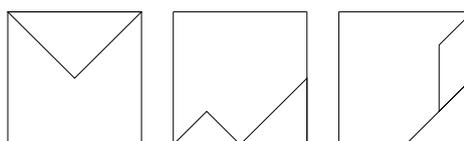


Fig. 7.3

Prolongements et liens Afin de mettre en évidence la forme, la grandeur et le nom des pièces du Tangram, l'enseignant peut proposer une activité orale. Dans une boîte se trouvent les sept polygones non colorés du Tangram. L'enseignant choisit une des pièces sans la montrer aux élèves. Il leur demande de la découvrir en lui posant des questions concernant ses caractéristiques. Il ne leur répond que par oui ou par non. Chaque élève peut avoir son Tangram sur son banc et ainsi éliminer la pièce qui n'a pas la bonne caractéristique. Un élève peut par la suite, jouer le rôle tenu par l'enseignant.

Échos des classes

Dans la phase de libre découverte,

- la plupart des élèves réalisent des constructions figuratives sans trop de problème ;
- certains réalisent des constructions en trois dimensions ;
- certains élèves assemblent les deux grands triangles par l’hypoténuse pour construire un carré.

Dans la phase de recouvrement du carré,

- la plupart des élèves placent les pièces le long du pourtour et essaient de compléter le centre avec les pièces restantes ;
- plusieurs élèves guidés par les angles droits des pièces, placent le carré ou un grand triangle dans le coin supérieur gauche du carré à recouvrir ;
- rares sont ceux qui remarquent l’égalité entre le côté du carré à recouvrir et l’hypoténuse du grand triangle ;
- le parallélogramme est la pièce qui pose le plus de problèmes aux élèves. D’une part, il ne possède aucun angle droit, d’autre part, selon qu’il est retourné ou pas, il donne lieu à deux figures différentes, images l’une de l’autre par symétrie miroir.

Spontanément, au cours des activités, des élèves comparent les pièces entre elles, soit en les superposant, soit, de manières plus hasardeuses, en juxtaposant deux côtés (figure 7.4) ou en joignant deux sommets (figure 7.5).

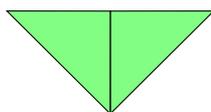


Fig. 7.4

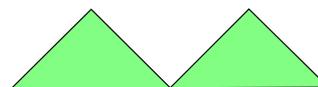


Fig. 7.5

Tout aussi spontanément, certains élèves annoncent que deux petits triangles forment un triangle moyen, un carré ou un parallélogramme.

3 Le Tangram à l’écran

Avant de placer les élèves face à une activité telle que celle décrite ci-dessous, il est recommandé de leur avoir permis de manipuler les pièces du Tangram, comme dans l’activité précédente. De même qu’il est souhaitable que les élèves aient manipulé quelque peu le logiciel à partir du *kit standard*³. Ces premières manipulations, libres pour une part, devraient avoir permis de découvrir les fonctionnalités du menu *Mouvements* : *Déplacer*, *Tourner*, *Retourner*, *Ajuster*.

De quoi s’agit-il?

À l’aide d’*Apprenti Géomètre*, dans le *kit Tangram*, les élèves reproduisent un modèle figuratif proposé sur une fiche.

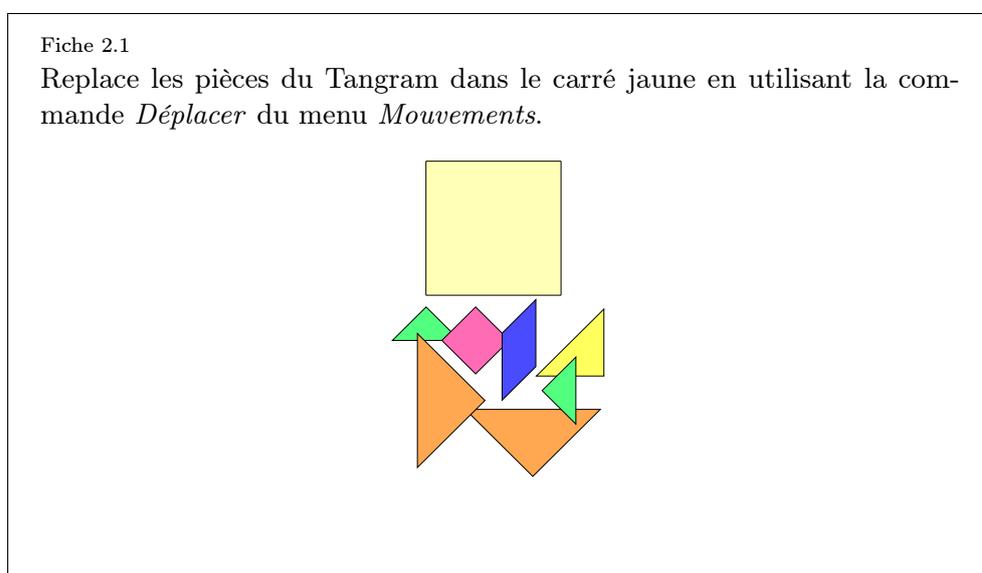
³Nous renvoyons le lecteur au chapitre 6 de la brochure 2002-2003, [17], où sont décrites quelques activités d’initiation au logiciel *Apprenti Géomètre*

