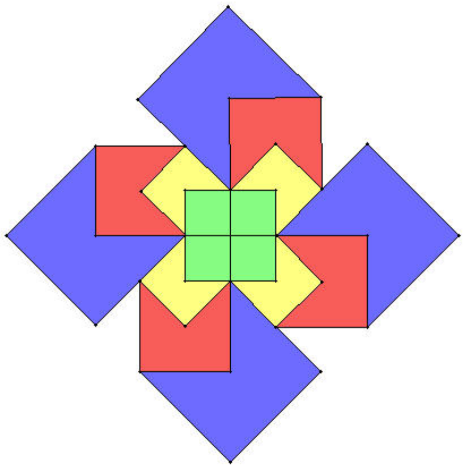
Grandeurs, Fractions et Mesures

Apprenti Géomètre



Ministère
de la Communauté
française

Communauté française
de Belgique

Centre de Recherche sur
l'Enseignement des Mathématiques

2003

Auteurs

Cet ouvrage est le fruit de la collaboration de Patricia Laurent, institutrice primaire, Christine Lemaître, graduée en logopédie, Guy Noël, professeur honoraire de l'Université de Mons-Hainaut, Nicolas Rouche, professeur honoraire de l'Université de Louvain-la-Neuve, Philippe Skilbecq, instituteur primaire, Marie-Françoise Van Troeye, régente en mathématiques, directrice du projet.

Le logiciel qui l'accompagne a été conçu par la firme Abaque, à partir d'un cahier des charges rédigé par Michel Ballieu, Marie-France Guissard, Guy Noël, Nicolas Rouche, Marie-Françoise Van Troeye et en dialogue avec l'équipe de recherche.

Alain Desmarets, instituteur primaire, Bernard Honclaire, régent en mathématiques, ont été consultants du projet.

Remerciements

Nous remercions vivement les enseignants qui nous ont ouvert leur classe et aidés dans les expérimentations :

Valérie Delcommune, institutrice primaire, Bernard Krings, responsable informatique, école fondamentale de la Communauté française à Tubize ; Emmanuelle Opdebeeck, institutrice primaire, école communale fondamentale mixte de Wayaux ; Anne Sottieaux et Séverine Rondini, institutrices primaires, Bernard Mierzwa, responsable informatique, école primaire de l'institut Sainte-Marie de Rèves.

Nous remercions aussi les directions des écoles qui nous ont accueillis : A. Baude, directeur a.i. des écoles communales de Les Bons Villers, pour l'implantation de Wayaux, M.-F. Dubucquoy, directrice de l'école primaire de l'institut Sainte-Marie de Rèves, M. Tilman, directrice de l'école fondamentale de la Communauté française à Tubize, pour l'implantation de la rue Ferrer.

Commanditaires

La réalisation de cet ouvrage et du logiciel qui l'accompagne a été financée par le Ministère de la Communauté française à l'initiative de Monsieur Jean-Marc Nollet, Ministre de l'Enfance, dans le cadre d'une convention portant sur l'élaboration d'un cédérom d'enseignement des mathématiques au niveau primaire.

CREM a.s.b.l., septembre 2003
Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques
5 rue Émile Vandervelde
B-1400 Nivelles (Belgique)
Tél. : 32 (0)67 21 25 27 Fax : 32 (0)67 21 22 02
crem@sec.cfwb.be

Table des matières

Avant-propos

Apprenti Géomètre, c'est quoi ?

Apprenti Géomètre est un logiciel conçu comme une aide pour apprendre la géométrie. Il offre deux champs de possibilités, selon que l'utilisateur mobilise le *kit standard* ou le *kit libre*.

Le *kit standard* permet de faire apparaître à l'écran tout un jeu de figures simples, de les translater (on dit déplacer dans le logiciel), tourner et retourner, de les décomposer et recomposer d'une multitude de façons. Le début de la géométrie est là.

Le *kit libre* permet d'amener à l'écran des figures répondant à des conditions imposées — par exemple un quadrilatère à deux paires de côtés opposés parallèles (un parallélogramme) — puis de déformer, transformer, décomposer et recomposer ces figures de toutes sortes de façons en respectant ces conditions. La suite de la géométrie est là, avec des figures répondant à des définitions et dont on peut explorer une infinité de cas.

Mais pourquoi organiser de telles expériences sur un écran d'ordinateur ? Est-ce que les pliages, les découpages, les dessins aux instruments, les réflexions dans des miroirs, etc. ne suffisent pas ? Il est vrai que toutes ces manipulations concrètes sont et demeurent indispensables. Mais *Apprenti Géomètre* apporte un champ d'expériences supplémentaire et original :

1. les enfants y sont en contact avec des figures parfaitement dessinées, qui s'ajustent impeccablement les unes aux autres, et qu'ils manipulent à l'aide de commandes simples, chacune porteuse d'un apprentissage spécifique ;

2. l'ordinateur exécute les commandes instantanément, si bien que beaucoup d'essais et d'expériences peuvent être faits sur le temps d'une leçon.

Ajoutons qu'apprendre le maniement d'*Apprenti Géomètre* — au moins en ce qui concerne le kit standard — ne demande que peu d'efforts aux élèves, si bien que ceux-ci se trouvent rapidement plongés dans le monde des formes géométriques et des transformations simples.

Mais insistons-y, car c'est extrêmement important, *Apprenti Géomètre* ne dispense nullement des autres formes de manipulations : celles-ci sont porteuses elles aussi d'apprentissages spécifiques importants, impossibles par le biais d'un ordinateur.

Contenu du cédérom et de ce document

Le cédérom ci-joint contient le logiciel *Apprenti Géomètre*, mais il reprend aussi tout le contenu de la présente brochure et des fiches pour les élèves, sous deux formes : une version à consulter à l'écran et une autre destinée à l'impression. Ces documents sont au format PDF et s'ouvrent avec le logiciel *Acrobat Reader*. Si ce logiciel n'est pas installé sur votre ordinateur, il suffit de le télécharger à partir du lien que vous trouverez sur le cédérom. Des liens hypertextes, présents aussi bien dans le document à l'usage des enseigants que dans les fiches élèves, facilitent la lecture à l'écran et la coordination entre les différentes parties. Ils apparaissent en bleu dans le texte. Il est possible de passer de la version écran à la version papier en cliquant sur le bouton prévu à cet effet. Par contre, pour passer de la version papier à la version écran, il faut cliquer sur le numéro de page.

La brochure, à usage des enseignants, explique et commente le logiciel de divers points de vue.

Une première partie s'intitule *Le logiciel*. Elle comprend quatre chapitres.

Le chapitre 1 est le mode d'emploi du logiciel.

Le chapitre 2 s'intitule *Le contexte informatique*. Il évoque l'évolution des logiciels de géométrie depuis leur apparition il y a un quart de siècle, puis il situe *Apprenti Géomètre* par rapport aux deux autres logiciels de géométrie les plus connus, à savoir Logo et Cabri-Géomètre.

Les possibilités d'exploitation d'*Apprenti Géomètre* étant très étendues, nous avons décidé d'en illustrer l'exploitation en nous limitant au triple thème des grandeurs, fractions et mesures, telles qu'on les enseigne aux élèves de 9 à 12 ans. Concernant la mesure, il s'agit plutôt d'une construction de cette notion que d'une pratique intensive des grandeurs mesurées.

Le chapitre 3 est un bref rappel théorique sur ces matières. Il a pour titre *Grandeurs, fractions et mesures*.

Le chapitre 4 explique pourquoi les figures présentes dans le kit standard sont regroupées par familles : il s'agit en fait de familles adaptées à l'étude des grandeurs, fractions et mesures.

La deuxième partie de ce document s'intitule *Activités*. Elle propose des situations-problèmes pour les classes de la troisième à la sixième année primaire. Des fiches de travail photocopiables, associées à ces situations, ont été regroupées sous une pochette plastique. Elles font référence à des fichiers informatiques qui ont été enregistrés dans trois répertoires, intitulés *Initiation*, *Integration* et *Perimaire*. Ces fichiers s'installent sur le disque dur en même temps que le logiciel.

Le chapitre 6 s'intitule *Activités d'initiation à* *Apprenti Géomètre* . Il s'agit d'une initiation au maniement du logiciel, mais en même temps d'une entrée dans le thème des grandeurs.

Le chapitre 7 a pour titre *Activités d'intégration*. Il présente des activités montrant la nécessaire complémentarité, dans l'apprentissage des grandeurs et des mesures, du logiciel et des manipulations traditionnelles.

Le dernier chapitre est consacré au thème des *périmètres et aires*.

Enfin un index et une bibliographie ont été prévus pour faciliter le travail des lecteurs.

Évolution du logiciel

Le logiciel *Apprenti Géomètre*, tel que nous le présentons aujourd'hui, a été conçu en moins d'une année. Ses auteurs espèrent pouvoir lui apporter quelques améliorations dans un avenir proche. Ils espèrent aussi pouvoir le soumettre à de nouvelles expérimentations sur le thème des grandeurs, fractions et mesures. Ils espèrent enfin pouvoir en démontrer les possibilités pour l'apprentissage de la géométrie en général, que ce soit dans l'enseignement primaire et sans doute bien au-delà.

Dans la perspective de ces prolongements, tous les commentaires, critiques, suggestions et relations d'expériences que les utilisateurs de cette première version voudront bien nous communiquer seront reçus avec reconnaissance et exploités dans les mises au point et développements futurs.

Enfin, un site internet sera consacré au logiciel *Apprenti Géomètre*. Il comprendra les versions du logiciel téléchargeables gratuitement, des propositions d'activités nouvelles, les comptes-rendus des expérimentations à venir ainsi qu'un forum de discussion. Ce site sera accessible via le site du CREM :

`http://www.profor.be/crem/index.htm`

Première partie

Le logiciel

Chapitre 1

Mode d'emploi

1 Informations techniques générales

1.1 Environnement informatique minimum

Apprenti Géomètre peut être installé soit sur PC, soit sur MAC.

Sur PC, *Apprenti Géomètre* nécessite au minimum un ordinateur de type Pentium, le système d'exploitation Windows 98 et 32 Mb de RAM.

Sur MAC, *Apprenti Géomètre* nécessite au minimum un ordinateur de type iMac, le système d'exploitation MacOS9 ou MacOsX et 32 Mb de RAM.

L'installation d'*Apprenti Géomètre* sur le disque dur nécessite 4 Mb d'espace disque disponible sur **PC** et 6 Mb sur **Mac**, celle de l'ensemble des documents d'accompagnement 14 Mb.

1.2 Installation du logiciel et des documents d'accompagnement

Insérer le cédérom dans l'ordinateur, la lecture démarre automatiquement, tant sur PC que sur Mac. L'écran qui apparaît propose d'installer (ou de désinstaller) *Apprenti Géomètre* ainsi que les documents d'accompagnement pour l'enseignant et pour les élèves. Ces opérations sont indépendantes l'une de l'autre.

Pour installer *Apprenti Géomètre*, cliquer sur le bouton *Installer l'application*, une nouvelle fenêtre propose un dossier dans lequel l'application sera placée — celui-ci pouvant être changé — et trois options :
– installer la documentation accompagnant le logiciel, ce qui permet un accès direct via le menu *Aide* de la barre des menus (voir section 2.4) ;
– lancer directement l'application après installation ;
– placer une icône de raccourci sur le bureau.

Pour installer les documents d'accompagnement, choisir le format souhaité (*papier* pour lancer une impression, *écran* pour une lecture directe à l'ordinateur) et cliquer sur le bouton correspondant. Ces documents d'accompagnement sont au format PDF et s'ouvrent avec le logiciel Acrobat Reader. Si ce logiciel n'est pas installé sur votre ordinateur, un lien sur cette même fenêtre d'ouverture vous permet de le télécharger à partir d'une connexion Internet qui s'établit automatiquement.

2 Présentation du logiciel

2.1 Généralités

Apprenti Géomètre est un logiciel qui permet de créer à l'écran des formes géométriques de base, puis d'agir sur ces objets à l'aide d'une série d'outils. Il propose deux options très différentes pour générer ces formes géométriques.

La première, conçue principalement pour des élèves jeunes, utilise ce que nous avons appelé le *kit standard*. Cet environnement permet de créer, par un simple clic, des figures de base de dimensions prédéfinies, qui apparaissent à l'écran toujours avec la même orientation.

La seconde, qui laisse à l'élève plus d'initiative en ce qui concerne la grandeur et la position de l'objet, utilise le *kit libre*.

C'est l'élève ou l'enseignant qui choisit, en début d'activité, le kit dans lequel il souhaite travailler.

Apprenti Géomètre met ensuite à la disposition de l'utilisateur une série d'outils, repris dans des menus déroulants, pour agir sur les figures présentes à l'écran. Pour tous les outils disponibles, il faut d'abord sélectionner celui qu'on souhaite utiliser, puis désigner à l'écran l'objet sur lequel on veut que cet outil agisse. On peut ainsi *déplacer*, faire *tourner, retourner, diviser, découper, fusionner* toutes les figures proposées par les deux kits. On peut *déformer* et *modifier* les figures créées à partir du *kit libre*. On peut aussi *effacer, cacher, colorier*, mettre à l'*avant-plan* ou à l'*arrière-plan, agrandir* ou *diminuer* une figure. Le logiciel propose également des environnements spécifiques, la *grille* quadrillée ou triangulée, dans lesquelles on peut « accrocher » les figures aux points de la grille comme sur un géoplan. Enfin, un menu spécifique au *kit libre* permet de construire l'image d'une figure par des *transformations* du plan : *translation, rotation, symétrie miroir*.

Le logiciel présente deux caractéristiques essentielles :
- le magnétisme des points qui agit lorsque deux points sont suffisamment proches l'un de l'autre. Dans ce cas, une propriété d'attraction magnétique les amène l'un sur l'autre. Il en va de même d'un point vis-à-vis d'un segment, d'un cercle, ...
- la possibilité de modifier certains objets d'une figure tout en conservant les relations intrinsèques entre tous les objets de la figure.

Ces deux propriétés sont décrites en détail aux sections 2.3 et 2.4.

2.2 Les différentes fenêtres d'*Apprenti Géomètre*

À l'ouverture du logiciel, la fenêtre d'entrée, reproduite à la figure 1.1, offre à l'utilisateur le choix entre trois possibilités : le *kit standard*, le *kit libre*, ou *autre kit*. Cette dernière possibilité proposera les kits que l'utilisateur aura lui-même programmé à partir du menu *Préférences* (voir le menu *Préférences* à la section 2.4).

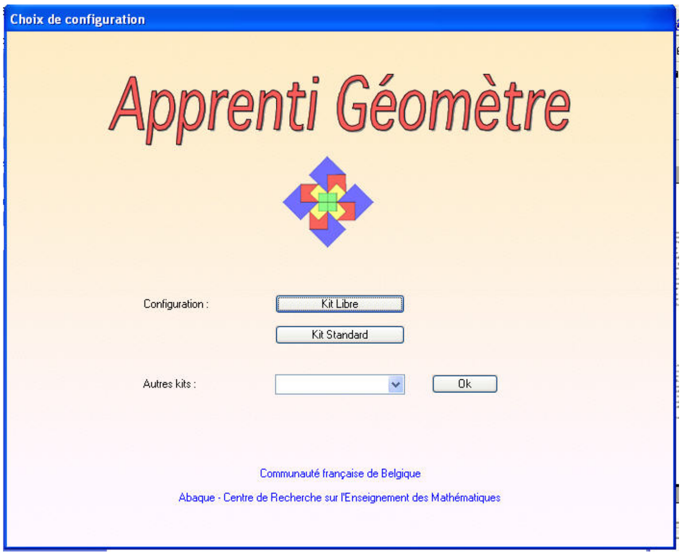


Fig. 1.1

Dans cette fenêtre l'utilisateur choisit, par un simple clic, le kit dans lequel il souhaite travailler. La fenêtre de travail reprise à la figure 1.2 s'ouvre alors à l'écran, seul le pavé de figures disponibles est différent d'un kit à l'autre. Ce pavé apparaît par défaut dans la partie supérieure droite de l'écran, on peut le déplacer par un *cliquer-glisser* de la souris à l'intérieur de la barre bleue du pavé.

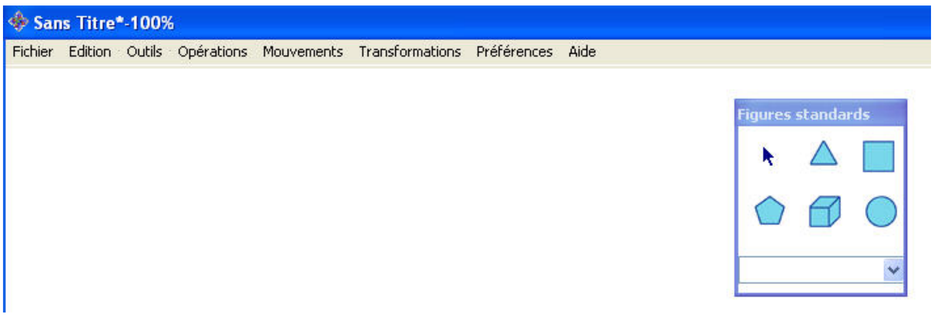


Fig. 1.2

2.3 Les figures d'*Apprenti Géomètre*

Les figures du *kit standard*

Le choix du *kit standard* fait apparaître le pavé de figures ci-dessous dans la fenêtre de travail.

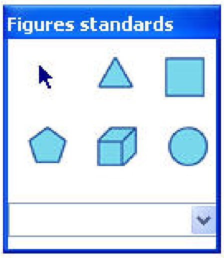


Fig. 1.3

Ce pavé comprend six icônes que l'on active par un clic de souris. Lorsqu'une icône est active elle s'entoure d'un carré rouge. La première icône, la petite flèche, permet de déplacer toutes les figures présentes à l'écran par un simple *cliquer-glisser* de la souris. Les cinq autres icônes représentent cinq familles de figures (voir figures 1.4 à 1.8 et le chapitre 4). Pour chaque famille, un menu déroulant apparaît lorsqu'on clique sur la petite flèche située à droite de la fenêtre dans le bas du pavé de figures. Il propose une série de figures possibles. Dans ce menu, on sélectionne une figure déterminée, puis on clique à l'écran à l'endroit où l'on souhaite qu'elle apparaisse. Voici les différentes possibilités offertes par les cinq familles de figures :

La famille du triangle équilatéral

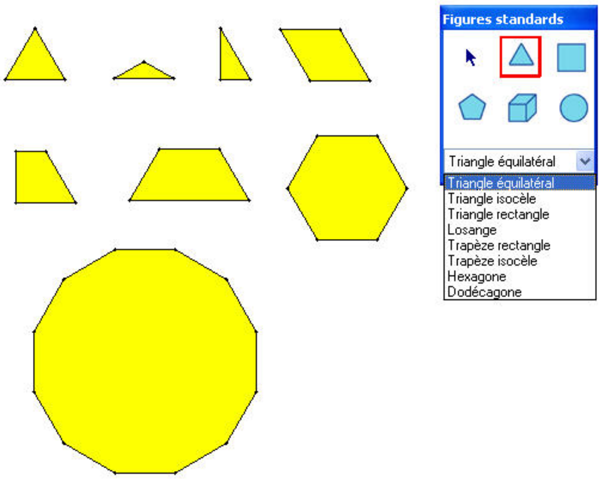


Fig. 1.4

La famille du carré

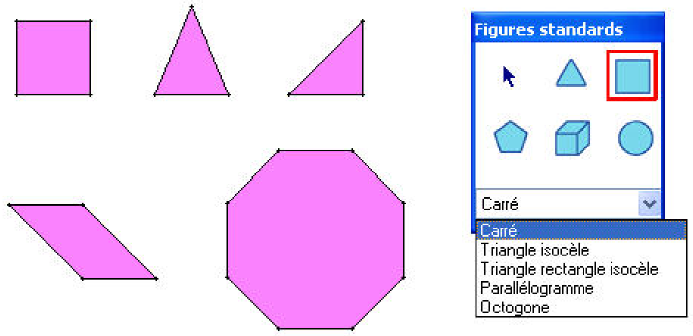


Fig. 1.5

La famille du pentagone

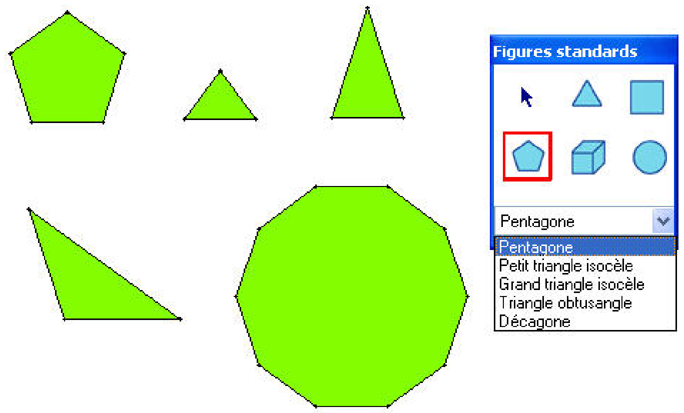


Fig. 1.6

La famille du cube

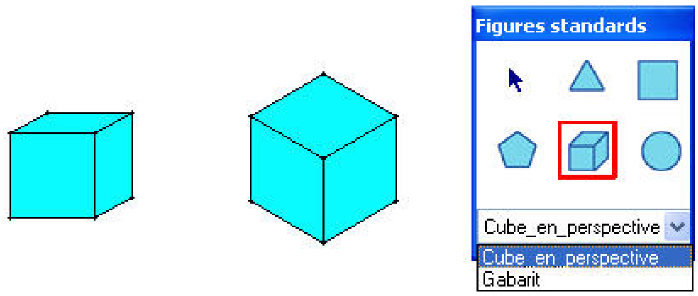


Fig. 1.7

La famille du cercle

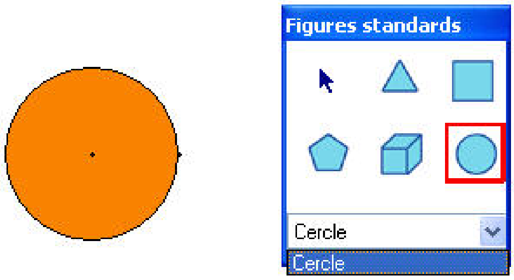


Fig. 1.8

Chaque figure se dessine instantanément, le coin inférieur gauche de la figure se positionne à l'endroit du clic dans la majorité des cas. Tant qu'une figure est sélectionnée, on continue à la faire apparaître à chaque clic dans l'écran de travail. Les figures du *kit standard* ont des dimensions prédéfinies et ont été construites au départ d'une dimension commune. L'enseignant peut changer cette dimension en modifiant la configuration dans le menu *Préférences* (voir la section 2.4).

Les figures du *kit libre*

Si on opte pour le *kit libre*, à l'ouverture du logiciel, le pavé de figures suivant apparaît.

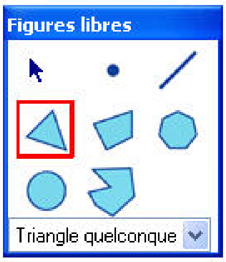


Fig. 1.9

Ce pavé comprend huit icônes qui s'encadrent de rouge lorsqu'on les active par un clic de souris :

- La *première icône*, la petite flèche, permet de déplacer ou de modifier les objets présents à l'écran. Elle déplace les objets si on clique, pour les saisir, soit à l'intérieur, soit sur un bord de la figure. Elle les modifie si on saisit un sommet de la figure.
- *La deuxième* icône permet de créer des points qui peuvent ensuite être déplacés à l'aide de la flèche précédemment décrite.
- La *troisième* crée des segments à partir de deux points déjà présents à l'écran ou à partir de deux clics de souris qui créent les extrémités du segment.

– La *quatrième icône* crée des triangles. Un menu déroulant propose plusieurs types de triangles : triangle quelconque, isocèle, équilatéral, rectangle et rectangle isocèle.

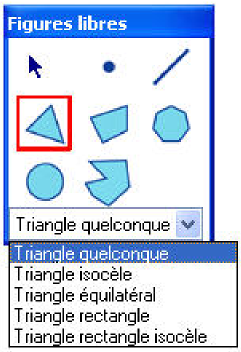


Fig. 1.10

La technique à employer pour créer ces différents triangles n'est pas toujours identique. Ceci est dû à une propriété importante du logiciel qui traverse tout le *kit libre* : la conservation des propriétés intrinsèques d'une figure créée, lorsqu'on la modifie. Nous illustrons ces particularités à travers trois exemples.

1. Pour créer un triangle quelconque, on sélectionne l'option dans le menu déroulant, on clique trois fois à l'écran (une fois par sommet). Le triangle se construit au fur et à mesure. Les trois sommets du triangle sont totalement **libres**. Pour modifier la forme du triangle de départ, on sélectionne un de ces trois sommets à l'aide de la petite flèche bleue, et on le déplace librement à l'écran. Pour déplacer le triangle, on saisit le triangle, toujours à l'aide de la flèche, soit à l'intérieur, soit par un bord ;
2. Pour tracer un triangle équilatéral, on sélectionne l'objet dans le menu déroulant, on clique deux fois à l'écran pour fixer les deux premiers sommets, ce qui détermine la longueur du côté du triangle équilatéral. Comme les deux autres côtés doivent avoir la même longueur, le troisième sommet se construit automatiquement en suivant le sens antihorlogique. Il est fixé par le choix des deux premiers, c'est un point **construit**. Seuls les deux premiers sommets peuvent encore être déplacés. Si on les sélectionne à l'aide de la flèche, on peut les déplacer mais la forme du triangle ne se modifie pas, il reste équilatéral. Seules ses dimensions ou sa position changent. Le troisième sommet ne peut plus être sélectionné. Si on approche le curseur de la souris, c'est tout le triangle qui est sélectionné et si on l'attrape, il se déplace simplement sans modification de ses dimensions.

   Remarque

   Pour repérer facilement les points construits dans un fichier, il suffit de maintenir la touche *Alt* enfoncée, ces points apparaissent alors à l'écran sous la forme d'une croix.

3. Pour tracer un triangle isocèle, après avoir sélectionné l'objet dans le menu déroulant, on clique une fois pour le premier sommet, une deuxième fois pour le deuxième. Le troisième sommet n'est pas entièrement libre. Il se situe sur la mé-

diatrice du segment formé par les deux premiers. Le troisième clic de souris fixe donc simplement la distance qui sépare ce troisième sommet, du segment formé par les deux premiers (en fait, on fixe ainsi la hauteur du triangle isocèle). Quel que soit l'endroit choisi pour ce troisième clic, le troisième sommet se fixera automatiquement sur la médiatrice (on dit que ce point jouit d'un seul degré de liberté dans le plan ou encore qu'il est **semi-construit**). À l'aide de la flèche, on peut déplacer librement les deux premiers sommets, le troisième suivra pour respecter la propriété intrinsèque du triangle isocèle. Le troisième sommet pourra juste se déplacer sur la médiatrice de la base, on modifiera ainsi la hauteur du triangle.

Remarque importante

En fait, le point créé par le troisième clic de souris et le troisième sommet du triangle sont deux points différents. Ils sont confondus lors de la création du triangle mais se différencient dès que l'on sélectionne l'outil *Modifier* ou la flèche du pavé de figures libres. Un point vert apparaît alors au troisième sommet du triangle. Il correspond au point créé par le troisième clic de souris, il est entièrement libre, alors que le troisième sommet du triangle est un point lié à la médiatrice de la base. C'est donc le point vert qui permet de modifier la hauteur du triangle.

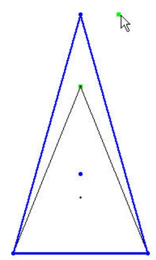


Fig. 1.11

Après modification, le point vert ne se superpose plus automatiquement au troisième sommet, il convient néanmoins de l'en rapprocher au maximum pour le retrouver facilement lors d'une modification ultérieure. Dès qu'on sélectionne un autre outil dans la barre des menus ou dans la palette des figures, les points verts ne sont plus apparents à l'écran.

Pour tous les autres objets du *kit libre*, cette distinction entre points **libres**, points **construits** et **semi-construits** reste d'actualité. Seuls les points libres sont modifiables sans contraintes. Les points semi-construits sont modifiables, dans les limites fixées par les propriétés des figures auxquelles ils appartiennent, grâce aux points verts qui leur sont associés. Les points construits ne peuvent être modifiés. Cette propriété essentielle du logiciel permet de modifier les objets sans modifier leurs propriétés intrinsèques.

– La *cinquième icône* crée des quadrilatères.

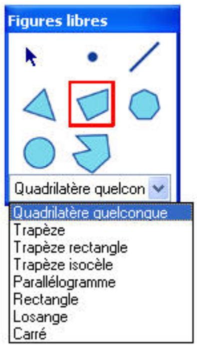


Fig. 1.12

– La *sixième icône* crée des polygones réguliers. Il suffit de choisir dans le menu déroulant le nombre de côtés du polygone souhaité et de cliquer deux fois à l'écran pour définir la longueur du côté. Le polygone se construit automatiquement dans le sens antihorlogique.

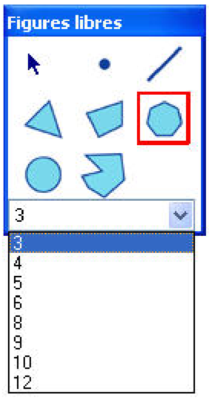


Fig. 1.13

– La *septième icône* crée des cercles. Pour créer un cercle, il suffit de cliquer deux fois à l'écran, une fois pour montrer son centre, une fois pour fixer le rayon.

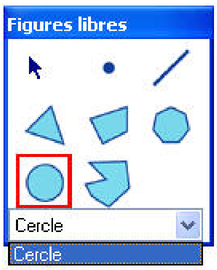


Fig. 1.14

– La *huitième icône* crée des polygones irréguliers. Il suffit de choisir dans le menu déroulant le nombre de côtés du polygone et de cliquer autant de fois à l'écran pour définir les sommets du polygone.

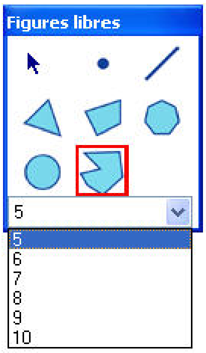


Fig. 1.15

2.4 Les menus d'***Apprenti Géomètre***

Lorsque la configuration désirée a été choisie sur la page d'ouverture, le logiciel ouvre la fenêtre de travail et propose, en plus du pavé de figures choisi, la barre de menus suivante :

Fig. 1.16

Chaque menu propose plusieurs options dans une liste déroulante. Certaines de ces options proposent encore plusieurs sous-menus. Le *kit libre* dispose de plus d'options que le *kit standard*. Nous décrirons donc d'abord les menus du *kit standard*, qui se retrouvent tous dans le *kit libre*, puis nous présenterons les menus et les options spécifiques au *kit libre*.

Les menus du *kit standard*

Le menu *Fichier*

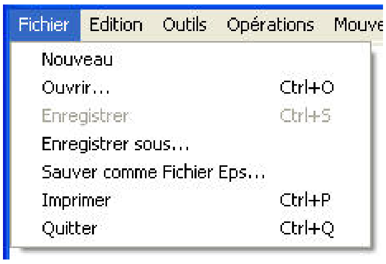


Fig. 1.17

Ce menu propose sept options :
- *Nouveau* : crée un nouveau fichier et propose donc une nouvelle feuille de travail vierge. Le logiciel propose d'abord d'enregistrer le fichier en cours, car il ne peut pas y avoir plusieurs fichiers ouverts en même temps. À l'ouverture du logiciel, un nouveau fichier s'ouvre par défaut.
- *Ouvrir* : ouvre un fichier déjà enregistré sur le disque dur ou sur un autre support (disquette, cédérom, ...). Le logiciel propose de nouveau au préalable d'enregistrer le fichier en cours.
- *Enregistrer* : enregistre un fichier au format *.xml* sur le disque dur ou sur un autre support. Lors du premier enregistrement d'un fichier, cliquer sur l'option *Enregistrer* revient à cliquer sur l'option *Enregistrer sous*. La fenêtre de dialogue reprise à la figure 1.18 s'ouvre et permet de spécifier à quel endroit du disque dur et sous quel nom on souhaite enregistrer le fichier. Lorsqu'un fichier est enregistré, son nom apparaît à gauche dans la barre bleue tout en haut de l'écran à la place du texte par défaut *Sans Titre*. Par la suite, il suffit de cliquer sur *Enregistrer* pour sauvegarder les modifications apportées au fichier au même endroit et sous le même nom.

  Remarque
  Les fichiers au format *xml* peuvent être édités dans un éditeur de texte classique comme *Bloc-notes* ou *WordPad*. Chaque fichier comprend la liste des figures, sous la balise <liste figures>. Chaque figure est introduite par la balise <figure>. Sous cette balise se trouvent des informations communes à chaque figure (couleur, numéro d'identification, ...) et des informations spécifiques à chaque figure (lien vers des figures de construction, taille des figures standard, ...). Le fichier contient également, sous la balise <configuration>, la configuration de l'application au moment de la sauvegarde. L'environnement de travail est ainsi restauré lors de la réouverture du fichier.

– *Enregistrer sous* : enregistre le fichier à un endroit à spécifier sous un nom à déterminer dans la fenêtre de dialogue ci-dessous.

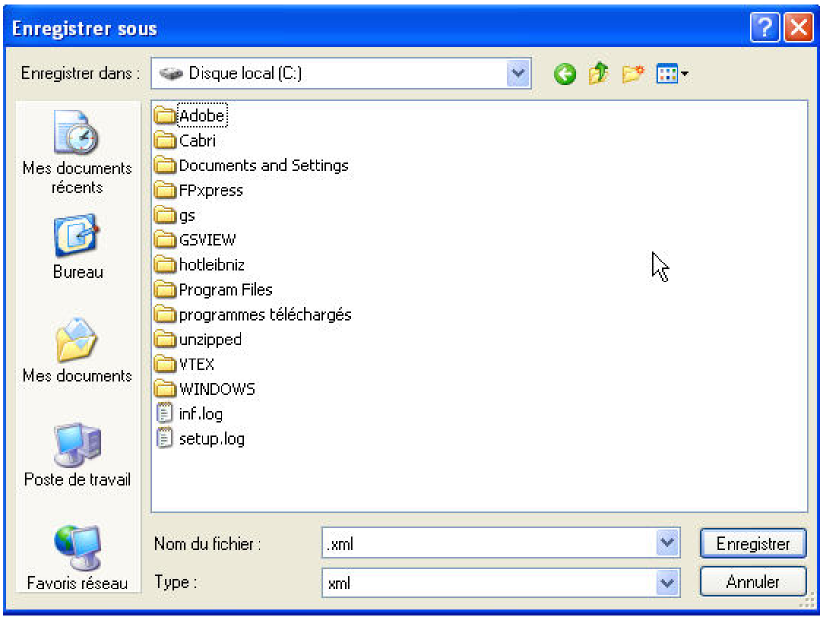


Fig. 1.18

On utilise aussi cette option si on souhaite enregistrer un fichier sous un nom différent de son nom actuel.

– *Imprimer* : imprime la figure présente à l'écran. À l'impression, la fenêtre de travail représente environ la moitié d'une page format A4 en orientation *portrait*.
– *Sauver comme fichier Eps* : sauvegarde le fichier au format *.eps*. Ces fichiers peuvent alors être édités en langage *Postscript* grâce un éditeur de texte classique et visualisés grâce au logiciel *GsView*. Ils peuvent également être modifiés grâce à un logiciel du type *Illustrator*.
– *Quitter* : ferme l'application. Le logiciel propose au préalable d'enregistrer le fichier en cours.

Le menu *Edition*

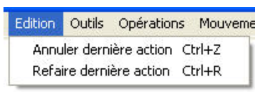


Fig. 1.19

Ce menu propose deux options :
– *Annuler la dernière action* : annule la dernière action effectuée complètement. On peut répéter cette opération plusieurs fois en suivant et ainsi annuler toutes les actions effectuées depuis le début du fichier.

Remarque

Si on interrompt une action avant qu'elle ne soit terminée, par exemple si on ne termine pas le tracé d'un polygone avant de choisir une autre option, le logiciel ne tient pas compte de cette « action » avortée.

– *Refaire la dernière action* : reproduit une action que l'on vient d'annuler. Si on a annulé plusieurs actions, on peut utiliser plusieurs fois en suivant l'option *Refaire la dernière action*.

Le menu *Outils*

Fig. 1.20

Remarque importante À travers tout le logiciel, on a veillé à conserver, dans les différents menus, la même démarche pour toutes les options qui opèrent sur des objets : il faut d'abord sélectionner l'option souhaitée dans la barre des menus, puis cliquer à l'écran sur la figure sur laquelle on souhaite faire agir cette option.

Le menu *Outils* propose onze options dont quatre ne peuvent être activées dans le *kit standard* (*Grille, Intersection, Parallèle et Perpendiculaire*).

– *Couleur* : propose le choix entre trois sous-menus, à savoir colorier le bord, l'intérieur ou laisser la figure transparente.

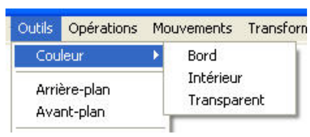


Fig. 1.21

Lorsque ce choix est déterminé, on sélectionne la couleur voulue dans la palette de couleurs. Cette palette prend des formes différentes selon que l'on travaille sur PC ou sur Mac (ce sont les palettes classiques de Microsoft Office sur PC et du système OS sur Mac). On clique ensuite sur *OK* au bas de la fenêtre, puis à l'écran sur la figure à colorier.

– *Arrière-plan* et *Avant-plan* : ces deux options permettent d'envoyer des figures, déjà présentes à l'écran, à l'arrière-plan ou à l'avant-plan. Lors de la création de figures à l'écran, il arrive que certaines figures en couvrent complètement d'autres, les options *Arrière-plan* et *Avant-plan* sont alors indispensables pour retrouver les figures cachées.

Remarque : s'il y a plus de deux plans de superposition, l'option *Arrière-plan* envoie la figure sélectionnée dans le tout dernier plan arrière, de même l'option *Avant-plan* ramène la figure sélectionnée tout à fait à l'avant-plan.

- *Effacer* : supprime un objet de l'écran par simple clic. Les points de subdivision des côtés des figures disparaissent en même temps que les figures.
- *Cacher* : cache un objet présent à l'écran, mais ne le supprime pas. Pour le faire réapparaître, il suffit d'activer l'option suivante du menu *Outils*, à savoir *Montrer tout*.
- *Montrer tout* : fait réapparaître à l'écran tous les objets précédemment cachés.
- *Zoom* : agrandit la région de l'écran sélectionnée. Pour sélectionner cette région, il suffit de cliquer à l'écran pour déterminer le coin supérieur gauche de la fenêtre d'agrandissement, de glisser la souris en maintenant le clic enfoncé, et de lâcher le clic lorsque le cadre entoure la figure à zoomer (voir figures 1.22 et 1.23).

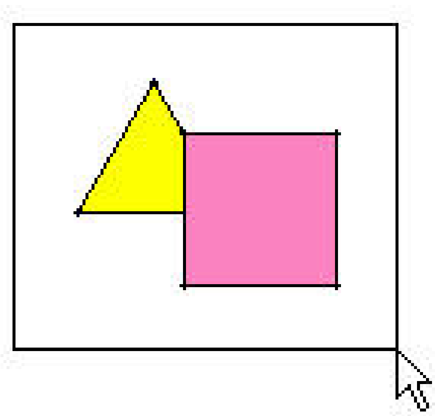


Fig. 1.22

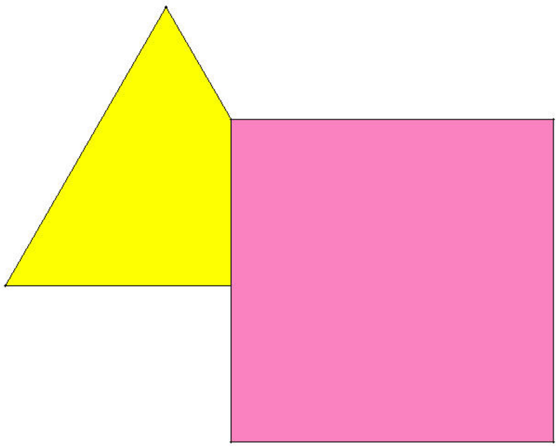


Fig. 1.23

Pour revenir directement à la situation initiale, il suffit de cliquer n'importe où à l'écran. Par contre, si on modifie la région zoomée (en y intégrant une figure, par exemple), il faut réactiver la fonction *Zoom* avant de cliquer dans l'écran pour « dézoomer ».

Le menu *Opérations*

Fig. 1.24

Ce menu propose six options dont deux ne sont pas actives dans le *kit standard* (*Agrandir/Diminuer* et *Modifier*) :

– *Diviser* : permet de diviser en parts égales un côté de polygone ou un cercle. En cliquant sur *Diviser*, on déroule un sous-menu qui propose les nombres 2, 3 et 5 comme le montre la figure 1.25.

Fig. 1.25

On choisit alors le nombre de parts souhaité, puis on désigne le segment à diviser ou les extrémités du segment. Les points de subdivision appartiennent au segment ou au cercle qu'on a divisé, ils se déplacent avec la figure, ils disparaissent si on efface la figure. On peut ensuite se servir des points de subdivision pour diviser à nouveau les portions de segments obtenues. En combinant ainsi les trois nombres 2, 3 et 5 on peut aussi diviser par 4, 6, 10, ...

– *Découper* : permet de partager une forme en deux parties. La découpe se fait suivant un segment ou une ligne brisée déterminée par une série de points, dont le premier et le dernier doivent impérativement appartenir au bord de la figure à découper (voir par exemple la figure 1.26).

Fig. 1.26

En ce qui concerne les polygones du *kit standard*, seuls les sommets, les centres et les points de subdivision des côtés peuvent servir de points de découpe. Par défaut, les centres des polygones n'apparaissent pas à l'écran, pour les rendre apparents, il suffit d'activer l'option *Montrer les centres des polygones* dans le menu *Préférences* (voir le menu *Préférences* à la section 2.4). En ce qui concerne les cercles, seuls les points de subdivision et le centre du cercle peuvent jouer ce rôle. Pour découper une figure, il faut sélectionner *Découper* dans le menu *Opérations*, cliquer à l'écran sur la figure à découper, puis montrer les différents points de découpe. Dans le *kit standard*, on ne peut utiliser au maximum que trois points de découpe puisque le premier point doit être un point du bord, le deuxième peut éventuellement être le centre et le troisième ne peut donc qu'être de nouveau un point du bord, ce qui termine automatiquement la découpe. Les deux morceaux de la découpe apparaissent à l'écran un peu « décalés » par rapport à la figure d'origine qui reste visible sous la découpe.