Enjeux Reproduire un assemblage en respectant les formes, les espaces, les juxtapositions et les orientations ;
travailler sur un plan vertical (l'écran de l'ordinateur) ;
renforcer l'idée de mouvements ;
renforcer l'utilisation et la compréhension des commandes : *Déplacer*, *Tourner*, *Retourner*, *Ajuster* ;
amener l'enfant à anticiper une action sur une pièce, en tenant compte de différents paramètres, notamment ses orientations initiale et finale.

Compétences. *Comparer des grandeurs de même nature et concevoir la grandeur comme une propriété de l'objet. Reconnaître, comparer des figures, les différencier.*

De quoi a-t-on besoin? Les fiches 2.1 et 2.2 ; un Tangram qui adhère au tableau.

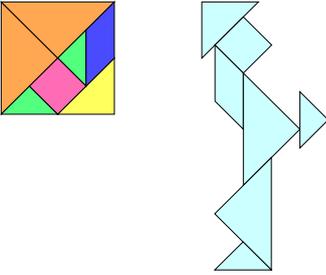
Comment s'y prendre? L'enseignant distribue la fiche 2.1 aux élèves.



L'enseignant s'assure que chacun ait une représentation correcte de la tâche proposée. La première partie de l'activité a pour objet de faire le lien entre les activités de manipulation réalisées précédemment et l'activité sur l'ordinateur. Pour ce faire, la résolution de la situation ne demande que l'emploi du mouvement *Déplacer*. De fait, les pièces ont été orientées de manière à pouvoir les replacer sur le carré de base sans devoir être tournées ou retournées. Ensuite, l'enseignant peut laisser une phase de manipulation libre des pièces. Toutefois, selon le niveau des élèves, les pièces pourront être orientées différemment à l'origine. De même, ce premier contact avec le Tangram virtuel peut directement prendre la forme d'une manipulation libre

L'enseignant soumet la fiche 2.2.

Fiche 2.2
 À l'aide des sept pièces du Tangram, reproduis le Chinois ci-dessous.
 Imprime-le quand tu as terminé.



Cette activité est plus complexe que la précédente, car les pièces ne sont pas données dans l'orientation appropriée. Dans cette reproduction, l'utilisation de l'ensemble des mouvements s'impose. Comme nous avons pu l'exprimer à plusieurs reprises dans les activités concernant la deuxième étape de l'enseignant fondamental, le travail à partir du logiciel devrait permettre de rendre consciente l'utilisation des mouvements dans le plan, contrairement aux manipulations intuitives des pièces concrètes du Tangram. Cependant, il peut être utile pour les élèves de manipuler les pièces du Tangram et de verbaliser ces actions. Il s'agit notamment de différencier les actions *Tourner* et *Retourner*. Au cours de cette première activité, l'enseignant veille donc à être disponible pour réaliser avec les élèves cette liaison entre le contexte de manipulations concrètes et le contexte virtuel, en amenant les élèves à prendre conscience des manipulations des pièces.

Prolongements et liens

Cette activité, principalement géométrique, peut se prolonger par des activités du même type, soit avec un Tangram classique soit sur *Apprenti Géomètre*.

Les situations proposées peuvent être complexifiées soit par la structure du dessin⁴ soit par le fait que les contours des pièces intérieures ne sont plus donnés comme dans les figures 7.6, 7.7 et 7.8.



Fig. 7.6



Fig. 7.7

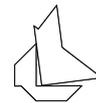


Fig. 7.8

⁴Lorsque des pièces font nettement saillies sur le pourtour, le modèle est plus facile à reproduire. Lorsque le modèle est plus compact, il est par contre plus complexe à reproduire car il ne permet pas de prévisualiser facilement les pièces et leur positionnement.

Échos des classes

- Dans la première partie de l'activité,
- le rangement des pièces pose peu de problème du fait que toutes les pièces sont dans la bonne orientation ;
 - ce travail est plus complexe pour les élèves qui ont au préalable utilisé la fonction *Tourner* du menu *Mouvements* ;
 - un élève qui possède deux emplacements triangulaires vides et pour qui il reste le carré à placer, fait remarquer qu'en découpant un carré, il obtiendrait deux triangles.

Dans la phase de la reproduction du Chinois,

- certains élèves éprouvent quelques difficultés à se rendre compte qu'il faut retourner le parallélogramme ;
- le recours aux pièces manipulables est indispensable pour une part des élèves ;
- les élèves parviennent à reproduire correctement le modèle avec quelques imprécisions quant à l'orientation des pièces.

Chapitre 8

Apprenti Géomètre au début du secondaire

Apprendre la géométrie, ce n'est pas seulement démontrer des propriétés données, c'est aussi explorer des champs de figures, découvrir, s'étonner [...] on ménage à la classe des phases d'exploration et de découverte, non seulement on augmente l'attrait de la géométrie, mais encore les champs d'exploration (les familles de figures) sont des sources d'arguments.

CREM, *Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans*

Un grand avantage de la géométrie, c'est précisément que les sens peuvent y venir au secours de l'intelligence, et aident à deviner la route à suivre.

H. Poincaré

Certaines activités décrites au chapitre 6, concernant les transformations dans le plan et la représentation des solides, peuvent également être employées dans l'enseignement secondaire inférieur, moyennant sans doute quelques aménagements.

1 Les diagonales des quadrilatères

« Connaître et énoncer les propriétés des diagonales d'un quadrilatère » est une compétence à certifier en fin de deuxième secondaire. Différents chemins peuvent mener à conjecturer ces propriétés. On peut, par exemple, partir de différents types de quadrilatères et observer les propriétés de leurs diagonales respectives ou au contraire, faire varier la longueur et la position relative de deux segments "diagonales" et voir quel quadrilatère se construit. C'est cette seconde méthodologie que nous avons choisie, en proposant aux élèves un fichier dynamique¹ à manipuler.

¹Ce type de fichier, semblable à un fichier de simulation, est décrit au chapitre 4

L'activité décrite ci-dessous vise à rencontrer les quadrilatères dont les diagonales se coupent en leur milieu. Au préalable, les élèves auront travaillé la question générale des diagonales des quadrilatères, à savoir les cas où il n'y a pas d'intersection entre les diagonales, où l'intersection n'est pas un point milieu, où l'intersection est un point milieu, où l'intersection correspond aux deux points milieux. Au cours de cette première phase, il sera donc mis en évidence, entre autres, que les quadrilatères construits à partir de diagonales qui se coupent en leur milieu sont des parallélogrammes.

De quoi s'agit-il? Les élèves manipulent un fichier dynamique qui leur permet de faire varier la position relative et la longueur de deux segments qui se coupent en leur milieu. En parallèle, ils observent les différents quadrilatères construits si on considère que ces deux segments sont leurs diagonales.

Enjeux Classer les figures de la famille des parallélogrammes en fonction des caractéristiques de leurs diagonales ; définir les figures de la famille des parallélogrammes à partir des caractéristiques de leurs diagonales ; utiliser différentes représentations sémiotiques d'une même situation.

Compétences. *Connaître et énoncer les propriétés des diagonales d'un quadrilatère. Relever des régularités dans des familles de figures planes et en tirer des propriétés relatives aux angles, aux distances et aux droites remarquables. Représenter des données.*

De quoi a-t-on besoin? Les fiches 3.1 et 3.2.

Prérequis

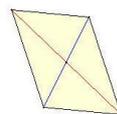
Notion de diagonale, définitions en termes de côtés et d'angles des quadrilatères suivants : parallélogramme, losange, rectangle et carré.

Comment s'y prendre? Les élèves sont placés par groupes. L'enseignant leur soumet la fiche 3.1. Sur celle-ci, la figure de gauche est constituée de segments qui se coupent en leur milieu et dont la longueur et l'orientation peuvent être modifiées. La figure de droite a été obtenue en translatant celle de gauche puis en joignant les extrémités des segments. Cette dernière figure suit les déformations de celle de gauche.

Fiche 3.1

Les deux segments de gauche représentent les diagonales du parallélogramme situé à droite. Modifie ces segments et observe les changements que subit cette figure.