Remarque
Lorsqu'on découpe une figure, le logiciel duplique le segment par rapport auquel on découpe, chacune des copies de ce segment « refermant » chacune des deux figures créées par la division. Ce qui veut dire que si on découpe suivant un côté d'une figure, en choisissant deux sommets consécutifs, le logiciel crée d'une part un segment et d'autre part une copie de la figure de départ (voir figures 1.27 et 1.28).

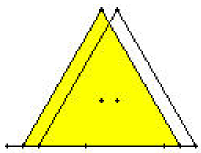


Fig. 1.27

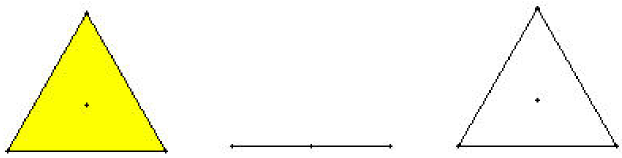


Fig. 1.28

Cette particularité permet de créer artificiellement des segments ou de comparer les longueurs des côtés d'une figure en les « détachant » de leur figure d'origine, comme le montre la figure 1.29 où les trois segments parallèles sont en fait les côtés découpés du triangle équilatéral.

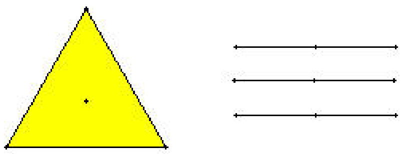


Fig. 1.29

Mais un des problèmes majeurs lié à cette spécificité de la fonction *Découper* survient lorsqu'on découpe un polygone en se servant du centre de symétrie de la figure. À la première découpe, pas de problème, mais pour les découpes suivantes il faut éviter de découper en suivant un bord de la première découpe, sinon le logiciel crée des segments dupliqués parasites (voir la figure 1.30).

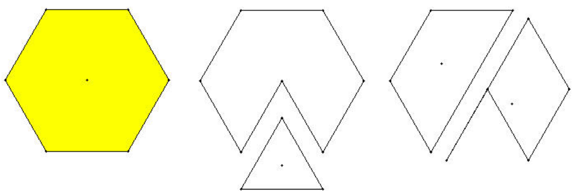


Fig. 1.30

– *Fusionner* : fusionne deux figures que l'on a auparavant ajustées (voir le menu *Mouvements*), les deux figures doivent avoir un côté commun de même longueur. La figure 1.31 montre les différentes étapes de la fusion d'un pentagone et d'un triangle isocèle.

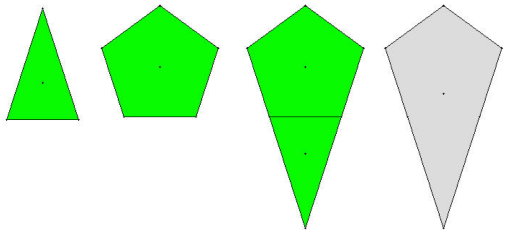


Fig. 1.31

La figure fusionnée apparaît en grisé à l'écran, les deux figures qui ont servi à la fusion sont toujours présentes en dessous comme le montre la figure 1.32.

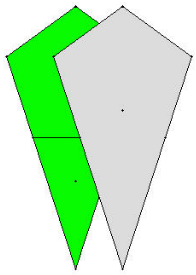


Fig. 1.32

– *Dupliquer* : crée une copie de la figure sélectionnée, elle apparaît légèrement décalée par rapport à la figure de départ (voir figure 1.33).

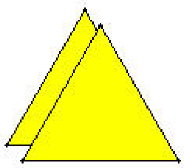


Fig. 1.33

Cette copie est tout à fait indépendante de la figure initiale, on peut opérer indépendamment sur les deux figures. Dans le *kit standard*, cette fonctionnalité n'a d'intérêt que pour dupliquer les figures fusionnées ou découpées.

Le menu *Mouvements*

Fig. 1.34

Ce menu propose quatre options correspondant chacune à un mouvement intuitif que l'on peut appliquer à une figure dessinée à l'écran.

– *Déplacer* : déplace une figure à l'écran. Il suffit de cliquer sur la figure et de déplacer la souris en maintenant le bouton enfoncé. La figure suit le mouvement de la souris. Dans le *kit standard*, cette fonctionnalité a les mêmes effets que la flèche bleue du pavé de figures.
– *Tourner* : fait tourner une figure autour de son centre de gravité. Il suffit de cliquer sur la figure et d'imprimer un mouvement de rotation à la souris en maintenant le bouton enfoncé.
– *Retourner* : retourne une figure par rapport à l'axe vertical passant par son centre de gravité. Il suffit de cliquer sur la figure à retourner. On peut visionner ou non l'effet de ce retournement en activant l'option *Trace* du menu *Préférences*.
– *Ajuster* : ajuste parfaitement deux figures selon un côté isométrique. Cette option permet d'éviter les ajustements répétitifs qui se révèlent nécessaires si on utilise uniquement les mouvements *Déplacer* et *Tourner*. La figure 1.35 montre le résultat obtenu par la succession des mouvements *Tourner* et *Déplacer*, la figure 1.36 montre le résultat obtenu par la succession des mouvements *Tourner* et *Ajuster* .

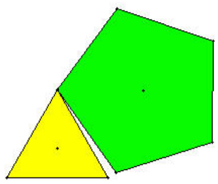


Fig. 1.35

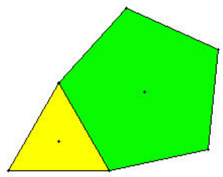


Fig. 1.36

Pour ajuster deux figures, il suffit donc de faire tourner une des deux figures pour orienter le côté à ajuster dans la direction du côté correspondant de l'autre figure, de sélectionner l'option *Ajuster* et d'amener la première figure à proximité de la deuxième. La propriété de magnétisme joue alors sur les deux extrémités du segment et les deux figures s'ajustent parfaitement.

Remarque

Lorsque plusieurs figures ont été ajustées et que l'on souhaite imprimer un mouvement à l'ensemble de ces figures, il faut au préalable les fusionner. En effet, avant la fusion, chaque figure reste indépendante et le mouvement ne s'applique qu'à la seule figure que l'on désigne.

Le menu *Préférences*

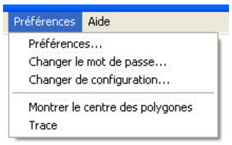


Fig. 1.37

Ce menu propose cinq options :

– *Préférences* : lorsqu'on active cette option, une fenêtre de dialogue s'ouvre en demandant un mot de passe. Par défaut, sur le cédérom d'origine, c'est le nom de notre centre de recherche, à savoir CREM, en majuscules. Ce mot de passe peut être personnalisé grâce à l'option *changer le mot de passe* du même menu. Lorsque le mot de passe est introduit, la fenêtre de la figure 1.38 propose de modifier la configuration de base du logiciel.

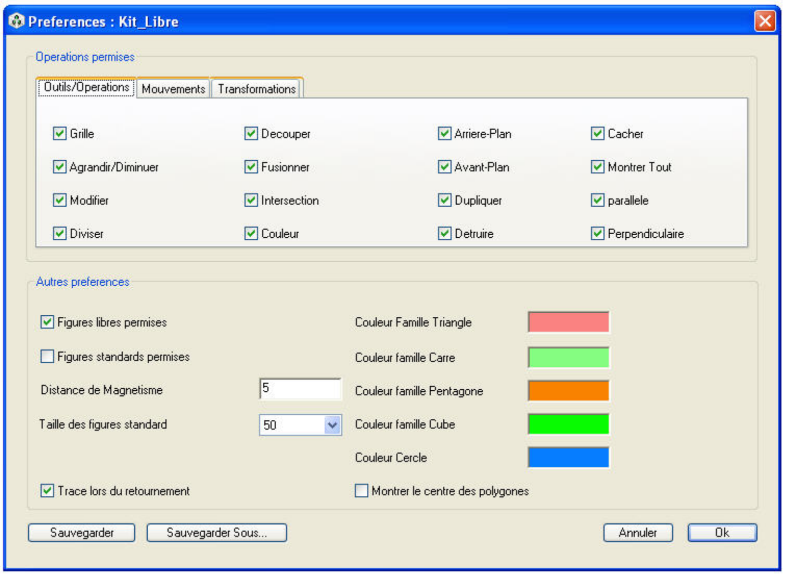


Fig. 1.38

Toutes les options des différents menus peuvent être ainsi activées ou désactivées selon les desiderata de l'enseignant (voire de l'élève, si l'enseignant lui donne accès au mot de passe). Il peut décider du kit de figures qu'il va utiliser, des couleurs des figures du *kit standard*, de leur taille, de la distance de magnétisme, ... Il peut ainsi construire sa propre configuration et l'enregistrer pour l'utiliser lors d'une session suivante en cliquant sur les boutons *Sauvegarder* ou *Sauvegarder sous*. Cette nouvelle configuration apparaîtra dans la fenêtre *Autre kit* de la page d'ouverture.

– *Changer le mot de passe* : permet de modifier le mot de passe donnant accès au menu *Préférences*.

– *Changer de configuration* : permet de passer, au cours d'une session de travail, d'une configuration à une autre, par exemple du *kit standard* au *kit libre*. Ce changement de configuration n'est possible qu'après l'entrée du mot de passe.

- *Montrer les centres des polygones* : affiche le centre de gravité des polygones à l'écran. Cette option est active si elle est précédée d'un petit « v » dans le menu. Le centre des cercles, par contre, est toujours visible, que cette option soit active ou non.
- *Trace* : laisse la trace à l'écran du mouvement de retournement. Cette option est active si elle est précédée d'un petit « v » dans le menu.

Le menu *Aide*

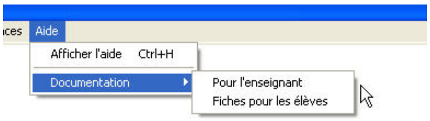


Fig. 1.39

Ce menu ne contient que deux options :

– *Aide* qui permet d'afficher un message explicitant le rôle de l'outil sélectionné, cette aide suit le curseur de la souris comme le montre la figure 1.40.

Fig. 1.40

Elle rappelle en permanence à l'utilisateur quel outil est actif. Si l'option *Aide* n'est pas cochée dans le menu, on peut néanmoins savoir quelle option est active car elle s'affiche dans la barre de titre du document comme le montre la figure 1.41.

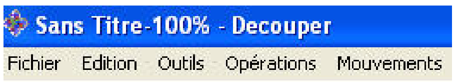


Fig. 1.41

– *Documentation* qui donne accès à la documentation pour l'enseignant ou aux fiches élèves à condition qu'elles aient été installées sur le disque dur à partir du cédérom.

Les menus du *kit libre*

La plupart des menus du *kit libre* reprennent les mêmes options que ceux du *kit standard*. On ne signalera donc, pour chaque menu, que les options supplémentaires ou celles qui n'agissent pas de la même manière sur les figures.

Le menu *Fichier*

Fig. 1.42

Ce menu est identique au menu *Fichier* du *kit standard*.

Le menu *Edition*

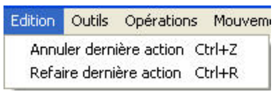


Fig. 1.43

Ce menu est identique au menu *Edition* du *kit standard*.

Le menu *Outils*

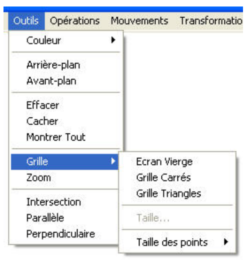


Fig. 1.44

Dans ce menu, les options *Couleur, Arrière-plan, Avant-plan, Effacer, Cacher, Montrer tout, Zoom* fonctionnent de la même manière que dans le *kit standard.* Il y a par contre quatre options supplémentaires, non actives dans le *kit standard* :

– *Grille* : cette option offre cinq sous-menus, le premier propose un écran vierge, le deuxième une grille triangulée, le troisième une grille quadrillée, le quatrième fait varier l'écartement entre les points de la grille et le dernier fixe la grosseur des points de la grille (l'utilisateur choisit parmi quatre tailles proposées dans la liste déroulante associée). Par défaut, avant de modifier l'option *Grille*, l'écran est vierge. Lorsqu'on sélectionne une des deux grilles proposées, un réseau de points apparaît à l'écran. Les figures que l'on construit alors s'accrochent aux points de la grille comme les élastiques sur un géoplan grâce à la propriété de magnétisme. Ils sont néanmoins toujours libres et peuvent être déplacés.
– *Intersection* : affiche le(s) point(s) d'intersection entre deux figures (segments, polygones, cercles, ...). On peut se servir de ces points d'intersection pour construire d'autres figures mais pas comme points de subdivision car, pour le logiciel, ils n'appartiennent à aucune des deux figures de départ.
– *Parallèle* : construit un segment parallèle (et de même longueur) à un segment donné passant par un point donné. Le segment parallèle se construit dans le même « sens » que le segment de départ.
– *Perpendiculaire* : construit le segment perpendiculaire à un segment donné par un point donné. En fait, le logiciel abaisse la perpendiculaire au segment passant par le point, le pied de la perpendiculaire étant l'extrémité du segment. Si le point par lequel on veut faire passer la perpendiculaire appartient au segment, par exemple une de ses extrémités, la construction est impossible puisque le segment perpendiculaire se réduit à un point. Or ce cas de construction se rencontre fréquemment. Pour contourner ce problème, si on souhaite tracer une perpendiculaire à un segment $[AB]$ passant par A il suffit de tracer d'abord un segment parallèle passant par un point C quelconque, on obtient le segment $[CD]$, puis de construire une perpendiculaire à $[CD]$ passant par A. Ces deux étapes sont illustrées par la figure 1.45

Fig. 1.45

On utilise en fait la propriété : si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Le menu *Opérations*

Fig. 1.46

Ce menu comprend six options dont quatre sont communes aux deux kits (*Diviser, Découper, Fusionner, Dupliquer*). Pour l'option *Découper*, la seule différence, c'est que des points intérieurs au polygone peuvent également servir de points de découpe comme le montre la figure 1.47. Par contre, si le centre du polygone est extérieur au polygone, dans le cas de polygones non convexes par exemple, il ne peut servir de point de découpe.

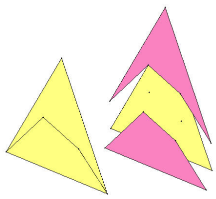


Fig. 1.47

Le pied d'une perpendiculaire abaissée d'un sommet sur le côté d'un polygone peut aussi servir de point de découpe (figure 1.48).

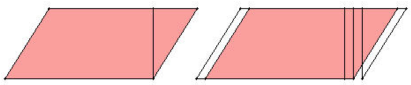


Fig. 1.48

Deux autres options sont propres au *kit libre* :

– *Agrandir/Diminuer* : agrandit ou diminue la taille d'une figure par similitude autour de son centre. Il suffit de sélectionner l'option, de cliquer à l'intérieur de la figure (ou sur un bord) et de déplacer la souris en maintenant le clic enfoncé. La nouvelle figure obtenue est semblable à la figure de départ : ses côtés sont proportionnels aux côtés de la figure de départ et ses angles sont égaux aux angles de la figure de départ.

– *Modifier* : modifie la forme d'une figure à l'écran en déplaçant un de ses sommets. Seuls les sommets non construits peuvent être déplacés, les propriétés de la figure de départ sont conservées. Par exemple, un quadrilatère quelconque peut être modifié à l'infini en saisissant chacun de ses sommets, un carré ne peut être modifié qu'à partir de ses deux sommets libres.

Le menu *Mouvements*

Fig. 1.49

Les quatre options de ce menu fonctionnent identiquement comme celles du menu *Mouvements* du *kit standard*.

Remarque importante Cette remarque concerne les options *Agrandir/Diminuer* et *Modifier* du menu Opérations et les mouvements *Déplacer, Tourner, Retourner* lorsqu'ils agissent sur des figures qui ont des sommets en commun avec d'autres figures. Dans le *kit libre*, lorsqu'on construit une figure en utilisant comme sommets les sommets d'une figure déjà présente à l'écran, les deux figures ont des sommets communs. Lorsqu'on agit sur une des deux figures en utilisant une des options précitées, les sommets communs entraînent les deux figures en même temps. Par contre, les autres sommets, n'étant pas concernés par l'opération, ne réagissent pas ; ce qui modifie complètement la forme de la figure globale de départ. Les trois figures 1.50, 1.51 et 1.52 montrent, par exemple, comment évolue une figure composée d'un triangle construit sur deux des sommets d'un carré lorsqu'on déplace le carré.

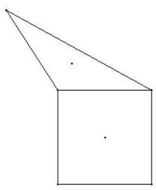


Fig. 1.50

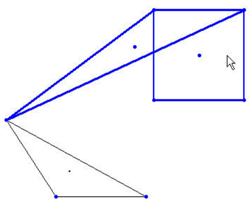


Fig. 1.51

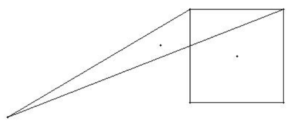


Fig. 1.52

Pour garder la forme initiale de la figure globale, il faut donc prendre la précaution de fusionner les différentes figures qui la composent avant de leur appliquer un des outils *Modifier*, *Agrandir/Diminuer* ou un des mouvements *Déplacer, Tourner, Retourner*.

Le menu *Transformations*

Fig. 1.53

Ce menu est propre au *kit libre*, il propose trois options correspondant à trois transformations du plan :

– *Translation* : construit l'image d'une figure par une translation. Le vecteur de la translation est déterminé par deux points, sa direction et sa longueur sont celles du segment formé par ces deux points, son sens est donné implicitement par l'ordre dans lequel on montre les deux points. Après avoir sélectionné *Translation*, on désigne les deux points, extrémités du vecteur, puis la figure à translater. La figure image apparaît à l'écran, elle est totalement dépendante de la figure de départ et du vecteur de translation. Si on modifie un des éléments de la figure de départ ou une des extrémités du vecteur de translation, l'image se modifie en même temps comme le montre la figure 1.54.

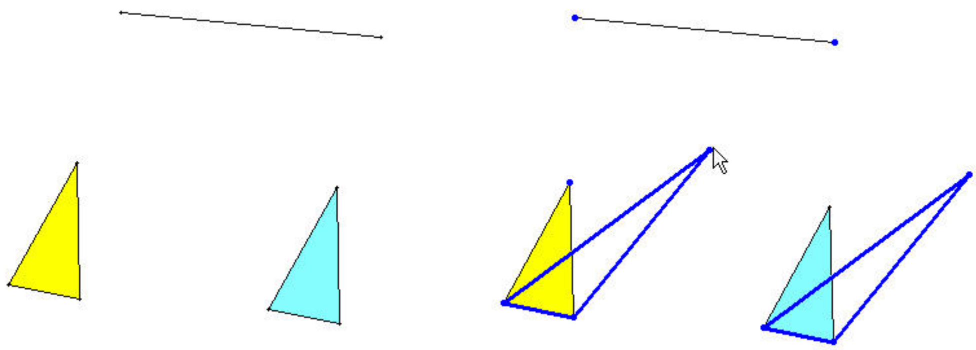


Fig. 1.54

– *Rotation* : construit l'image d'une figure par une rotation. La rotation est déterminée par son centre et un angle défini par trois points A, O et B. Le point O est le sommet de l'angle, le sens de rotation est donné implicitement par l'ordre dans lequel on montre les trois points. Après avoir sélectionné *Rotation*, on désigne d'abord le centre de rotation, ensuite les trois points qui déterminent l'angle et enfin la figure à faire tourner. La figure 1.55 montre l'image du triangle XYZ par la rotation de centre C et d'angle AOB. Comme pour la translation, cette image est totalement dépendante des éléments qui ont servi à la construire.

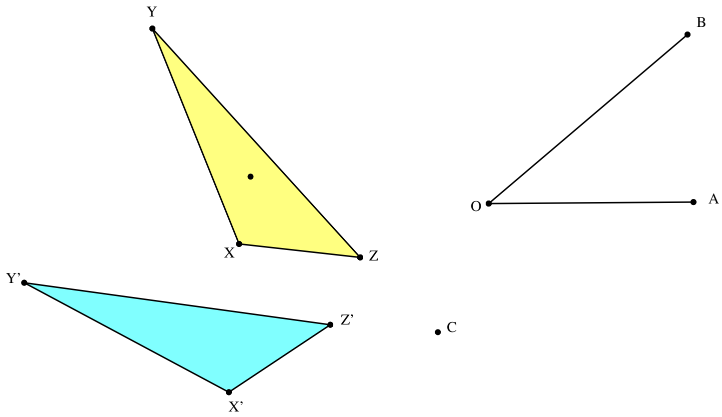


Fig. 1.55

– *Symétrie miroir* : construit l'image d'une figure par une symétrie orthogonale. L'axe de la symétrie est déterminé par deux points, éventuellement les deux extrémités d'un segment. Après avoir sélectionné *Symétrie miroir*, on désigne deux points qui déterminent l'axe puis la figure dont on souhaite l'image. La figure 1.56 montre un triangle et son image par une symétrie miroir.

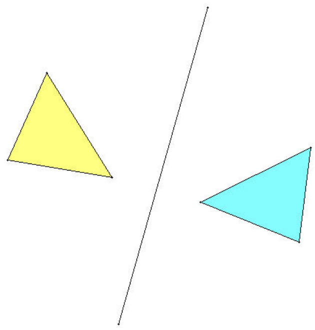


Fig. 1.56

Le menu *Préférences*

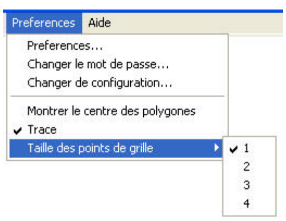


Fig. 1.57

Ce menu est identique au menu *Préférences* du *kit standard*.

Le menu *Aide*

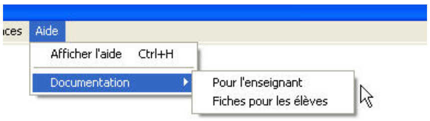


Fig. 1.58

Ce menu permet comme dans le *kit standard* d'afficher l'aide qui suit le curseur de la souris ou d'accéder à la documentation si elle a été installée sur le disque dur.

Chapitre 2

Le contexte informatique

Force est de constater que l'informatique a pris de plus en plus de place dans la vie quotidienne des enfants. Même ceux d'entre eux qui n'ont pas accès à un ordinateur au domicile familial sont initiés à la démarche informatique par leurs camarades plus favorisés qui leur expliquent le maniement de divers appareils : jeux électroniques, console de jeux, ordinateur...

De plus, depuis plusieurs années, l'outil informatique a fait son entrée dans les écoles. Que ce soit timidement par le don ou l'achat d'un ou plusieurs ordinateurs isolés, ou que ce soit plus officiellement par l'arrivée d'I-Mac ou de PC dans les écoles primaires de la Communauté française de Belgique.

Tant à la maison qu'à l'école, on constate que les enfants n'ont guère de difficultés à s'adapter à l'outil informatique. Très rapidement, la plupart d'entre eux apprennent les opérations fondamentales de manipulation d'un ordinateur : cliquer sur des boutons, dérouler des menus, introduire des informations au clavier, insérer un CD-Rom dans un lecteur, se connecter sur Internet.

À partir de ce constat, nous supposons que l'environnement informatique est plus ou moins familier pour les élèves. Dès lors, dans ce chapitre, nous ne nous attardons pas aux questions que pourraient soulever l'initiation à l'informatique, le maniement de la souris ou l'usage d'un quelconque autre périphérique. Nous considérons ces éléments comme des prérequis plus ou moins bien acquis.

Nous ne nous attardons pas non plus sur les aspects que l'on pourrait qualifier de « logistiques » : il est clair que la présence en classe d'une ordinateur « équipé d'une imprimante et de logiciels performants » constitue pour l'enseignant et pour les élèves une aide appréciable en vue de la réalisation de documents de qualité. Ce dernier point n'est certainement pas négligeable vu l'importance accordée usuellement aux productions des élèves. Dans le même ordre d'idées, il serait souhaitable que chaque école dispose d'au moins un scanner.

Dans la suite de ce chapitre, notre propos sera plutôt d'analyser en quoi la manipulation de didacticiels de mathématique peut constituer un plus par rapport au matériel didactique classique. Vu la nature des sujets destinés à être abordés à l'aide du logiciel *Apprenti Géomètre* qui fait l'objet de ce travail, nous considérerons uniquement des logiciels de géométrie. Rappelons néanmoins que les mêmes questions pourraient être posées relativement à d'autres logiciels — `Derive` par exemple — qui fournissent un appui appréciable à l'enseignement d'autres sujets. *Apprenti Géomètre* est un logiciel de géométrie, mais a été conçu de façon à aborder d'autres sujets à travers la géométrie (d'où le sous-titre « Grandeurs, Fractions et Mesures »). Cet aspect sera développé à la fin de ce chapitre, mais surtout dans les chapitres suivants.

Avant d'analyser les spécificités d'*Apprenti Géomètre*, nous rendrons compte de celles de deux autres logiciels de géométrie : `Logo` et `Cabri`. Nous nous attarderons plus particulièrement sur deux aspects complémentaires : l'activité des enfants et le développement chez eux des concepts géométriques.

Pour commencer, il n'est pas mauvais de rappeler quelques faits qui désormais relèvent de l'histoire de la pédagogie.

1 Aux débuts de l'informatique dans les classes

Dès les premières expériences d'introduction de l'informatique dans des classes, il est apparu que l'usage de cet outil constituait un facteur de motivation des enfants. On aurait pu craindre que cette motivation disparaisse, ou tout au moins s'atténue fortement, en même temps que, l'accès à l'ordinateur devenant plus facile, une banalisation de son emploi apparaîtrait. Il ne semble pas que ce soit le cas, ou tout au moins pas encore. Il convient évidemment de s'interroger sur les causes de ce phénomène.

Remémorons-nous d'abord la situation telle qu'elle se présentait lors de l'apparition des premiers micro-ordinateurs, c'est-à-dire un peu après 1980. En ces temps éloignés, rares étaient les écoles qui disposaient d'une salle d'informatique. Quelques enseignants avaient réussi à équiper leur classe d'un ordinateur. Peu de logiciels didactiques existaient, et leur convivialité était faible.

Toutefois, dès le début, les enseignants qui croyaient à l'entrée des ordinateurs dans les écoles, étaient convaincus que les possibilités de cet appareil devaient être exploitées en vue de présenter aux élèves « autre chose » que ce qu'on pouvait leur présenter avec les moyens classiques.

Plusieurs tendances sont alors apparues. L'une d'entre elles consistait à exploiter l'outil informatique en vue de réaliser des « cours programmés » tels qu'on les concevait à la suite des travaux de B. F. Skinner ou N. Crowder. La réalisation de cours de ce genre était coûteuse en moyens matériels et humains. Skinner, un membre éminent de l'école « behavioriste » — une école qui a beaucoup étudié les comportements tant animaux qu'humains — préconisait de découper la matière à enseigner en petites unités dont la complexité ne croissait qu'extrêmement lentement (voir [66]). Les enfants recevaient des textes « à trous » qu'ils devaient compléter. Chaque réponse fournie était immédiatement évaluée, en guise de « renforcement ». La méthode de Skinner était facilement utilisable avec un ordinateur ; encore nécessitait-elle que la matière soit analysée de façon très fine, ce qui était parfois difficile à réaliser. De plus, l'élève pouvait arriver au bout du texte à trous, en ayant répondu correctement à toutes les questions, en ayant acquis quelques connaissances nouvelles, mais sans avoir compris le sens profond de ce qu'il avait appris. La méthode pouvait convenir en vue de l'apprentissage de recettes techniques, mais se prêtait mal à la formation de concepts.

Au contraire des cours skinnériens, qui étaient linéaires (tous les élèves recevaient exactement la même suite de questions), un cours crowdérien était ramifié (voir [24]). À chaque question, l'élève devait choisir entre plusieurs réponses possibles. Les questions qui lui étaient soumises ensuite dépendaient de son choix. Le parcours du questionnaire s'adaptait donc à la situation individuelle de chaque enfant. Cette méthode permettait aussi de proposer aux enfants des questions de complexité plus grande que dans l'enseignement skinnérien : la réponse correcte parmi les réponses proposées n'était pas nécessairement évidente. Les distracteurs[1] correspondaient normalement à des erreurs fréquentes. Il ne s'agissait donc pas toujours d'un choix facile, mais souvent d'une véritable réponse à élaborer. Si elle était correcte, la question suivante permettait de progresser dans l'apprentissage. Sinon, selon l'erreur commise, l'élève était aiguillé vers un passage qui lui fournissait des explications plus détaillées[2]. Cette méthode nécessitait de la part de l'auteur du cours un travail pédagogique encore plus grand que la méthode skinnérienne : il fallait analyser la matière et en même temps prévoir les comportements possibles (corrects ou non) des élèves. Le caractère ramifié d'un cours crowdérien rendait plus opportune encore l'utilisation d'un ordinateur que dans le cas skinnérien.

Qu'elles soient skinnériennes ou crowdériennes, les méthodes d'enseignement programmé n'ont plus été utilisées après la décennie 1980-1990. À côté de leurs défauts évidents, nous voulons en retenir deux aspects positifs. Le premier est le contact d'ordre privé entre l'élève et le support d'enseignement, que ce soit un manuel imprimé ou un ordinateur. On a souvent souligné que cette caractéristique permet d'éviter chez l'élève la peur de l'évaluation, explicite ou implicite, en cas de mauvaise réponse. Le second était une certaine interactivité de l'élève avec le matériel d'enseignement. Reconnaissons toutefois que ces deux aspects — d'ailleurs plus marqués dans la méthode crowdérienne que dans la méthode skinnérienne — restaient assez limités. On était encore loin d'une situation dans laquelle l'ordinateur attend que l'élève lui demande quelque chose.

La réalisation de logiciels basés sur l'une ou l'autre des méthodes d'enseignement programmé mobilisait normalement des équipes importantes, comportant non seulement des informaticiens, mais aussi des pédagogues « généralistes » au courant des principes de ces méthodes, des spécialistes de la discipline, pour analyser la matière de façon approfondie et des enseignants « de terrain » qui, seuls, pouvaient prévoir les réactions possibles des élèves aux différentes questions. Lorsque ces conditions n'étaient pas remplies, les réalisations n'étaient guère convaincantes. Aussi n'est-il pas étonnant qu'une autre conception de l'E.A.O.[3] soit apparue très rapidement.

Cette tendance était le fait d'enseignants « militants », souvent isolés, toujours passionnés, qui avaient réussi — parfois à leurs propres frais — à équiper leur classe d'un micro-

[1]Dans un questionnaire à choix multiple, ce nom désigne les réponses incorrectes qui figurent parmi les propositions soumises au choix.

[2]Un livre crowdérien était souvent appelé un livre « brouillé », les pages n'étant pas lues dans l'ordre.

[3]E.A.O. : Enseignement Assisté par Ordinateur.

ordinateur. Le plus souvent, ces enseignants programmaient eux-mêmes les didacticiels dont ils souhaitaient disposer. Les moyens matériels et le temps dont ils disposaient étant faibles, il n'était pas question qu'ils se lancent dans des projets importants. Il ne s'agissait pas pour eux de créer des cours par ordinateur, mais bien de petites séquences qu'ils intégraient à leur enseignement usuel. Ils profitaient des possibilités de l'ordinateur — et principalement des possibilités graphiques — pour « montrer des choses » qu'ils n'auraient pu montrer autrement. Chaque séquence ainsi réalisée pouvait être assimilée à un petit film et être projetée autant de fois qu'il était souhaité. On a souvent dit que dans cet emploi, l'ordinateur devenait un « super-tableau ». Les élèves n'y accédaient que de façon limitée.

Progressivement, les enseignants concernés ont pris conscience de l'utilité de pouvoir modifier certains paramètres de la situation étudiée. Sont ainsi apparus plus tard des logiciels permettant une plus grande interactivité entre l'élève et l'ordinateur : par exemple, des logiciels de géométrie spatiale, réalisés à l'intention de l'enseignement secondaire, ont permis à l'élève non seulement de visualiser des sections de cubes par des familles préprogrammées de plans, mais aussi de choisir lui-même le plan de section. Des jeux arithmétiques ou géométriques installaient une compétition soit entre deux élèves, soit entre un élève et l'ordinateur.

Mais ces efforts isolés ne pouvaient finalement mener très loin.

2 Quand l'élève pilote l'ordinateur

Les premiers logiciels à avoir vraiment permis à l'élève de piloter l'ordinateur, plutôt que le contraire, ont été d'une part le langage `Logo` dû à S. Papert (voir [60]) et `Cabri-Géomètre`, conçu et réalisé par J.-M. Laborde (voir [54]). Ces deux logiciels de géométrie sont très différents. Ils vont nous permettre de nous pencher sur la question de savoir *à quelle géométrie l'ordinateur nous donne accès.*

Avant de tenter de répondre à cette question, formulons quelques considérations générales. Le pilotage d'un ordinateur par un élève a en effet des retombées extra-mathématiques, qu'il n'est pas mauvais d'expliciter.

L'ordinateur n'aime pas les « à peu près ».

Bien que l'on parle parfois d'« intelligence artificielle », un ordinateur est une machine qui ne sait rien faire d'autre que ce qu'on lui a appris. Et encore convient-il de le lui expliquer dans tous les détails. Aussi l'élève qui donne des instructions à un ordinateur, est-il astreint à s'exprimer avec une précision rare dans la vie quotidienne. Toute instruction erronée est immédiatement sanctionnée d'un message d'erreur. De plus, les crises de colère ou de larmes restent sans influence sur la machine.

L'ordinateur impose son langage.

Nous utilisons ici le mot « langage » dans un sens très large : il peut s'agir d'un langage symbolique dans lequel l'utilisateur rédige une suite d'instructions à l'intention de la machine. Il peut s'agir aussi d'un ensemble de manipulations (de la souris par exemple) qui permettent d'obtenir les résultats souhaités. Dans ce cas, on parle souvent d'« interface ».

Le langage de l'ordinateur peut être plus ou moins « convivial », ce qui signifie dans la pratique qu'il peut être plus ou moins facile à apprendre. Mais dans tous les cas, l'utilisateur doit traduire sa pensée en termes compréhensibles par l'ordinateur. Un tel exercice de traduction oblige l'enfant à un effort de réflexion qui, souvent, améliore sa maîtrise de la situation. Une traduction réussie est un indice de compréhension.

Un ordinateur est très patient et très rapide.

Il en résulte qu'une expérience peut être exécutée à de nombreuses reprises, avec ou sans modification des paramètres expérimentaux. Un grand nombre de situations différentes peuvent ainsi être étudiées et comparées en un laps de temps assez court. Cette richesse expérimentale contribue puissamment à la conceptualisation, par exemple à travers des « simulations » variées.

Un ordinateur ne raisonne pas comme un être humain.

Les opérations nécessaires pour obtenir un résultat donné à l'aide d'un ordinateur diffèrent souvent des opérations mentales qui conduisent au même résultat. Consciemment ou inconsciemment, l'esprit humain tient compte d'un contexte inaccessible à l'ordinateur et adopte des raccourcis qui facilitent son travail. L'ordinateur ne dispose pas d'un « pifomètre » et doit donc être beaucoup plus systématique. Sa « logique » est très souvent de style « combinatoire ». Par exemple, s'il est à la recherche d'un objet satisfaisant à un critère donné, il lui arrive de devoir examiner toutes les possibilités en éliminant une à une celles qui ne satisfont pas au critère. Dans un tel cas, il arrive que l'esprit humain restreigne d'emblée l'ensemble de cas à considérer en éliminant globalement (parfois de façon inconsciente) toute une série de cas qui « ne vérifient visiblement pas » une condition découlant nécessairement du critère donné.

On pourrait dire que l'élève qui travaille sur ordinateur est confronté à deux « tempéraments » différents. Cette confrontation amène un enrichissement important des concepts manipulés.

Ces remarques sont restées très générales. On en trouvera des manifestations concrètes dans les paragraphes qui suivent.

3 Logo

Il existe de nombreuses versions de `Logo`, certaines disposant même d'un interface adapté à Windows (avec menus déroulants, boutons-poussoirs...). Quelle que soit la version, `Logo` est d'abord un langage de programmation dérivé de `Lisp`, un peu lourd et assez lent, mais qui peut en principe être utilisé à n'importe quelle fin. Cela étant dit, il est surtout raisonnable d'utiliser `Logo` pour son point fort : l'apprentissage de la géométrie. Mais de quelle géométrie s'agit-il et comment l'élève l'apprend-il ?

3.1 Comment l'élève apprend-il ?

Le principe de Logo est bien connu : l'élève pilote une tortue en lui donnant des ordres en « langage tortue », c'est-à-dire des instructions du langage Logo lui-même. Les instructions fondamentales sont celles qui ordonnent à la tortue d'avancer d'une longueur L (AV :L), de reculer d'une longueur L (RE :L), de tourner à gauche d'un angle A (GA :A) ou de tourner à droite d'un angle A (DR :A).

Notre première constatation est donc la coexistence simultanée et inévitable de deux modes de représentation différents : un langage symbolique, utilisé par l'enfant, et un langage graphique qui constitue en quelque sorte la réponse de la tortue à l'enfant. À lui de juger si les instructions qu'il donne à la tortue sont suivies des effets attendus. Le cas échéant, il doit modifier ses instructions. Nous sommes bien dans une situation où c'est l'élève qui pilote l'ordinateur et non le contraire.

Quand l'enfant éprouve des difficultés à s'exprimer en « langage tortue », on lui conseille de « jouer à la tortue » en mimant les déplacements de celle-ci. L'enfant établit ainsi une connexion directe entre lui-même et le registre graphique dans lequel les dessins sont ensuite réalisés.

L'instituteur peut laisser l'enfant libre de réaliser les dessins de son choix. Mais cette méthode ne donne généralement pas grand-chose. Il est plus indiqué de proposer à l'élève un projet, un dessin à réaliser. Éventuellement, on restreint les instructions que l'élève a le droit d'utiliser. Ou bien on met à sa disposition des procédures rédigées par l'enseignant mais que l'élève utilisera comme des « boîtes noires », au même titre que les primitives du langage. Au début, les projets seront évidemment simples. Leur réalisation consistera en une suite d'instructions AV, RE, GA, DR ne constituant pas un programme : l'élève les introduit une à la fois et évalue directement le résultat. S'il est satisfait, il introduit l'instruction suivante. Sinon il s'arrange pour ramener la tortue là où elle était et il recommence. La programmation ne viendra que quand il pourra anticiper.

Pour tirer un profit maximum de Logo, et réaliser des projets plus compliqués (un bouquet de fleurs par exemple), l'élève doit franchir trois obstacles non négligeables[4].

- Assimiler la méthode de répétition : pour dessiner un carré de côté 20, plutôt que d'écrire AV 20 DR 90 AV 20 DR 90 AV 20 DR 90 AV 20, il suffit d'écrire REPETE 4 [AV 20 DR 90]. On note d'ailleurs que ces deux processus ne sont pas complètement équivalents : si la tortue dessine la même figure, son cap final n'est pas le même.
- Apprendre à donner un nom à une suite d'instructions, ce qui permet ensuite de réutiliser cette suite simplement en invoquant son nom, donc sans devoir récrire toutes les instructions : après POUR CARRE REPETE 4 [AV 20 DR 90] FIN il suffit d'écrire CARRE pour qu'un carré soit dessiné.
- Apprendre à utiliser des paramètres : après POUR CARRE :L REPETE 4 [AV :L DR 90] FIN , on peut dessiner des carrés de taille différente à l'aide d'instructions telles que CARRE 20 ou CARRE 40.

Ces trois obstacles figurent parmi ceux que l'on rencontre dans tout apprentissage qui

[4] Il faut donc prévoir que l'usage de Logo s'étale sur une période assez longue.

entraîne une globalisation et une structuration des connaissances. Dans les trois cas, il s'agit de constituer une entité unique à partir d'éléments qui au départ étaient séparés.

Par exemple, quand l'élève écrit AV 20 DR 90 AV 20 DR 90 AV 20 DR 90 AV 20, il porte son attention successivement sur chacun des côtés du carré. Il ne peut passer à REPETE 4 [AV 20 DR 90] qu'à condition d'envisager les quatre côtés à la fois. Le remplacement de cette instruction par le seul mot CARRE témoigne de ce qu'un carré est désormais considéré comme une entité en soi. Enfin, l'apparition d'un paramètre dans CARRE :L correspond à la prise de conscience de ce que les carrés constituent une famille de figures semblables susceptibles d'être dessinées par une seule procédure. Avec les procédures paramétrées, on se rapproche un peu de la « géométrie dynamique » qui fut introduite dans les classes, 10 ans plus tard, à la suite de la diffusion de `Cabri` (voir le paragraphe suivant).

Bien que la description qui vient d'être faite soit probablement un peu trop schématique, on peut considérer que la progression dans la maîtrise de Logo correspond à une progression dans la maîtrise de certaines propriétés géométriques. En quelque sorte, les deux représentations, symbolique et graphique, s'épaulent mutuellement.

Ainsi, à la question « Comment l'enfant apprend-il de la géométrie avec Logo ? », nous pouvons répondre « en réalisant des projets de complexité croissante » qui lui permettent de réinvestir les acquis précédents. Au fil de son travail avec Logo, l'enfant va s'approprier ce que G. VERGNAUD, [71], appelle des « théorèmes en actes ». Par exemple, il dégagera de ses expériences le théorème « du tour complet » : *Quand la tortue revient à son point de départ et reprend son cap d'origine, elle a certainement tourné au total d'un angle qui est un nombre entier de fois 360°.*

Si Logo permet un apprentissage de certaines notions géométriques différent de l'apprentissage usuel, il ne faut pas en déduire que l'emploi de ce langage fournit la solution à tous les problèmes. Dès 1985, J. HILLEL [48] notait que *« l'emploi de Logo ne fait pas disparaître les obstacles traditionnels à l'acquisition de concepts mathématiques »*. Elle ajoutait : *« Il ne faut cependant pas sous-estimer les résultats des enfants de 8 à 9 ans. Non seulement*[5] *ils ont réussi à écrire des descriptions dans un langage formel (certains programmes atteignant 35 commandes), mais ils ont aussi manipulé des concepts mathématiques sophistiqués*[6]*. »*

3.2 Quelle géométrie l'enfant apprend-il ?

L'autre question posée était « Quelle géométrie l'enfant apprend-il ? » Ce n'est certainement pas ce qu'on appelle couramment la géométrie « de la règle et du compas » pour la très simple raison qu'il n'existe pas en langage-tortue d'instruction qui permette de déterminer l'intersection de deux droites (ou deux segments si on préfère), ni — *a fortiori* — l'intersection d'une droite et d'un cercle ou celle de deux cercles. Pis encore : il n'existe pas en Logo de véritable cercle, déterminé par un centre et un rayon, mais uniquement des « cercles approchés » qui sont en réalité des polygones réguliers ayant un grand nombre

[5] Après douze heures d'activités Logo.