Quels parallélogrammes obtiens-tu ? Comment sont leurs diagonales ?
Note tes observations ci-dessous ou au verso de cette fiche.



Les questions telles que « Quels parallélogrammes obtiens-tu ? Comment sont leurs diagonales ? » demandent aux élèves, non seulement de prendre note des différents cas observés, mais également de déterminer les relations de cause à effet entre les caractéristiques des diagonales et les types de parallélogrammes observés.

D'emblée, la lecture de la fiche peut poser problème pour les élèves. En effet, *parallélogrammes* est utilisé en termes de famille de figures. Ceci peut donc demander quelques minutes de clarification en début d'activité. D'autant que lors des synthèses réalisées par les élèves au terme de l'activité, cette problématique devrait resurgir. La situation proposée aux élèves les confrontent aux définitions emboîtées de quadrilatères.

Les élèves agissent sur les diagonales en saisissant l'extrémité² mobile des segments à l'aide de la souris pour influencer sur deux de leurs caractéristiques : leur longueur et leur orientation. Ces deux paramètres de la situation de recherche sont à découvrir par les élèves au cours de leurs tâtonnements expérimentaux, ou suite à des hypothèses de cas possibles qu'ils vérifient. Dans ce deux cas, le fichier dynamique permet d'exhiber assez rapidement un ensemble de cas et de vérifier les hypothèses émises.

Pour ne pas se contenter d'une dénomination soutenue uniquement par l'aspect visuel, différentes fonctionnalités peuvent être employées par les élèves pour rencontrer une caractéristiques des diagonales :

- les diagonales sont de même longueur. La connaissance et l'emploi des caractéristiques des cercles sont utiles dans ce cas. Les élèves construisent un cercle qui a pour centre l'intersection des segments (figure 8.1) et pour rayon, un demi-segment (figure 8.2). Ils modifient ensuite la longueur du deuxième segment jusqu'à ce que son extrémité appartienne au cercle (figure 8.3).



Fig. 8.1

Fig. 8.2

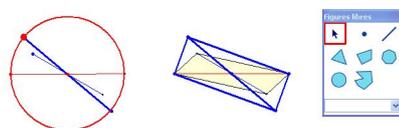


Fig. 8.3

²Chaque segment a été construit par symétrie centrale d'un demi-segment. Une seule extrémité par segment est donc saisissable, l'autre étant une image de la première. La construction de ce fichier est explicitée au chapitre 4.

- les diagonales sont perpendiculaires. Les élèves emploient la fonctionnalité *Perpendiculaire* du menu *Outils* pour construire la perpendiculaire à un segment passant par un sommet du deuxième segment (figure 8.4). Ils orientent ensuite le deuxième segment pour le superposer à la perpendiculaire (figure 8.6).

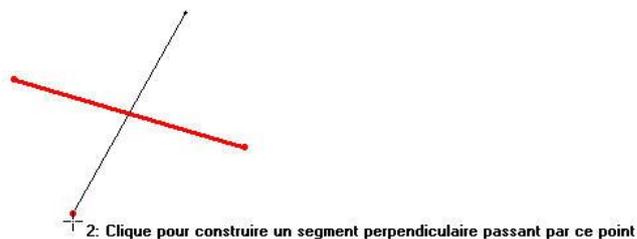


Fig. 8.4

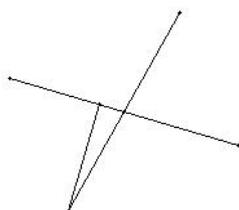


Fig. 8.5

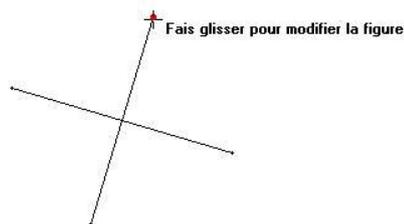


Fig. 8.6

De même, pour déterminer le nom d'un parallélogramme construit, les élèves peuvent utiliser les figures du pavé. En effet, en admettant que celles-ci se construisent à partir de leurs caractéristiques géométriques, si l'on peut construire une figure du pavé à partir des sommets d'une figure apparente à l'écran, alors on peut conjecturer que cette dernière a bien la même forme que la figure du pavé. Par exemple, l'élève pense que le quadrilatère obtenu à partir des diagonales est un losange. Pour le vérifier, il sélectionne *Losange* dans la liste déroulante de la famille des quadrilatères (figure 8.7), clique sur deux sommets consécutifs du quadrilatère construit, ce qui donne la mesure du côté du losange (figure 8.8). Puis, il détermine l'angle d'inclinaison du losange en faisant glisser la souris jusqu'à ce que les quatre sommets du losange coïncident avec les quatre sommets du quadrilatère dessiné. Il clique pour fixer l'inclinaison (figures 8.9 et 8.10). Si cette construction atteint les quatre sommets de la figure, alors l'élève peut effectivement conjecturer que le quadrilatère dessiné est un losange.