[6] Pour leur âge.

de côtés. L'instruction REPETE 36 [AV 5 DR 10] dessine en effet une approximation acceptable d'un cercle, mais celui-ci ignore où est son centre. Rassurons le lecteur : il est possible de dessiner un cercle approché en imposant un centre et un rayon, mais cette opération n'est pas à la portée d'un enfant de l'école primaire.

Nous revenons là à la caractéristique première de Logo : ce langage oblige l'enfant à penser constamment au déplacement à effectuer et à l'orientation de ce déplacement pour amener la tortue en un point donné. Ce sont là deux aspects peu considérés dans l'enseignement usuel. Le premier parce que, pour placer son crayon en un point déterminé du papier, il n'y a aucune analyse préalable à effectuer. Le second parce qu'au contraire des angles de la géométrie élémentaire, ceux de la tortue sont *orientés* : comme dans la vie courante, tourner à gauche n'a pas la même signification que tourner à droite, $+30°$ et $-30°$ sont des choses différentes.

La géométrie que l'enfant peut apprendre avec Logo n'est pas vraiment la même que celle prévue par les documents officiels. Nul doute que cette circonstance n'encourage pas les instituteurs à orienter leur travail dans cette direction. Cependant, la géométrie-tortue peut apporter à l'enfant des éléments utiles. Passons en revue quelques travaux (déjà anciens).

En 1983–84, R. Noss [58], réalise une étude impliquant 118 élèves de 8 à 11 ans portant sur la compréhension des concepts de longueur et d'angle. Ces deux sujets sont évidemment choisis pour leur rôle essentiel en Logo. Il constate une « tendance vers un effet positif » concernant la conservation de la longueur et le concept d'unité de mesure. L'effet était plus marqué relativement à la conservation des angles et la mesure des angles.

De son côté, en 1987, E. Gallou, [42], constate que le changement d'orientation d'une figure provoqué par l'application d'une symétrie orthogonale n'est guère mis en évidence dans les collèges français. Elle fait alors travailler des élèves de 13 à 14 ans sur ce sujet. La tâche qui leur est soumise consiste à dessiner en Logo le symétrique d'une figure donnée sur papier. Les élèves peuvent faire apparaître sur leur écran la solution du problème, mais à trois reprises uniquement. L'étude de Gallou est très fouillée ; elle comporte notamment plusieurs groupes d'élèves soumis à des conditions différentes. Des comparaisons sont ainsi possibles, d'où ressortent les conclusions suivantes :

Les objectifs atteints au mieux quand quatre conditions sont réalisées :

1. *Utilisation du micro-ordinateur avec une liste restreinte de commandes Logo.*
2. *Présence de l'interaction de deux élèves travaillant ensemble.*
3. *Place de la séquence avant le cours et les exercices.*
4. *Existence d'une correction dont l'élève dispose et nécessité, en cas de reconnaissance d'une erreur, de faire un nouvel essai, jusqu'à trois essais.*

Peut-être pouvons-nous interpréter la troisième condition comme signifiant que lorsque les élèves se voient proposer une activité sur un sujet qui n'a pas encore fait l'objet d'un enseignement, ils vivent cette activité comme une recherche ou un défi qui les motive, plutôt que comme une tâche scolaire.

Également en 1987, J. HILLEL et C. KIERAN, [49], s'intéressent aux choix faits par les élèves qui veulent dessiner une figure en Logo : sur quelles bases choisissent-ils les commandes à utiliser, ainsi que les paramètres à transmettre à ces commandes ? Ils distinguent deux schémas de choix : un schéma *visuel* et un schéma *analytique*. Dans le premier cas, l'élève n'analyse pas la figure géométrique à réaliser, mais se base sur sa perception visuelle de la portion de figure déjà réalisée. Dans le second cas, la démarche de l'élève est basée sur un raisonnement géométrique. Les auteurs constatent que, pour ce qui concerne le choix des paramètres angulaires, les élèves ont tendance à utiliser spontanément un schéma visuel et ne se résolvent à une approche analytique qu'en cas d'échec.

En 1990, D. CLEMENTS et M. BATTISTA, [15], s'intéressent à leur tour aux effets du Logo sur la formation des concepts d'angle et de polygone et reviennent sur les deux schémas, visuel et analytique distingués par HILLEL et KIERAN. Leurs conclusions sont différentes : *Les données suggèrent que les expériences Logo, particulièrement celles qui sont enrichies d'activités et de discussions appropriées, peuvent améliorer les résultats scolaires en aidant les enfants à abandonner leurs conceptions intuitives originelles au profit des idées mathématiquement plus sophistiquées d'angle, de mesure d'un angle et de rotation.*

À travers ce rapide et très partiel parcours de la littérature concernant l'usage de Logo, nous voyons se dégager quelques idées fortes.

- Le sujet géométrique à l'apprentissage duquel Logo contribue le plus semble être le concept d'angle (orienté). Il n'y a là rien d'étonnant compte tenu du rôle joué par ce concept en Logo.
- Plusieurs des travaux mentionnés parlent d'*environnement Logo* ou de micro-monde dans lequel situer les activités proposées aux élèves. En d'autres termes, pour que ces activités soient pleinement profitables, les commandes accessibles aux élèves seront — au moins dans un premier temps — restreintes. La marge de manœuvre des enfants sera donc limitée de façon à favoriser certaines procédures et certains types de raisonnement.
- Le fait d'utiliser Logo ne constitue pas une panacée. Les activités avec ordinateur recevront donc un accompagnement important de la part de l'instituteur afin qu'elles ne conservent pas un côté superficiel mais au contraire favorisent un progrès durable pour l'enfant.
- La motivation de l'élève pourrait être renforcée si l'activité qui lui est proposée apparaît comme un défi à relever, plutôt qu'une activité de type scolaire traditionnel.

4 Cabri

Commençons par signaler que nous ne considérerons ici Cabri-Géomètre que comme un représentant — sans doute le plus complet et certainement le plus fréquemment utilisé en francophonie — d'une classe de logiciels (par exemple Chamois et Declic[7]) basés sur le même principe et partageant un grand nombre de fonctionnalités. Dans cette classe figure également un logiciel anglo-saxon du nom de Geometer's sketchpad. Il est peu utilisé en

[7] Celui-ci a le gros avantage d'être gratuit.

pays francophone, tant pour des raisons linguistiques que par le fait que `Cabri-Géomètre` occupe le terrain.

Si `Logo` a été utilisé et expérimenté dans des écoles primaires (de nombreux pays), par contre `Cabri` a surtout été utilisé dans l'enseignement secondaire. On ne s'étonnera donc pas que les observations dont nous ferons état se rapportent essentiellement à ce niveau d'enseignement.

Notons d'abord des caractéristiques communes à `Cabri`[8] et `Logo`. D'une part, les commandes accessibles aux élèves peuvent être restreintes dans chacun de ces logiciels. Nous avons déjà rencontré l'intérêt et même la nécessité de cette possibilité en vue de favoriser certaines démarches chez l'élève. D'autre part, `Logo` et `Cabri` sont également susceptibles d'être étendus par l'élaboration de macros ou la définition de fonctions. Une telle possibilité n'est peut-être que peu nécessaire au début d'un apprentissage, mais elle s'avère particulièrement intéressante lorsque l'élève a atteint un niveau de conceptualisation suffisant, en lui permettant alors de transposer la structure de sa pensée dans son activité informatique.

Nous avons aussi relevé que la géométrie accessible à travers `Logo` n'était pas vraiment la même que celle de l'école (primaire ou secondaire). Par contre, `Cabri` a été conçu pour coller au mieux à la géométrie (plane) du secondaire, ce qui devrait aider le professeur à l'intégrer à son enseignement. C'est ainsi que `Cabri` permet de positionner des points à vue dans le plan, de les joindre par des segments ou des droites, de tracer des parallèles, des perpendiculaires, de dessiner des cercles (un cercle est déterminé par son centre et un de ses points), de placer des points aux intersections de droites et de cercles... Bref, `Cabri` permet de réaliser sur un écran d'ordinateur toute construction effectuée usuellement à la règle et au compas[9], et cela sans que l'élève doive recourir à une démarche de type numérique analogue à celle qui est indispensable avec `Logo`.

Il est donc tout à fait évident que les démarches mentales favorisées ou suscitées par les environnements `Logo` et `Cabri` ne peuvent être que différentes. Il en est de même sur le plan du développement des concepts.

Par ailleurs, plus un logiciel s'intègre à l'enseignement usuel, moins il est aisé d'apprécier son impact réel sur le développement des connaissances. À la limite, si `Cabri` n'était qu'un instrument de dessin particulièrement efficace, sans amener aucun changement ni dans les activités proposées aux élèves, ni dans les développements mathématiques du cours, on pourrait s'interroger sur son utilité réelle. Heureusement, grâce à sa capacité d'animation, `Cabri` N'EST PAS qu'un instrument de dessin.

Par « capacité » d'animation, nous entendons la possibilité que donne `Cabri` de modifier de façon continue la position d'un point du plan tout en préservant l'intégrité des figures auxquelles ce point appartient. Par exemple, un triangle abc ayant été dessiné, quand on déplace à la souris le point a, les côtés ab et ac « suivent » et le triangle se déforme.

De cette manière, l'élève interagit en direct avec la représentation graphique sans avoir

[8]Pour une introduction détaillée à l'usage de `Cabri`, on pourra se référer notamment au premier tome de la référence [25].

[9]Et même quelques autres !

besoin ni de recommencer un dessin comme il devrait le faire dans l'environnement papier-crayon, ni de modifier la valeur d'un paramètre numérique, comme il devrait le faire en Logo. De plus Cabri possède une fonction qui permet à l'élève de déclencher le mouvement d'un point sans devoir « tirer » lui-même le point à la souris. Ces possibilités d'animation, manuelle ou automatique, font de la géométrie étudiée avec Cabri une géométrie différente de la géométrie usuelle : on parle parfois de « géométrie dynamique ». Des démarches nouvelles peuvent ainsi s'installer chez l'élève.

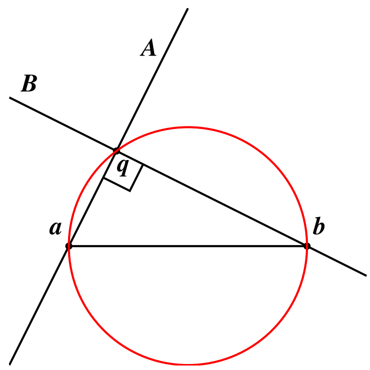
4.1 La démarche de découverte

En présence d'une question ouverte, l'enfant peut utiliser Cabri pour découvrir la réponse[10].

Par exemple « Étant donné un segment $[ab]$, où peut-on placer un point q pour que le triangle abq soit rectangle ? » est un problème ouvert pour un élève du début du secondaire.

Avec Cabri, la question se transforme d'abord en un problème de construction.

Puisque nous ignorons la position du point q, *a priori*, la droite aq peut être n'importe quelle droite passant par a. Traçons-en une : A.
Puisque le triangle abq doit être rectangle, la droite qb ne peut être que la perpendiculaire à A passant par b. Nous pouvons donc la tracer. Nommons-la B. Le point cherché, q, est l'intersection des droites A et B.
Utilisons à présent la capacité d'animation de Cabri : faisons tourner la droite A autour du point a. Nous « voyons » que le point q décrit un cercle. La réponse est découverte, le problème est fermé.



Il reste à **démontrer** par un **raisonnement logico-déductif** que cette réponse est bonne. Cette démonstration demeure nécessaire, car on s'est contenté de « voir » la réponse. Le travail effectué avec Cabri ne facilite peut-être pas toujours la démonstration proprement dite, mais il contribue à la maîtrise de la situation par l'élève. Un contexte favorable a ainsi été créé.

4.2 La démarche de vérification

Dans le cas où la question soumise à l'élève est dès le départ une question fermée, l'élève n'a pas à découvrir la réponse. Mais par sa capacité d'animation, Cabri lui permet souvent de se convaincre de la véracité de la réponse proposée, et cette conviction crée le contexte favorable dont nous venons de parler.

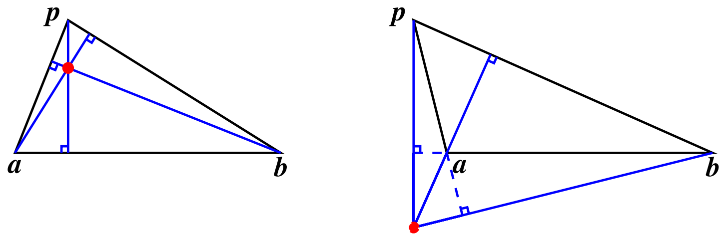
[10]Dans un très intéressant article, [52], G. Kuntz, montre comment certaines questions ouvertes se prêtent à des démarches de découverte différentes, enrichissant ainsi considérablement la situation au point de permettre des prolongements non recherchés *a priori* par l'enseignant

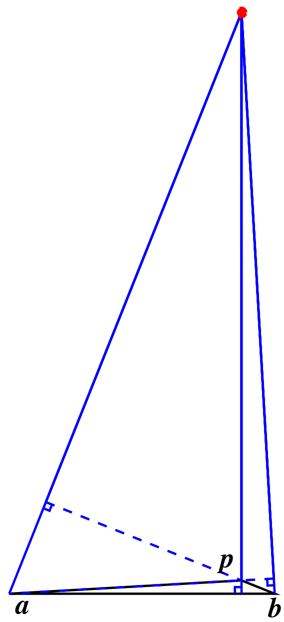
Considérons par exemple un des premiers théorèmes de la géométrie euclidienne :

Les hauteurs d'un triangle se coupent en un même point.

Le tracé sur une feuille de papier d'un seul triangle, permet de vérifier cette propriété pour CE triangle particulier.

Avec `Cabri`, on dessine d'abord un triangle ; ensuite on en engendre toute une famille en déplaçant l'un ou l'autre des sommets. On vérifie alors que la propriété reste vraie en permanence. Comme lors d'une activité de découverte, on « voit » ainsi la vérité, avant de la démontrer. On peut aussi rechercher si la propriété est vraiment générale en étudiant des cas extrêmes. Par exemple, que se passe-t-il si l'un des sommets se rapproche très près du côté opposé ? Ou s'il s'éloigne indéfiniment ?

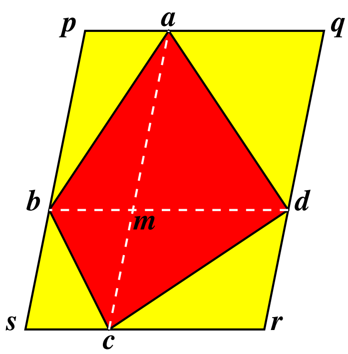




4.3 La démarche de généralisation

La démarche de vérification se transforme en une démarche de généralisation dès que l'on se demande si une propriété rencontrée et démontrée pour une famille de figures, reste vraie pour une famille plus générale.

À titre d'exemple, considérons un quadrilatère convexe $abcd$.

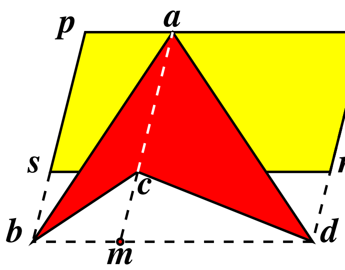


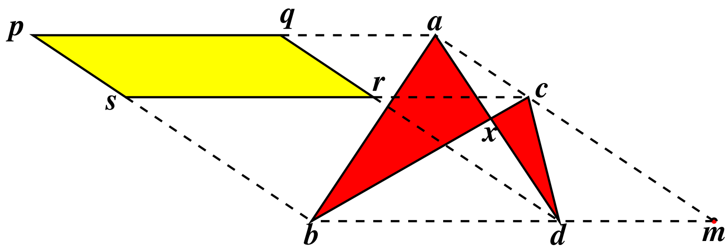
Traçons les diagonales $[ac]$ et $[bd]$. Par les sommets a et c du quadrilatère, on trace alors les parallèles à la diagonale $[bd]$. De même, par les sommets b et d, on trace les parallèles à la diagonale $[ac]$. On détermine ainsi un grand parallélogramme $pqrs$. Les deux diagonales découpent le quadrilatère $abcd$ en quatre triangles abm, bcm, cdm et dam. Le parallélogramme $pqrs$ est découpé en quatre plus petits parallélogrammes $pamb$, $aqdm$, $drcm$ et $csbm$. Chacun de ces petits parallélogrammes contient l'un des triangles et a une aire double de celui-ci.

L'aire du quadrilatère $abcd$ est donc la moitié de celle du parallélogramme $pqrs$.

Cette propriété étant établie, on peut se demander si elle se généralise aux quadrilatères non convexes, en commençant par les quadrilatères du type « fer de lance ».

`Cabri` permet de transformer le quadrilatère $abcd$ jusqu'à faire entrer le point c à l'intérieur du triangle abd. On effectue la même construction que dans le premier cas. . . mais la figure prend un aspect différent : la diagonale $[bd]$ est à l'extérieur du quadrilatère $abcd$!

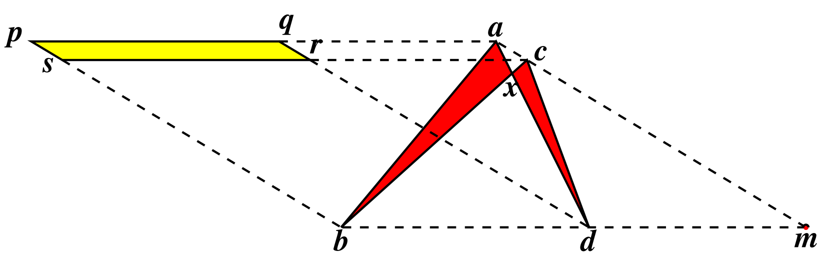




Les triangles abm, bcm, cdm et dam sont toujours là, mais ils ne constituent plus le quadrilatère $abcd$. Celui-ci est formé des triangles abc et acd. Quant au parallélogramme $pqrs$, il n'est plus constitué de $pamb$, $aqdm$, $drcm$ et $csbm$, mais bien de $pacs$ et $aqrc$. Les pièces se mettent en place si on remarque les égalités suivantes entre aires :

$$\begin{aligned}
\text{aire}(abcd) &= \text{aire}(abc) + \text{aire}(acd)\\
&= (\text{aire}(abm) - \text{aire}(cbm)) + (\text{aire}(adm) - \text{aire}(cdm))\\
&= \frac{1}{2}(\text{aire}(pamb) - \text{aire}(scmb)) + \frac{1}{2}(\text{aire}(aqdm) - \text{aire}(crdm))\\
&= \frac{1}{2}\,\text{aire}(pacs) + \frac{1}{2}\,\text{aire}(aqrc)\\
&= \frac{1}{2}\,\text{aire}(pqrs)
\end{aligned}$$

En déplaçant encore le sommet c, on « croise » le quadrilatère. Cette fois, les deux diagonales $[ac]$ et $[bd]$ sont extérieures au quadrilatère $abcd$. Mais rien n'empêche d'effectuer à nouveau la même construction, et de chercher un lien entre l'aire du quadrilatère $abcd$ et celle du parallélogramme $pqrs$, en utilisant le fait que le quadrilatère est constitué des deux triangles abx et cdx, où x est (sur notre figure) le point d'intersection des côtés $[ad]$ et $[bc]$. Inutile d'essayer de démontrer que la somme des aires de ces deux triangles est la moitié de celle du parallélogramme $[pqrs]$. On s'en rend compte en déplaçant le point c de façon qu'il se rapproche de plus en plus de la droite parallèle à bd qui passe par a : les segments $[pq]$ et $[rs]$ se rapprochent l'un de l'autre, l'aire du parallélogramme $pqrs$ devient de plus en plus petite. À la limite, si c est sur la parallèle à $[bd]$ passant par a, le parallélogramme $pqrs$ disparaît alors que les triangles abx et cxd sont toujours bien là !



À l'issue de la démarche de généralisation menée avec `Cabri`, nous débouchons donc sur un point d'interrogation. Nous avons trouvé un lien entre l'aire du quadrilatère $abcd$ et celle du parallélogramme *pqrs* dans les cas « *abcd* convexe » et « *abcd* fer-de-lance ». Ce lien disparaît-il dans le cas des quadrilatères croisés, ou change-t-il de nature ? Dans ce cas, c'est en fait le concept d'aire lui-même qui doit être revisité, question qui ne sera pas abordée avant la fin de l'enseignement secondaire.

4.4 Le concept de « figure géométrique »

À la lumière des situations précédentes, on comprend qu'en géométrie dynamique, le concept de « figure géométrique » change de contenu, et qu'il y a lieu de distinguer « dessin » de « figure » : le dessin d'un triangle réalisé par `Cabri` peut se transformer en le dessin de n'importe quel triangle. Dire que la figure géométrique « triangle » possède telle ou telle propriété, c'est dire que tous les dessins de triangle possèdent cette propriété. L'idée d'objet « quelconque » prend ainsi son sens véritable.

C. Laborde et B. Capponi, [53], ont analysé en détail l'impact de l'emploi de `Cabri` sur la question des rapports entre dessins et figures et les comportements possibles d'élèves devant une tâche de production d'une figure.

4.5 La démarche d'évaluation et d'auto-évaluation

Une telle démarche se met en place de façon naturelle par le fait que `Cabri` conserve la trace des manipulations effectuées par l'enfant et que celui-ci peut ainsi « visionner le film » de son activité.

4.6 Une expérience à l'école primaire

T. Assude et J.-M. Gelis, [3], se sont intéressés au problème de l'intégration des « TICE[11] » dans l'enseignement de la géométrie à l'école primaire. « *Quels usages pédagogiques et didactiques doit-on faire de ces instruments ? Quel est l'impact de l'utilisation de ces outils dans les apprentissages des savoirs géométriques ?* » Les conditions et contraintes « concrètes » de fonctionnement de l'enseignement primaire les amènent à focaliser leur attention sur « la dialectique ancien–nouveau dans les dimensions instrumentales et conceptuelles de l'élève » et sur la gestion du travail par l'enseignant. En d'autres termes, d'une part, ils cherchent à déterminer si les habitudes de travail « anciennes » des élèves s'adaptent facilement — ou non — aux outils informatiques, d'autre part, ils étudient les modifications que l'usage de ces outils provoque dans le travail des enseignants.

Les auteurs notent que « *l'une des premières conditions d'intégration dans le quotidien de la classe est de créer la possibilité de travailler dans le cadre du programme et des instructions officielles* ». Le travail avec `Cabri` doit être pensé en conséquence. Une marge de manœuvre reste néanmoins disponible.

[11] Technologies d'information et de communication éducatives

Il convient aussi que les élèves « jouent le jeu ». En l'occurrence, ceux qui n'avaient rencontré au préalable l'ordinateur que dans un contexte de jeu, doivent accepter de le considérer comme un instrument d'apprentissage à prendre au sérieux.

Pour atteindre cet objectif, des séances d'initiation ont été conçues de façon à faire rencontrer par les élèves le maximum de fonctionnalités du logiciel. Ces séances ne doivent pas viser l'apprentissage d'objets nouveaux. Elles doivent néanmoins « institutionnaliser » des connaissances instrumentales, par exemple, le fait qu'il y ait trois sortes de points (points libres, points sur un objet, points résultant d'une construction). Les élèves sont invités au cours de ces séances à expliquer ce qu'ils remarquent.

Au cours de ces séances d'initiation, les chercheurs ont remarqué la difficulté pour les élèves de suivre les consignes de l'énoncé et les commandes du logiciel d'une manière précise. L'obligation de précision induite par la manipulation de l'ordinateur constitue une nouveauté par rapport aux habitudes antérieures.

Ils constatent aussi que les élèves engagés dans un travail à l'ordinateur ont des réticences à abandonner la souris pour s'engager dans un travail de type « papier-crayon ». Beaucoup d'élèves n'ont rien écrit quand on leur demandait de faire des remarques. Sans doute cela provient-il aussi de ce qu'une telle démarche ne faisait pas partie des habitudes de travail de la classe.

Il apparaît ainsi un conflit entre les anciennes méthodes de travail et celles dues à l'expérimentation. L'enseignant doit en conséquence situer les nouvelles méthodes de travail à une « juste distance » des anciennes. Les chercheurs insistent sur la nécessité d'une interaction entre l'activité papier-crayon et l'activité informatique : *« L'entrelacement des tâches et des techniques Cabri et papier-crayon permet l'approfondissement conceptuel même lorsqu'on travaille sur des difficultés instrumentales. »*

Dans le même ordre d'idées, les auteurs de la recherche font rédiger par les élèves de petites « narrations de recherche ». En couplant l'activité dans les deux registres symbolique et graphique, le travail de Assude et Gelis renoue donc avec l'une des options de `Logo`.

5 Et *Apprenti Géomètre* dans tout cela ?

Apprenti Géomètre est un logiciel de géométrie conçu pour être utilisé avec les enfants de 8 à 12 ans, mais qui devrait également rendre des services dans l'enseignement secondaire. Une description et un mode d'emploi détaillés en ont été donnés dans les chapitres précédents. Le logiciel n'ayant jusqu'à présent fait l'objet que d'expérimentations limitées, il n'est pas encore possible d'en faire une analyse didactique comparable à celles qui ont été réalisées à propos de `Logo` et `Cabri`. Nous nous contenterons donc ici de le situer par rapport à ces derniers, en mettant l'accent sur ses spécificités.

Apprenti Géomètre est incontestablement plus proche de `Cabri` que de `Logo`. Toutes les manipulations sont effectuées à l'aide de la souris. Nul besoin donc pour l'élève d'apprendre un langage symbolique. De plus, des formes géométriques classiques, qui avec `Cabri` doivent être construites par l'utilisateur sont ici prédéfinies. De cette manière, l'enfant ne doit manipuler aucun instrument de dessin — qu'il soit matériel ou informatique — pour reproduire ces formes géométriques à volonté.

5.1 Des formes prédéfinies

Cette approche de la géométrie repose sur l'idée que l'enfant rencontre dans son univers des objets de formes diverses (circulaires, carrées, triangulaires, etc.) bien avant les notions — mathématiquement plus « primitives », mais moins directement accessibles à l'intuition — de point, droite ou segment. Elle doit lui permettre de mener directement une réflexion géométrique portant sur les caractéristiques fondamentales de ces objets.

5.2 Deux « kits » de commandes

En analysant les environnements `Logo` et `Cabri` nous avons déjà rencontré un principe « de restriction ». Il consiste à limiter dans un premier temps les commandes accessibles aux élèves. Ce principe est mis en pratique dans *Apprenti Géomètre* par l'existence de deux « kits » de commandes.

Le « kit standard » permet de réaliser des opérations sur des disques ainsi que sur des formes polygonales classiques, groupées en « familles ». Les dimensions de ces formes sont invariables et choisies de manière à faciliter la réalisation de puzzles variés. Elles peuvent être rapprochées de celles qui figurent dans certaines boîtes de matériel didactique destinées aux écoles primaires. En associant la manipulation concrète d'objets à leur représentation graphique, on situe l'activité de l'élève dans deux registres différents mais complémentaires et on les amène à réaliser de petites traductions d'un « langage » dans un autre. Des « gabarits de cube » sont également accessibles, de façon à pouvoir représenter des assemblages de cubes réalisés avec du matériel didactique traditionnel. Avec ce kit, l'élève ne peut pas réaliser des formes quelconques.

Le « kit libre » — destiné à être utilisé par « les plus grands » — permet par contre non seulement de réaliser les figures classiques, mais aussi des figures polygonales quelconques (à ceci près que le nombre de sommets est limité à 10). Il est également possible de dessiner des segments, des parallèles et des perpendiculaires, de prendre des points d'intersection, etc. De plus, comme `Cabri`, *Apprenti Géomètre* possède une capacité d'animation : les points de base des figures peuvent être déplacés de façon dynamique, à la souris. La figure est alors redessinée entièrement. Les commentaires faits à ce sujet dans le paragraphe consacré à `Cabri` restent donc pour l'essentiel valables dans le cas d'*Apprenti Géomètre*. L'enfant dispose ainsi de la possibilité de réaliser des démarches de découverte, de vérification, de généralisation, etc.

5.3 Des opérations sur les formes

Dans les deux kits, divers mouvements et diverses transformations peuvent être appliqués aux figures dessinées. Attirons particulièrement l'attention sur des opérations qui ne sont prévues par aucun autre logiciel.

- Les segments, notamment les côtés des formes polygonales, et les arcs de cercle peuvent être divisés, par adjonction de points, en 2, 3 ou 5 parties de même longueur. En répétant l'opération, on peut aboutir à des divisions en un nombre plus grand de parties, et ces parties ne sont pas nécessairement des figures géométriques élémentaires comme celles qui sont prédéfinies.
- Dans [29], F. Denis et S. Courtois notent que « *les découpages et, en général, toutes les manipulations sont trop souvent négligés, y compris dans l'enseignement fondamental, alors que de telles approches des notions seraient utiles, voire indispensables, pour un grand nombre d'élèves* ».
  Apprenti Géomètre prévoit expressément la possibilité de découper un polygone ou un cercle en une ou plusieurs pièces. Une opération préliminaire consiste à marquer des points par division, sur les côtés de ce polygone ou de ce cercle. Après découpage, la forme de départ est toujours disponible en arrière-plan des pièces qui ont été créées, ce qui permet à l'enfant de contrôler le lien entre la situation initiale et celle résultant du découpage. Sa réflexion peut donc s'exercer du tout vers les parties, aussi bien que de celles-ci vers le tout.
- Deux formes polygonales ayant un côté commun peuvent être fusionnées pour ne plus constituer qu'un polygone unique. Ici aussi, les formes initiales subsistent en arrière plan, avec les avantages que nous venons de relever.

En l'absence d'un ordinateur muni d'un logiciel adéquat, les opérations de division et de découpage ne peuvent être réalisées que dans un environnement « papier–crayon–ciseaux ». Quant à la fusion de formes géométriques, elle est tout simplement irréalisable avec précision sans ordinateur. Ainsi, ces opérations facilitent grandement la réalisation d'activités du type « Tangram » (découpage et réassemblage). Elles conduisent par exemple à des comparaisons d'aires et plus généralement aux thèmes « Grandeurs, Fractions et Mesures ». Pour une réflexion théorique concernant ceux-ci, on se reportera au chapitre suivant. Quant à l'exploitation pédagogique d'*Apprenti Géomètre*, elle est présentée dans les chapitres de la deuxième partie de cet ouvrage.

Chapitre 3

Grandeurs, fractions, mesures

Il est utile, pour enseigner le thème des grandeurs, fractions et mesures, de disposer d'un cadre théorique qui situe chacune des notions visées dans un paysage d'ensemble. C'est l'objet de ce chapitre.
Les grandeurs sont le matériau même de cet exposé. En effet, ce sont des grandeurs que l'on *fractionne* et que l'on *mesure*. Nous ne traiterons ici que les grandeurs de base, à savoir les *longueurs*, les *aires* et les *volumes*, ainsi que les *masses* et les *durées*. Sont donc exclues de notre propos les notions plus complexes telles que les températures, vitesses, masses volumiques, et bien d'autres.

Nous avons choisi de présenter ces matières dans un ordre qui facilite le plus possible la compréhension. Cet ordre s'écarte donc souvent de l'ordre de l'apprentissage par les enfants, d'un ordre approprié à l'enseignement, et aussi de l'ordre historique d'apparition de notions. Nous espérons néanmoins que cet exposé facilite la préparation et la pratique de l'enseignement.

1 Discerner les grandeurs

Il y a des longueurs, des aires, des volumes, des masses et des durées partout. Diverses grandeurs peuvent être observées sur un même objet : un livre a un volume et une masse, ses pages ont une aire, chaque page a aussi une longueur et une largeur (mais la largeur est une longueur, au sens où nous entendons ce dernier terme ici). Une pomme a un volume, une masse, une aire (celle de sa peau), une hauteur quand on la pose sur la table (mais sa hauteur est elle aussi une longueur, au sens de ce dernier terme). Chaque mouvement a une durée. Les longueurs, aires, volumes, masses et durées sont des grandeurs qu'il faut apprendre à reconnaître, à discerner, comme propriétés des objets ou des parties d'objets.

On peut parler de *longueur* à propos de beaucoup de choses, par exemple les tiges, les baguettes, les cordes, les câbles, les côtés des rectangles, les diamètres et les circonférences des cercles, les routes, les voyages, ... Mais nous ne nous intéresserons pas ici à des objets aussi divers, ni aux difficultés d'identifier leur longueur. Nous voulons dans la suite parler de la *notion de longueur* elle-même, et pour cela il nous suffira de concentrer notre attention sur des objets simples tels que les baguettes et les segments de droite.

De même, on peut parler de l'aire d'un champ, d'une pièce d'habitation, d'un pays, d'un rectangle, d'une sphère et de beaucoup d'autres surfaces. Mais comme c'est la *notion d'aire* elle-même qui nous intéresse, nous nous contenterons de l'illustrer avec des rectangles, des assemblages de rectangles, des cercles et des secteurs de cercles.

Il en va de même pour les volumes, les masses et les durées. Nous n'illustrerons ces notions qu'avec des exemples qui ne nous poseront pas de difficultés pratiques.

2 Être de même grandeur, plus petit, plus grand

La première opération que l'on peut faire avec deux grandeurs de même nature est de les *comparer* : on rapproche deux tiges pour voir si elles ont même longueur, ou si l'une est plus courte que l'autre, on pose deux objets sur les plateaux d'une balance pour voir s'ils ont ou non la même masse, ...

Dans le cadre de notre logiciel, toutes les grandeurs apparaissent sur un écran. Il s'agit donc essentiellement de longueurs et d'aires, parfois de volumes représentés en deux dimensions.

Dès que l'on sait comparer deux grandeurs de même nature, on peut faire des classements de grandeurs, soit par ordre croissant, soit par ordre décroissant. Piaget appelle ces classements des *sériations*.

À titre d'exemple principal, revenons aux baguettes, et considérons toutes les baguettes possibles et imaginables. Nous pouvons les classer. Mettons dans un même lot *toutes* celles qui ont une même longueur. Donc chaque baguette sera dans un lot et un seul.

Ceci dit, nous nous intéressons aux longueurs, non aux baguettes elles-mêmes. Et donc, dès que nous voudrons illustrer des propriétés des longueurs, nous irons chercher des baguettes dans les différents lots. Et nous dirons qu'une baguette choisie dans un lot *représente* la longueur caractéristique de ce lot.

Ce que nous venons de dire se transpose aux autres sortes de grandeurs. Par exemple, pour chaque aire envisageable, nous grouperons dans un même lot *toutes* les surfaces ayant cette aire. Et nous dirons qu'une surface prise dans ce lot *représente* cette aire.

Et nous classerons de même l'ensemble des objets ayant un volume, puis ceux ayant une masse, puis les objets ou événements ayant une durée.

Relevons enfin une propriété importante de la comparaison des grandeurs :

propriété de transitivité : Si, quel que soit le type de grandeur envisagé, un objet est plus petit qu'un autre, et celui-ci plus petit qu'un troisième, alors le premier est plus petit que le troisième.

Ce point est illustré à l'activité « Comparer des longueurs » du chapitre 8.

3 Additionner deux grandeurs de même nature

Lorsqu'on a deux grandeurs de même nature (deux longueurs, deux aires, deux masses, ...), on peut les *additionner*. Soit deux longueurs représentées par deux segments, les additionner, c'est mettre bout à bout les deux segments pour n'en former qu'un seul. La longueur de ce nouveau segment est la *somme* des longueurs des deux autres. *Attention* : le verbe additionner peut donner à penser qu'il s'agit ici d'une opération arithmétique. Il n'en est rien : l'opération de mise bout à bout est purement géométrique, puisque les deux segments n'ont pas été mesurés.

Additionner deux aires représentées par exemple par deux rectangles, c'est rapprocher ceux-ci et considérer qu'à eux deux, ils forment une seule surface : l'aire de celle-ci est la somme des aires des deux rectangles (figure 3.1).

Fig. 3.1

Pour additionner deux masses, représentées par deux objets donnés, on rassemble ceux-ci, par exemple sur un plateau de balance.

L'addition de deux grandeurs possède, parmi d'autres, la propriété importante suivante :

associativité de l'addition : Si on additionne deux grandeurs, et qu'au résultat on additionne une troisième grandeur, le résultat est le même que si on commence par additionner les deux dernières, et qu'on ajoute cette somme à la première.

4 Multiplier une grandeur par un nombre naturel

Nous venons de voir comment on additionne des grandeurs de même nature. Voyons maintenant, à partir de là, comment on peut *multiplier une grandeur par un nombre naturel.*

Multiplier une grandeur par exemple par le nombre 3, c'est faire une addition de 3 termes, tous égaux à la grandeur donnée. C'est comme cela que l'on obtient un segment 3 fois plus long qu'un segment donné, un rectangle dont l'aire vaut 3 fois celle d'un rectangle donné, ... Ce que nous venons de dire s'étend à un nombre quelconque : on peut multiplier une grandeur par 4, 5, 42, 227, ... On le voit, multiplier une grandeur par un nombre naturel, c'est faire une addition répétée.

Tout ce que nous avons rencontré ici, c'est faire agir un nombre naturel sur une grandeur, et non mesurer celle-ci. La multiplication d'une grandeur par un nombre naturel *prépare* l'idée de mesure, mais cette dernière n'arrivera que plus tard : voir la section 9 et les suivantes.

La multiplication d'une grandeur par un nombre naturel est illustré dans l'activité « Des polygones de même forme » du chapitre 8.

5 Diviser une grandeur par un nombre naturel

Nous venons de voir comment on multiplie une grandeur par un nombre naturel. Apprenons maintenant, à partir de là, comment on peut *diviser une grandeur par un nombre naturel.*

Tout d'abord, il n'est guère besoin d'expliquer ce que veut dire *couper (ou partager) une grandeur, par exemple en 3 parts égales, ou en 4, ou 5 parts égales...* Même s'il est vrai qu'exécuter pratiquement le partage peut être plus ou mois difficile selon la grandeur à partager, ainsi que selon le nombre de parts à obtenir (il est plus facile de diviser en deux que de diviser en trois, en cinq, ...).

Diviser une grandeur par 3, c'est partager celle-ci en 3 parts égales et *prélever une part.* Cela revient à déterminer une grandeur qui, multipliée par 3, redonne la grandeur de départ. Diviser une grandeur par un nombre naturel quelconque, c'est déterminer une grandeur telle que, si on la multiplie par ce nombre, on obtient à nouveau la grandeur de départ.

Comme ci-dessus, tout ce que nous venons d'apprendre, c'est à nouveau à faire agir un nombre naturel sur une grandeur, et non à mesurer celle-ci.

Remarquons que la comparaison et l'addition des grandeurs ainsi que la multiplication d'une grandeur par un nombre naturel, peuvent être illustrées à l'aide de réglettes Cuisenaire. Il n'en va pas de même de la division d'une grandeur par un nombre naturel quelconque.

6 Prendre une fraction d'une grandeur

Donnons-nous deux nombres naturels, par exemple 3 et 5. Prendre les 3 cinquièmes d'une grandeur, c'est diviser la grandeur par 5 et multiplier le résultat par 3. Cette opération est illustrée sur l'aire d'un rectangle à la figure 3.2. La partie coloriée du rectangle (c) montre les 3 cinquièmes de l'aire.

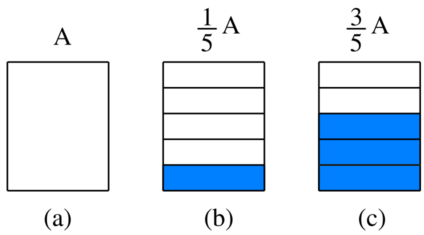


Fig. 3.2

Une propriété curieuse est que si on fait les deux opérations dans l'ordre inverse, on obtient le même résultat. Dans notre exemple, cela revient à multiplier la grandeur par 3, puis à diviser le résultat par 5. C'est ce que montre la figure 3.3. Les parties coloriées des figures 3.2 (c) et 3.3 (c) ont même aire.

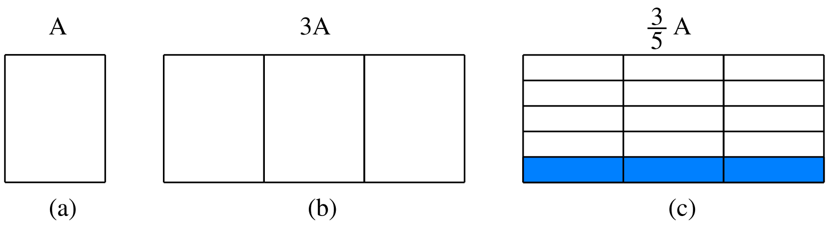


Fig. 3.3

Prendre les 3 cinquièmes d'une grandeur, c'est *prendre une fraction* de celle-ci. On dit aussi que l'on exécute une *opération de fractionnement*. Si A représente une grandeur (une aire par exemple), alors les 3 cinquièmes de A sont notés

$$\frac{3}{5}\ A.$$

Ce que nous venons de faire avec les nombres 3 et 5 peut être refait avec deux nombres quelconques. Il n'est pas nécessaire que le premier nombre soit plus petit que le deuxième. La figure 3.4 montre comment construire les 7 cinquièmes de l'aire d'un rectangle d'aire A. On divise le rectangle par 5 : la partie coloriée de la figure 3.4 (b) montre $\frac{1}{5}$A. On multiplie $\frac{1}{5}$A par 7, ce qui donne $\frac{7}{5}$A (figure 3.4 (c)). La figure 3.5 montre la même opération de fractionnement exécutée dans l'ordre inverse : on a multiplié A par 7, et ensuite on a divisé le résultat par 5.

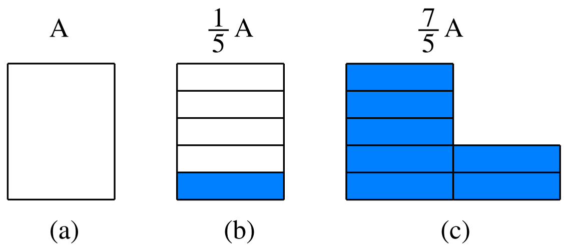


Fig. 3.4

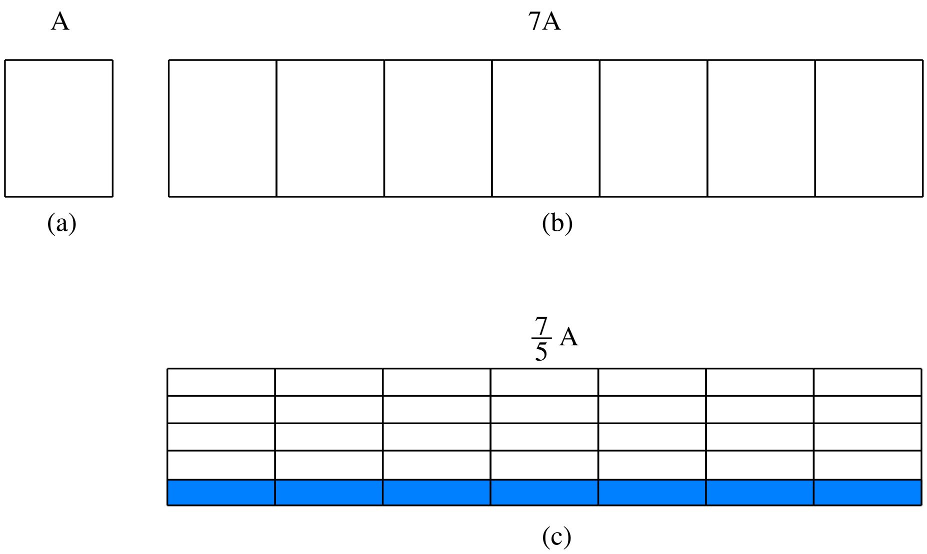


Fig. 3.5

Le terme de *fraction* — à cause de son sens dans la langue de tous les jours — peut donner à penser qu'une fraction d'une grandeur est toujours plus petite que celle-ci. Dans le sens mathématique du terme, une fraction d'une grandeur peut être plus grande que celle-ci, comme le montre notre exemple. En effet, on a

$$\mathrm{A} < \tfrac{7}{5}\mathrm{A}.$$

7 Composer deux opérations de fractionnement

Puisqu'une fraction d'une grandeur est encore une grandeur, on peut prendre une fraction d'une fraction d'une grandeur. La figure 3.6 montre comment prendre les $\frac{2}{3}$ de la moitié de l'aire d'un disque.

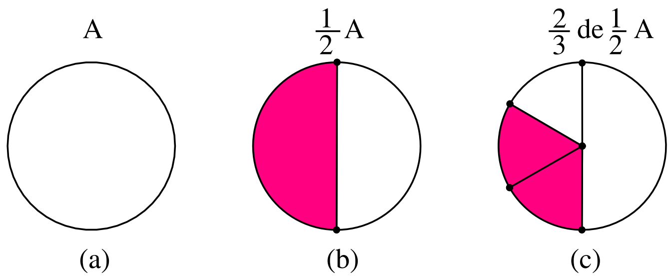


Fig. 3.6

8 Additionner deux fractions d'une grandeur

Une fraction d'une grandeur est encore une grandeur, on peut donc additionner deux fractions d'une grandeur. La figure 3.7 montre d'une part la moitié d'une grandeur, qui en l'occurrence est l'aire d'un disque. Elle montre aussi d'autre part le tiers de cette même grandeur, et enfin la somme de la moitié et du tiers.

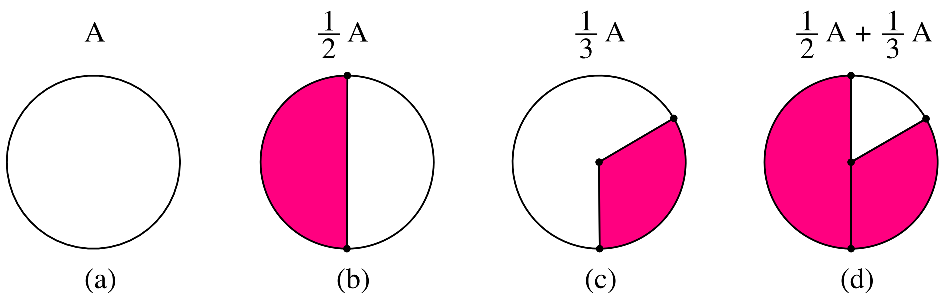


Fig. 3.7

La figure 3.8 montre d'abord un rectangle, puis la somme de $\frac{2}{5}$ et de $\frac{4}{5}$ de l'aire de ce rectangle.

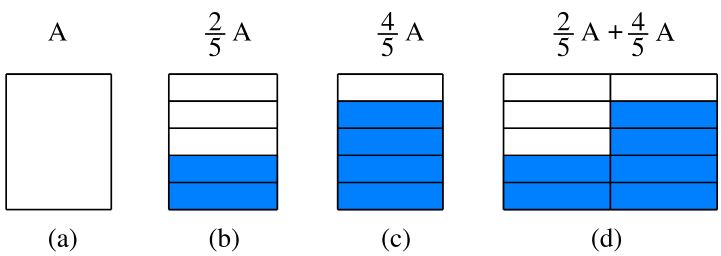


Fig. 3.8

9 Une mesure qui tombe juste

Nous abordons enfin ici l'idée de mesure. Comme nous allons le voir, cette idée se construit par étapes : nous nous en occuperons jusqu'à la section 13 inclusivement.

Rappelons (voir le début de ce chapitre) que notre souci principal est la clarté de l'exposé, et non la recherche d'un ordre nécessaire pour l'apprentissage. Les élèves — qui rencontrent des mesures très tôt dans leur vie — ne doivent pas apprendre tout ce qui précède avant de les aborder en classe, et ne doivent pas davantage les apprendre dans l'ordre de présentation adopté ci-après.

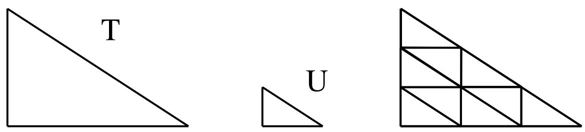
Pour expliquer l'idée de mesure, considérons les aires à titre d'exemple.
Pour mesurer une aire, comme celle du triangle T de la figure 3.9(a), il faut choisir une unité de mesure. Choisissons le triangle U de la figure 3.9(b) comme unité. Mesurer l'aire du triangle, c'est déterminer combien de fois U est contenue dans T. La figure 3.9 (c) montre que[1]

$$\mathrm{T} = 9\mathrm{U}.$$

Nous disons alors que l'aire de T vaut 9 dans l'unité U.

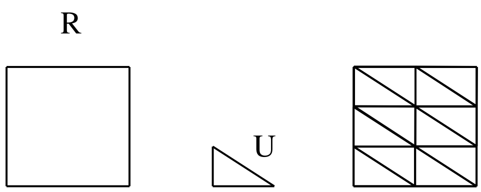
La figure 3.10 montre que, dans la même unité U, le rectangle R a pour mesure 12. On a

$$\mathrm{R} = 12\mathrm{U}.$$



(a) (b) (c)

Fig. 3.9



(a) (b) (c)

Fig. 3.10

[1]Dans cette formule, nous utilisons les lettres T et U pour désigner les aires des deux triangles. Cette ambiguïté ne prête pas à conséquence.

Dans le triangle T comme dans le rectangle R, l'unité de mesure choisie est contenue un nombre entier de fois. Et donc la mesure est un nombre naturel. On dit familièrement que la mesure tombe juste. Mais, comme nous allons le voir, tel n'est pas toujours le cas.

Ce point est illustré à l'activité « Paver des figures » du chapitre 8.

10 Une unité de commune mesure

Considérons le quadrilatère Q (figure 3.11 (a)) et le triangle T (figure 3.11 (b)). Si nous essayons de prendre T comme unité pour mesurer l'aire de Q, nous voyons à la figure 3.11 (c) que T n'est pas contenu un nombre entier de fois dans Q. En fait, T va 3 fois dans Q, mais il reste un petit morceau que nous avons colorié.

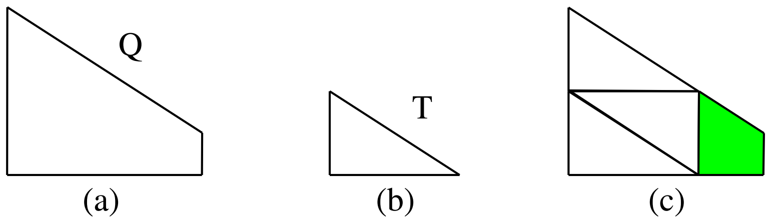


Fig. 3.11

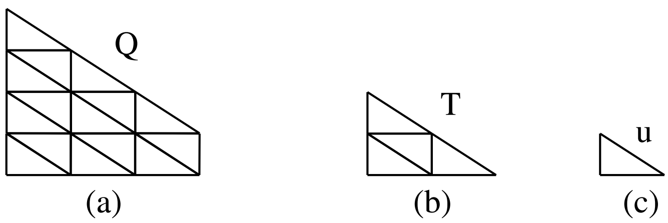


Fig. 3.12

La figure 3.12 montre qu'il y a moyen de trouver une troisième surface, à savoir u, qui soit contenue un nombre entier de fois dans Q et aussi un nombre entier de fois dans T. On a ici

$$\text{Q} = 15\text{u et T} = 4\text{u}.$$

On dit alors que u est une *unité de commune mesure* entre Q et T. On dit aussi que le *rapport* de Q à T est égale au *rapport* de 15 à 4. On exprime aussi cela en disant que Q *est à* T *comme* 15 *est à* 4.

La conclusion est qu'en faisant cela, on n'est pas arrivé à mesurer l'aire de Q dans l'unité T. On est arrivé à exprimer numériquement le rapport de Q à T.

Les figures 3.13 et 3.14 montrent un autre exemple d'une situation analogue. Le rectangle R' n'est pas contenu un nombre entier de fois dans le rectangle R. Toutefois, il existe un rectangle u qui est contenu 7 fois dans R et 2 fois dans R'. Et donc R est à R' comme 7 est à 2.

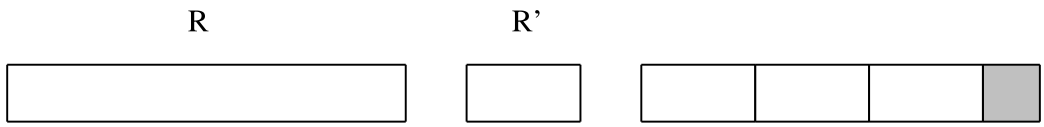


Fig. 3.13

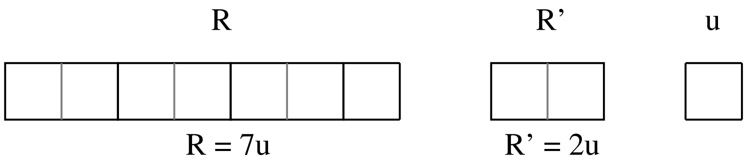


Fig. 3.14

Remarque. Il n'existe pas toujours une unité de commune mesure entre deux grandeurs de même nature. Par exemple, si on considère un carré quelconque, il est impossible de trouver un segment de droite, même tout petit, qui soit contenu un nombre entier de fois dans son côté, et aussi un nombre entier de fois dans la diagonale, et réciproquement. On prouve cette propriété à l'école secondaire. Elle est l'occasion d'introduire la racine de 2.

Ce point est illustré à l'activité « Comparer des aires » du chapitre 7.

11 Encadrer une mesure

Retournons à la figure 3.11. Une autre manière de comparer le quadrilatère Q et le triangle T consiste à dire que T va 3 fois dans Q — et il y a un reste — et que quand on veut l'y mettre 4 fois, il a un excédent. On exprime cela en disant que la mesure de Q dans l'unité T est comprise entre 3 et 4.
On a

$$3T < Q < 4T.$$

On dit aussi que l'on a *encadré* la mesure de Q.

Un autre exemple de cela est fourni par la figure 3.13. On voit en effet, sur cette figure, que le rectangle R' va 3 fois dans le rectangle R, mais qu'il n'y va pas 4 fois. On a donc

$$3R' < R < 4R'.$$

12 Prendre une unité de mesure plus petite

Encadrer la mesure d'une grandeur n'est pas tout à fait satisfaisant, puisqu'on n'obtient ainsi qu'une idée approximative de la grandeur en question. La précision que l'on obtient est de l'ordre de grandeur de l'unité choisie. Aussi, si on veut obtenir une meilleure précision, la première chose à laquelle on pense est simplement de choisir une unité de mesure plus petite.

C'est là une idée satisfaisante. Mais elle soulève toutefois une objection. En effet, si on change d'unité à son gré, selon le degré de précision que l'on souhaite obtenir, alors on a de la peine à comparer les diverses mesures. Il faut chaque fois se souvenir de l'unité choisie, et pour comparer deux mesures, il faut d'abord comparer les unités entre elles, ce qui n'est pas nécessairement commode.

Pour faciliter la communication des mesures, il y a intérêt à ce que tout le monde utilise les mêmes unités. Sous l'ancien régime, les unités de mesure des longueurs, des capacités, des poids, etc. variaient d'une ville et d'une province à l'autre, ce qui compliquait le commerce, l'industrie et la pratique des sciences expérimentales. C'est pour ces raisons que Stevin a proposé — au XVIème siècle, et que la Convention nationale a promu au XVIIIème — un système international d'unités et de sous-unités de mesure rattaché au système décimal de numération.

13 Un système cohérent d'unités et de sous-unités

Le principe du système décimal des mesures est bien connu. Contentons-nous d'en rappeler le principe. Et pour cela, choisissons le domaine des longueurs.

On commence par convenir d'une unité de base, en l'occurrence le mètre. Pour mesurer une longueur donnée, on cherche combien de fois — au maximum — le mètre va dans la longueur en question. S'il y va un nombre entier de fois, ce nombre est la mesure en mètres de la longueur. S'il y a un reste, celui-ci est nécessairement inférieur à un mètre. On détermine alors combien de fois — au maximum — le dixième du mètre, appelé décimètre, est contenu dans le reste. On obtient ainsi un nombre d'un seul chiffre. S'il n'y a pas de reste, la mesure en mètre de la longueur en question s'écrit comme un nombre décimal avec un seul chiffre après la virgule. S'il y a un reste, on utilise le centième de mètre, appelé centimètre, pour mesurer ce reste. Et on continue ainsi soit jusqu'à obtenir un résultat exact — ce qui n'est pas toujours possible —, soit jusqu'à obtenir la précision que l'on souhaite.

14 Calculer avec des mesures

Une fois que l'on sait mesurer les grandeurs, on peut remplacer les comparaisons de grandeurs, les additions de grandeurs ainsi que les multiplications et divisions d'une grandeur par un nombre — ce sont des opérations physiques — par des opérations sur les nombres.

On est ainsi passé du monde physique à des opérations de l'esprit ou à des opérations exécutées sur papier.

15 Les aires et les volumes

Pour mesurer l'aire d'une surface, on choisit une unité d'aire. Précédemment, nous avons utilisé selon les cas, une unité triangulaire ou une unité carrée. Mais d'autres formes sont possibles. La forme carrée est intéressante, car elle permet de ramener les évaluations d'aires de certaines figures simples à des mesures de longueurs.

Tel est le cas pour le rectangle. La figure 3.15 , qui montre un rectangle mesuré en nombre entier à l'aide d'une unité carrée, rappelle que l'aire d'un rectangle s'obtient en multipliant sa longueur par sa largeur, ce que l'on exprime par la formule

$$\text{aire du rectangle} = \mathrm{L} \times \mathrm{l},$$

où L représente la longueur du rectangle et l sa largeur. L'aire de ce rectangle égale 5×3 unités d'aire.

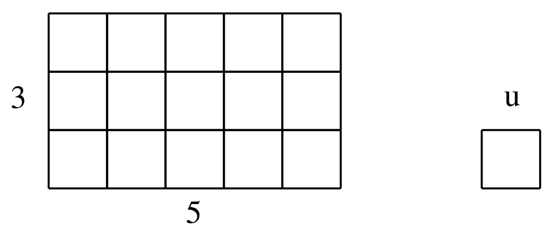


Fig. 3.15

Voir l'activité « Transformer un rectangle » du chapitre 8.

On montre — mais nous ne le ferons pas ici — que cette formule demeure applicable pour des mesures qui s'expriment en nombres décimaux non entiers.

Une fois établie la formule donnant l'aire du rectangle, on peut trouver d'autres formules pour certaines formes simples, soit par exemple un parallélogramme quelconque comme celui de la figure 3.16 (a). Encadrons-le par un rectangle comme à la figure 3.16 (b), ce qui fait apparaître deux triangles, que nous nommons respectivement A et B. L'aire du parallélogramme est égale à celle du rectangle moins celle de ces deux triangles. Faisons glisser le triangle B vers la gauche, de sorte qu'il vienne se coller au triangle A. L'aire du parallélogramme est toujours égale à ce qui reste lorsqu'on ôte du rectangle de départ les deux triangles A et B. Mais sur la figure 3.16 (c), ce reste est un rectangle. L'aire de celui-ci vaut $b \times h$, où b est la longueur de la base du parallélogramme, et h est sa hauteur. Ainsi, l'aire du parallélogramme quelconque vaut le produit de deux longueurs : celle de sa base et celle de sa hauteur.

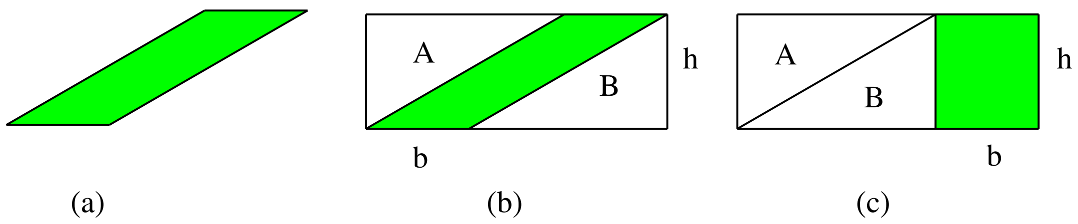


Fig. 3.16

Et de même comme tout triangle est un demi-parallélogramme, l'aire d'un triangle vaut, selon l'expression familière, la moitié du produit de sa base par sa hauteur.

On peut continuer ainsi à établir des formules pour les aires de certains polygones. L'aire du cercle est plus difficile à établir, mais on la ramène aussi à une formule.

Et enfin des procédés analogues permettent également de ramener à des formules les mesures des volumes de certains solides simples. Mais nous renvoyons à ce sujet aux manuels spécialisés.

16 Pour en savoir plus

Le parcours qui s'achève ici de la construction des notions de fraction et de mesure était un simple survol. Le lecteur qui souhaiterait approfondir cette construction peut consulter les références [64] et [65].

Chapitre 4

Des familles de figures

Dans le kit standard d'*Apprenti Géomètre*, les figures sont présentées par familles, et ces familles ont été conçues selon un principe original. L'objet de ce chapitre est d'exposer et d'argumenter ce principe.

Notre logiciel a été conçu pour servir à l'apprentissage des grandeurs, fractions et mesures. Comme il s'agit de travailler sur un écran, les objets étudiés sont donc des figures planes, auxquelles nous avons adjoint des cubes en perspective. Ceci dit, que proposons-nous de faire avec des longueurs et des aires ? Pour vérifier l'égalité de deux longueurs ou de deux aires, on superpose deux figures (celles où apparaissent ces longueurs ou ces aires, après les avoir éventuellement décomposées en quelques morceaux et recomposées autrement). Pour superposer une figure à une autre, il faut la déplacer (la translater, la tourner), parfois la réfléchir comme dans un miroir. Pour construire une fraction d'une surface, on la découpe en morceaux égaux, puis on assemble un certain nombre de ceux-ci. Pour mesurer l'aire d'une surface, on la recouvre avec un assemblage de carrés unités. Pour assembler des figures, on doit les déplacer et parfois les réfléchir comme dans un miroir.

Ces quelques constatations montrent que le thème des grandeurs, fractions et mesures, traité sur un écran, conduit essentiellement à *superposer*, *déplacer*, *retourner*, *découper* et *assembler* des figures. Or certaines familles de figures se prêtent bien à ces opérations. Considérons par exemple le *carré*, le *triangle rectangle isocèle* et le *parallélogramme* que l'on obtient en assemblant deux triangles rectangles isocèles. En réalité, ce sont-là les pièces du tangram. Elles se transforment les unes dans les autres par une multitude de découpages et d'assemblages, comme la figure 4.1 suffit à le montrer. En manipulant ces figures, on est amené, comme en se jouant, à les superposer, déplacer, retourner, découper et assembler, et les combinaisons réussissent. Ces figures sont parentes entre elles, grâce au fait que leurs longueurs, leurs aires et leurs angles se combinent simplement. Nous dirons qu'elles forment entre elles la *famille du carré*.

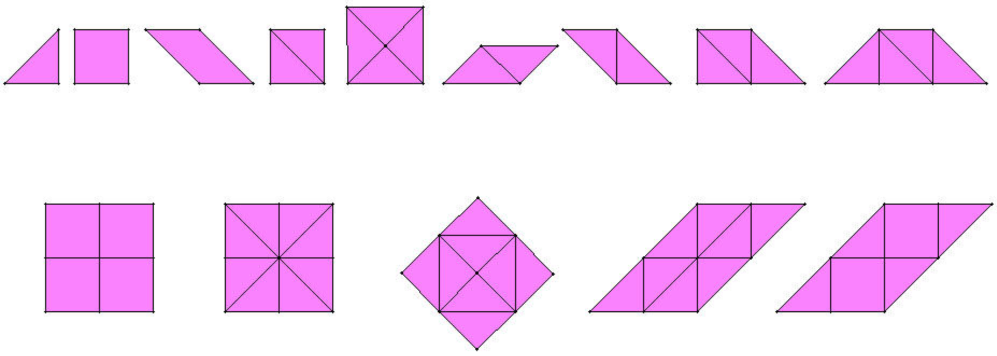


Fig. 4.1

Prenons un autre exemple. Le *triangle équilatéral*, le *triangle rectangle* que l'on obtient en coupant en deux un triangle équilatéral, le *losange* que l'on obtient en assemblant deux triangles équilatéraux, le *trapèze* que l'on obtient en assemblant trois triangles équilatéraux, l'*hexagone régulier* sont aussi des figures parentes au sens où elles se transforment aisément les unes dans les autres par déplacement, retournement, découpage et assemblage. La figure 4.2 montre bien cela. Nous dirons que ces figures forment entre elles la *famille du triangle équilatéral*.

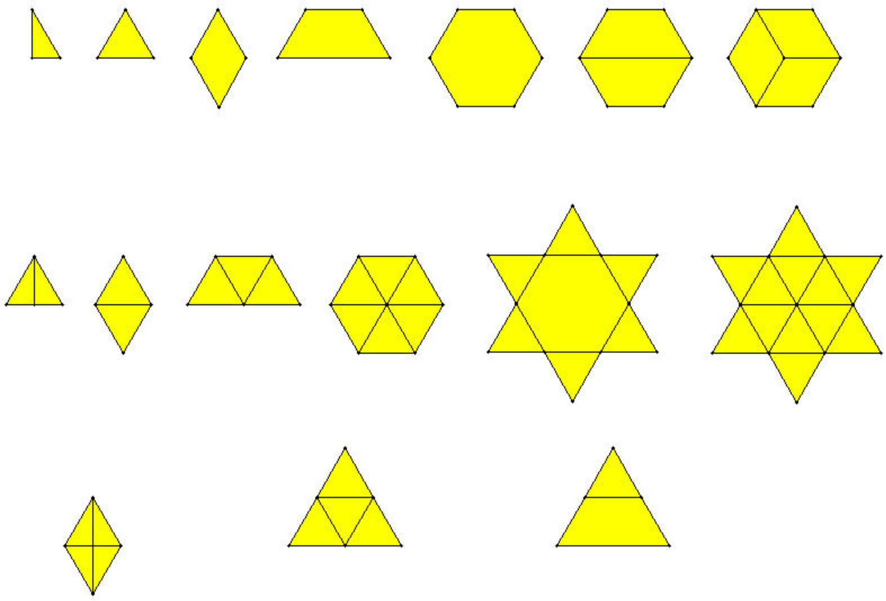


Fig. 4.2

Par ailleurs, la famille du carré et celle du triangle équilatéral n'ont pas beaucoup d'affinités entre elles. Elles ne s'entendent pas très bien, au sens où en découpant ou assemblant *simplement* des pièces de la famille du carré, on n'obtient pas des pièces de la famille du triangle équilatéral. Et réciproquement. Or notre idée est de proposer aux élèves — qui sont jeunes — un matériau simple, mais qui pourtant facilite l'initiative et la créativité. En les invitant à travailler sur une famille de figures à la fois, nous leur facilitons la découverte de combinaisons multiples et instructives. Telle est la raison principale pour laquelle, dans notre logiciel, nous avons regroupé les figures par familles.

Mais il y a une autre raison importante. C'est que les combinaisons que l'on peut former avec les figures d'une même famille ont en général une valeur esthétique particulière. Celle-ci tient aux ajustements possibles et aux symétries qui lient les membres de la famille. Or on peut croire que l'apprentissage de la géométrie s'appuie, entre autres choses, sur le sentiment esthétique — élémentaire certes, mais réel — suscité par les régularités des figures. C'est pour cette raison que nous avons conçu le logiciel sans enjolivements extérieurs destinés à *faire passer la pilule*. Notre espoir est que les élèves trouvent les figures belles, et peut-être en assemblent parfois, le plus souvent en les tirant d'une même famille, pour réaliser des compositions artistiques.

Une mise en garde s'impose. Ce que nous avons appelé ici *famille* n'est pas un nouveau concept géométrique qu'il faudrait mettre au programme de l'enseignement. C'est simplement un principe, qui nous paraît favorable, d'organisation du matériau de la géométrie élémentaire. Nous espérons que personne n'en fera un dogme nouveau.

Pour terminer et dans l'idée de montrer les nombreuses possibilités que recèlent les familles de figures, nous proposons aux lecteurs de parcourir quelques jolies figures réalisables sans peine avec le kit standard (figures 4.3 à 4.15). Ceux qui ont un peu étudié les frises et les pavages y reconnaîtront des compositions classiques.

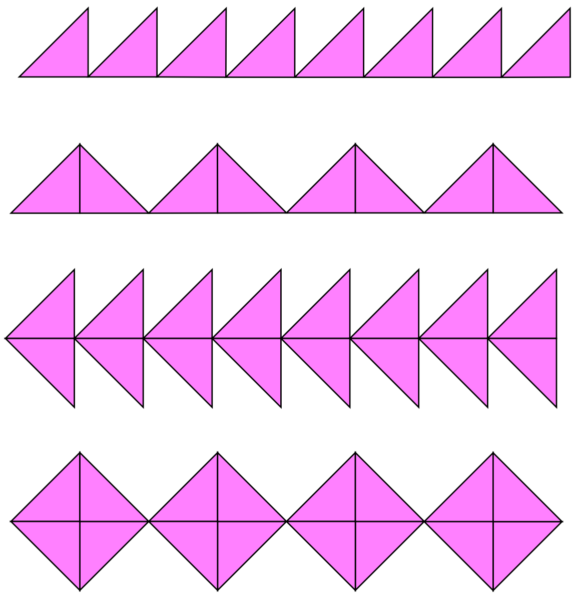


Fig. 4.3

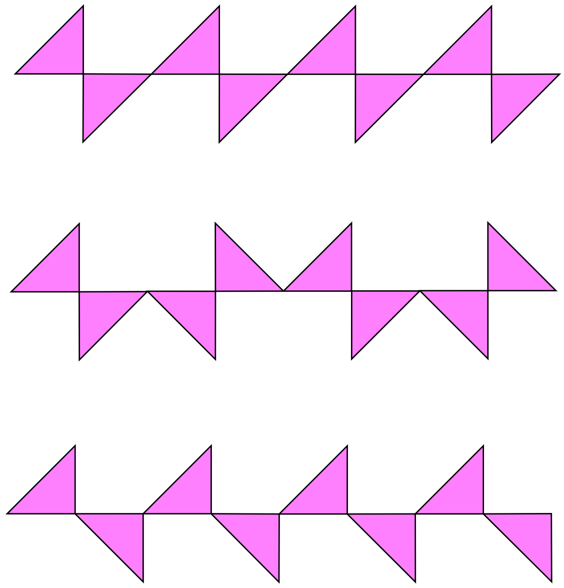


Fig. 4.4

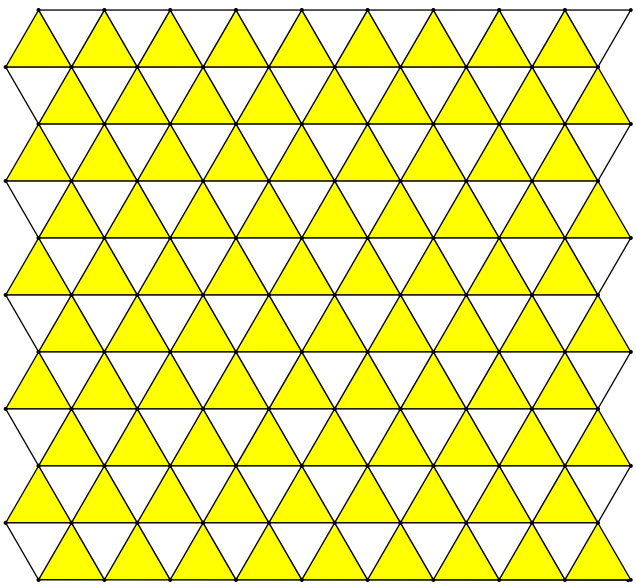


Fig. 4.5

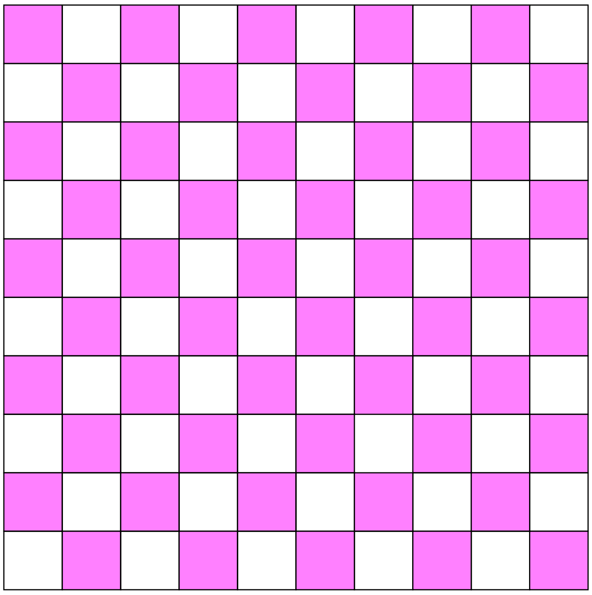


Fig. 4.6

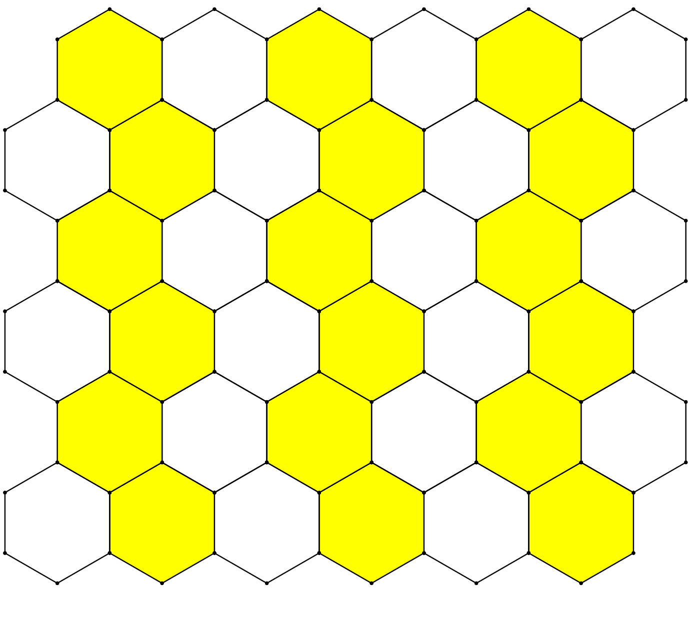


Fig. 4.7

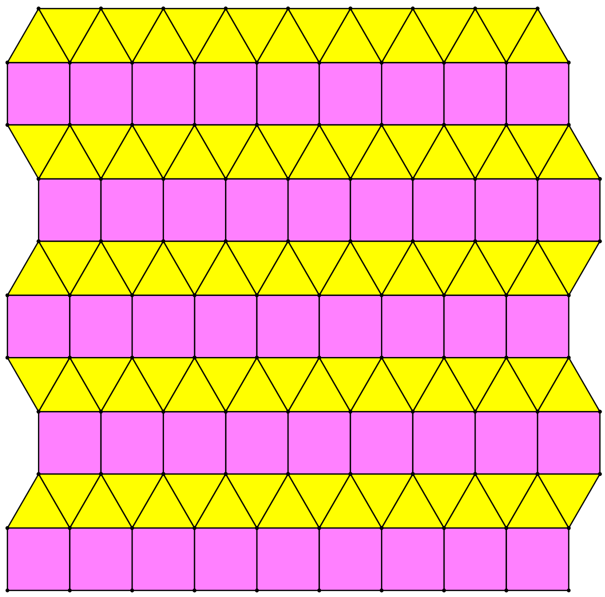


Fig. 4.8

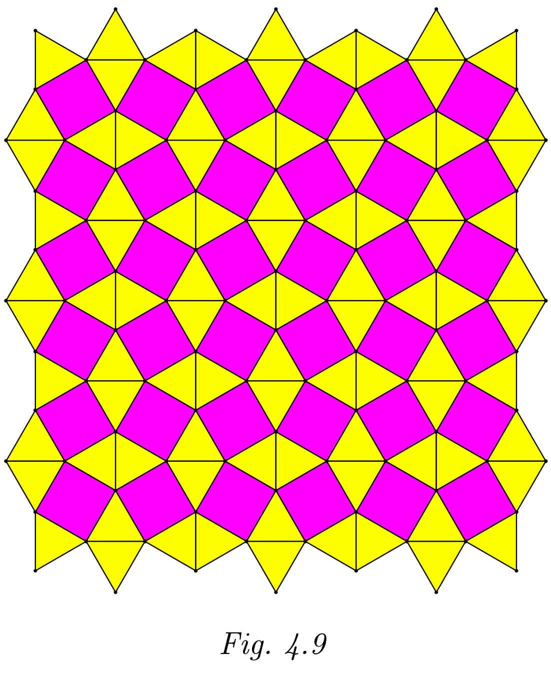


Fig. 4.9

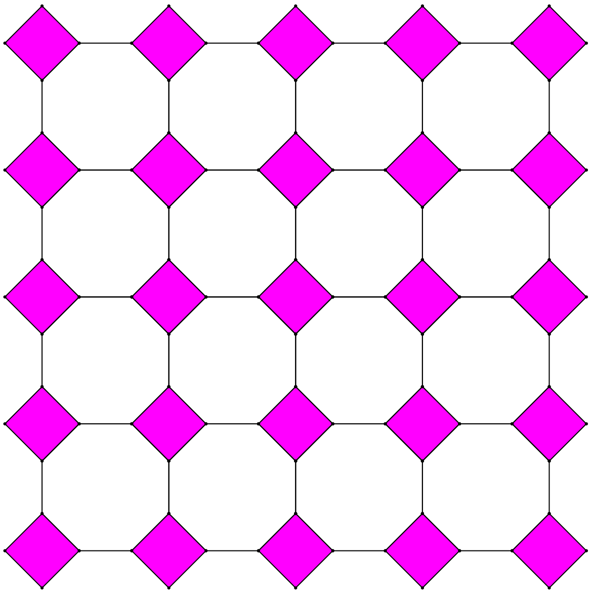


Fig. 4.10

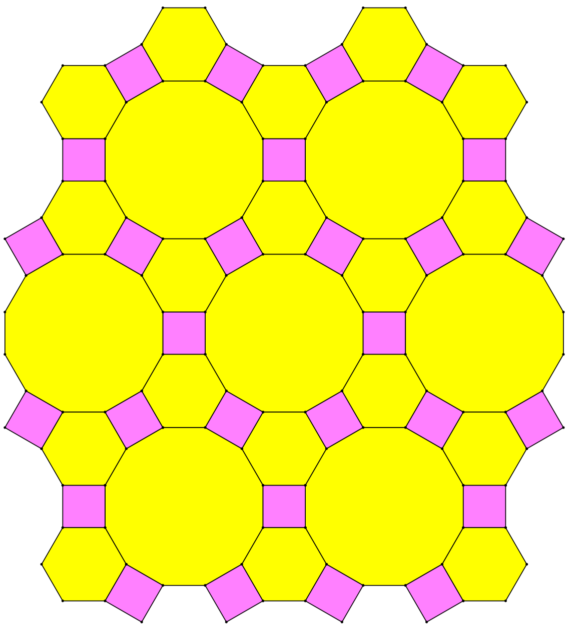


Fig. 4.11

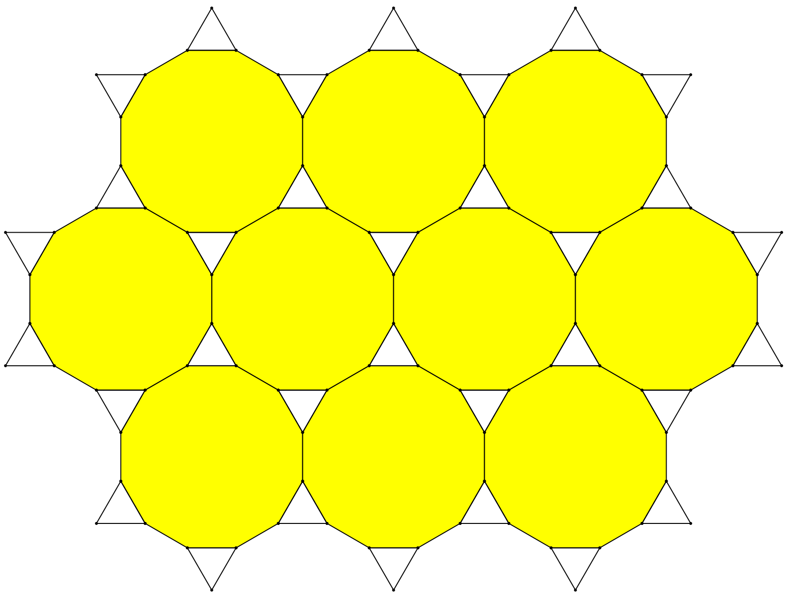


Fig. 4.12

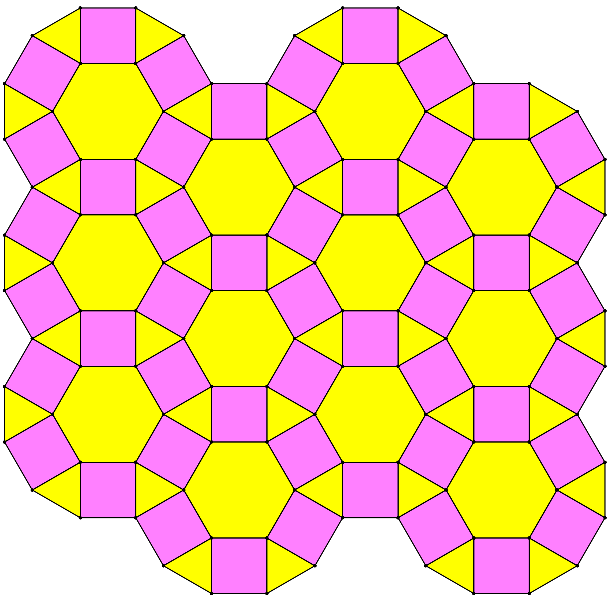


Fig. 4.13

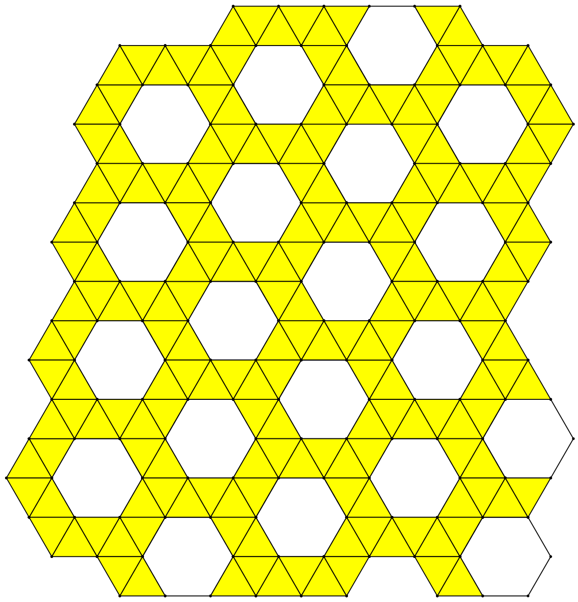


Fig. 4.14

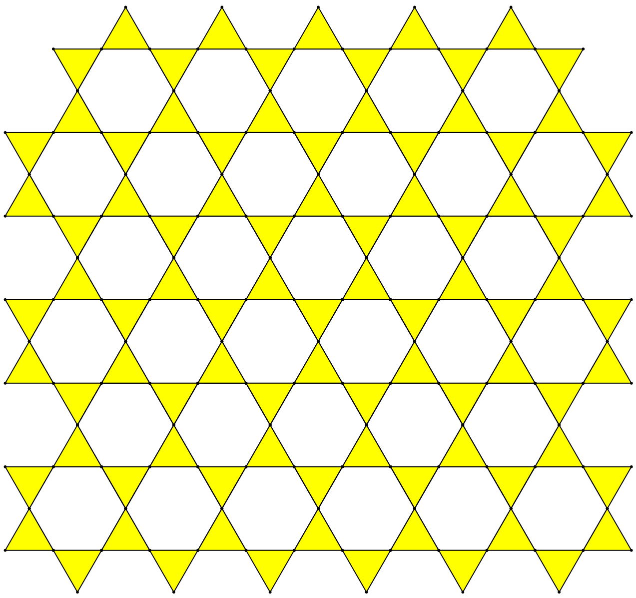


Fig. 4.15

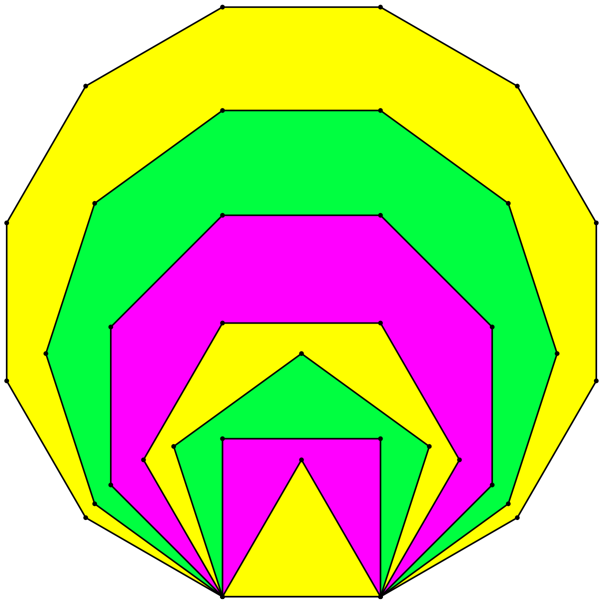


Fig. 4.16

Deuxième partie

Activités

Chapitre 5

Introduction

Un enseignant est [...] quelqu'un qui prend constamment des décisions en situation, même [...] s'il rêve de méthodes qui marcheraient toutes seules. Or, la succession des modes en pédagogie en témoigne, cette constante quête de solutions toutes prêtes est vaine.