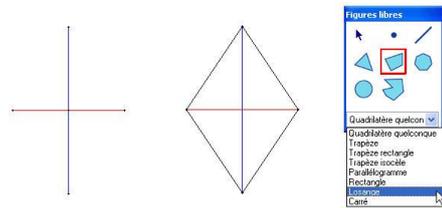


Fig. 8.7

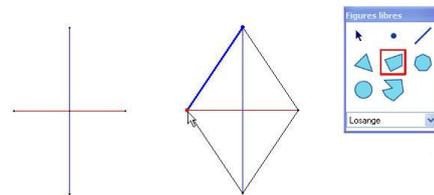


Fig. 8.8

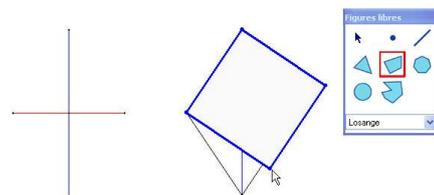


Fig. 8.9

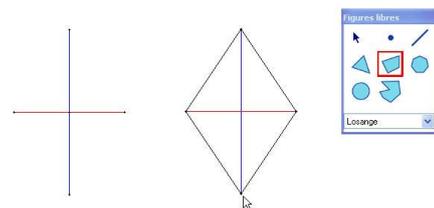


Fig. 8.10

L'enseignant propose aux élèves de mettre leurs découvertes en commun. Les parallélogrammes suivants ont dû être rencontrés par les élèves : losanges, rectangles et carrés. À ce moment de l'activité, le terme *parallélogramme* peut encore faire obstacle à la compréhension de la mise en commun. L'enseignant sera attentif à faire préciser par les élèves dans quel sens ils utilisent ce terme. Il en va de même pour *rectangle* et *losange*.

Les caractéristiques des diagonales peuvent être ainsi associées à des cas particuliers de parallélogrammes, par exemple :

- si les diagonales sont de même longueur, on obtient des rectangles (sous-entendu la famille des rectangles) ;
- si les diagonales sont perpendiculaires, on obtient des losanges (sous-entendu la famille des losanges) ;
- si les diagonales sont perpendiculaires et de même longueur, on obtient des carrés ;

- si les diagonales ne sont ni perpendiculaires ni de même longueur, on obtient des parallélogrammes quelconques (c'est-à-dire des parallélogrammes qui ne sont ni rectangles, ni losanges).

L'enseignant propose ensuite aux élèves de réaliser une synthèse structurée des différentes observations. Celle-ci peut être libre ou bien dirigée, selon le niveau de la classe et le choix de l'enseignant. S'il choisit de diriger ses élèves, il peut utiliser la fiche 3.2 présentant deux types de représentations sémiotiques : un tableau et un diagramme en arbre. D'autres représentations peuvent cependant être proposées aux élèves, telles qu'une représentation contenant deux arbres distincts ne tenant compte respectivement que d'une caractéristique (figure 8.11 et 8.12), une représentation ensembliste...

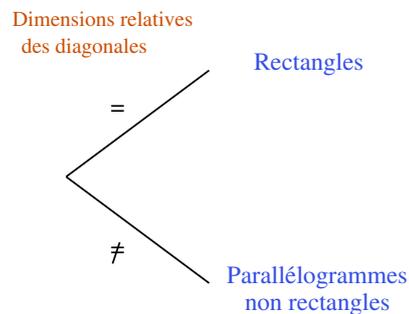


Fig. 8.11

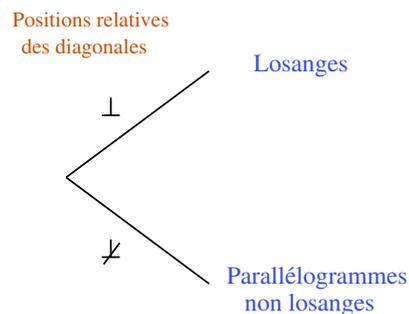


Fig. 8.12

L'enseignant distribue la fiche 3.2 aux élèves. Il leur rappelle d'être attentifs au vocabulaire employé et de préciser le nom des figures tant au niveau du tableau qu'au niveau de la représentation en arbre.