J.-P. Astolfi

1 Les activités

Les activités qui illustrent *Apprenti Géomètre* sont des situations d'apprentissage qui visent tant l'appropriation de connaissances et l'acquisition de compétences que le transfert de celles-ci à de nouvelles situations. Les activités sont présentées sous la forme de situations-problèmes qui invitent l'élève à investir et à confronter ses représentations, à émettre des hypothèses de résolution, à tester celles-ci et, enfin, à construire de nouveaux savoirs en modifiant ses représentations.

Ces activités ont été réparties en trois chapitres selon leurs objectifs.

Le chapitre 6, *Initiation*, expose un ensemble de quatre activités qui ont deux objectifs. Le premier est de découvrir *Apprenti Géomètre* et de se familiariser avec ses fonctionnalités. Le second est de rencontrer des concepts mathématiques de base tels que la superposition de figures, l'addition, la multiplication et le fractionnement de grandeurs dans un contexte nouveau, constituant un complément utile aux activités papier-crayon et aux manipulations d'objets réels. Ces activités concernent les élèves de la troisième à la sixième primaire.

Le chapitre 7, *Activités d'intégration*, expose trois manières d'intégrer *Apprenti Géomètre* dans les pratiques quotidiennes de la classe ou de l'école, l'ordinateur n'étant pas, et de loin, le seul outil d'apprentissage. Ces activités ne constituent pas forcément une suite aux activités d'initiation.

Le chapitre 8, *Périmètre et aire*, propose des activités qui jalonnent l'apprentissage des concepts de périmètre et d'aire de huit à douze ans. Pour chacune d'elles, nous avons précisé l'âge des élèves concernés.

Les activités correspondent généralement chacune à une période de cours, même si certaines, plus complexes comme celle de la suite de carrés, s'étalent sur plusieurs périodes. Elles sont présentées selon un plan uniforme comportant les rubriques suivantes :

De quoi s'agit-il?	Description sommaire de l'activité proposée aux élèves.
Enjeux	Matières couvertes et compétences visées. Références aux *Socles de compétences*.
De quoi a-t-on besoin?	Description du matériel requis.
Comment s'y prendre?	Cette rubrique comporte des questions à proposer aux élèves, des indications pour organiser le travail en classe, des éléments de réponses aux questions, et les éléments de théorie auxquels la situation aboutit normalement.
Prolongements et liens	Nouvelles situations-problèmes plus ou moins difficiles que celle faisant l'objet principal de la section. Ces situations peuvent jouer le rôle de variantes, d'exercices, de questions d'évaluation, de poursuite du travail pour élèves particulièrement motivés ou de suite à l'activité.
Échos des classes	Indications sur le déroulement de l'activité dans l'une ou l'autre classe expérimentale. On relève les réactions les plus communes, mais aussi les plus significatives, même si elles sont isolées.
Vers où cela va-t-il?	À quelles questions mathématiques plus avancées la situation en question prépare-t-elle de manière directe ou indirecte ? Quels rapports la situation en question entretient-elle avec d'autres disciplines ? Quelle place l'activité occupe-t-elle dans la culture mathématique globale ?

Ces activités sont proposées à titre d'exemples et comme source d'idées. À chaque enseignant de les adapter en fonction de la réalité de sa classe, à chacun d'étoffer cet ensemble d'activités par des productions personnelles et par des échanges, à tous d'explorer la richesse de ce nouvel outil.

2 L'introduction d'*Apprenti Géomètre* en classe

Lorsque des élèves utilisent un outil dans une situation d'apprentissage, ils sont confrontés, entre autres, à deux types de connaissances :

– des connaissances liées à l'emploi de l'outil lui-même, que nous appellerons des *connaissances instrumentales* ;

– des connaissances conceptuelles liées à la situation, en l'occurrence des *connaissances mathématiques*.

Il n'a pas fallu attendre l'introduction de l'informatique dans les classes pour que les élèves soient en contact avec des connaissances instrumentales. Depuis longtemps, en ce qui concerne le domaine des mathématiques, ils emploient des instruments tels qu'une latte, un rapporteur, un compas, une calculatrice, ... Tous ces outils nécessitent des connaissances qui permettent de les employer « à bon escient[1] ». C'est-à-dire savoir **comment** les employer, mais aussi **quand** et **pourquoi** les employer.

Partant de ce constat, il semble que confronter les élèves à des situations mathématiques nouvelles avec *Apprenti Géomètre* sans avoir pris connaissance au préalable de certaines de ses fonctionnalités demanderait aux élèves de gérer deux problématiques simultanément : l'une inhérente à la connaissance du logiciel, l'autre inhérente à la résolution de la tâche mathématique proposée. Ce qui, pour des enfants de huit à douze ans, n'est pas chose aisée. Il nous a donc semblé opportun de confronter les élèves à quelques activités pas trop éloignées de leur pratiques quotidiennes, informatiques ou mathématiques. Ce que P. Meirieu exprime par « le principe de continuité, selon lequel un progrès n'est effectué qu'à travers une expérience qui prolonge une expérience précédente et s'enracine ainsi dans ce qu'était antérieurement la personne[2] ». Vygotsky parle à ce sujet de *zone proximale de développement*. L'initiation tente donc d'amener les élèves à un niveau suffisant de connaissance du logiciel pour qu'ils puissent s'investir par la suite dans des apprentissages mathématiques nouveaux, quelque peu débarrassés des soucis instrumentaux. Cependant « la genèse instrumentale ne se fait pas d'un coup mais au fur et à mesure que le travail avance et notamment en lien avec des connaissances mathématiques[3] ». De même que s'initier à l'usage des instruments classiques, c'est déjà faire de la géométrie, de même s'initier au logiciel *Apprenti Géomètre*, c'est aussi déjà faire de la géométrie. Nous insistons sur le fait que ces activités d'initiation n'ont pas la prétention d'assurer la maîtrise totale du logiciel et que les connaissances instrumentales rencontrées devront être renforcées au cours des activités suivantes.

Les activités proposées vont ainsi amener les élèves à se familiariser avec les fonctionnalités du *kit standard* afin de permettre d'aborder les activités proprement mathématiques en étant libérés d'une partie des questionnements instrumentaux. De même, des savoirs mathématiques de base tels que la superposition et les mouvements de figures vont être rencontrés. L'analogie avec des logiciels connus ou avec des situations mathématiques vécues dans d'autres contextes peut aider les élèves à s'approprier ces connaissances. Toutefois, il ne faudrait pas penser qu'*Apprenti Géomètre* fonctionne comme tous les autres logiciels, ni qu'il possède les mêmes atouts que d'autres contextes d'apprentissage. Il se peut que pour certaines fonctionnalités, le transfert de connaissances d'un logiciel à un autre soit un « frein » à l'appropriation d'*Apprenti Géomètre*. Dans son ensemble, ce logiciel a été conçu pour que l'apprentissage de ses fonctionnalités soit aussi immédiat que possible et directement axé sur la production d'objets ou d'actions qui ont immédiatement une signification géométrique. Par exemple :

– pour comparer deux figures, les élèves peuvent employer des *Mouvements* tels que *Déplacer, Tourner, Retourner*, qui correspondent à des mouvements intuitifs ;
– faire agir la fonctionnalité *Découper* sur un rectangle produit immédiatement différentes

[1] [63]
[2] [57]
[3] [3]

figures selon les découpes effectuées : des carrés, des triangles ou des trapèzes.

Les activités d'initiation ont été construites à partir des critères suivants :
– permettre à tous les élèves de se familiariser en quelques séances aux fonctionnalités d'*Apprenti Géomètre* ;
– ne pas viser d'apprentissages mathématiques complexes nouveaux pour les élèves ;
– viser le transfert de savoirs et de compétences mathématiques à un contexte nouveau, en l'occurrence le contexte informatique ;
– clarifier progressivement le contrat didactique[4] par rapport au logiciel.

Pour respecter les trois premiers critères, certaines fonctionnalités plus complexes du point de vue mathématique ou du point de vue instrumental, tels que les outils de transformation du plan dans le *kit libre*, ne sont pas rencontrées dans les activités d'initiation. Elles seront à découvrir dans des activités ultérieures. C'est également en fonction de ces critères que toutes les activités d'initiation sont organisées dans le *kit standard*.

Ces activités d'initiation permettent de mettre progressivement en place un aspect du contrat didactique propre à *Apprenti Géomètre*. En effet, pour un certain nombre d'élèves, l'activité à l'ordinateur apparaît comme une activité de jeu. Il est donc nécessaire de leur faire prendre conscience que, dans certains contextes, une activité proposée à partir d'un logiciel informatique est une activité de recherche et d'apprentissage au même titre que d'autres activités de classe. Pour l'enseignant, cette période d'initiation permet aussi de familiariser les élèves avec le type de support qu'il utilise pour présenter les activités. En ce qui nous concerne, nous avons choisi un modèle de fiche composée de quatre cadres (figure 5.1).

Toutefois, cette forme de présentation ne doit enfermer ni l'enseignant ni l'élève dans un cadre rigide, réducteur de toute forme de pensée émancipatrice. Il existe un profond intérêt à proposer des activités pour lesquelles l'élève doit choisir lui-même son contexte de travail en fonction de la tâche à réaliser, ceci soit à partir de situations mathématiques, soit à partir de situations transversales telles que les projets. En ce qui concerne le logiciel, il s'agira, par exemple, de laisser à l'élève la possibilité de choisir le kit dans lequel il souhaite résoudre la situation proposée.

[4]En situation d'apprentissage, le **contrat didactique** détermine l'ensemble des obligations réciproques de l'enseignant et des élèves.

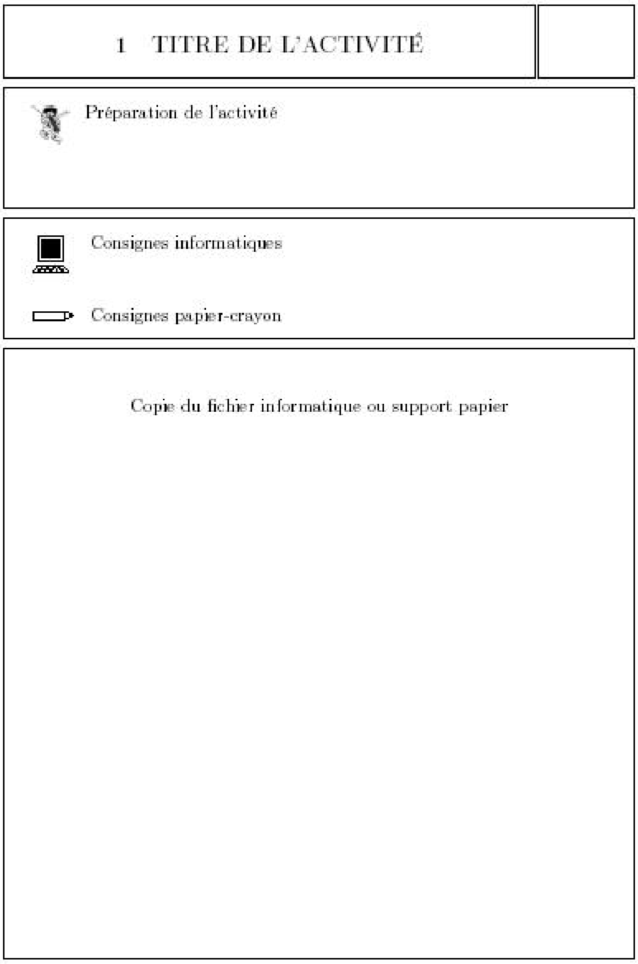


Fig. 5.1

Le premier cadre comprend le titre de l'activité.

Le deuxième cadre décrit à l'élève la marche à suivre pour préparer son activité.

Le troisième cadre expose la tâche à réaliser. Les icônes précisent sur quel support l'élève doit la réaliser.

Le quatrième cadre est généralement une copie de l'écran de recherche. Souvent, il servira de support pour exprimer le résultat et/ou la démarche de recherche.

Il nous semble nécessaire, pour installer les connaissances instrumentales, de demander assez régulièrement aux élèves d'exprimer les résultats de leur recherche, mais également d'exprimer comment ils ont réalisé leur recherche et avec quelles fonctionnalités du logiciel ils ont pu la réaliser. Ceci les amène progressivement à porter un regard réflexif sur leur activité. Chaque enseignant évaluera l'opportunité de consigner par écrit ces apprentissages instrumentaux en fonction de sa classe. Il pourra se référer au *mode d'emploi* pour construire ces référentiels.

Les activités d'initiation proposées peuvent paraître simples, mais rappelons qu'elles ont pour objectif principal d'amener tous les élèves à pouvoir utiliser *Apprenti Géomètre*. Nous espérons qu'elles pourront servir de charnière entre d'une part les activités habituelles, dans les contextes de manipulations et papier-crayon, et d'autre part les activités à partir d'un contexte nouveau, en l'occurrence le logiciel *Apprenti Géomètre*. Le tableau ci-dessous expose les quatre activités d'initiation de manière succincte.

Initiation : connaissances instrumentales et enjeux mathématiques

ACTIVITÉS	CONNAISSANCES INSTRUMENTALES	ENJEUX MATHÉMATIQUES
Découvrir *Apprenti Géomètre*	Rencontrer l'interface et les fonctionnalités d'*Apprenti Géomètre*.	Les noms des figures représentant les familles, la différenciation carré – cube.
Comparer deux figures	Déplacer, tourner, retourner, ajuster. Avant-plan – arrière-plan.	Discerner les grandeurs. Être de même grandeur, plus petit, plus grand. Utiliser les termes qualitatifs relatifs aux grandeurs : plus...que, moins...que, aussi...que. La superposition comme moyen de comparaison.
Assembler des figures	Déplacer, tourner, ajuster, fusionner.	Additionner deux grandeurs de même nature. Multiplier une grandeur par un nombre naturel. La superposition comme moyen de comparaison. Le dessin sur papier pointé.
Découper et assembler des figures	Déplacer, tourner, ajuster, diviser, découper, fusionner.	Additionner deux grandeurs de même nature. Couper une grandeur en parts égales. Fractionner une grandeur. Somme de deux grandeurs fractionnées. Composition de deux fractionnements. La superposition comme moyen de comparaison. Les figures de forme différente mais de même aire. La conservation d'une grandeur.

3 L'intégration d'*Apprenti Géomètre* en classe

Après avoir initié les élèves à l'utilisation du logiciel, il s'agit de lui donner son statut d'outil d'apprentissage et de l'intégrer dans les pratiques de classe. Les activités qui composent les chapitres 7 et 8 vont dans ce sens. Elles tentent de mettre en avant cette nécessité de créer les liens entre différents contextes d'activité. Comme l'indiquent également Assude et Gelis[5] en parlant du logiciel Cabri, « l'entrelacement des tâches et des techniques Cabri et papier permet l'approfondissement conceptuel même lorsqu'on travaille sur des

[5] [3]

difficultés instrumentales ». Les liens à construire et les transferts à effectuer peuvent se situer tant au niveau des connaissances instrumentales qu'au niveau des connaissances mathématiques. Ceci peut être synthétisé par la figure 5.2.

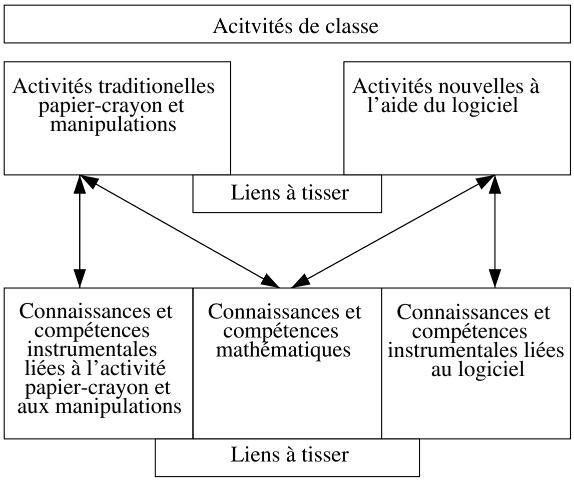


Fig. 5.2

Prenons l'exemple de quatre cubes à assembler pour former une tour. Cette construction peut être réalisée de différentes façons : en assemblant de vrais cubes (figure 5.3), en dessinant sur du papier quadrillé (figure 5.3), en dessinant à l'aide d'instruments ou en dessinant à main levée (figure 5.3), en juxtaposant des cubes en perspective dessinés sur du papier (figure 5.4), en juxtaposant des cubes en perspective avec *Apprenti Géomètre* (figure 5.5).

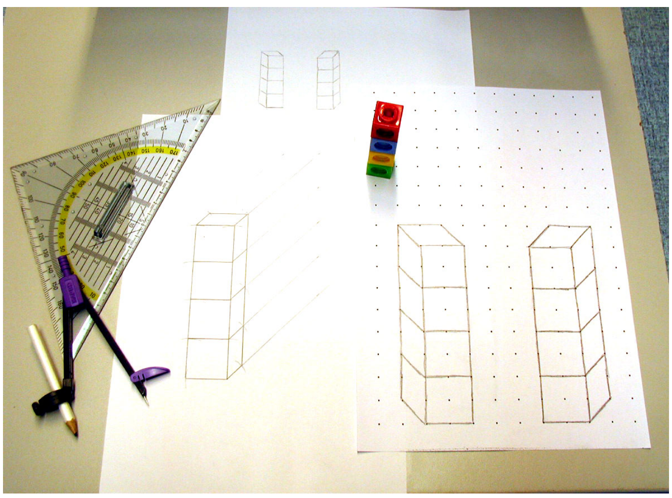


Fig. 5.3

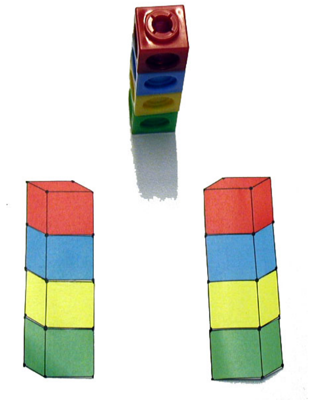


Fig. 5.4

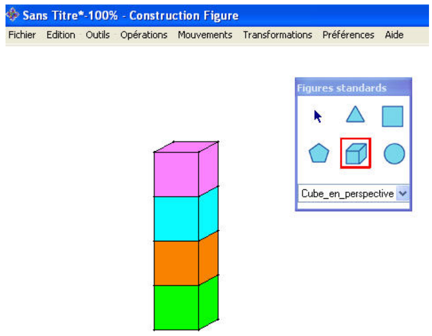


Fig. 5.5

La pratique de ces différentes représentations place l'élève face à un ensemble de connaissances instrumentales telles que les diverses manières d'effectuer une mise en avant-plan ou en arrière-plan d'un cube. De même, ces représentations permettent à l'élève de rencontrer et d'exercer un ensemble de connaissances et de compétences mathématiques telles que le dessin en perspective cavalière, la reconnaissance de dimensions en vraie grandeur, l'association d'un solide avec sa représentation dans le plan. Au cours de la rencontre et de la pratique de ces différentes représentations, des analogies sont à reconnaître et des transferts de connaissances et de compétences sont à effectuer et à exprimer par l'élève. Ces interactions entre les différents contextes permettent une construction plus approfondie des concepts rencontrés.

À de nombreuses reprises au cours des activités d'initiation, nous insistons sur le fait que l'enseignant doit adapter la didactique proposée en fonction de différents paramètres, notamment celui de la configuration du matériel informatique disponible. Ceci est vrai également lorsqu'il s'agit d'intégrer *Apprenti Géomètre* dans les pratiques quotidiennes. En effet, avoir la possibilité de regrouper les élèves en ateliers comme pour l'activité *La moitié*, ou de permettre à certains élèves de manipuler des figures en papier en même temps que d'autres effectuent une recherche à l'ordinateur, comme dans le cas *des suites de carrés*, peut être complexe selon la disposition et la disponibilité du matériel informatique dans l'école. Tenir compte de ces paramètres nous est particulièrement difficile, nous sommes conscients que nous présentons des situations idéalisées que chacun doit adapter à sa réalité d'école.

3.1 Activités d'intégration

Intégrer ce logiciel dans les activités de classe peut être entrepris en variant différents paramètres de l'activité éducative, notamment :

– les matériaux utilisés (papier-crayon, matériel de manipulation, ...) ;

– les savoirs et les compétences rencontrés ;

– le type d'activité (structuration, exercice, projet, ...).

Les trois activités que nous proposons dans le chapitre 7, *Activités d'intégration*, exposent des situations où le logiciel est employé comme outil d'apprentissage parmi d'autres, ainsi que des situations où il est utilisé en dehors du contexte proprement mathématique. Ces activités ne sont ni la continuation des activités d'initiation, ni la préparation aux activités concernant les périmètres et les aires.

Intégration : connaissances instrumentales et enjeux mathématiques

ACTIVITÉS	ENJEUX MATHÉMATIQUES
Couper en deux	Familiariser les élèves avec le maniement de toutes sortes de grandeurs non encore mesurées. *Pour l'atelier utilisant des surfaces en papier et Apprenti Géomètre :* La division des surfaces en deux parties superposables. Les notions de médiane et de diagonale. La superposabilité de deux surfaces. La pratique des pliages, des déplacements, des rotations ou des retournements de manière intuitive. Le constat qu'un triangle n'est en général pas superposable à ce triangle retourné.
Suite de carrés	Discerner les grandeurs. Additionner deux grandeurs de même nature. Multiplier une grandeur par un nombre naturel. Couper une grandeur en parts égales. Fractionner une grandeur. Composition de deux fractionnements. Les aires. Les suites de carrés emboîtés. Les diagonales des carrés. Les rapports d'aire, l'aire indépendamment du calcul. Les constructions aux instruments.
Des projets	Les connaissances mathématiques rencontrées se définissent en fonction des projets développés en classe.

3.2 Périmètre et aire

Les activités proposées dans le chapitre 8, *Périmètre et aire*, posent des jalons pour l'apprentissage des concepts de périmètre et d'aire au cours des quatre dernières années de l'école primaire. Ces activités sont à intégrer dans l'ensemble des activités traditionnelles réalisées dans les classes. Elles proposent de rencontrer et de construire les concepts de périmètre et d'aire à partir d'un autre contexte de travail qui possède ses spécificités propres. Il ne s'agit nullement de remplacer les activités de manipulation à l'aide d'outils de comparaison ou de mesure tels que le bâton, le pied, la latte, le double-mètre, le décamètre, ... ni de remplacer les dessins aux instruments ou à main levée. Le plus souvent possible, il s'agira d'ailleurs de tisser des liens entre les différents contextes qui ont permis de rencontrer un même concept ou d'exercer une même compétence.

Périmètre et aire : enjeux mathématiques

ACTIVITÉS	ENJEUX MATHÉMATIQUES
Comparer des longueurs	Être de même grandeur, plus petit, plus grand. Comparer des grandeurs, en l'occurence des longueurs, à l'aide d'outils, indépendamment de toute mesure. Employer le cercle comme outil de comparaison. Investir ses connaissances concernant les caractéristiques des figures pour résoudre une situation-problème. Résoudre un problème en respectant une contrainte donnée. Transférer une connaissance du contexte papier-crayon au contexte informatique.
Des polygones de même forme	Multiplier une grandeur par un nombre naturel. Acquérir une première idée des similitudes (avoir même forme). Se familiariser avec le rapport des aires de deux figures semblables.
Paver des figures	Une unité de commune mesure. Calculer avec des mesures. Aborder la notion de pavage. Comparer des aires par superposition. Exprimer des comparaisons de grandeurs sous forme de rapport. Aborder la notion de grandeur fractionnée. Aborder la notion de fractions équivalentes. Aborder la somme de deux grandeurs fractionnées.
Transformer un rectangle	Calculer avec des mesures. Mettre en évidence les deux dimensions d'un rectangle, les nommer d'un commun accord largeur et longueur. Visualiser et expliquer les variations de ces deux dimensions et leurs effets sur deux autres grandeurs, à savoir le périmètre et l'aire. Rechercher l'aire d'un rectangle par comptage et par calcul, et inversement, connaissant son aire, trouver des mesures possibles pour ses deux dimensions.

Construire la formule d'aire du parallélogramme	Comparer les aires du rectangle et du parallélogramme, et leurs dimensions respectives. Retrouver les deux éléments essentiels permettant de calculer l'aire du parallélogramme, en l'occurrence la base et la hauteur. Constater la perpendicularité entre ces deux segments. Établir la formule de l'aire du parallélogramme.

4 Les situations-problèmes

> *L'objectif essentiel d'un enseignement des mathématiques est d'apprendre à penser mathématiquement [. . .]. Or on n'est amené à le faire qu'en présence de situations qui y invitent, qui posent problème. C'est pourquoi le travail sur des situations-problèmes [. . .] est celui qui s'impose d'abord dans la pratique quotidienne.*
>
> CREM, *Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans*

> *C'est par la résolution de problèmes que l'élève développe des aptitudes mathématiques, acquiert des connaissances profondes et se forge une personnalité confiante et active.*
>
> Ministère de la Communauté française, *Socles de compétences*

4.1 Une situation-problème. . .

Une des grandes questions de l'activité pédagogique, et de la didactique des mathématiques en particulier, est de savoir comment faire pour que les élèves mettent en œuvre des compétences et des connaissances rencontrées ou acquises afin soit de les modifier s'il se trouve qu'elles sont erronées, soit d'en acquérir de nouvelles. De nombreuses études ont montré que la pratique des situations-problèmes permet, sous quelques conditions, l'appropriation de connaissances et le développement de compétences d'ordre méthodologique. Dans « *Structurer l'enseignement des mathématiques par des problèmes*[6] », les auteurs proposent cette définition d'une situation-problème : « un problème est une question suffisamment complexe pour que la réponse ne soit pas facile à trouver ». Il s'agit donc, pour l'enseignant, de construire une situation qui va demander à l'élève de se mettre en recherche, en investissant des connaissances et des compétences rencontrées ou acquises, pour résoudre le problème proposé. Cette résolution peut prendre la forme « d'une solution à trouver, d'une construction à effectuer, d'un programme à rédiger[7] ».

Nous épinglons ci-dessous quelques-unes des caractéristiques principales des situations-problèmes. Nous précisons que cette liste n'est pas exhaustive et qu'une même situation-problème ne doit pas nécessairement présenter toutes ces caractéristiques.

[6] [10]
[7] Op. cit.

– La situation doit être compréhensible par l'élève, y compris au niveau de la lecture. Elle a du sens pour lui, ce qui permet de le concerner et de le motiver à s'investir dans sa résolution ;
– elle est suffisamment complexe pour nécessiter une recherche, ce qui implique que la démarche de résolution n'apparaisse pas explicitement dans son énoncé. Toutefois la situation-problème « ne peut pas être un casse-tête[8] ». Elle est liée à un obstacle défini, considéré comme dépassable par l'élève ;
– l'élève doit pouvoir imaginer la situation résolue afin d'anticiper des voies de résolution. Ainsi, il pourra s'y engager avec ses connaissances et y investir ses représentations ;
– l'élève doit pouvoir travailler par essais et erreurs pour contrôler la pertinence des démarches et des solutions envisagées. À ce stade, le climat de classe et le statut de l'erreur peuvent être des moteurs ou des freins à la recherche ;
– une situation-problème permet généralement plusieurs démarches de résolution, et parfois plusieurs solutions acceptables ;
– dans un premier temps, une réflexion individuelle s'impose afin que chacun puisse imaginer une démarche et/ou une solution, avant de proposer un partage et une confrontation des prévisions ou des premiers travaux. Cette phase peut être suivie d'un travail individuel durant lequel l'élève peaufine sa recherche en tenant compte des remarques émises au cours de la discussion. Le temps de recherche individuelle doit être suffisamment important pour oser chercher, se lancer, se tromper, recommencer ;
– la résolution de la situation-problème débouche sur une mise en commun qui va permettre, à terme, l'élaboration d'un savoir.

4.2 L'élève face à une situation-problème

On peut structurer de manière synthétique l'activité de résolution de problèmes en trois grandes phases : une première où l'élève prend connaissance du problème, l'analyse, le comprend et émet quelques hypothèses d'action et/ou de solution ; une deuxième au cours de laquelle l'élève agit et avance dans la recherche d'une solution, durant laquelle il partage et confronte ses résultats avec d'autres élèves ; une troisième où l'élève établit sa réponse et partage sa démarche et/ou sa réponse[9] avec l'ensemble de la classe ou du groupe de travail, soit de manière orale, soit de manière écrite. Le tableau suivant expose de manière synthétique quelques-unes des différentes étapes de la résolution de problèmes et les actions des élèves, ainsi que des indices d'évaluation formative. Il est notamment inspiré des travaux de A. Strebelle, C. Depover, B. Noël[10]. Cette présentation linéaire des démarches ne constitue pas un modèle à reproduire tel quel en classe selon l'ordre proposé. De nombreux va-et-vient seront, sans nul doute, entrepris au cours de la

[8] Op. cit.

[9] Par démarche et réponse (au singulier), nous entendons ici l'ensemble des démarches mises en œuvre et des réponses obtenues par l'élève au cours de sa recherche, étant conscients qu'un problème peut être résolu à partir de plusieurs démarches et peut posséder plusieurs solutions.

[10] [67]

résolution de la situation-problème.

Résolution de situations-problèmes

	ACTIONS DES ÉLÈVES	INDICES D'ÉVALUATION
Situation initiale	Exploration de la situation-problème par l'élève. Activation des représentations existantes chez l'élève (celles-ci pouvant être des moteurs ou des freins à la résolution). Construction d'une représentation de la tâche à effectuer. Projection d'une solution, anticipation d'une démarche de recherche. Anticipation et préparation des outils nécessaires à la recherche, recherche de documentation, consultation de référentiels ou de synthèses.	Reformuler la consigne oralement. Citer des éléments nécessaires à la résolution : les connaissances instrumentales, les connaissances mathématiques, le matériel. Annoncer une démarche possible et/ou une solution possible.
Recherche	Résolution de la tâche individuellement. Investissement des connaissances et des compétences de l'élève. Partage, confrontation, justification des premières démarches et/ou d'une première réponse en petit groupe ou en groupe-classe. Réinvestissement individuel des informations partagées.	Garder une trace des étapes de la recherche : dessin à main levée, impression. Exposer sa démarche et l'expliquer, la justifier oralement.
Solution	Réalisation d'un produit final. Mise en commun et exposé des démarches et des réponses en groupe-classe.	Reproduire les figures aux instruments ou imprimer. Expliquer et justifier oralement ou par écrit sa démarche et/ou sa réponse.
	Structuration des apprentissages. Transfert vers d'autres situations.	

Les lecteurs qui souhaiteraient poursuivre cette analyse sommaire peuvent consulter les ouvrages suivants :
[4], [10], [34], [44], [45], [68].

5 La narration de recherche

Oui. Les mots sont de vrais magiciens. Ils ont le pouvoir de faire surgir à nos yeux des choses que nous ne voyons pas.

E. Orsena

Comme nous l'avons exposé ci-dessus, l'activité de résolution de problème contient, entre autres, une phase qui consiste en l'exposé de la recherche accomplie et de la réponse obtenue. Cette phase est souvent complexe pour l'élève car elle lui demande un effort de communication, d'évaluation et de mise en ordre de ses démarches. Des difficultés liées à l'écrit proprement dit apparaissent également, notamment au niveau de la syntaxe, de l'orthographe et de la mise en page. Il est donc utile de lier la narration d'une activité mathématique à l'apprentissage de l'écrit. Dans ce cadre, il est nécessaire de différencier la production première de l'élève de la production finalisée, élaborée avec l'enseignant, utilisant à la fois la langue française comme support général et le langage codé des mathématiques pour les descriptions spécifiques. Entre ces deux écrits, des activités de structuration, tant en français qu'en mathématiques, permettront à l'élève d'acquérir des compétences « *en tant qu'émetteur d'un message*[11] », de développer la compétence transversale « *structurer et synthétiser*[12] » et la compétence « *comprendre et utiliser, dans leur contexte, les termes usuels propres à la géométrie*[13] » dans le domaine des mathématiques.

La narration de recherche est un travail interdisciplinaire qui demande de mettre en œuvre diverses compétences, tant disciplinaires que transversales. Ceci explique pourquoi, au cours des activités d'initiation au logiciel, nous ne demandons pas aux élèves de rédiger leur démarche mais seulement de l'exposer oralement. Nous laissons toutefois le choix à l'enseignant pratiquant régulièrement la narration de proposer aux élèves d'exprimer par écrit leur recherche dès les premières activités avec le logiciel.

5.1 Qu'est-ce qu'une narration de recherche ?

« L'importance d'une justification peut être abordée très tôt, et par des chemins variés préparant la voie à la démonstration conventionnelle[14] », sachant que montrer, expliquer ou justifier n'est pas démontrer au sens rigoureusement mathématique du terme. Pour l'enseignement fondamental, nous considérons que la narration de recherche est l'exposé par l'élève tant de la démarche qu'il a employée au cours de la recherche d'une solution, que de la réponse en elle-même. Cet exposé peut prendre deux formes : l'une orale, très courante, l'autre écrite, plus complexe à mettre en place. Dans les deux cas, ce récit s'appuie à la fois sur la langue française et sur le langage mathématique.

En ce qui concerne l'exposé oral, celui-ci peut apparaître à divers moments de l'activité de résolution, par exemple lors d'un dialogue entre deux élèves au cours d'une « confrontation » des démarches et/ou des solutions, ou au terme de l'activité de recherche lors de

[11] [2]
[12] Op. cit., page 25.
[13] Op. cit., page 29.
[14] [7]

la mise en commun des démarches en groupe-classe. Cet exposé oral peut être soutenu par des dessins (écran d'ordinateur, feuille A4 ou affiche, projection de transparent, dessin au tableau, ...). Il s'agit ici d'une forme « brute » de narration de recherche, où l'élève agit et réagit sans avoir véritablement le temps de structurer sa pensée et son discours. L'intérêt de l'exposé oral est qu'il permet d'entendre les réactions des autres élèves et de pouvoir répondre à celles-ci immédiatement. Donc, sans doute, d'approfondir sa pensée. Il permet également une évaluation formative dans l'action de la part de l'enseignant.

L'activité de narration dans sa forme écrite est plus complexe pour l'élève. D'une part, comme nous l'avons annoncé plus haut, parce qu'il s'agit d'investir le terrain de la langue française avec toutes les difficultés que d'aucun peuvent éprouver, d'autre part parce qu'il s'agit de construire un exposé structuré, au contraire de l'exposé oral spontané. Ceci implique donc que l'élève puisse disposer d'un temps plus long pour raconter « l'histoire » de sa recherche. Comme pour l'exposé oral, la narration de recherche écrite pourra être accompagnée de dessins. Pour cette raison, nous pensons qu'il est parfois utile de préciser à l'avance aux élèves que la situation-problème fera l'objet d'une narration de recherche. De telle sorte qu'ils puissent prévoir, entre autres, des copies de tracés au fur et à mesure de leur recherche. Nous y reviendrons à la section ci-dessous.

À certains moments, la narration de recherche pourra évoluer vers un texte injonctif. En effet, après la mise en commun des démarches des élèves, il est possible de rédiger, en groupe-classe, par petits groupes ou individuellement, un texte qui explique « une marche à suivre pour ... ». C'est particulièrement le cas pour l'emploi de certaines fonctionnalités du *kit libre*, comme par exemple le tracé d'une perpendiculaire à une droite passant par un point de la droite elle-même.

La pratique de la narration de recherche permet, entre autres, de rencontrer des compétences transversales : *Résoudre, raisonner et argumenter ; utiliser un schéma, un dessin, un tableau, un graphique lorsque ces supports sont pertinents ; exposer et comparer ses arguments, ses méthodes ; confronter ses résultats avec ceux des autres et avec une estimation préalable ; s'exprimer dans un langage clair et précis ; maîtriser le symbolisme mathématique usuel, le vocabulaire et les tournures nécessaires pour décrire les étapes de la démarche ou de la solution ; présenter des stratégies qui conduisent à une solution. Structurer et synthétiser*[15].

5.2 Des représentations accompagnant une narration de recherche

La narration de recherche, qu'elle soit orale ou écrite, peut être accompagnée par des représentations de figures. Ces représentations peuvent apparaître sur différents supports allant de la simple feuille de papier vierge au transparent pour rétroprojecteur, en passant par le tableau. Nous n'en ferons pas ici l'énumération exhaustive, l'intérêt étant d'employer le support adéquat en fonction de la communication à réaliser.

Les représentations peuvent également prendre différentes formes : dessin aux instruments, dessin à main levée, copie à l'aide de l'imprimante, tracé sur papier pointé (quadrillé ou

[15] [2]

triangulé). Nous nous attarderons quelque peu sur le dessin à main levée et sur le dessin sur papier pointé.

Dans la vie courante, le dessin à main levée est fréquemment utilisé lorsqu'il s'agit d'expliquer quelque chose rapidement, par exemple un trajet ou un aménagement de local. Souvent, ce croquis est accompagné de quelques mots ciblés voire de quelques phrases. Son utilité varie selon les situations : il peut servir de support à la communication verbale ou écrite, mais également d'aide-mémoire ou de support à la réflexion. En classe, le dessin à main levée pourrait donc être employé en cours de recherche pour se souvenir des quelques étapes par lesquelles l'élève est passé, ou pour soutenir une première explication de démarche. Dans la version écrite définitive de la narration, ces croquis seront sans doute retracés aux instruments.

Le papier pointé, qu'il soit triangulé ou quadrillé, apparaît « comme une source d'évidence en géométrie euclidienne[16] ». En effet, il fait apparaître explicitement les grandeurs associées à une figure dessinée, qu'il s'agisse de longueurs (longueur, largeur, hauteur, périmètre) ou de surface (aire). Par exemple, il est assez facile d'observer les rapports existant entre un carré et un carré d'aire quatre fois supérieure (figure 5.6) : la longueur d'un côté est doublée, le périmètre de la figure est doublé, son aire est quadruplée. En joignant les milieux des côtés, on obtient un carré d'aire moitié du premier. C'est là ce que Socrate faisait déjà avec son esclave il y près de 2500 ans !

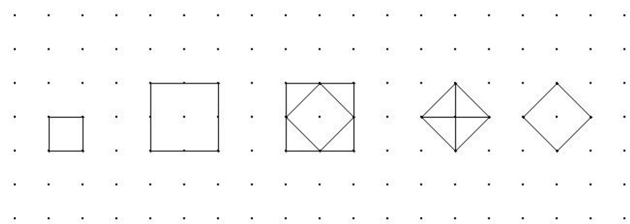


Fig. 5.6

Peut-être le papier pointé est-il peu employé dans les classes car, comme l'expose H. LOMBARDI[17], « sans doute joue en sa défaveur la trop grande simplicité de cette mise en évidence : pourquoi faire simple quand on peut faire compliqué, [. . .] ».

Ce même support permet également de dessiner des solides en perspective[18] comme le montrent les figures 5.7 et 5.8.

[16] [56]
[17] Op. cit.
[18] [19], page 214.

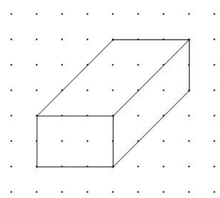


Fig. 5.7

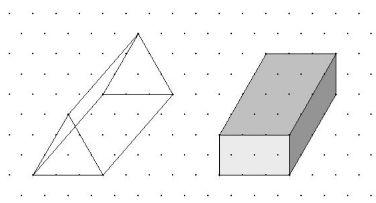


Fig. 5.8

Rappelons, s'il est nécessaire, que l'usage du papier pointé apparaît dans les *Socles de compétences*[19] dans le domaine des mathématiques comme une compétence à certifier à la fin de la première étape de l'enseignement fondamental.

Cette analyse est loin d'être complète, elle permet simplement d'engager quelques pistes de travail et de réflexion.

[19] [2]

Chapitre 6

Activités d'initiation

Entre l'acte et la pensée quels sont les rapports ? Lequel des deux a la priorité sur l'autre ? « Au commencement était le Verbe » (ou la pensée se manifestant), disaient les disciples mystiques de Platon. « Au commencement était l'Action » rétorquait Goethe.

H. Wallon

1 Découvrir le logiciel

La découverte d'*Apprenti Géomètre* peut prendre diverses formes. Nous avons choisi une pratique de découverte-action qui incite les élèves à parcourir les fonctionnalités de base pour pouvoir résoudre les tâches proposées. Toutefois, chaque enseignant pourra réaliser cette première rencontre avec le logiciel selon le vécu de sa classe et ses pratiques habituelles. L'analogie avec des logiciels déjà utilisés pourra aider les élèves, notamment au niveau de l'utilisation de la barre des menus.

De quoi s'agit-il?	Les élèves prennent connaissance des fonctionnalités principales du logiciel et se familiarisent avec son utilisation à partir de quatre épreuves simples.
Enjeux	Acquérir des connaissances instrumentales concernant le *kit standard* : découvrir les familles de figures dans le pavé du *kit standard* ; apprendre à utiliser les commandes disponibles dans les menus – *Fichiers* : *Nouveau*, *Imprimer* ; – *Outils* : *Couleur*, *Arrière-plan* et *Avant-plan*, *Effacer* ; – *Mouvements* : *Déplacer*, *Tourner*, *Retourner*, *Ajuster*.
De quoi a-t-on besoin?	Les quatre fiches de découverte (fiches 1.1 à 1.4) ; la fiche des modèles de constructions (fiche 1.5) ; une imprimante ; des crayons.

Comment s'y prendre?

L'enseignant distribue aux élèves groupés de préférence par deux, les quatre fiches de découverte et la fiche de constructions de cubes. Il précise qu'un ou des indices sont notés au verso des fiches. Il lit la première fiche avec les élèves et s'assure que chacun a une représentation correcte de la consigne. Il veille, entre autres, à ce que chaque élève comprenne ce que représente le pavé de figures.

> Fiche 1.1
>
> Consignes
>
> Différentes figures sont dessinées dans le pavé du *kit standard*. Fais apparaître à l'écran un seul exemplaire de chaque figure.
> Imprime et, en dessous de chaque figure, écris son nom.

L'enseignant laisse les élèves tâtonner quelques instants. S'ils ne trouvent pas comment exporter une figure du pavé vers l'écran, ils peuvent prendre connaissance de l'aide proposée au verso de la fiche.