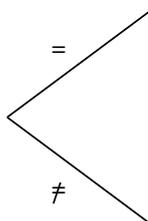
Fiche 3.2

Complète le tableau et la représentation en arbre en respectant les conditions imposées aux diagonales.

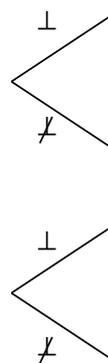
À partir de diagonales qui se coupent en leur milieu...

	Diagonales perpendiculaires	Diagonales non-perpendiculaires
Diagonales de même longueur		
Diagonales de longueurs différentes		

Dimensions relatives des diagonales



Positions relatives des diagonales



Le fait de réaliser ces synthèses permet aux élèves de structurer les savoirs à acquérir et de visualiser d'autant mieux les relations de cause à effet entre les diagonales et les quadrilatères.

Dans le tableau, les deux caractéristiques sont simultanées, elles doivent être prises en compte en même temps. Ceci correspond directement au deuxième palier de la représentation en arbre. Les termes à placer dans cette première représentation peuvent paraître étrangers aux habitudes des élèves, comme précisé ci-dessus. Nous pensons notamment à *rectangles non carrés* ou *losanges non carrés*. Dans la représentation en arbre, il est probable que les élèves aient quelques difficultés à compléter les branches. Ces obstacles sont directement liés aux définitions emboîtées des quadrilatères. Il peut donc être opportun à ce moment de rappeler le caractère exclusif de la représentation en arbre. Cette dernière a cependant l'avantage de présenter différents paliers qui permettront de rencontrer le concept de famille de figures.

- En tête de l'arbre, le terme *parallélogrammes* permet de ne pas perdre à l'esprit la première caractéristique imposée aux diagonales : elles se coupent en leur milieu. De plus, l'ensemble des figures présentes dans cette représentation appartient à la famille des parallélogrammes.
- Au premier palier, le critère « Dimensions relatives des diagonales » permet de définir deux familles de figures : les rectangles et les parallélogrammes non rectangles. Une justification du terme *non rectangles* peut trouver son origine dans la structure même du tableau (une branche *oui*, l'autre *non*).
- Au deuxième palier, l'association des critères « Dimensions relatives des diagonales » et « Positions relatives des diagonales » permet cette fois d'être plus précis dans la définition des familles de figures : les carrés, les rectangles non carrés, les losanges non carrés et les parallélogrammes quelconques.

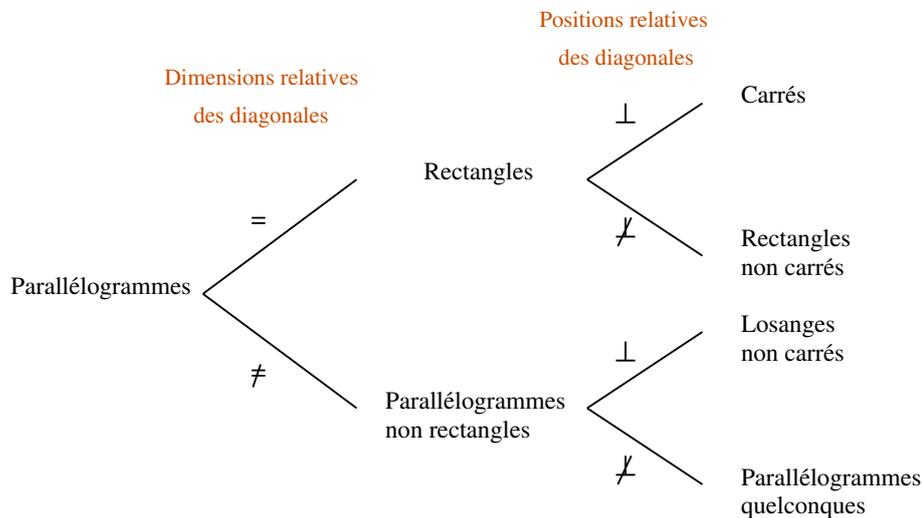


Fig. 8.13

Au cours de la mise en commun des réponses, il peut être utile de débiter par la représentation en arbre qui devrait aider par la suite à la lecture et à la vérification du tableau. En effet, les quatre cases du tableau correspondent aux quatre branches du second palier de la représentation en arbre. Les explications relatives aux familles de figures pouvant y trouver un autre contexte d'exploitation.

Par la suite, l'enseignant inversera les deux critères de l'arbre pour faire ainsi apparaître, non pas la famille des rectangles, mais la famille des losanges (figure 8.14) au premier palier.