> Fiche 1.1
>
> Indices
>
> 1) Pour faire apparaître une figure à l'écran, clique sur celle-ci dans le pavé : elle s'encadre en rouge.
> Clique ensuite sur l'écran pour la faire apparaître sur celui-ci.
> 2) Le nom de la figure sur laquelle tu cliques s'inscrit au bas du pavé.

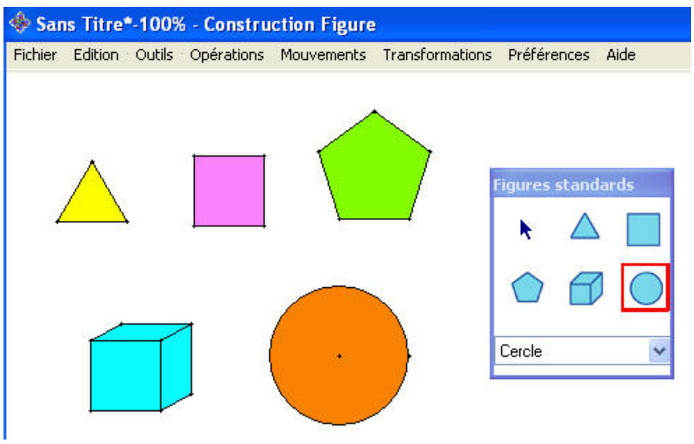


Fig. 6.1

Selon les actions des élèves, des fonctionnalités telles que *Annuler la dernière opération* dans le menu *Édition* ou *Effacer* dans le menu *Outils*, peuvent être proposées par l'enseignant. Dans le cas où une figure en recouvre une autre, la flèche, sélectionnée dans le pavé, permet de déplacer les figures pour les organiser sur l'écran.

Les élèves impriment les cinq figures[1] présentes à l'écran (figure 6.1) et inscrivent leur nom en dessous de chacune d'elles. Cette feuille pourra servir de référence pour d'autres activités.

L'enseignant procède à une mise en commun orale des premiers apprentissages instrumentaux, afin de préciser comment faire apparaître une figure à l'écran et le rôle des éléments tels que :

- la flèche dans le pavé de figures ;
- le cadre rouge autour de la figure sélectionnée et son nom au bas du pavé ;
- l'aide qui apparaît à coté du curseur lorsqu'une fonctionnalité a été sélectionnée ;
- les fonctionnalités rencontrées (*Effacer, Imprimer, ...*).

Pour chacune des fiches suivantes, l'enseignant veille à ce que chaque groupe ouvre un nouvel écran de recherche en utilisant la fonctionnalité *Nouveau* dans le menu *Fichier*.

Fiche 1.2

Consignes

Fais apparaître un carré et un triangle équilatéral à l'écran. Assemble-les pour construire une maison.
Il est possible de créer des maisons avec des toits différents. Recherche des **triangles** différents et construis au moins quatre nouvelles maisons.

Les enfants font d'abord apparaître les deux figures demandées puis, à l'aide de la flèche, transportent le triangle pour le juxtaposer au carré et construisent ainsi la maison (figure 6.2).

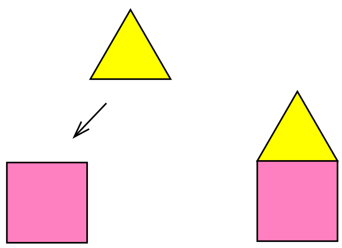


Fig. 6.2

Pour créer quatre nouvelles maisons, les élèves font d'abord apparaître quatre carrés. Pour trouver d'autres triangles, ils doivent ouvrir le menu

[1]Au cours de cette première activité, les élèves ne font aucune différence entre l'icône de la famille de figures et la figure proprement dite (puisqu'ils n'ont, théoriquement, pas encore eu accès à la liste déroulante dans le bas du pavé de figures). Dès la deuxième activité, il faudra distinguer l'icône dans le pavé qui représente la famille du triangle équilatéral et le triangle équilatéral en tant que figure qui apparaît à l'écran. La même distinction est à mettre en place pour le carré, le pentagone et le cube.

déroulant des familles de figures. L'indice au dos de la fiche détaille la marche à suivre.

> Fiche 1.2
>
> Indices
>
> Pour trouver d'autres triangles, clique sur une figure dans le pavé. Quand elle s'encadre de rouge, clique sur son nom : un menu déroulant apparaît. Cherche un triangle dans ce menu et clique sur son nom, puis sur l'écran, pour le faire apparaître.

Les enfants peuvent trouver, dans chacune des trois premières familles (*Triangle équilatéral*, *Carré* et *Pentagone*), des triangles différents. Ils les font apparaître à l'écran et vérifient s'ils peuvent les juxtaposer à un des carrés en utilisant la flèche du pavé de figures. Les fonctionnalités *Annuler la dernière opération* et *Effacer* peuvent être utiles si la figure sélectionnée ne convient pas. La figure 6.3 montre quelques modèles de constructions possibles.

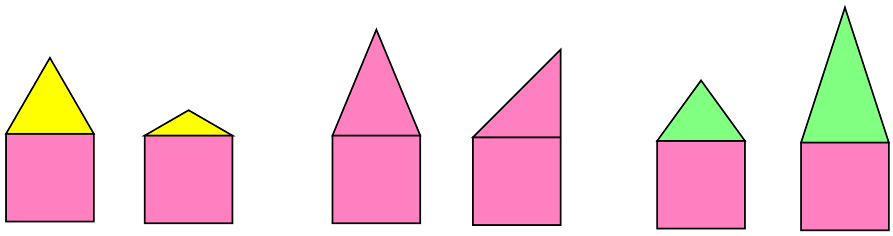


Fig. 6.3

Une mise en commun orale peut être organisée pour mettre en évidence les menus déroulants des familles de figures. Les réalisations des élèves peuvent également être imprimées.

> Fiche 1.3
>
> Consignes
>
> Fais apparaître un pentagone et cinq triangles équilatéraux. Assemble ces figures pour obtenir une fleur.
> Tu choisis ensuite d'autres triangles pour créer d'autres fleurs.

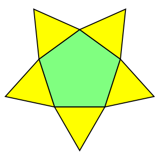


Fig. 6.4

Pour créer la fleur (figure 6.4), les élèves doivent juxtaposer les triangles au pentagone et, dans ce cas, l'utilisation de la flèche du pavé de figures ne suffit plus. Ils ont alors besoin de découvrir de nouvelles fonctionnalités : les mouvements *Déplacer* et *Tourner*. Au cours de l'activité, le lien avec des activités de géométrie ou avec toute autre activité ayant nécessité l'emploi de tels mouvements peut aider les élèves.

L'indice précise aux élèves le menu dans lequel ils doivent rechercher ces mouvements.

> Fiche 1.3
>
> Indices
>
> Si tu as des difficultés pour assembler les figures, clique sur le menu *Mouvements*.

Le besoin d'utiliser *Ajuster* apparaît lorsque l'orientation des triangles par rapport au pentagone reste imprécise.

Pour créer d'autres fleurs (deux exemples en figure 6.5), les élèves recherchent dans les familles de figures des triangles qui peuvent être juxtaposés au pentagone.

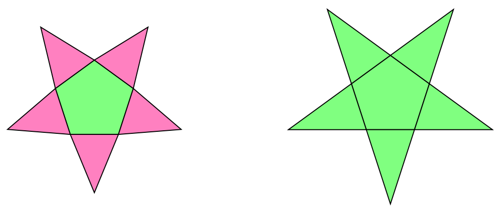


Fig. 6.5

> Fiche1.4
>
> Consignes
>
> Voici des constructions à partir de cubes. Choisis-en une et reproduis-la à l'écran.
> Colorie ensuite chaque cube d'une couleur différente.

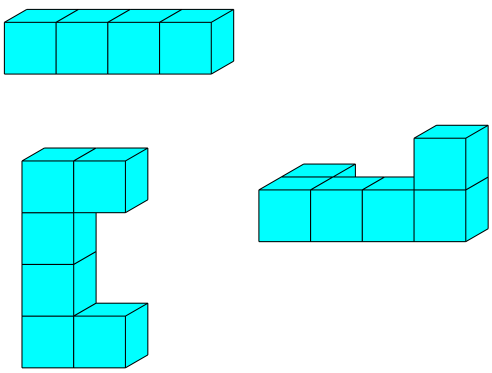


Fig. 6.6

Pour réaliser les constructions de la fiche 1.5 (présentées en figure 6.6), les élèves font apparaître les cubes et les assemblent à l'aide de la flèche. Lors des assemblages, surviennent des problèmes de mise à l'avant-plan ou à l'arrière-plan de certains cubes. Aux élèves qui ne parviennent pas à régler ces problèmes, l'enseignant peut proposer de manipuler des cubes réels, et/ou des gabarits en carton représentant des cubes en perspective cavalière[2](figure 6.7).

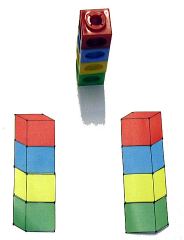


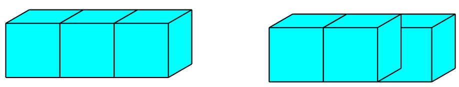
Fig. 6.7

Il peut aussi proposer l'indice au verso de la fiche. La lecture de l'indice indique aux élèves quels outils utiliser pour résoudre les problèmes d'avant-plan et d'arrière-plan.

Fiche1.4

Indices

Si tes cubes sont bien assemblés, mais qu'il te semble que le dessin ne correspond pas au modèle que tu as choisi, comme dans le cas de ces deux trains par exemple,



l'emploi de *Avant-plan* ou *Arrière-plan* dans le menu *Outils* peut t'aider.

En fin d'activité, une synthèse orale permet de cerner les fonctionnalités essentielles d'*Apprenti Géomètre*. Un référentiel d'aide pour les activités futures peut être construit en groupe-classe.

Prolongements et liens

La représentation de l'espace à trois dimensions sur le plan à deux dimensions pose problème pour certains élèves. L'activité de la quatrième fiche peut se prolonger par des activités mettant en œuvre des manipulations de cubes réels et de cubes représentés (*Apprenti Géomètre* et modèles en papier), du dessin sur papier pointé, du dessin à main levée ou aux instruments.

[2][22] à télécharger gratuitement sur Internet, http ://www.profor.be/crem/index.htm

Échos des classes

Cette série de quatre fiches a le plus souvent demandé deux séances de cinquante minutes. Pour les élèves de fin de cycle primaire, habitués à l'outil informatique, une seule séance a suffi.

Première fiche :

Au cours de l'opération qui consiste à amener les figures du pavé à l'écran, les élèves sont surpris par le fait que chaque clic de souris fasse apparaître la même figure. Tant qu'ils n'ont pas choisi une nouvelle figure dans le pavé, c'est cette même figure qui reste sélectionnée. Ce même problème apparaît lorsque, ayant superposé deux figures, ils souhaitent en déplacer une. Nous avons ainsi été amenés à insister sur l'emploi de la flèche du pavé de figures pour quitter une fonctionnalité active ou pour déplacer une figure.

Deuxième fiche :

Pour construire les toits des nouvelles maisons à partir d'autres triangles, certains élèves ont tendance à vouloir déformer le triangle équilatéral donné, ce qui n'est pas possible dans le *kit standard*. Il est donc nécessaire de leur préciser que les triangles à trouver sont dans certains menus déroulants du pavé de figures et qu'un indice concernant cette recherche est noté au verso de leur fiche.

De manière générale, les élèves ne pensent pas pouvoir trouver des triangles dans les autres familles que celle du triangle équilatéral, ce qui les cantonne à rechercher dans cette seule famille. Le fait de préciser qu'il est possible de construire au moins quatre nouvelles maisons les oblige à chercher dans les autres familles.

Au cours de leurs constructions, certains ont découvert différentes manières de juxtaposer au carré un ou deux triangles rectangles de la famille du triangle équilatéral (figure 6.8). Ces constructions les ont amenés à utiliser certaines ou toutes les options du menu *Mouvements*.

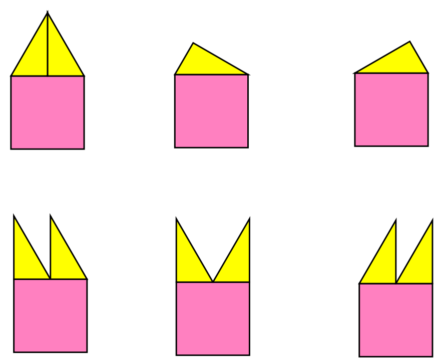


Fig. 6.8

Troisième fiche :

Les élèves ayant déjà découvert les mouvements lors de l'activité précédente réinvestissent aisément ces connaissances instrumentales pour réaliser cette tâche. Les autres s'approprient assez rapidement les fonctionnalités permettant de juxtaposer les figures.

Juxtaposer les triangles au pentagone nécessite bien souvent l'emploi d'*Ajuster*, car il est difficile d'orienter d'emblée avec précision les triangles par rapport aux côtés du pentagone.

Quatrième fiche :

Certains élèves confondent cube et carré.

Les manipulations de cubes réels ou de gabarits en carton rendent plus sensibles les notions d'avant-plan et d'arrière-plan, et de ce fait, aident beaucoup les élèves dans la compréhension et l'utilisation de celles-ci.

2 Comparer deux figures

De quoi s'agit-il? Les élèves superposent deux carrés pour vérifier s'ils sont de même grandeur. Ils font de même avec deux triangles puis, avec deux parallélogrammes.

Enjeux Utiliser les commandes du menu *Mouvements* : *Déplacer*, *Tourner*, *Retourner*, *Ajuster* ;

découvrir qu'une figure devient transparente lorsqu'on la pointe par la flèche et que le bouton de la souris est maintenu enfoncé ;

utiliser la superposition comme moyen de comparaison ;

utiliser les termes qualitatifs relatifs aux grandeurs : plus … que, moins … que, aussi … que.

Compétences. *Comparer des grandeurs de même nature et concevoir la grandeur comme une propriété de l'objet, la reconnaître et la nommer.*

De quoi a-t-on besoin? Les fiches 1.6 et 1.7 ; des figures tracées sur des transparents (à réaliser par l'enseignant, voir ci-après).

Comment s'y prendre?

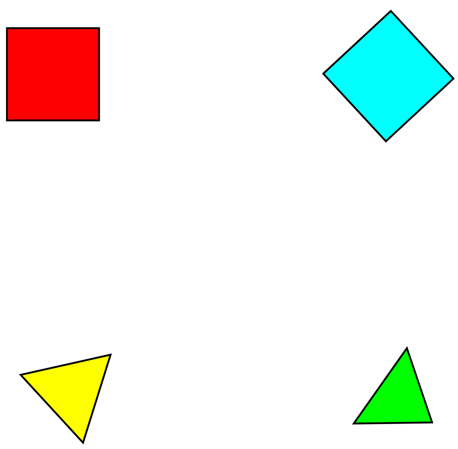
L'enseignant soumet la fiche 1.6 aux élèves.

Fiche 1.6

Y a-t-il un carré plus grand que l'autre ?

Utilise les mouvements disponibles pour le vérifier. Explique comment tu as procédé.

Fais de même avec les deux triangles.



Les élèves sélectionnent le fichier « Comparer1 ». L'enseignant les invite à lire la consigne et veille à ce que chacun ait une représentation correcte de la tâche à effectuer. Il laisse aux élèves une période de recherche.

Pour ceux qui ne peuvent imaginer comment réaliser cette comparaison, l'enseignant peut proposer de comparer deux paires de motifs tracés sur des transparents (par exemple deux voitures de même grandeur et deux maisons de grandeurs différentes). Ce matériel, préparé par l'enseignant, fait naître l'idée de superposition. Les élèves peuvent montrer par transparence que deux figures sont les mêmes ou non, si elles se mettent exactement l'une sur l'autre ou non. L'analogie avec d'autres activités de superposition, réalisées en classe peut aussi être éclairante.

Pour comparer les carrés, les élèves sont amenés à les superposer en utilisant les mouvements *Déplacer*, *Tourner* et *Ajuster*.

Une solution est d'abord d'orienter les carrés de la même façon à l'aide du mouvement *Tourner* appliqué à l'un d'eux, ensuite de transporter l'un sur l'autre en utilisant les mouvements *Déplacer* et *Ajuster* (figure 6.9).

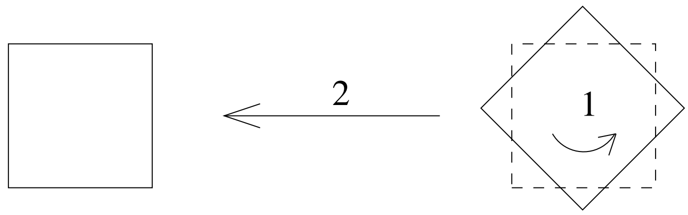


Fig. 6.9

Les élèves peuvent effectuer ces mouvements dans l'ordre inverse : *Déplacer*, *Tourner* et *Ajuster* (figure 6.10).

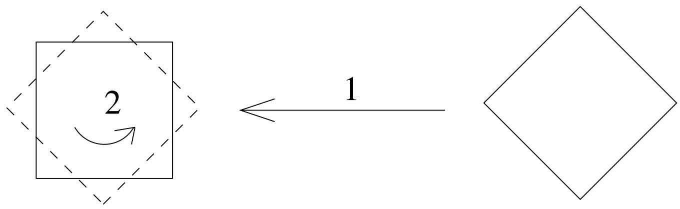


Fig. 6.10

Ils constatent alors que le carré amené cache entièrement l'autre carré. Ce constat ne permet cependant pas d'affirmer avec certitude que les deux carrés sont les mêmes. On peut seulement dire que le carré du dessus est soit plus grand soit le même que le carré du dessous. L'enseignant invite les élèves à exprimer ce fait et leur propose d'agir par la suite pour montrer que les deux carrés sont bien les mêmes.

Une première solution est de répéter l'opération de superposition dans le sens inverse. Si dans ce cas le carré du dessus recouvre entièrement le carré du dessous, alors on peut dire que les deux carrés sont les mêmes. Une autre solution est de cliquer sur un des deux carrés superposés et de garder le bouton de la souris enfoncé. Le carré du dessus devient transparent et seul son pourtour et ses sommets restent apparents. Les élèves voient alors que les quatre côtés de chacun des carrés coïncident parfaitement. Les deux carrés sont bien superposés, ils sont donc les mêmes, il n'y a pas un carré plus grand que l'autre.

Une autre solution peut être d'orienter les deux carrés de la même façon et ensuite de les amener l'un contre l'autre pour vérifier que les deux côtés jointifs ont la même longueur (figure 6.11). Si les deux côtés sont superposables, alors les deux carrés sont les mêmes, il n'y a pas un carré plus grand que l'autre.

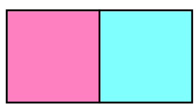


Fig. 6.11

Toutefois, cette manière de procéder présuppose que les élèves connaissent les propriétés des carrés, en l'occurrence l'égalité des côtés. De plus, il faut que les élèves emploient une justification structurée qui leur permet d'affirmer que si les deux côtés joints sont de la même grandeur, alors les quatre côtés du premier carré sont de la même grandeur que les quatre côtés du deuxième carré et donc que les deux carrés sont identiques.

Pour comparer les triangles, les élèves procèdent comme pour les carrés : d'abord orienter les deux triangles de la même manière, ensuite amener un triangle sur l'autre. Différents essais de recouvrements peuvent être imaginés (figures 6.12 et 6.13) :

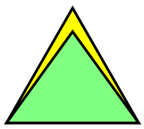


Fig. 6.12

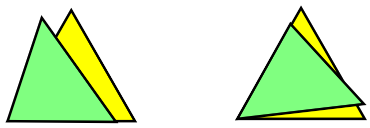


Fig. 6.13

On voit facilement qu'un triangle est plus grand que l'autre dans le cas où les bases sont superposées (figure 6.12). Dans les autres cas (figure 6.13), la comparaison est moins précise si elle s'appuie sur une estimation des morceaux qui dépassent de chacun des triangles.

L'enseignant soumet ensuite la fiche 1.7 aux élèves et leur demande d'ouvrir le fichier correspondant.

Fiche 1.7

Y a-t-il un parallélogramme plus grand que l'autre ?

Utilise les mouvements disponibles pour le vérifier.

Explique comment tu as procédé.

Comme pour les carrés et les triangles, l'enseignant laisse aux élèves une période de recherche. Pour tenter de superposer les deux parallélogrammes, ils ont besoin d'utiliser un autre mouvement que ceux utilisés pour la fiche précédente, à savoir *Retourner*. Pour les élèves qui ne voient pas qu'un des deux parallélogrammes doit être retourné, le recours aux figures sur transparents peut être à nouveau une aide appréciable. L'enseignant peut également rappeler aux élèves qu'ils peuvent employer l'ensemble des mouvements disponibles et leur proposer de consulter le menu *Mouvements*.

Ces manipulations amènent les élèves à constater que les deux parallélogrammes sont superposables, autrement dit qu'ils sont les mêmes.

L'enseignant construit ensuite avec les élèves la synthèse finale de cette activité qui met en évidence la superposition comme moyen de comparaison, et les mouvements *Déplacer*, *Tourner* et *Retourner* comme outils mathématiques permettant la superposition. Le lien avec les activités de transformations du plan utilisant les transparents peut aussi être réalisé.

Échos des classes

Certains élèves, pour s'assurer que les figures sont de même grandeur, transportent une figure sur l'autre et constatent : « Celle-ci cache l'autre, mais on ne voit pas si elle est égale ou plus grande que l'autre ». Ils répètent alors la même opération dans l'autre sens pour s'assurer qu'elles sont aussi grandes l'une que l'autre. Il est également possible d'activer l'outil *Arrière-plan*, mais peu d'élèves l'utilisent.
Pour les triangles, certains élèves placent les deux figures dans une même orientation avec une base horizontale. Ils les accolent ensuite par un sommet (figure 6.14).

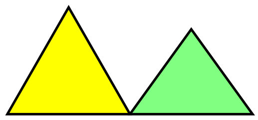


Fig. 6.14

Ils se limitent à une estimation sans se soucier de l'égalité des bases des triangles.

3 Assembler des figures

De quoi s'agit-il?

Dans le *kit standard*, les élèves assemblent des triangles équilatéraux pour construire de nouvelles figures. Ils commencent avec deux, puis font de même avec trois et quatre triangles équilatéraux. Ils tracent ensuite les figures réalisées sur le papier pointé triangulaire.

Enjeux

Apprendre à utiliser une commande du menu *Outils* : *Fusionner* ; renforcer la connaissance des commandes du menu *Mouvements* : *Déplacer*, *Tourner*, *Ajuster* ;

utiliser le papier pointé triangulaire comme support de dessin ;

utiliser la superposition comme moyen de comparaison ;

différencier deux propriétés d'un objet : la forme et la grandeur ;

multiplier une grandeur par un nombre naturel.

Compétences. *Comparer des grandeurs de même nature et concevoir la grandeur comme une propriété de l'objet. Tracer des figures simples.*

De quoi a-t-on besoin?

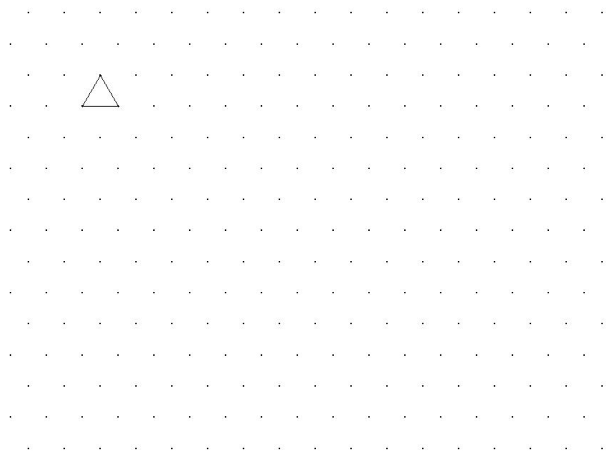
La fiche 1.8 ; des crayons ordinaires.

Comment s'y prendre?

L'enseignant soumet la fiche 1.8 aux élèves.

Fiche 1.8

À partir de la famille du triangle équilatéral, fais apparaître deux triangles équilatéraux. Forme toutes les figures possibles en assemblant les triangles par les côtés.
Par la suite, fais de même avec trois triangles, puis avec quatre triangles.
Sur le papier pointé ci-dessous, reproduis à main levée les figures construites.



L'enseignant veille à ce que chacun ait une représentation correcte de la tâche à effectuer. Les élèves placent sur l'écran de recherche deux triangles équilatéraux et les assemblent en faisant coïncider deux sommets pour construire de nouvelles figures. Ils emploient les mouvements : *Déplacer*, *Tourner* et *Ajuster*. Ils construisent, par exemple, la figure 6.15.

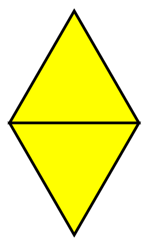


Fig. 6.15

Ils appliquent l'opération *Fusionner* sur les deux triangles pour obtenir une figure unique. S'ils déplacent la figure construite, ils retrouvent en arrière-plan les deux triangles qui ont servi à construire la figure (figure 6.16).

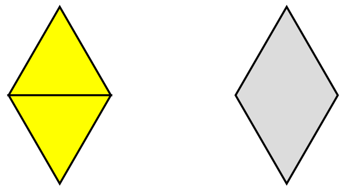


Fig. 6.16

Ils peuvent à nouveau utiliser les deux triangles pour tenter de construire d'autres figures (figure 6.17) .

Fig. 6.17

Au cours de ces constructions, certains élèves avancent l'hypothèse que ces figures sont les mêmes, à l'orientation près. Pour s'en convaincre, il suffit de réinvestir la superposition des figures. L'enseignant peut susciter cette réflexion par la consigne suivante :

Tous ces assemblages de deux triangles sont-ils différents ?

Les élèves expliquent qu'il n'y a pas une figure plus grande que l'autre puisqu'elles sont toutes construites à partir de deux triangles identiques (conservation de l'aire). Ils se rendent compte que toutes les figures construites sont superposables. Il s'agit de la même figure orientée de différentes façons.

Les élèves font de même à partir de trois triangles équilatéraux (figure 6.18). Après chaque assemblage, ils fusionnent les triangles pour obtenir une figure unique. Cette opération s'effectue en deux phases : d'abord fusionner deux triangles pour former un losange, ensuite fusionner ce losange et le troisième triangle.

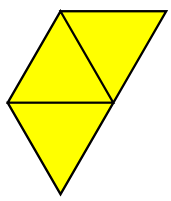


Fig. 6.18

Les élèves déplacent la figure obtenue (figure 6.19) et retrouvent en arrière-plan le losange et le triangle . Ce losange peut soit être effacé pour retrouver les deux triangles de départ, soit être utilisé pour construire une autre figure, sachant qu'il est superposable à deux triangles joints.

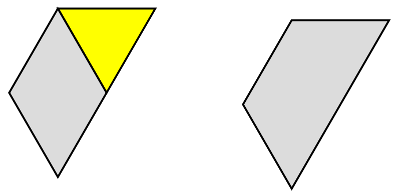


Fig. 6.19

Après plusieurs essais, les élèves constatent qu'ils construisent toujours la même figure placée dans des orientations différentes. Ils peuvent le montrer en utilisant la superposition. Comme pour le cas des deux triangles, il n'y a qu'une figure possible, en l'occurrence un trapèze isocèle (figure 6.20).

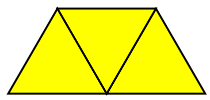


Fig. 6.20

Les élèves assemblent ensuite quatre triangles isocèles avec lesquels on peut construire trois figures différentes (figure 6.21).

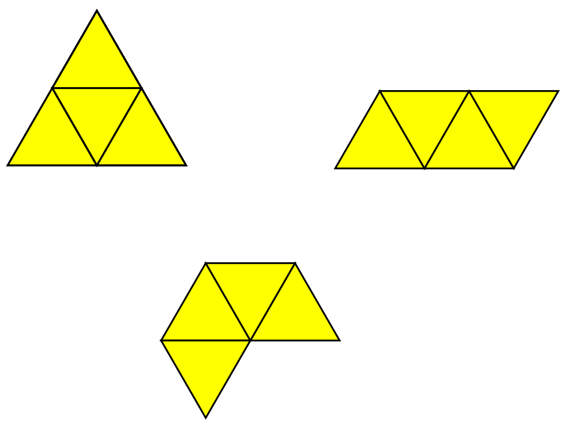


Fig. 6.21

Afin de mettre en évidence deux propriétés des figures (la forme et la grandeur), l'enseignant propose la consigne suivante :

Y a-t-il une figure plus grande que les autres ? Expliquer et montrer.

Il apparaît que ces trois figures sont deux à deux de formes différentes. Dans ce cas, la superposition ne permet plus de dire si elles sont de même grandeur ou pas. Toutefois, on peut justifier qu'il n'y a pas une figure plus grande que l'autre par le fait qu'elles sont toutes trois constituées de quatre triangles identiques.
Continuer avec cinq ou six triangles peut sembler fastidieux. De plus, le nombre de solutions augmente rapidement. L'enseignant organise une synthèse orale de l'activité afin de mettre en évidence la manière de procéder pour fusionner deux ou plusieurs figures. Il insiste aussi sur le fait que les figures ayant servi aux fusions existent toujours en arrière-plan de la figure fusionnée.
Ensuite, de mémoire, les élèves dessinent les figures obtenues à main levée sur le papier pointé de leur fiche (figure 6.22). Ils peuvent néanmoins avoir recours à l'écran de recherche pour visualiser les constructions s'ils ne parviennent pas à les reproduire.

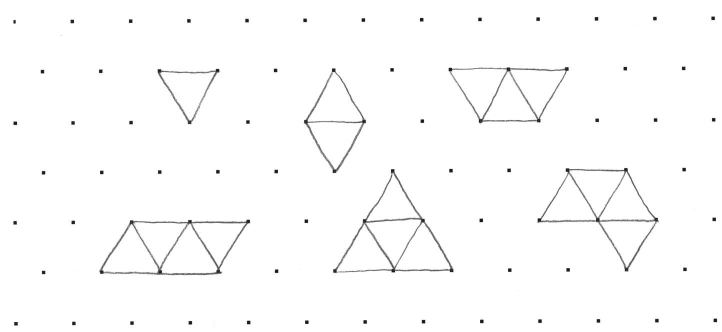


Fig. 6.22

Prolongements et liens

Assembler des triangles isocèles ; assembler des triangles rectangles isocèles.

Échos des classes

Pour le dessin sur papier pointé, on remarque qu'une majorité des élèves reconstituent l'assemblage des triangles et ne tracent pas la figure globalement(figure 6.23). Ceci est dû vraissemblablement au fait que cela demande un niveau d'abstraction important et que le papier pointé incite à cette décomposition. L'enseignant leur demandera de reproduire, à côté du premier dessin, la figure dans sa globalité. Les élèves ont souvent recours à l'écran pour pouvoir réaliser leurs dessins sur papier pointé.

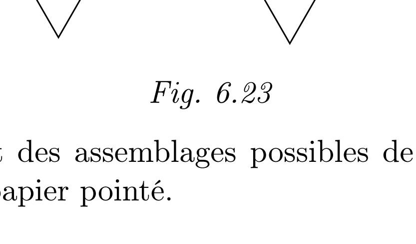


Fig. 6.23

Certains recherchent des assemblages possibles de cinq et six triangles équilatéraux sur le papier pointé.

4 Découper et assembler des figures.

Depuis l'Antiquité, découper et assembler jouent les premiers rôles dans les activités mathématiques pour convaincre, justifier et prouver, mais aussi parfois pour tromper.
M.-J. Pestel

De quoi s'agit-il? Les élèves découpent un carré en deux selon une diagonale et recouvrent exactement un parallélogramme avec les deux morceaux obtenus. Ils font de même pour recouvrir exactement un triangle. Ensuite, ils découpent un hexagone pour obtenir un trapèze, un losange et un triangle.

Enjeux Apprendre à utiliser des commandes du menu *Outils* : *Diviser* et *Découper* ;

renforcer la connaissance des commandes *Déplacer*, *Tourner*, *Ajuster* ;

additionner deux grandeurs de même nature ;

rencontrer le fractionnement d'une grandeur ; rencontrer la composée de deux fractionnements ;

différencier la forme et la grandeur d'une figure ;

renforcer la conservation d'une grandeur, en l'occurrence l'aire.

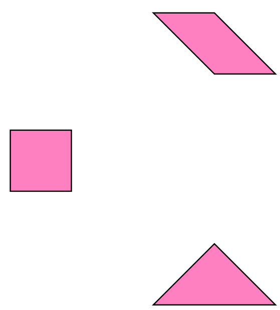
Compétences. *Comparer des grandeurs de même nature et concevoir la grandeur comme une propriété de l'objet, la reconnaître et la nommer. Composer deux fractionnements d'un objet réel ou représenté [. . .]. Additionner ou soustraire deux grandeurs fractionnées.*

De quoi a-t-on besoin? Les fichiers « Découper1 » et « Découper2 » ; les fiches 1.9 et 1.10 ; des crayons ordinaires ; des règles.

Comment s'y prendre? L'enseignant soumet la fiche 1.9 aux élèves, qui préparent leur écran de recherche.

Fiche 1.9

Découpe le carré en deux pour pouvoir recouvrir exactement le parallélogramme avec les deux morceaux.
Fais de même pour recouvrir exactement le triangle.



L'enseignant veille à ce que chacun ait une représentation correcte de la tâche. Les élèves emploient l'opération *Découper*, et les mouvements *Déplacer*, *Tourner* et *Ajuster*.

Ils découpent le carré selon une diagonale (figure 6.24) et superposent les deux triangles obtenus au parallélogramme en utilisant le mouvement *Déplacer* (figure 6.25).

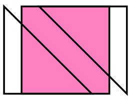


Fig. 6.24

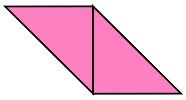


Fig. 6.25

De même pour le triangle (figure 6.26), en utilisant les mouvements *Déplacer* et *Tourner*.

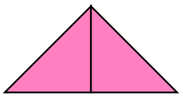


Fig. 6.26

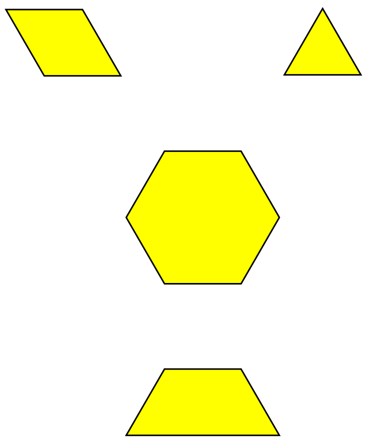
Les élèves tracent à la règle sur leur fiche les lignes de découpe du carré, du parallélogramme et du triangle.

L'enseignant peut à nouveau insister sur la distinction entre deux propriétés d'un objet : la forme et la grandeur (voir activité précédente *Assembler des figures*). Ces trois figures sont de formes différentes mais elles possèdent une grandeur commune, elles sont toutes trois constituées de deux triangles identiques.

L'enseignant soumet la fiche 1.10 aux élèves et leur demande d'ouvrir le fichier correspondant.

Fiche 1.10

Découpe l'hexagone pour obtenir un trapèze, un losange et un triangle.



Les élèves emploient les outils *Découper* et *Diviser*, et les mouvements *Déplacer*, *Tourner* et *Ajuster*. À tout moment de leur recherche, ils peuvent transporter le trapèze, le losange et le triangle sur l'hexagone, ou sur toute autre figure, pour se rendre compte des découpes à effectuer.

Une solution est de découper l'hexagone selon une diagonale pour obtenir deux trapèzes isocèles (figure 6.27).

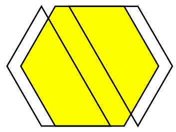


Fig. 6.27

En divisant en deux la grande base d'un des trapèzes, on obtient le point qui permet de découper le trapèze en un losange et un triangle (figure 6.28). Les caractéristiques concernant la découpe d'une figure ne peuvent être découvertes naturellement par les élèves. C'est à l'enseignant d'expliquer cette démarche développée dans le mode d'emploi.

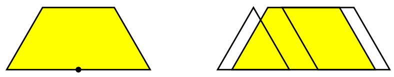


Fig. 6.28

Les élèves assemblent les figures disponibles à l'écran, y compris celles qu'ils ont obtenues par découpage, pour reconstituer l'hexagone de différentes façons (figure 6.29).

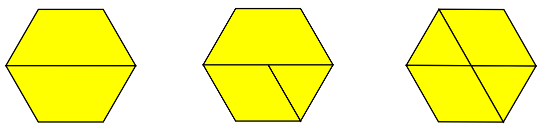


Fig. 6.29

Ils tracent à la règle sur leur fiche les lignes de découpe de l'hexagone.

L'enseignant organise une synthèse orale concernant les fonctionnalités utilisées afin de préciser la manière de procéder pour diviser un segment et découper une figure. Ceci peut faire l'objet d'un référentiel écrit.

Prolongements et liens

Utiliser les découpes possibles de l'hexagone pour réaliser des activités sur les fractions.

Échos des classes

Concernant la découpe du trapèze pour obtenir le losange et le triangle équilatéral :

- les élèves n'imaginent pas aisément que le point de découpe est le centre de la grande base du trapèze. Le recouvrement de celui-ci par le losange et/ou par le triangle permet de visualiser ce point ;
- un autre obstacle est de comprendre qu'il faut d'abord créer ce point de découpe grâce à l'outil *Diviser* avant de pouvoir découper.

Chapitre 7

Activités d'intégration

Les activités décrites ci-dessous exposent trois contextes d'intégration d'*Apprenti Géomètre* dans les pratiques quotidiennes de classe. Le premier consiste en une organisation en ateliers dans lesquels les enfants de troisième ou quatrième année pratiquent des fractionnements en deux à partir de divers matériaux. Le deuxième propose à des élèves de cinquième ou sixième année de rencontrer des fractions à partir d'un contexte géométrique, à l'aide de manipulations de figures en papier et de transferts à des constructions à l'ordinateur. Enfin, des propositions de situations de projet montrent qu'*Apprenti Géomètre* peut être employé dans un autre contexte que celui purement mathématique. Même si, dans de telles situations, l'élève utilise des outils mathématiques et, on peut l'espérer, renforce ses connaissances et ses compétences dans ce domaine.

1 La moitié (de 8 à 10 ans)

De quoi s'agit-il?

La classe est partagée en plusieurs ateliers. Dans chacun, on apprend à « couper en deux » pour obtenir des demis, des moitiés. Par exemple, selon les choix de l'enseignant
– des fils et des baguettes ;
– le contenu d'une bouteille ;
– une promenade repérée sur une carte ;
– une boule de plasticine ;
– une pile de pièces de monnaie
– des polygones en papier et amenés à l'écran de l'ordinateur.

Enjeux

L'idée est de familiariser les élèves avec le maniement de toutes sortes de grandeurs non encore mesurées. Couper en deux parts égales est une première étape vers couper en un nombre de parts égales plus grand que deux.

Ci-après, nous concentrons notre attention sur les ateliers de manipulation de surfaces en papier par pliage ou par découpage avec *Apprenti Géomètre*. Nous laissons à l'enseignant le choix de l'organisation des autres ateliers en fonction de sa classe et de la disponibilité du matériel. Au besoin, l'enseignant peut organiser l'activité en deux séances : une première au cours de laquelle les élèves manipulent les surfaces en papier et à l'ordinateur, une deuxième où ils manipulent d'autres grandeurs ; ou vice-versa.

Les enjeux de l'atelier utilisant *Apprenti Géomètre* sont :

la division des surfaces (des quadrilatères) en deux parties superposables ;

les notions de médiane et de diagonale ;

la superposabilité de deux surfaces ;

la pratique des pliages, des déplacements, des rotations ou des retournements de manière intuitive ;

le constat qu'un triangle n'est en général pas superposable à ce triangle retourné.

Compétences. *Comparer des grandeurs de même nature et concevoir la grandeur comme une propriété de l'objet, la reconnaître et la nommer. Fractionner des objets [. . .]. Agir et interagir sur des matériels divers. Créer des liens entre des faits et des situations. Se servir dans un contexte neuf de connaissances acquises antérieurement et les adapter à des situations différentes.*

De quoi a-t-on besoin?

Pour les ateliers de manipulation de figures géométriques : des carrés, des rectangles, des losanges et des parallélogrammes en papier ; du papier quadrillé et un crayon ; les fiches 2.1 et 2.2. Pour les autres ateliers de manipulation : les fiches de travail préparées par l'enseignant et le matériel en fonction des grandeurs choisies.

Comment s'y prendre?

Après avoir affecté les élèves aux différents ateliers, l'enseignant explique la procédure de passage d'un atelier à l'autre et expose brièvement le travail à réaliser à chaque atelier.
Répétons que nous nous occupons ici des deux ateliers de manipulation de figures géométriques.

1. Pour l'atelier de manipulation de figures en papier, l'élève lit la consigne de la première fiche et emploie les carrés mis à sa disposition pour résoudre le problème.

Fiche 1
Plie le carré en deux de sorte que les deux moitiés se superposent.
Recherche plusieurs façons de réaliser ce pliage.

Remarque : la consigne est bien, pour essayer de superposer les deux moitiés, de plier sans découper.

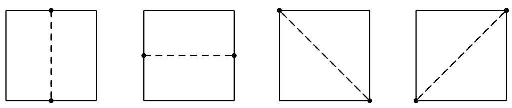


Fig. 7.1

La réponse est qu'on peut plier le carré le long de chacune de ses *médianes* et de chacune de ses *diagonales* (figure 7.1). Si les enfants ne connaissent pas ces deux termes, on peut saisir l'occasion pour les introduire. L'élève effectue ses essais sur un ou plusieurs carrés si nécessaire. En fin de recherche, il peut employer un dernier carré qui servira de modèle pour la synthèse.

Après ce travail sur des carrés, une deuxième fiche propose à l'élève un travail similaire à partir de rectangles.

> Fiche 2
> Plie le rectangle en deux de sorte que les deux moitiés se superposent.
> Recherche plusieurs façons de réaliser ce pliage.

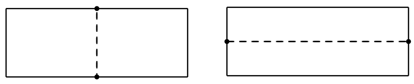


Fig. 7.2

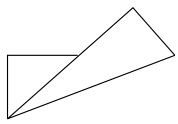
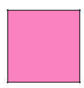


Fig. 7.3

Il n'y a que deux façons de répondre à la consigne : c'est de plier selon chacune des deux médianes (figure 7.2). Certains élèves essaieront peut-être de plier le rectangle suivant une diagonale, comme ils l'ont fait pour le carré. Ils s'apercevront alors que les deux moitiés ne se superposent pas (figure 7.3). Ils seront d'autant plus tentés d'essayer cette solution que la forme du rectangle sera plus proche de celle d'un carré.

2. Après avoir fait ces pliages simples, on passe à l'ordinateur.

> Fiche 2.1
> Fais apparaître un carré à l'écran et découpe-le en deux parties superposables. Vérifie que les deux parties sont bien superposables.
> De combien de façons peux-tu couper ainsi le carré ?
>
> 

On s'attend à ce que les élèves découpent le carré selon les médianes et les diagonales, en s'appuyant sur les opérations effectuées lors des pliages des figures en papier. Lorsqu'ils opèrent suivant une médiane, ils peuvent superposer une partie à l'autre par un *déplacement*[1]. Lorsqu'au contraire ils découpent selon une diagonale, le mouvement *Déplacer* ne suffit plus pour superposer une partie à l'autre comme le montre la figure 7.4. Ils peuvent, après avoir découpé le carré en deux (1), directement *tourner* une découpe (2), puis la *déplacer* pour la superposer à l'autre (3). Ou encore, comme le montre la figure 7.5, d'abord *retourner* une découpe (2), ensuite la *tourner* (3) et enfin la *déplacer* pour la superposer à l'autre (4).

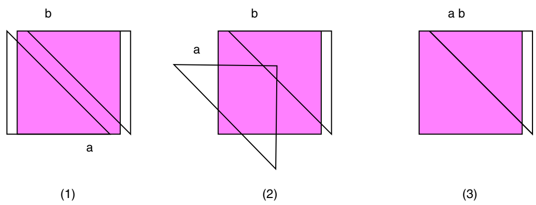


Fig. 7.4

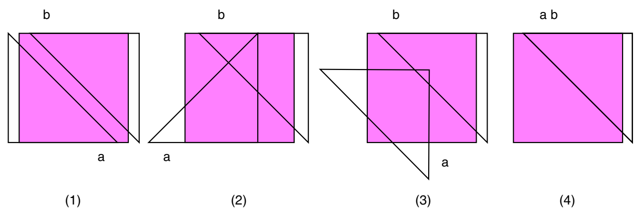


Fig. 7.5

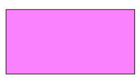
On verra ci-dessous qu'il y a d'autres solutions que de couper selon une médiane ou une diagonale. Mais il ne faut pas insister sur le champ : ce sera une surprise intéressante. En attendant, les manœuvres qu'exécutent les élèves – bien différentes des pliages – leur donnent un autre éclairage sur les notions de diagonale et de médiane, ainsi que sur les propriétés des pliages.

Comme pour les manipulations de figures en papier, une seconde fiche propose à l'élève une recherche semblable à partir d'un rectangle.

Fiche 2.2

Découpe le rectangle en deux parties superposables. Vérifie en superposant effectivement une partie sur l'autre.

De combien de façons peux-tu couper ainsi le rectangle ?



[1]Nous utilisons là les dénominations du kit standard.

Les élèves proposent sans doute, comme pour la manipulation du rectangle en papier, d'abord de couper le rectangle suivant ses médianes. Ils peuvent alors superposer les deux moitiés en utilisant le mouvement *déplacer* (figure 7.6).

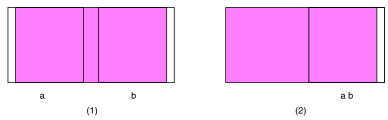


Fig. 7.6

S'ils s'arrêtent aux médianes, on peut les relancer en leur affirmant qu'il y a d'autres solutions. Sans doute essaieront-ils alors les diagonales. Et ici, la seule façon de superposer les deux moitiés est de faire *tourner* une partie d'un demi-tour puis de la *déplacer* (figure 7.7).

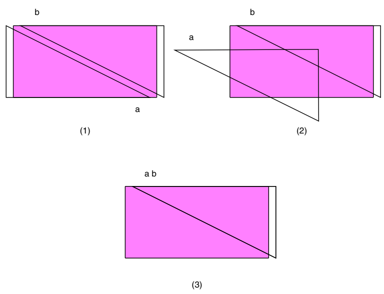


Fig. 7.7

S'ils essayent d'en *retourner* une, ils n'arriveront pas à la superposer à l'autre. Ils ont ainsi l'occasion de réaliser qu'un triangle et le même triangle retourné ne sont pas nécessairement superposables [2] (figure 7.8).

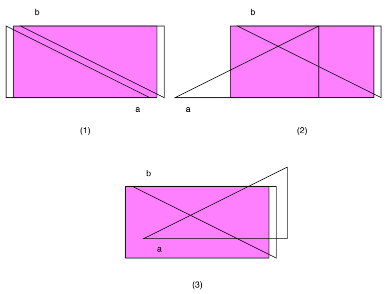


Fig. 7.8

Lorsque tous les groupes ont réalisé les recherches de l'ensemble des ateliers, une mise en commun permet d'abord d'exposer les résultats et les

[2] En fait, seuls les triangles équilatéraux et les triangles isocèles sont superposables à eux-mêmes après un retournement.

méthodes. Outre la superposition, des moyens comme la juxtaposition de longueurs, l'emploi d'outil de comparaison (la balance à plateaux, une ficelle ou une corde dans le cas où il faut couper une baguette rigide en deux ...), ... vont être mis en évidence. Dans un second temps, il s'agit d'exprimer ce qui est commun à tous les ateliers : la moitié. Dans chaque cas, les élèves ont « coupé en deux » pour obtenir deux parts égales qui représentent chacune la moitié de l'objet de départ. Un panneau de synthèse peut être réalisé en classe sur lequel apparaît chacun des objets, accompagné de plusieurs représentations de sa moitié.

Prolongements et liens

Au cours d'une autre activité, ayant pour objet le travail à l'ordinateur d'abord, l'enseignant peut relancer la recherche en affirmant aux élèves qu'ils n'ont pas trouvé toutes les solutions qui permettent de découper un carré ou un rectangle en deux parties égales.
S'il faut trouver autre chose que les médianes ou les diagonales, c'est qu'il y a moyen de couper par un trait qui traverse le rectangle de façon plus « sauvage » ... Mais tout de même, il faut faire deux parts égales. Une solution consiste, sur un rectangle $ABCD$, à joindre par un trait deux points E et F, tels que la distance de E à A soit égale à la distance de F à C (figure 7.9). À partir du logiciel, on ne peut pas déterminer les deux points E et F autrement qu'en divisant AB et DC en trois parts égales, ou en quatre, ...

Après avoir partagé le rectangle en deux de cette façon, la seule manière de superposer une partie à l'autre est de la faire tourner (puis de la déplacer).

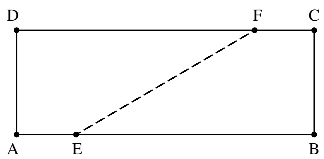


Fig. 7.9

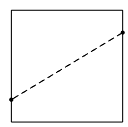


Fig. 7.10

À ce stade, on peut faire une constatation intéressante. On croyait qu'il y avait quatre solutions pour le rectangle. Mais, en fait il y en a autant qu'on veut, puisqu'on peut choisir comme on veut la distance de E à A !

En retournant ensuite au carré, on s'aperçoit que dans ce cas aussi, il y a autant de solutions qu'on veut, comme la figure 7.10 suffit à le suggérer.

On poursuit l'activité en demandant aux élèves de plier un losange en papier, puis de faire à l'écran un travail analogue de découpage et de superposition. Et ensuite, on fait la même chose avec un parallélogramme.

Après avoir examiné ces quatre sortes de quadrilatères, nous proposons, comme activité de synthèse, que les élèves dessinent à main libre les figures qu'ils ont traitées et les découpages auxquels ils les ont soumises. Un beau défi est d'essayer de se rapprocher, dans le dessin à main libre, de la précision de l'ordinateur. On leur demande ensuite d'écrire à côté de chaque figure et en phrases complètes, comment ils ont procédé. C'est là une activité de narration de recherche.

Au cours de ces activités, on en reste aux constats empiriques. Cela veut dire que l'on ne prouve pas que les manœuvres exécutées dans chaque cas assurent la superposition souhaitée des deux parties. On ne prouve pas davantage qu'il n'y a pas d'autres solutions que celles que l'on a trouvées. La raison est que les élèves sont trop jeunes, non seulement pour comprendre de telles preuves, mais encore et bien davantage pour en percevoir la nécessité ou l'utilité.

On peut soumettre aux élèves d'autres polygones, réguliers ou non, en leur posant des questions analogues. Il est intéressant, par exemple, de leur faire constater qu'un hexagone régulier peut être plié en deux parties superposables le long d'une diagonale d'une part, et d'autre part le long d'un segment joignant les milieux de deux côtés opposés (figure7.11).

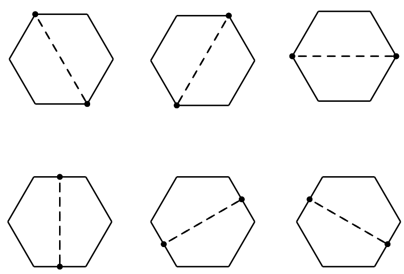


Fig. 7.11

Par contre un pentagone régulier peut être plié en deux parties superposables autour d'un segment qui joint un sommet au milieu du côté opposé : voir figure 7.12.

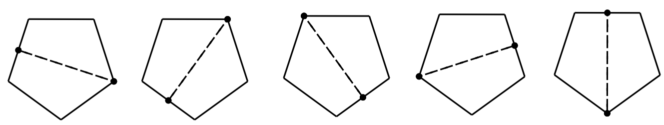


Fig. 7.12

Par ailleurs, il est amusant et instructif de couper un carré (par exemple) en deux, puis encore en deux, et ainsi de suite (figure 7.13). On peut aussi apprendre à couper une surface en deux par autre chose qu'un trait droit (figure 7.14).

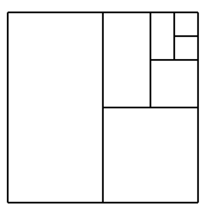


Fig. 7.13

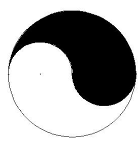


Fig. 7.14

2 Comparer des aires

De quoi s'agit-il?

Les élèves analysent deux suites de carrés [3](figures 7.15 et 7.16).

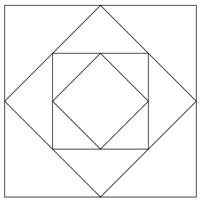


Fig. 7.15

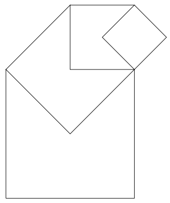


Fig. 7.16

Ils analysent les positions relatives des carrés dans chacune des suites. Ils reproduisent ces deux suites sans recourir à des mesures.

Ils comparent, sans les mesurer, les aires des différents carrés, soit en les superposant, soit en imaginant des découpages.

Enjeux

Aborder la notion de suite infinie ;

découvrir que, dans un carré, chaque diagonale découpe ce carré en deux triangles superposables (par déplacement ou par retournement). L'aire de chaque triangle vaut la moitié de l'aire du carré ;

découvrir que le côté d'un carré a la même longueur que la diagonale du carré qui le précède (ou qui le suit) ;

aborder la notion d'aire indépendamment du calcul des aires ;

construire des carrés aux instruments ;

anticiper et déterminer le matériel nécessaire à la résolution d'un problème.

Compétences.
Dans le domaine des grandeurs :
Fractionner des objets en vue de les comparer. Additionner et soustraire deux grandeurs fractionnées. Comparer des grandeurs de même nature et concevoir la grandeur comme une propriété de l'objet, la reconnaître et la nommer.

Dans le domaine de la géométrie :
Tracer des figures simples, en lien avec les propriétés des figures et au moyen de [. . .] l'équerre et du compas. Connaître et énoncer les propriétés des diagonales d'un quadrilatère.

De quoi a-t-on besoin?

Des modèles en papier de couleur ; des fiches 2.3 à 2.12 ; des séries de carrés prédécoupés ; des papiers de couleur ; des crayons ; des compas ; des équerres ; des gommes ; l'imprimante.

[3]Dans chacune de ces suites, chaque carré a une aire double ou moitié du carré précédent, selon le sens de parcours de la suite.

Comment s'y prendre?

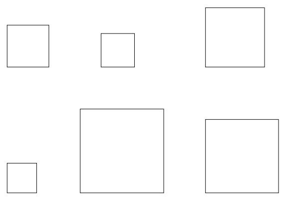
L'enseignant accroche au tableau plusieurs modèles en carton des figures 7.15 et 7.16. Il est important de présenter des suites de différentes grandeurs (construites à partir d'un carré initial différent). En effet, les enfants doivent se rendre compte qu'on ne peut construire ces types de suites à partir de quatre carrés quelconques mais que, par contre, seuls les rapports entre les dimensions des différents carrés de la suite ont de l'importance. On veillera aussi à utiliser des couleurs différentes pour éviter que l'enfant ne se centre sur la reproduction d'une suite de couleurs.
L'enseignant donne aux enfants la consigne suivante.

> Construire des suites semblables à celles présentées au tableau.

L'enseignant divise sa classe en groupes. Une partie des enfants travaillent sur l'ordinateur, les autres à partir de carrés prédécoupés dans du carton de couleur.

Les groupes qui travaillent à l'ordinateur reçoivent la fiche de travail 2.3.

> Fiche 2.3
> Parmi ces six carrés, retrouve les quatre qui te permettent de réaliser le montage proposé.



Le fichier informatique correspondant leur propose une série de six carrés parmi lesquels ils doivent retrouver ceux qui leur permettent de construire les deux suites de carrés (il y a deux carrés parasites dans la série). Lorsqu'ils ont terminé, ils impriment leur résultat.

Les élèves qui travaillent avec le support papier reçoivent deux séries de quatre carrés, une des deux séries permet de construire les suites, l'autre pas. Après avoir sélectionné la bonne série, ils collent leur réalisation.

Une exploitation collective du travail des différents groupes débouche sur les constatations suivantes :
- certains carrés ne s'intègrent pas (« ne vont pas ») dans la suite à construire ;
- les carrés qui vont bien pour une suite vont bien pour l'autre suite ;
- les carrés des suites ne sont pas choisis au hasard ;
- les modèles exposés au tableau n'ont pas tous la même grandeur, donc les carrés qui les composent non plus.

L'enseignant propose alors de chercher une réponse aux questions suivantes.

> Pourquoi certains carrés ne s'intègrent-ils pas dans la suite à construire ?
> Pourquoi les autres marchent-ils si bien ?

L'analyse des deux suites de carrés va mettre en évidence deux caractéristiques différentes des carrés qui les composent. Pour la suite de la figure 7.15, les élèves concluent assez rapidement que les sommets de chaque carré doivent « tomber juste au milieu » des côtés du carré précédent (ou du carré suivant selon le sens de parcours de la suite). Pour la suite de la figure 7.16, les élèves découvrent plus facilement, sur les travaux imprimés, grâce à la transparence des carrés, l'égalité entre la longueur du côté d'un carré et la diagonale du carré qui le précède (ou qui le suit, toujours suivant le sens de parcours de la suite). L'ensemble des résultats aux différentes questions fait l'objet d'une première mise au point écrite à laquelle les enfants pourront ensuite faire référence. L'enseignant donne ensuite la consigne suivante aux différents groupes d'élèves.

> Construire des modèles des deux types soit en utilisant du papier de couleur, des crayons, des compas, des règles non graduées, des ciseaux et de la colle, soit à partir de l'ordinateur.

Étant donné les compétences très différentes mises en jeu pour chacun des deux supports, il nous semble important que les élèves puissent exploiter les deux. Aux groupes d'élèves qui travaillent avec le matériel classique, l'enseignant rappelle la contrainte imposée par la règle non graduée : aucune mesure ne doit être faite, les reports de longueur se font donc au compas. Cette contrainte les oblige à utiliser les propriétés géométriques découvertes juste avant. Dès la mise en oeuvre de l'activité, plusieurs problèmes surgissent :

- Quelle suite construit-on en premier lieu ?
- Par quel carré commence-t-on, le plus petit ou le plus grand ?
- Quelle dimension donner à ce premier carré ?
- Comment va-t-on construire les carrés suivants ? Quelle propriété va-t-on utiliser ?
- Comment construire un carré avec le matériel autorisé ?

En ce qui concerne la première question, la réponse est simple : il n'y a pas d'ordre privilégié, les carrés qui « vont bien » pour une suite « vont bien » pour l'autre suite. Il est donc intéressant de construire deux exemplaires de chaque carré.

Pour les questions 2, 3 et 4, le modèle de suite que l'enfant a en tête influence directement ses réponses. En effet, les propriétés géométriques qui lient les carrés dans les deux modèles de suites sont différentes :

- Pour la suite de la figure 7.15, la propriété liée aux milieux des côtés conduit les enfants à partir du plus grand carré. La taille de ce premier carré doit être suffisante pour que le dernier carré ne soit pas trop petit. La difficulté, dans ce cas, vient de la détermination du milieu des côtés sans outil de mesure. Comme le pliage risque d'abîmer le matériel, l'enseignant peut proposer aux élèves de se servir d'une autre feuille qui sert d'étalon et qu'on peut plier sans danger pour le résultat final. Les erreurs d'approximation liées au pliage et aux reports de longueur successifs risquent de poser problèmes pour les derniers carrés.

– Pour la suite de la figure 7.16, la propriété côté-diagonale les conduira plutôt à partir du plus petit carré et de reporter sa diagonale au compas pour obtenir le côté du carré suivant. Dans ce cas, les dimensions du carré de départ ne doivent pas être trop importantes pour que le dernier carré tienne sur la feuille de dessin. Cette dernière démarche diminue le nombre de manipulations et de reports de longueur, elle donnera donc sans doute de meilleurs résultats.

L'enseignant sert d'animateur et de modérateur à ces discussions préliminaires. Il veille à ce que les élèves ne foncent pas immédiatement sur les ciseaux et la feuille de dessin pour éviter les essais et erreurs trop répétitifs.

La dernière question soulève évidemment un gros problème, celui de la construction d'un carré aux instruments et sans mesure. Étant donné les connaissances (propriétés du carré) et les compétences à mettre en œuvre (reporter une mesure au compas, se servir correctement d'une équerre,...), il nous paraît important que les élèves aient été confrontés à ce problème lors d'une activité antérieure. Sinon, ils risquent d'être trop absorbés par cet apprentissage difficile et de perdre le fil de l'activité.

Aux groupes d'élèves qui travaillent à l'ordinateur, l'enseignant conseille d'utiliser le kit libre, puis laissent les élèves chercher seuls. Au départ, les mêmes questions se posent aux enfants. Les mêmes discussions préalables sont donc nécessaires. On peut d'ailleurs imaginer que ces discussions fassent l'objet d'une mise en commun avant de répartir les groupes de travail. Seule la démarche de construction du carré est différente. En effet, pour tracer un carré dans le kit libre, il suffit de montrer deux sommets consécutifs de ce carré. Pour la suite de la figure 7.15, il suffit donc de déterminer deux milieux de côtés successifs et de pointer les deux points obtenus après avoir activé l'icône carré, en veillant à l'ordre dans lequel on montre les deux points (les figures se construisent dans le sens antihorlogique dans le logiciel), ce qui donne la figure 7.17.

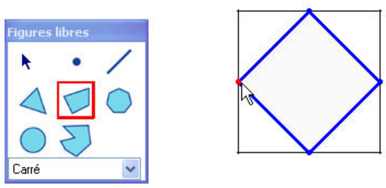


Fig. 7.17

Il reste à répéter l'opération deux fois. Pour la suite de la figure 7.16, après avoir dessiné le plus petit carré, il suffit de pointer deux sommets opposés après avoir activé l'icône carré ce qui donne la figure 7.18 pendant la construction du carré.

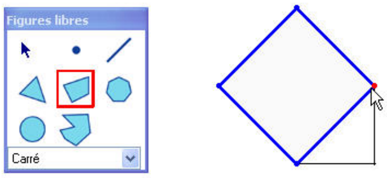


Fig. 7.18

Malheureusement, lorsque la construction est terminée, la transparence des figures laisse apparent un segment parasite, pour ne plus le voir, il faut colorier l'intérieur des carrés et utiliser l'outil *arrière-plan* (ou *avant-plan*) comme le montre les différentes étapes de la figure 7.19.

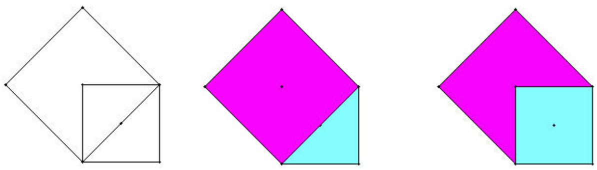


Fig. 7.19

Il reste ensuite à répéter deux fois ces opérations pour obtenir la suite de carrés demandée. Lorsque les enfants ont terminé le dessin de leur suite, l'enseignant repose le problème des dimensions des suites de carrés, c'est-à-dire, en fait, de la dimension du premier carré à partir duquel on la construit. Ici le logiciel apporte une aide substantielle pour bien comprendre que ces dimensions n'ont vraiment aucune importance. En effet, on peut faire varier de manière continue la dimension du carré de départ (en tirant, clic gauche de la souris enfoncé, sur un sommet de ce carré). La suite de carrés évolue au fur et à mesure puisque les propriétés qui ont servi à la construire sont conservées. On peut ainsi donner n'importe quelle longueur au côté du carré initial, seuls les liens qui unissent les différents carrés à l'intérieur de la suite sont importants. En un deuxième temps, si les élèves ne le proposent pas spontanément, l'enseignant leur demande s'il est possible de prolonger ces suites. Les facilités de manipulation du logiciel permettent de poursuivre la construction suffisamment loin pour approcher le concept de suite infinie : à chaque étape, on peut reproduire les mêmes opérations. Si la figure devient trop petite ou trop grande, on peut toujours agrandir ou diminuer la taille du carré de départ pour poursuivre la construction. La fonction zoom peut aussi apporter une aide appréciable pour les carrés très petits. Seules les dimensions de l'écran deviennent un obstacle, mais l'aspect répétitif des opérations permet aux enfants d'imaginer que ce processus ne s'arrête jamais.

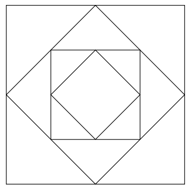
Pour terminer, une synthèse de toutes les observations est réalisée en groupe-classe.

L'enseignant propose ensuite aux élèves de comparer les aires des différents carrés d'une même suite. Pour ce faire, il leur distribue les fiches 2.4 et 2.11.

Fiche 2.4

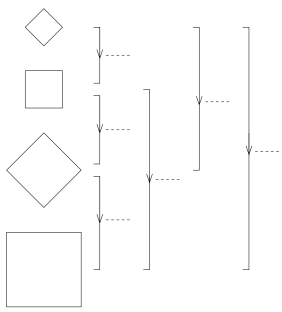
Voici les quatre carrés qui ont servi à construire la figure ci-dessous. Compare les aires de ces carrés.

Complète le tableau de la fiche 2.11.



Fiche 2.11

Complète le tableau ci-dessous en notant les rapports entre les aires des différents carrés de la fiche 2.4.



Cette partie de l'activité se poursuit uniquement sur les ordinateurs. Certains élèves peuvent éprouver des difficultés à gérer l'organisation des différentes comparaisons entre les quatre carrés. L'enseignant peut dans ce cas décomplexifier la situation en proposant les fiches 2.5 à 2.10. Chacune de ces fiches propose la comparaison de deux carrés de la suite seulement. L'élève transcrit ses résultats au fur et à mesure de ses comparaisons sur la fiche 2.11, ce qui donne finalement les tableaux 7.20 ou 7.21 en fonction de la signification que les élèves ont donné à la flèche.

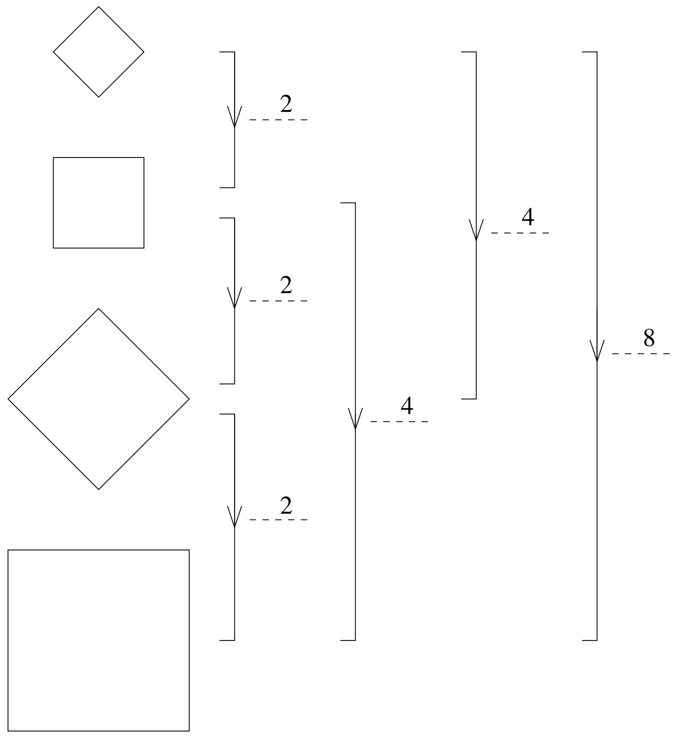


Fig. 7.20

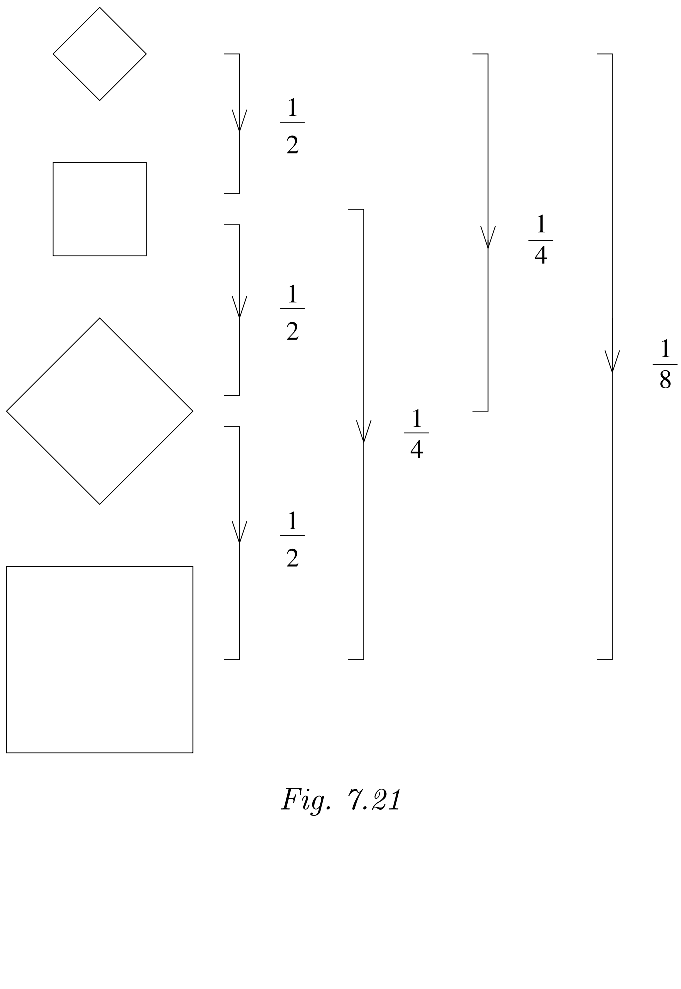
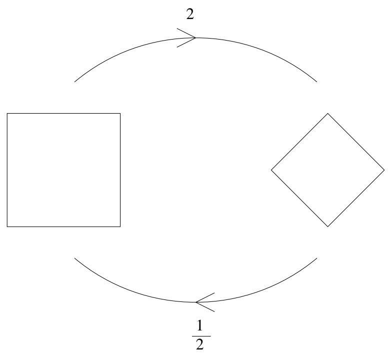


Fig. 7.21

Une mise en commun des résultats permet à l'enseignant de tirer les conclusions suivantes :

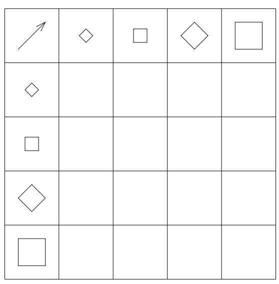
- en passant d'un carré à son voisin dans la suite, l'aire est multipliée (ou divisée) par deux.
- les nombres obtenus dans les deux tableaux 7.20 et 7.21 sont inverses l'un de l'autre.
- le rapport entre les aires de deux carrés peut s'exprimer par deux nombres inverses l'un de l'autre.



L'enseignant leur donne alors la fiche 2.12 et leur demande de replacer ces constatations dans le tableau.

Fiche 2.12

Complète le tableau ci-dessous en y plaçant les rapports obtenus à la fiche 2.11.



En fonction des résultats obtenus à la fiche 2.11, les élèves produisent un des deux tableaux 7.22 ou 7.23.

↗	⋄	▫	◇	□
⋄	1	2	4	8
▫	$\frac{1}{2}$	1	2	4
◇	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2
□	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1

Fig. 7.22

↗	⋄	▫	◇	□
⋄	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
▫	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
◇	4	2	1	$\frac{1}{2}$
□	8	4	2	1

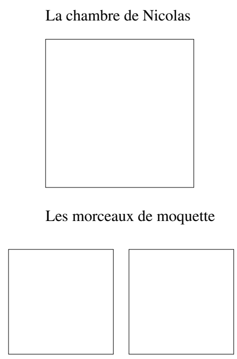
Fig. 7.23

L'enseignant a ici l'occasion de faire remarquer qu'une des diagonales du tableau est composée uniquement de 1 et que les nombres obtenus de part et d'autre de cette diagonale sont inverses l'un de l'autre.

Prolongements et liens L'enseignant peut prolonger l'activité en proposant aux élèves le défi repris par la fiche 2.13.

Fiche 2.13

La maman de Nicolas souhaite remplacer la moquette de la chambre de son fils. Au magasin, il ne reste plus que deux morceaux de moquette de forme carrée dont les dimensions sont inférieures à celles de la chambre. Le vendeur lui affirme néanmoins qu'en découpant ces deux carrés de moquette et en agençant judicieusement les morceaux, elle pourra couvrir exactement la surface de la chambre. Le schéma ci-dessous modélise la situation, peux-tu aider la maman de Nicolas ?



Il est intéressant de proposer aux élèves de résoudre ce défi à partir des deux environnements — papier-crayon et ordinateur —, chacun d'eux ayant un intérêt spécifique : le papier-crayon demande une attention particulière dans la précision des tracés et des découpes tandis que l'outil informatique place l'élève dans l'obligation de penser les mouvements des figures avant toute action sur celles-ci. L'élève effectue à ce moment un travail sur ses représentations mentales des mouvements dans le plan.

Échos des classes

Nous n'avons expérimenté que cette dernière partie de l'activité et seulement dans l'environnement papier-crayon. Après lecture du défi, les élèves ont reçu trois carrés de papier : deux représentant les morceaux de moquette, un représentant la chambre. Ils ont d'abord collé un de leurs petits carrés sur le plus grand et découpé le deuxième pour essayer de combler les trous. Ils ont fait plusieurs essais sans pour cela arriver à tout recouvrir. À l'enseignant qui leur faisait remarquer qu'à certains endroits le collage était disgracieux, les élèves ont répondu : « Ce n'est pas grave car à cet endroit-là, Nicolas mettra un meuble et on ne verra plus rien ! ».

Pour aider certains élèves en difficulté, l'enseignant leur a suggéré de couper le moins possible dans les morceaux de moquette, soit une fois dans chaque morceau de moquette, soit deux fois dans un seul morceau, en laissant l'autre intact.

Enfin, à ceux qui n'avaient toujours pas réussi, l'enseignant a demandé de plier un des morceaux de moquette en deux : pour la plupart des élèves, le pliage a été directement effectué à partir des diagonales du carré.

3 Projets de classe

De quoi s'agit-il? Les élèves manipulent le logiciel pour réaliser des activités de production ou de création dans le cadre d'un projet.

Enjeux Utiliser le logiciel comme outil de production ou de création en dehors du domaine des mathématiques.

Compétences. *Tracer des figures simples. Dans un contexte de [. . .] reproduction de dessins, relever la présence de régularités. Situer un objet dans un espace donné. Adapter sa production au format. Choisir ses outils.*

De quoi a-t-on besoin? Le logiciel ; une imprimante.

Comment s'y prendre? Le logiciel peut également se révéler très utile dans le cadre d'un projet de classe, comme outil de traçage performant. Dans ce cas, les connaissances instrumentales et les connaissances mathématiques sont investies dans un contexte de production ou de création autre que celui strictement mathématique.

Nous illustrons cette possibilité à partir de trois situations de projet qui pourraient être vécues en classe ou dans l'école.

1. **Illustrer un récit ou un conte**

   Dans le cadre d'un projet de création d'un récit ou d'un conte, il est intéressant, avant de passer à la réalisation à l'ordinateur, de demander aux élèves un avant-projet sur papier. Cette contrainte oblige l'élève à structurer son travail à l'ordinateur et évite les réalisations sauvages. Voir par exemple la fiche 2.14.

2. **Réaliser la décoration pour une fête d'école**

   Lors d'une fête d'école ayant pour thème les pays du monde, *Apprenti Géomètre* peut être employé pour produire des « copies » de drapeaux. La contrainte étant ici de respecter au mieux le drapeau original. Voir par exemple l'exercice de la fiche 2.15.

3. **Réaliser une invitation pour une exposition**

   Dans le cadre d'une exposition à l'école, les enfants créent les cartons d'invitation à partir de figures géométriques. On peut leur suggérer de s'inspirer d'œuvres d'art d'artistes comme Kandinsky ou Legrand-Segaust, comme sur les figures 7.24 ou 7.25 par exemple.

Fig. 7.24

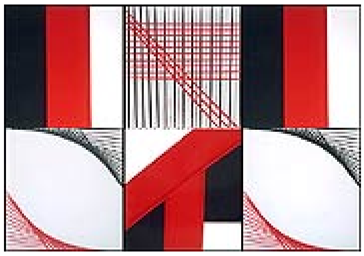


Fig. 7.25

On peut dans ces différents projets épingler quelques avantages du logiciel :

– finition de qualité du point de vue du tracé et de la mise en couleur.
– possibilité d'insérer le dessin sur une page de traitement de texte.
– possibilité d'imprimer plusieurs copies couleur de même qualité.

Chapitre 8

Activités sur le périmètre et l'aire

> *[...], l'utilisation des puzzles et des pavages conduit à raisonner sur des aires. Bien que les preuves formelles ne soient pas abordées à l'école élémentaire, une justification simple de certains résultats ne saurait être écartée. Par exemple, celle qui conduit aux formules usuelles d'aire ainsi qu'aux mécanismes de conversions.*
>
> F. Boule

Ce chapitre expose des activités qui jalonnent la construction des concepts de périmètre et d'aire au travers des quatre dernières années de l'enseignement fondamental. Il nous a semblé que pour construire et différencier ces deux concepts, régulièrement confondus par les élèves, il était profitable de les rencontrer simultanément à plusieurs reprises dans des situations dynamiques. Même si, à d'autres moments, il est nécessaire de les rencontrer séparément afin d'en approfondir la connaissance.

Pour chacune des activités, nous avons précisé l'âge des enfants concernés.

1 Comparer des longueurs (de 10 à 12 ans)

De quoi s'agit-il?	Les élèves comparent les longueurs de cinq segments ayant une extrémité commune. Ils réalisent cette comparaison sans les déplacer et en utilisant le moins d'outils possible. Ils reproduisent leur démarche sur papier.
Enjeux	Comparer des grandeurs, en l'occurrence des longueurs, à l'aide d'outils, indépendamment de toute mesure ; employer le cercle comme outil de comparaison de longueurs ; résoudre un problème en respectant une contrainte donnée ; transférer une connaissance du contexte papier-crayon au contexte informatique. ***Compétences.*** *Comparer des grandeurs de même nature et concevoir la grandeur comme une propriété de l'objet, la reconnaître et la nommer.*
De quoi a-t-on besoin?	La fiche 3.1 ; des crayons ordinaires ; des gommes ; des compas ; tout autre matériel permettant de reproduire sur papier l'action réalisée à l'écran.

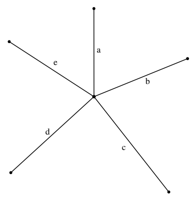
Comment s'y prendre?

L'enseignant soumet la fiche 3.1 aux élèves et les invite à préparer leur écran de recherche.

Fiche 3.1

Sans déplacer les segments et en utilisant le moins d'outils possible, recherche les deux segments qui ont la même longueur.

Reproduis et explique ta démarche ci-dessous.



L'enseignant veille à ce que chacun ait une représentation correcte de la tâche à effectuer. Il peut soit laisser tâtonner les élèves, soit leur demander de penser leur action avant de se mettre au travail sur l'écran.

La contrainte donnée par la consigne « *sans déplacer les segments* » permet rapidement d'éliminer l'emploi des fonctionnalités *Mouvements* et *Transformations*. De la sorte, pour résoudre le problème, l'élève est obligé de se servir uniquement des figures.

Une démarche qui utilise le minimum d'outils est de tracer un cercle dont le centre est l'extrémité commune des segments et d'en faire varier le rayon à l'aide de la souris jusqu'à ce qu'il comprenne deux extrémités de segments (figures 8.1 et 8.2).

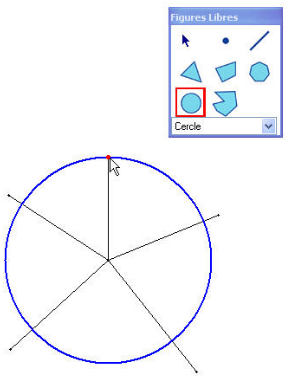


Fig. 8.1

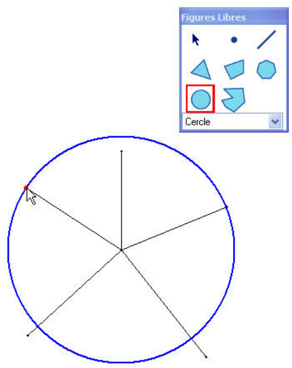


Fig. 8.2

En utilisant la propriété des cercles qui dit que tous les points situés sur la circonférence du cercle sont à égale distance du centre ou que tous les rayons ont la même longueur, il est possible de justifier l'égalité des longueurs de deux segments.

L'enseignant peut ensuite relancer l'activité par la consigne suivante, si toutefois aucun élève n'a proposé l'une ou l'autre des solutions ci-dessous.

> Existe-t-il d'autres figures géométriques disponibles dans *Apprenti Géomètre* qui permettent de vérifier l'égalité de ces deux segments ?

En s'appuyant sur les propriétés des figures, deux solutions apparaissent. Avec un losange comme le montrent les figures 8.3 à 8.6.

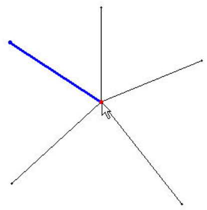


Fig. 8.3

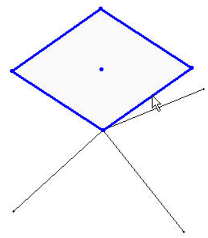


Fig. 8.4

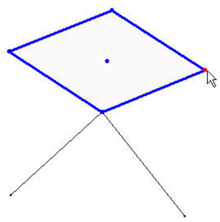


Fig. 8.5

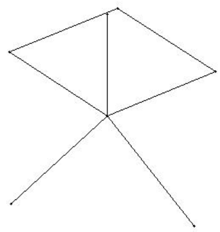


Fig. 8.6

Avec un triangle isocèle comme le montre la figure 8.7.

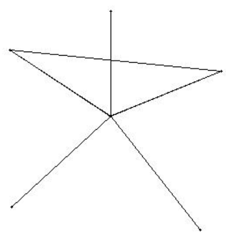


Fig. 8.7

Ces démarches sont spécifiques au contexte informatique qui affiche directement la figure possédant les propriétés requises et permettent de vérifier l'égalité supposée de deux segments. Elles ne sont pas transférables telles quelles au contexte papier-crayon.

Les élèves expliquent sur leur fiche la démarche employée pour montrer l'égalité de deux segments. Ils justifient par écrit l'égalité des deux segments en s'appuyant sur le dessin. La mise en commun des démarches permet de vérifier si elles répondent à la consigne.

L'enseignant peut demander aux élèves une mise au net de la narration de recherche qu'ils ont rédigée.

Prolongements et liens Le cercle comme outil de comparaison ou de report de longueurs peut être réutilisé par les élèves, notamment, lors de la comparaison des périmètres de figures.

2 Des polygones de même forme (de 8 à 12 ans)

De quoi s'agit-il? Dans le *kit standard*, en partant d'une figure polygonale (un carré, un triangle, ...), les élèves assemblent des copies de ce polygone pour construire des polygones semblables plus grands. Par la suite, ils créent des grands cubes en en assemblant des petits.

Enjeux Acquérir une première idée de la similitude (avoir même forme) ;

constater que pour créer des figures semblables à partir d'une figure de base, on est amené à assembler 4, 9, 16, 25, ... figures de base. C'est une première familiarisation avec le rapport des aires de deux figures semblables. Lorsqu'on passe dans l'espace avec des cubes, les nombres de petits cubes nécessaires pour en créer de grands sont 8, 27, 64, ...

Compétences. *Comparer des grandeurs de même nature et concevoir la grandeur comme une propriété de l'objet, la reconnaître et la nommer. Déterminer le rapport entre deux grandeurs, passer d'un rapport au rapport inverse.*

De quoi a-t-on besoin? Une quantité suffisante de cubes attachables pour réaliser les différents assemblages.

Comment s'y prendre? L'enseignant invite les élèves à sélectionner le *kit standard* et propose la consigne suivante.

Faire apparaître un carré à l'écran. Assembler des carrés identiques à celui-là pour construire un carré plus grand.

Les élèves assemblent quatre carrés du *kit standard* et obtiennent la figure 8.8.

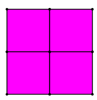


Fig. 8.8

L'enseignant leur propose de créer d'autres carrés, ce qui conduit aux carrés de la figure 8.9.

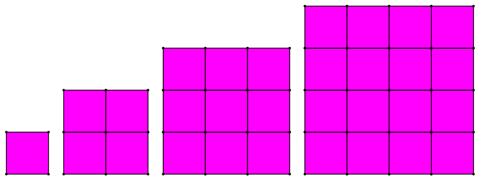


Fig. 8.9

L'enseignant propose un travail similaire à partir de triangles équilatéraux. Le résultat est donné par la figure 8.10.

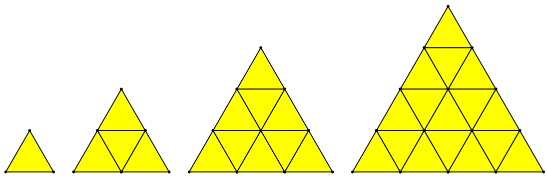


Fig. 8.10

Et puis encore la même chose avec un losange. Le résultat est donné à la figure 8.11.