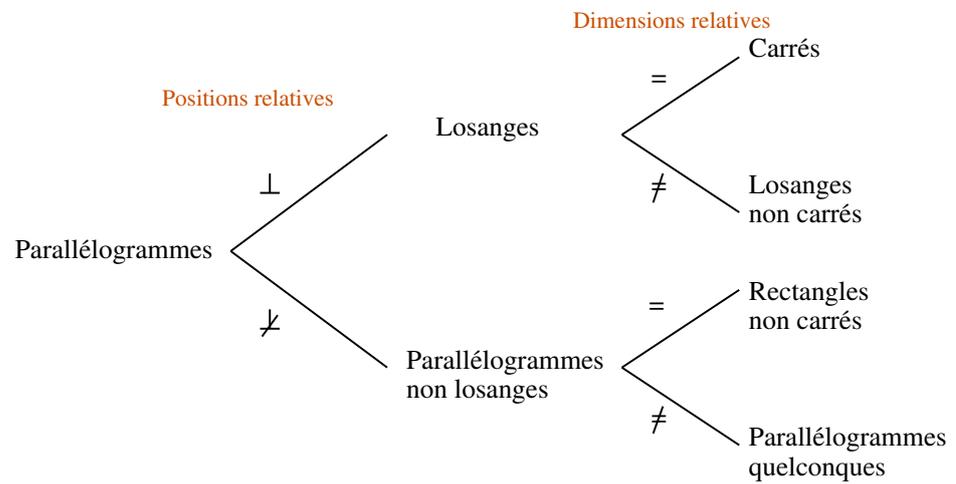


Fig. 8.14

Une synthèse des caractéristiques des diagonales des quadrilatères clôture l'activité. Cette synthèse peut être réalisée à partir de la lecture à double sens des représentations de la fiche 3.2. Par exemple, on pourra dire « Tout parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires et de même longueur est un carré » et « Un carré est un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires et de même longueur ». De la même manière que nous annonçons deux chemins méthodologiques en début d'activité.

Bibliographie

- [1] ADMINISTRATION GÉNÉRALE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE, [1997], *Décret « Missions de l'École »*, Ministère de la Communauté française, Bruxelles.
- [2] ADMINISTRATION GÉNÉRALE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE, [1999], *Socles de compétences (Enseignement fondamental et premier degré de l'enseignement secondaire)*, Ministère de la Communauté française, Bruxelles.
- [3] T. ASSUDE et J.-M. GELIS, [2002], La dialectique ancien-nouveau dans l'intégration de Cabri-géomètre à l'école primaire, *Educational Studies in Mathematics*, 50 (3), p. 259–287.
- [4] E. BARBIN, RAYMOND DUVAL, I. GIORGIUTTI, J. HOUEBINE, et C. LABORDE, [2001], *Produire et lire des textes de démonstration*, Ellipses, Paris.
- [5] B.-M. BARTH, [1987], *L'apprentissage de l'abstraction*, Retz, Paris.
- [6] S. BARUK, [1993], *C'est à dire en math ou ailleurs*, Seuil, Paris.
- [7] F. BOULE, [2001], *Questions sur la géométrie et son enseignement*, Nathan, Paris.
- [8] A. BRAUN et G. FORGES, [1998], *Enseigner et apprendre la langue de l'école*, De Boeck Université, Bruxelles.
- [9] G. CASTERMAN et K. CROWTHER, [1997], *Copain des Peintres*, Milan, Toulouse.
- [10] A. CHEVALIER et M. SAUTER, [1992], *Narration de recherche*, IREM, Université de Montpellier II.
- [11] CONSEIL DE L'ÉDUCATION AUX MÉDIAS, [2000], *Au-delà de la technologie, l'éducation aux médias et au multimédia*, Ministère de la Communauté française, Bruxelles.
- [12] CREM, [1995], *Les Mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans, Essai d'élaboration d'un cadre global pour l'enseignement des mathématiques*, Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles.
- [13] CREM, [2001a], *Formes et Mouvements*, L. Lismont and N. Rouche coordinateurs, Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles.
- [14] CREM, [2001b], *Construire et représenter, un aspect de la géométrie de la maternelle jusqu'à dix-huit ans*, L. Lismont et N. Rouche coordinateurs, Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles.
- [15] CREM, [2002], *Des grandeurs aux espaces vectoriels. La linéarité comme fil conducteur*, Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles.

- [16] CREM, [2002], *Vers une géométrie naturelle*, Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles. Rapport final juin 2002 (2e partie).
- [17] CREM, [2003], *Apprenti Géomètre. Grandeurs, fractions et mesures*, Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles.
- [18] CREM, [2004], *Pour une culture mathématique accessible à tous*, Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles. À paraître.
- [19] E. DACOS et J. BRAUNS, [1953], Conjonction de la langue maternelle et des mathématiques, *Mathematica & Paedagogia*, (2), p. 259, Société Belge des Professeurs de Mathématique.
- [20] B. DENIS, [2000], Quels usages des logiciels mettre en oeuvre en contexte éducatif?, *Centre de Recherche sur l'Instrumentation, la Formation et l'Apprentissage*, Service de Technologie de l'Éducation de l'Université de Liège, <http://www.icampus.ucl.ac.be/LN2003/document/typologieDenis.pdf>.
- [21] C. DEPOVER, [2000], Sur quoi peut-on fonder l'efficacité pédagogique d'un dispositif multimédia?, Site internet de l'Université de Mons-Hainaut, Unité de Technologie de l'Éducation.
- [22] C. DEPOVER et B. NOËL, [2000], L'école des compétences à l'heure des nouvelles technologies, *Éducation-Formation*, p. 32–40.
- [23] C. DEPOVER et A. STREBELLE, [1997], *Pour un design intégré des logiciels multimédia à finalité éducative*, Université de Mons-Hainaut.
- [24] P. FOURNEL et J.-C. MORICE, [1994], *Pierrot grandit, illustré par Klee*, Calmann Lévy et la Réunion des Musées Nationaux, Paris.
- [25] P. GERDES, [1996], *Femmes et Géométrie en Afrique Australe*, L'Harmattan, Paris.
- [26] A. GIORDAN et G. DE VECCHI, [1997], *Les origines du savoir - Des conceptions des apprenants aux concepts scientifiques*, Delachaux et Niestlé, Lausanne.
- [27] GROUPE DE RECHERCHE D'ÉCOUEN, [1994], *Former des enfants producteurs de textes*, Hachette, Paris. Coordination : Josette Jolibert.
- [28] B. HAUCHECORNE, [2003], *Les Mots et les Maths*, Ellipses, Paris.
- [29] C. LABORDE et B. CAPPONI, [1994], Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique, *Recherches en didactique des mathématiques*, 14/1.2(40/41), p. 165–209, La Pensée sauvage éditions, Paris.
- [30] M. LEBRUN, [2002], *Des technologies pour enseigner et apprendre*, 2e édition, De Boeck, Bruxelles.
- [31] L. MOURLON BEERNAERT, [1998], *L'art moderne au service de l'apprentissage de la géométrie au cycle 5-8*, Louvain-la-Neuve. Mémoire.
- [32] B. NOËL, [1997], *La métacognition*, De Boeck, Bruxelles.
- [33] G. NOËL, [juillet 2002], Pour une approche tgf des logiciels didactiques, In *Annales de didactiques et de sciences cognitives*, p. 233–254. IREM de Strasbourg. Actes du colloque Argentoratum de juillet 2002.
- [34] G. NOËL, [2004], Structure, géométrie et informatique, de 7 à 77 ans, *Mathématique & Pédagogie*, mai-juin 2004(147), p. 35–63.

- [35] S. PARTSCH, [2001], *Klee*, Taschen, Köln.
- [36] V. PIRON et J. TONNEAU, [1997], *Construire son savoir-lire, savoir-écrire*, Érasme, Belgique.
- [37] N. ROUCHE, [1992], *Le sens de la mesure*, Didier-Hatier, Bruxelles.
- [38] N. ROUCHE, [1998], *Pourquoi ont-ils inventé les fractions ?*, Ellipses, Paris.
- [39] F. TRÉHARD, [1993], Informatique-outil pour l'enseignement, Présentation d'instruments d'identification de logiciels : grilles d'analyses d'analyse et typologie a priori, du double point de vue contenu/communication, *Recherches en didactique des mathématiques*, 13/1.2(37/38), p. 155–190, La Pensée sauvage, Paris.
- [40] A. VAN DEN BORRE, [2000], *La mathématique en français*, Labor, Bruxelles.
- [41] F. VIBERT-GUIGUE, B. BOUHET, et C. NANDRIN, [1998], *L'Histoire de l'Art*, Larousse, Paris.
- [42] P. WHITIN et D.J. WHITIN, [2002], Promoting communication in the mathematics classroom, *Teaching children mathematics*, 9 (4), p. 205–211, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, USA.