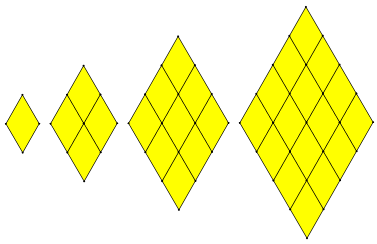


Fig. 8.11

Il serait sans doute lassant de continuer avec d'autres figures. Il n'a pas été nécessaire d'ajouter dans les consignes que les figures plus grandes doivent avoir la même forme que les polygones de départ. En effet, cette même forme est obtenue automatiquement. Mais cette activité accoutume néanmoins les élèves à considérer des figures semblables.

On peut espérer qu'ils constateront spontanément que le nombre de figures de base nécessaires est, selon le cas, de 4, 9, 16, 25, ... Sinon, on peut les inviter à compter le nombre de figures de base dans chacun des polygones créés. On peut alors les interroger sur la suite de ces nombres. Et aussi leur demander où on retrouve ces nombres dans la table de multiplication (figure 8.12).

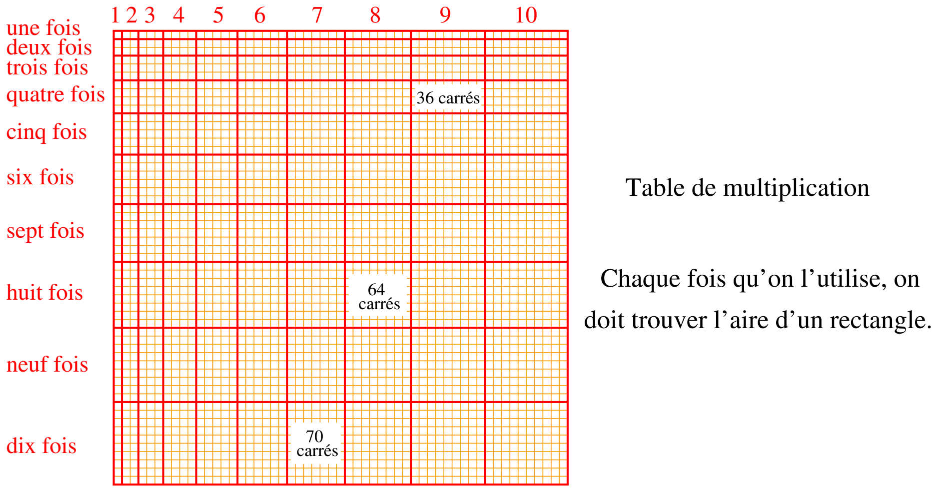


Fig. 8.12

L'enseignant relance l'activité et propose aux élèves de procéder de la même manière en assemblant des petits cubes pour en former de plus grands. Il invite les élèves à s'interroger sur le nombre de petits cubes nécessaires dans chaque cas. Le résultat est montré à la figure 8.13.

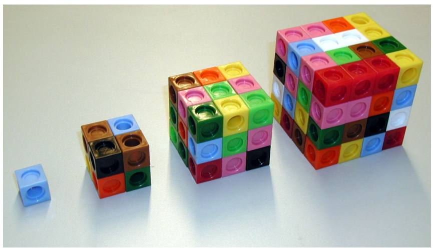


Fig. 8.13

On obtient les nombres 8, 27, 64, ... Comment cette suite se continue-t-elle ?

Prolongements et liens

Peut-on avec n'importe quelle figure de base, créer des figures plus grandes de même forme ? La réponse est non. Pour le voir, il suffit d'essayer avec des hexagones réguliers (figure 8.14).

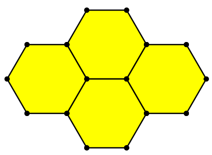


Fig. 8.14

En utilisant le *kit libre*, on peut proposer une activité analogue à partir de formes plus générales. La figure 8.15 montre ce que l'on obtient avec un parallélogramme, et la figure 8.16 avec un triangle quelconque.

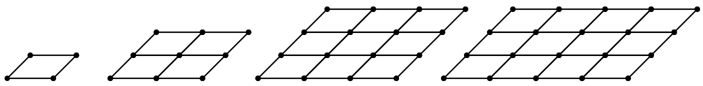


Fig. 8.15

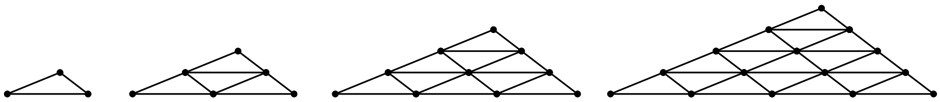


Fig. 8.16

Si on veut s'amuser un peu, on peut reprendre la même activité avec un triangle rectangle isocèle et remarquer que plusieurs assemblages donnent ici la même figure agrandie. C'est ce que montre la figure 8.17.

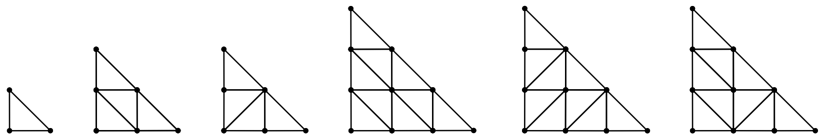


Fig. 8.17

Vers où cela va-t-il?

La théorie des figures semblables est l'un des grands chapitres de la géométrie, étudié jusqu'en quatrième année du secondaire. Il est intéressant que le terrain soit préparé en primaire. Dans ce cadre théorique, deux notions essentielles sont le rapport de similitude et le rapport des aires de deux figures semblables. Ces deux notions sont rencontrées sur le mode familier dans cette activité.

3 Paver des figures (de 8 à 12 ans)

De quoi s'agit-il?

Les élèves pavent des figures à l'aide de figures plus petites. Ils comparent les aires de ces figures. Ils expriment ces comparaisons sous forme de rapport.

Enjeux

Aborder la notion de pavage ;

comparer des aires par superposition ;

exprimer des comparaisons de grandeurs sous forme de rapport ;

aborder la notion de grandeur fractionnée ;

aborder la composition de deux fractionnements.

Compétences. *Fractionner des objets en vue de les comparer. Additionner et soustraire deux grandeurs fractionnées. Comparer des grandeurs de même nature et concevoir la grandeur comme une propriété de l'objet, la reconnaître et la nommer. Composer deux fractionnements d'un objet réel ou représenté. Déterminer le rapport entre deux grandeurs, passer d'un rapport au rapport inverse.*

De quoi a-t-on besoin?

Les fiches 3.3 à 3.6

Comment s'y prendre?

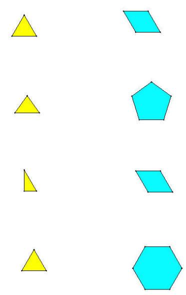
Cette situation se déroule en plusieurs temps : la première partie s'adresse à des élèves de 8 à 10 ans et vise à renforcer la notion de fraction, la deuxième partie s'adresse à des enfants de 10 à 12 ans et installe les notions de fractions équivalentes, de composition de plusieurs fractionnements.

Première partie

L'enseignant propose aux élèves la fiche 3.3 et leur demande d'ouvrir le fichier correspondant à l'ordinateur.

Fiche 3.3

Peux-tu paver les figures de droite à l'aide de plusieurs exemplaires des petits triangles de la colonne de gauche ? Pour chacune des figures, essaie de prévoir le nombre de triangles nécessaires au pavage avant de commencer. Vérifie ensuite ton estimation à l'écran.

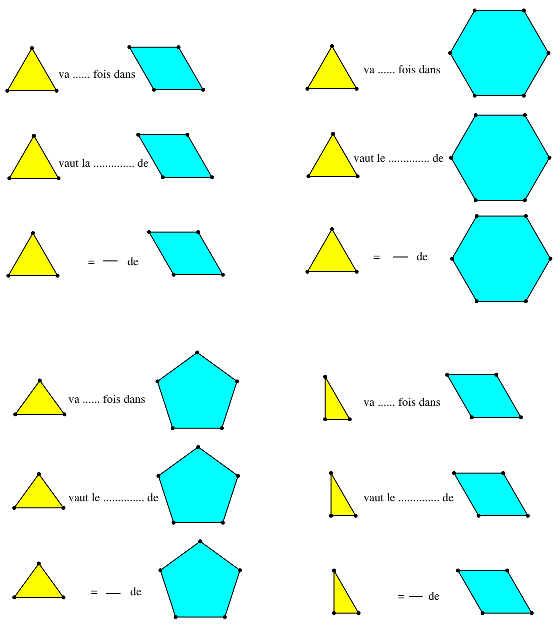


Si les élèves rencontrent la notion de pavage pour la première fois, une brève mise au point s'avère nécessaire. Dans un pavage, la figure à paver doit être exactement recouverte par les « pavés » sans que ceux-ci se chevauchent.

Lorsque les élèves ont terminé, une mise en commun des résultats permet de mettre en évidence l'importance du mouvement *Ajuster* qui produit des assemblages très précis, sans lacune ni recouvrement. L'enseignant demande ensuite aux élèves de compléter la fiche 3.4.

Fiche 3.4

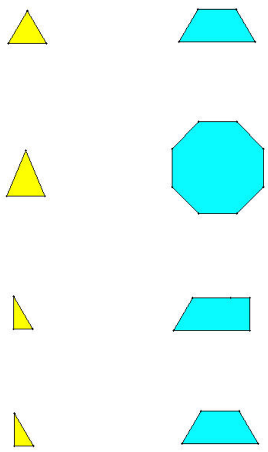
Complète le tableau suivant à partir des résultats obtenus à la fiche 3.3.



L'enseignant distribue ensuite aux élèves les fiches 3.5 et 3.6 et leur demande de poursuivre le travail.

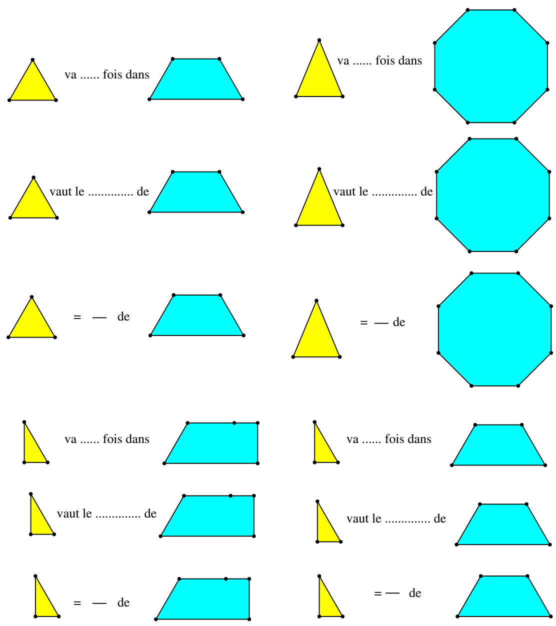
Fiche 3.5

Peux-tu paver les figures de droite à l'aide de plusieurs exemplaires des petits triangles de la colonne de gauche ? Pour chacune des figures, essaie de prévoir le nombre de triangles nécessaires au pavage avant de commencer. Vérifie ensuite ton estimation à l'écran.



Fiche 3.6

Complète le tableau suivant à partir des résultats obtenus à la fiche 3.5.

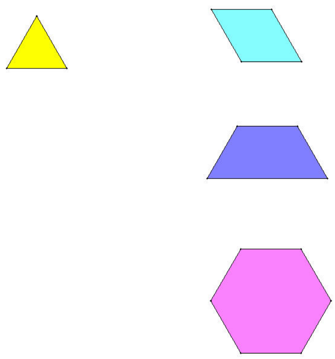


Deuxième partie

L'enseignant distribue la fiche 3.7 aux élèves et les invite à ouvrir le fichier correspondant à l'ordinateur.

Fiche 3.7

Peux-tu paver les figures de droite à l'aide de plusieurs exemplaires du triangle de gauche ? Pour chacune des figures, essaie de prévoir le nombre de triangles nécessaires au pavage avant de commencer. Vérifie ensuite ton estimation à l'écran.

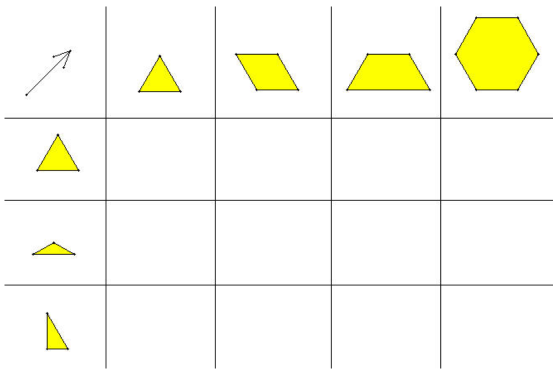


L'enseignant rappelle si nécessaire la notion de pavage et vérifie si les élèves utilisent bien l'option *Ajuster* pour obtenir un pavage précis. Après une mise en commun des résultats, l'enseignant distribue la fiche 3.10 et demande de compléter la première ligne du tableau.

Fiche 3.10

Complète le tableau suivant à partir des résultats obtenus aux fiches 3.7, 3.8 et 3.9.

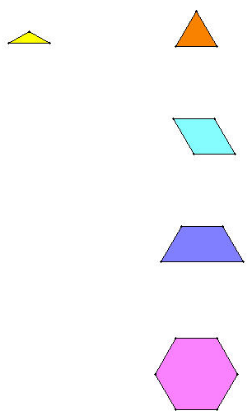
Dans ce tableau la flèche signifie « va x fois dans » .



L'enseignant distribue alors aux élèves les fiches 3.8 et 3.9 et leur demande de compléter les lignes deux et trois des tableaux des fiches 3.10 et 3.11.

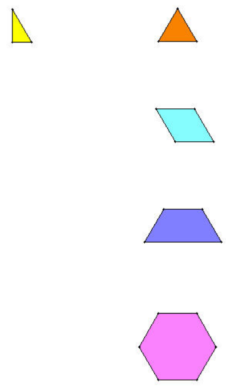
Fiche 3.8

Peux-tu paver les figures de droite à l'aide de plusieurs exemplaires du triangle de gauche ? Pour chacune des figures, essaie de prévoir le nombre de triangles nécessaires au pavage avant de commencer. Vérifie ensuite ton estimation à l'écran.



Fiche 3.9

Peux-tu paver les figures de droite à l'aide de plusieurs exemplaires du triangle de gauche ? Pour chacune des figures, essaie de prévoir le nombre de triangles nécessaires au pavage avant de commencer. Vérifie ensuite ton estimation à l'écran.

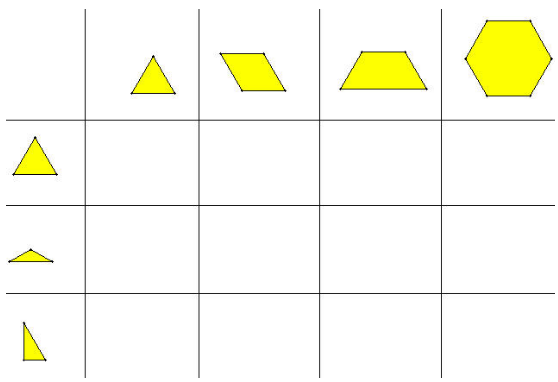


L'enseignant amène ensuite les élèves à traduire cette situation sous forme de fractions en posant les questions suivantes.

Quelle partie du losange, le triangle équilatéral représente-t-il ? À quelle fraction cette partie correspond-elle ? Écris cette fraction dans la case correspondante du tableau de la fiche 3.11. Fais de même pour le trapèze et l'hexagone.

Fiche 3.11

Complète chaque case du tableau par une fraction en te basant sur les résultats obtenus aux fiches 3.7, 3.8 et 3.9.



Certains pavages des fiches 3.8 et 3.9 se révèlent fastidieux et délicats. Par exemple à la fiche 3.8, il faut 18 petits triangles pour paver l'hexagone. La propriété de magnétisme devient dans ce cas un sérieux handicap pour manipuler les petits triangles à l'intérieur de l'hexagone. À ce moment, l'enseignant peut suggérer aux élèves de chercher une solution au problème qui permettrait d'éviter le pavage à l'ordinateur. Or en combinant les résultats de la première ligne du tableau et le fait que le triangle isocèle est compris trois fois dans l'équilatéral, on peut facilement remplir les cases des deux tableaux sans recourir à la manipulation, ce qui donne finalement :

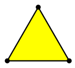
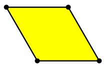
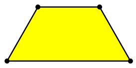
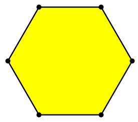
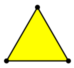
				
	1	2	3	6
	3	6	9	18
	2	4	6	12

Fig. 8.18

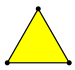
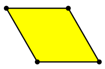
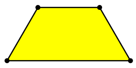
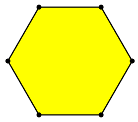
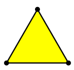
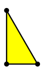
				
	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$
	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$

Fig. 8.19

Prolongements et liens

En étudiant et en combinant les résultats du dernier tableau on débouche assez facilement sur les compositions de fractionnements, par exemple : le triangle rectangle vaut $\frac{1}{2}$ du triangle équilatéral, qui lui-même vaut $\frac{1}{2}$ du losange, de plus le triangle rectangle vaut $\frac{1}{4}$ du losange, ce qui peut s'écrire :

$$\frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

et par la suite,

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

4 Transformer un rectangle (de 8 à 10 ans)

Dans l'activité ci-dessous, nous nous intéressons aux variations de l'aire afin que les élèves construisent la formule de l'aire du rectangle. À un autre moment, l'observation simultanée des variations de l'aire et des variations du périmètre devrait permettre de distinguer ces deux concepts.

De quoi s'agit-il?

Les élèves agrandissent ou réduisent un rectangle par des manœuvres à l'ordinateur, pour lui donner une aire demandée. Ils expliquent les changements d'aire en fonction des changements des mesures des côtés du rectangle.

Enjeux

Mettre en évidence les deux dimensions d'un rectangle, les nommer de commun accord largeur et longueur ;

visualiser et expliquer les variations de ces deux dimensions et leurs effets sur une autre grandeur, à savoir l'aire ;

rechercher l'aire d'un rectangle par comptage et par calcul (multiplication), et inversement, connaissant son aire, trouver des mesures possibles pour ses deux dimensions ;

préparer aux figures isosuperficielles.

Compétences. *Comparer des grandeurs de même nature et concevoir la grandeur comme une propriété de l'objet, la reconnaître et la nommer. Effectuer le mesurage en utilisant des étalons familiers et conventionnels et en exprimer le résultat. Construire et utiliser des démarches pour calculer des périmètres et des aires.*

De quoi a-t-on besoin?

La fiche 3.12 ; l'imprimante ; des feuilles A4 de papier pointé quadrillé ; des crayons ordinaires ; des gommes ; des règles non graduées ; une affiche ou un tableau pointé quadrillé ; des transparents pour imprimante ; un rétroprojecteur.

Comment s'y prendre?

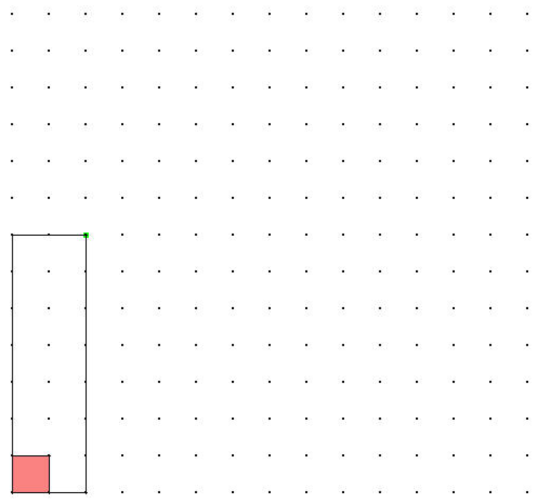
L'enseignant soumet la fiche 3.12 aux élèves et les invite à préparer leur écran de recherche.

Fiche 3.12

Combien de carrés contient le rectangle ?

Transforme ce rectangle pour qu'il contienne 15 carrés, puis compare ton résultat à celui des autres élèves.

Dessine ces rectangles sur le papier pointé.



L'enseignant veille à ce que chacun ait une représentation correcte de la tâche à effectuer.

Lors de la mise en commun des réponses à la première question, il invite les élèves à exprimer oralement la démarche employée pour connaître le nombre de carrés compris dans le rectangle. Ceci devrait permettre de faire émerger différentes démarches :

- soit compter les carrés un par un ;
- soit compter le nombre de carrés dans une ligne et faire le total par additions successives ou, procéder de manière analogue, à partir du nombre des carrés dans une colonne ;
- soit compter le nombre de carrés dans une ligne et multiplier par le nombre de lignes, ou de manière analogue mais à partir des carrés dans une colonne ;
- soit compter le nombre de carrés dans une ligne et multiplier par le nombre de carrés dans la colonne.

Ces démarches peuvent être inscrites au tableau, elles sont les premiers pas vers la formule de l'aire du rectangle.

L'enseignant propose de s'intéresser à la deuxième consigne. Seules deux possibilités sont offertes par le logiciel pour transformer le rectangle :

- tirer verticalement, vers le haut ou vers le bas, sur le sommet en haut à droite, c'est-à-dire sur le point qui fixe la hauteur du rectangle (point

de couleur verte) ;
– tirer horizontalement, vers la gauche ou vers la droite sur le sommet en bas à droite.

Une première idée des élèves peut être d'essayer d'ajouter un carré pour atteindre le compte de 15 carrés. Ils essaient ensuite de l'appliquer au rectangle sur le logiciel. Ils se rendent compte alors que cela est impossible. Cette situation-problème ne possède pas une réponse facile et immédiate, il faut donc investiguer d'autres démarches. Les solutions possibles sont exposées aux figures 8.20 à 8.23.

Au vu des dimensions du rectangle de départ (2 carrés et 7 carrés), il faut modifier ses deux dimensions pour lui donner une aire de 15 carrés. Cette contrainte peut induire différents types de démarche de recherche :

– un premier type de démarche est celui du tâtonnement, où l'élève évalue le résultat obtenu après avoir agi, et avance pas à pas pour atteindre finalement le but après plusieurs essais et erreurs ;
– un deuxième consiste à prévoir le résultat de chaque action avant de la réaliser et à ajuster progressivement ses actions en fonction du projet final ;
– un troisième type — on parle alors de démarche anticipative — consiste à partir du résultat final à atteindre, en l'occurrence un rectangle de 15 carrés, à rechercher mentalement les actions à effectuer avant d'agir sur la figure.

D'autres démarches, mixtes, peuvent également apparaître. L'observation des élèves et l'écoute de leurs explications permet à l'enseignant de se rendre compte de « ce qui se passe dans leur tête ».

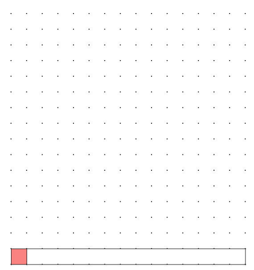


Fig. 8.20

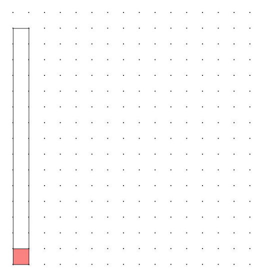


Fig. 8.21

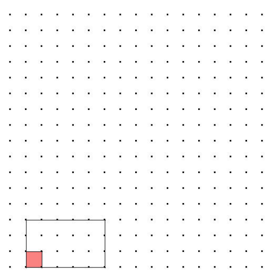


Fig. 8.22

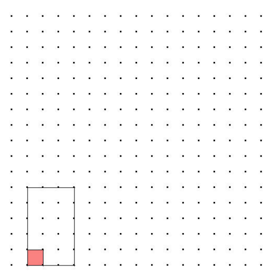


Fig. 8.23

Au cours de la mise en commun, l'enseignant peut dessiner au tableau sur un support quadrillé, ou projeter à l'aide d'un transparent, les solutions avancées par les élèves. Ces représentations peuvent soutenir les explications orales des élèves. L'enseignant organise la mise en commun en demandant aux élèves de justifier la solution qu'ils proposent et d'expliquer les démarches de recherche et de construction. Le compte-rendu de ces démarches permet de montrer qu'il existe différents chemins pour résoudre une même situation-problème et plusieurs réponses acceptables à cette même situation. Ces mises en évidence permettent de donner plusieurs exemples de résolution aux élèves en difficulté. L'enseignant veille à relever toute démarche anticipative énoncée par un pair. Elles préparent aux démarches de calcul de l'aire. Le lien avec les démarches de calcul mises en évidence au début de l'activité et notées au tableau est à construire au cours de l'activité.

Au cours des échanges, devrait apparaître la nécessité d'employer un vocabulaire adéquat à la situation et qui permette à tous de se comprendre. L'enseignant est attentif à cet aspect et introduit les termes *longueur* et *largeur* que l'on utilisera respectivement pour *le grand côté* et *le petit côté* du rectangle. Il en est de même pour *l'aire*.

L'ensemble des productions des élèves est analysé de la même manière. Toutefois, l'enseignant sera attentif à l'évolution des démarches des élèves, qui seront amenés à passer d'une démarche de tâtonnements à une démarche anticipative. Au fur et à mesure, les élèves dessinent, sur le papier pointé, l'ensemble des rectangles découverts.

L'enseignant propose un travail similaire à partir de la consigne suivante.

Transformer le rectangle pour qu'il contienne 12 carrés.

Plusieurs solutions peuvent être avancées par les élèves : elles sont exposées aux figures 8.24 à 8.29.

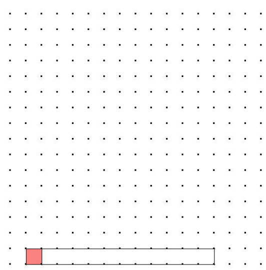


Fig. 8.24

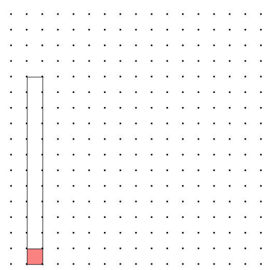


Fig. 8.25

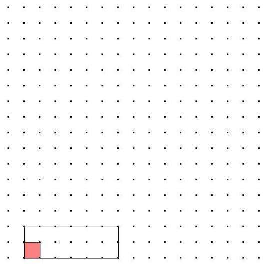


Fig. 8.26

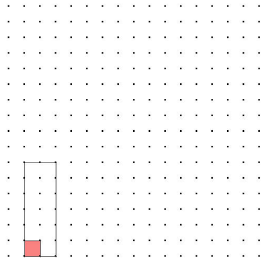


Fig. 8.27

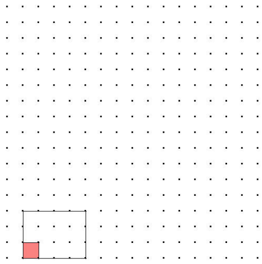


Fig. 8.28

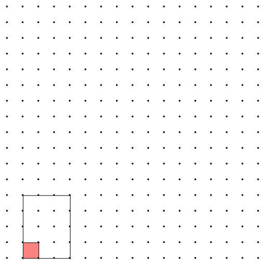


Fig. 8.29

L'activité se poursuit par la transformation du rectangle de 12 carrés en un rectangle de 9 carrés.
Pour ce cas, trois solutions peuvent être trouvées par les élèves (figures 8.30 à 8.32).

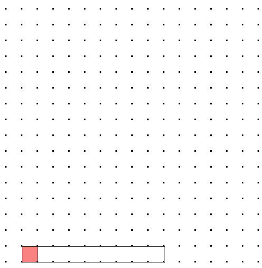


Fig. 8.30

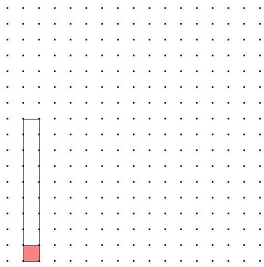


Fig. 8.31

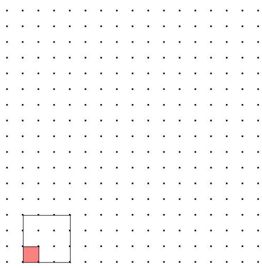


Fig. 8.32

Certains élèves peuvent s'étonner du fait qu'au sein de la famille du rectangle générée au cours de l'activité, ils puissent construire un carré.

À ce stade du cursus des élèves, nous ne voyons pas l'utilité de mettre l'accent sur une définition inclusive qui impose que tout carré soit un rectangle. Il n'empêche que ce type d'activités familiarise les élèves avec ce concept[1].

De même avec 17 carrés. Seules deux solutions sont possibles, elles sont exposées aux figures 8.33 et 8.34 :

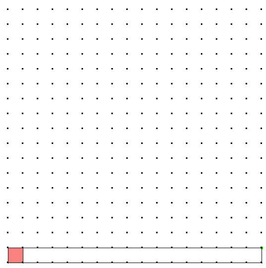


Fig. 8.33

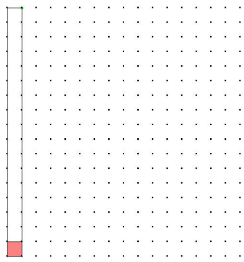


Fig. 8.34

L'enseignant organise une synthèse qui met en évidence les différentes démarches de calcul de l'aire du rectangle, ainsi que des démarches qui permettent de connaître les mesures des côtés du rectangle à partir d'une aire donnée. Ceci peut faire l'objet d'une synthèse écrite par les élèves.

Prolongements et liens

Tracer des rectangles de 18, 13, 16, 7, … carrés sur papier quadrillé ; repérer sur un papier quadrillé des rectangles de 9, 18, 30, … carrés ; observer les variations du périmètre des rectangles construits : des rectangles de même aire mais de périmètres différents ; à l'inverse, observer les variations possibles de l'aire en gardant un même périmètre.

Dans le domaine des nombres : des multiplications qui font tel ou tel résultat, par exemple 15 : 5×3, 3×5, 15×1, 1×15 ; à l'inverse, les diviseurs de tel ou tel nombre, par exemple les diviseurs de 15 : 1, 3, 5, 15 ; repérer sur le tableau des multiplications (figure 8.35), des familles de rectangles de 15 carrés, 12, 13, 7, …, les colorier, les comparer, observer les carrés qui apparaissent dans le tableau lorsqu'on multiplie un nombre avec lui-même.

[1]D'autres activités permettront de rencontrer des rectangles, des losanges et des carrés dans une famille de parallélogrammes ; des carrés dans une famille de losanges, …

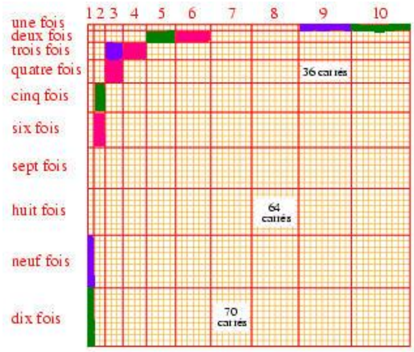


Fig. 8.35

Vers où cela va-t-il? La commutativité de la multiplication, les nombres premiers, les nombres carrés.

5 Construire la formule de l'aire du parallélogramme (de 10 à 12 ans)

De quoi s'agit-il? À partir de différents fichiers d'*Apprenti Géomètre* et de manipulations de figures en papier, les élèves comparent les longueurs et aires de rectangles et de parallélogrammes pour construire la formule de l'aire du parallélogramme à partir de celle du rectangle.

L'activité est composée de deux séquences : dans la première, les élèves utilisent *Apprenti Géomètre* et expriment des ressemblances et des différences entre des rectangles et des parallélogrammes ; dans la seconde, ils manipulent des figures en papier et construisent la formule de l'aire du parallélogramme.

Enjeux Comparer les aires du rectangle et du parallélogramme, et leurs dimensions respectives ;

retrouver les deux éléments essentiels permettant de calculer l'aire du parallélogramme, en l'occurrence la base et la hauteur ;

constater la perpendicularité entre ces deux segments ;

établir la formule du calcul de l'aire du parallélogramme.

Compétences. *Comparer des grandeurs de même nature et concevoir la grandeur comme une propriété de l'objet, la reconnaître et la nommer. Construire des démarches pour calculer [. . .] des aires [. . .] .*

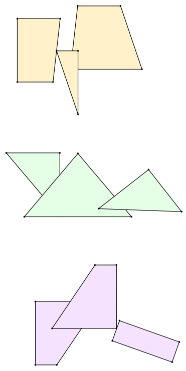
Séquence 1

De quoi a-t-on besoin? Les fiches 3.13 et 3.14.

Comment s'y prendre? L'enseignant soumet la fiche 3.13 aux élèves, qui sélectionnent le fichier correspondant.

Fiche 3.13

Avec chacun de ces trois puzzles, reconstitue un rectangle et un parallélogramme.



Pour chaque puzzle, plusieurs assemblages permettent de reconstituer un rectangle et un parallélogramme. Quelques solutions sont données à la figure 8.36.

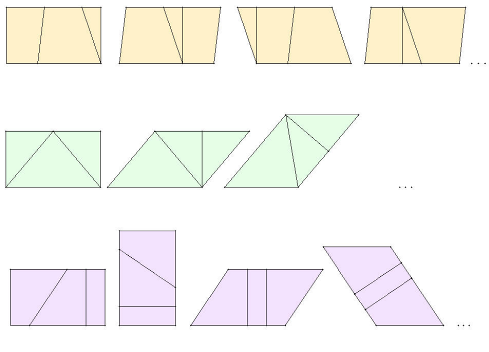


Fig. 8.36

Pour pouvoir construire les deux figures demandées à partir de chacun des puzzles[2], les élèves dupliquent chacune des pièces. Ceci a pour conséquence d'instaurer de fait l'égalité des aires des rectangles et des parallélogrammes contruits à partir de ces pièces dupliquées. Ce constat est énoncé au cours de la mise en commun. De même, l'égalité des aires des trois parallélogrammes peut être reconnue par transitivité du fait que les trois rectangles sont identiques.

L'égalité des aires des rectangles peut être montrée en fusionnant les pièces du puzzle pour n'obtenir qu'une seule figure et en superposant les trois rectangles ainsi obtenus (figure 8.37).

[2]Les figures composant ces puzzles soit sont dans leur position de départ, soit ont été déplacées ou tournées, mais elles n'ont pas été retournées. Toutefois, l'enseignant peut à sa guise, en fonction de ses élèves, complexifier la situation en retournant quelques pièces des puzzles avant de leur proposer l'activité.

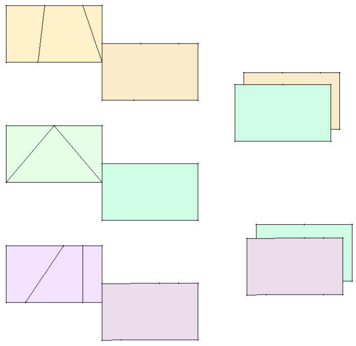


Fig. 8.37

L'enseignant propose la consigne suivante.

> Ces figures ont une mesure commune qui est l'aire. Possèdent-elles d'autres dimensions communes ?

La juxtaposition des rectangles et des parallélogrammes, après fusion, permet de voir que les rectangles et les parallélogrammes possèdent deux longueurs communes : la longueur pour les rectangles et la base pour les parallélogrammes ; la largeur pour les rectangles et la hauteur pour les parallélogrammes[3].

C'est à partir de ce travail que peuvent également émerger les différences entre ces figures de même aire : elles diffèrent par l'amplitude de leurs angles, par la longueur d'un côté et donc par la longueur de leur périmètre.

Une première synthèse des observations permet d'émettre certaines conjectures qui seront à confirmer à partir d'autres cas :

- il est possible de former des rectangles et des parallélogrammes de même aire, ou il est possible de transformer un rectangle en un parallélogramme et vice-versa, en les découpant[4] ;
- en juxtaposant le rectangle et le parallélogramme qui lui correspond, on observe qu'il existe des mesures communes entre ces deux figures, à savoir que la longueur du rectangle a même mesure que la base du parallélogramme et que la largeur du rectangle a même mesure que la hauteur du parallélogramme ;
- des parallélogrammes peuvent avoir même aire, même s'ils ne sont pas superposables[5].

[3]Ici, en ce qui concerne le rectangle non carré, nous appelons **longueur** son plus grand côté et **largeur** son plus petit côté. Quant au parallélogramme, nous appelons **base** son côté horizontal. Attention, la hauteur d'un parallélogramme est souvent confondue par les élèves avec un des côtés du parallélogramme.

[4]Dans cette activité, nous avons choisi de ne pas traiter les cas où, le parallélogramme étant trop « incliné », sa hauteur sort de la figure. Sur ce cas, voir le chapitre 3 au point concernant les aires et les volumes.

[5]Ceci peut d'ailleurs avoir été constaté précédemment pour d'autres figures géométriques, comme par exemple des rectangles (voir l'activité Transformer un rectangle.)

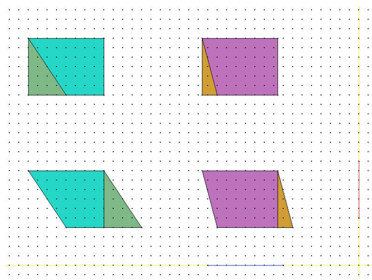
Ces constats peuvent être notés au tableau de sorte qu'il sera plus aisé d'y faire référence en cours d'activité.

L'enseignant soumet ensuite la fiche 3.14 aux élèves, qui sélectionnent le fichier correspondant[6].

Fiche 3.14

Fais varier la longueur de la ligne rouge et de la ligne bleue situées au bord du quadrillage. Observe à l'écran les variations correspondantes des rectangles et des parallélogrammes.

Explique ces variations.



Avant d'effectuer quelque variation que ce soit, l'enseignant invite les élèves à observer les figures et à émettre d'emblée quelques constats :
- deux rectangles et deux parallélogrammes sont présents à l'écran ;
- chaque parallélogramme peut être obtenu à partir du rectangle correspondant par décomposition et recomposition, et réciproquement.
- les deux rectangles sont les mêmes, ils ont donc même aire. Donc, par transitivité, les deux parallélogrammes ont même aire.

En observant les variations[7] des figures, les élèves vérifient si les conjectures émises au cours de l'activité précédente sont confirmées pour les cas rencontrés :
- il est possible de transformer un parallélogramme en un rectangle de même aire ;
- des parallélogrammes de formes différentes peuvent avoir même aire ;
- il existe des dimensions communes entre les rectangles construits par découpage et assemblage de parallélogrammes et ces parallélogrammes de même aire, à savoir la longueur et la base, la largeur et la hauteur.

Les figures 8.38 à 8.40 exposent trois variations possibles.

[6]Sur la fiche et à l'écran, aux bords de la plage tramée, apparaissent deux segments – l'un rouge, l'autre bleu – correspondant aux bases et aux hauteurs des parallélogrammes. Il suffit de faire varier la longueur de ces segments pour que les bases et hauteurs des parallélogrammes se modifient en conséquence. Il importe de faire varier la longueur des segments, mais non leur direction (il faut rester sur les lignes jaunes !).

[7]Celles-ci sont nombreuses si l'ont tient compte que chaque élève en réalise plusieurs et que tous ne réalisent pas les mêmes.

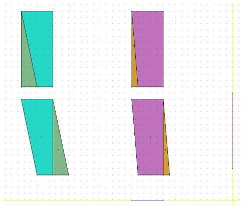


Fig. 8.38

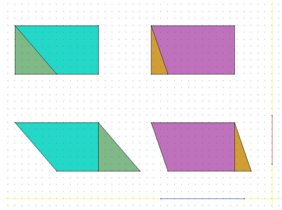


Fig. 8.39

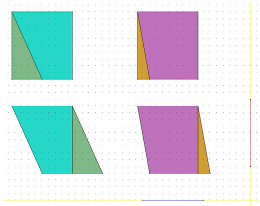


Fig. 8.40

Cette première partie de l'activité a permis quelques constats concernant des parallélogrammes et des rectangles. Il s'agit à présent de vérifier si ces constats s'étendent à un ensemble plus vaste de parallélogrammes.

Séquence 2

De quoi a-t-on besoin? Des parallélogrammes en papier ou en carton de dimensions variées et les rectangles correspondants ; des crayons ordinaires ; des ciseaux, de quoi tracer des perpendiculaires.

Comment s'y prendre? L'enseignant groupe les élèves. Pour rencontrer rapidement des parallélogrammes variés, il distribue des parallélogrammes différents pour chaque groupe. Dans un même groupe, tous les élèves reçoivent le même parallélogramme et le rectangle correspondant.
L'enseignant propose la consigne suivante.

> Sans utiliser d'outils de mesure, découper le parallélogramme en papier afin d'obtenir un rectangle par assemblage des deux découpes. Le rectangle en papier sert uniquement de moyen de vérification en fin de recherche.

Chacun s'essaie à la découpe d'abord individuellement, un partage d'informations au sein du groupe vient ensuite. S'appuyant sur le travail réalisé à l'ordinateur, certains élèves découpent le parallélogramme à partir d'un sommet, mais sans se soucier de la perpendiculaire (figure 8.41). Ce qui leur donne, après assemblage, un autre parallélogramme. Ils s'en persuadent en superposant leur réalisation au rectangle donné.

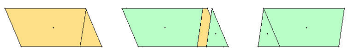


Fig. 8.41

Une réflexion concernant le rectangle devrait aider les élèves à surmonter cette difficulté. En effet, tout rectangle possède quatre angles droits, et les deux côtés de la découpe du parallélogramme correspondent aux deux petits côtés du rectangle à construire. Il faut donc que la découpe du parallélogramme s'effectue selon une perpendiculaire à un grand côté de celui-ci.

D'autres élèves peuvent se rendre compte que cette perpendiculaire peut être tracée à partir d'autres points de la base du parallélogramme (figure 8.42).

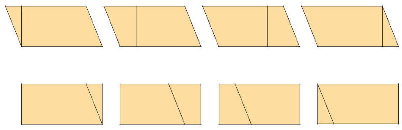


Fig. 8.42

Une mise en commun des démarches et des réponses obtenues dans les différents groupes permet de confirmer les premières conjectures et de les modifier ou de les compléter :

– à partir de la décomposition d'un parallélogramme, en assemblant les morceaux, on peut recomposer un rectangle ;
– il existe des mesures communes entre les parallélogrammes et les rectangles construits à partir de ceux-ci : la base du parallélogramme est de même mesure que la longueur du rectangle, la hauteur du parallélogramme est de même mesure que la largeur du rectangle ;
– pour découper, on doit suivre une perpendiculaire à la base, à partir d'un quelconque de ses points. Cette découpe correspond à la hauteur du parallélogramme et à la largeur du rectangle.

À ce stade de l'activité, apparaît à nouveau l'intérêt de la mise en place d'un vocabulaire commun permettant le partage des informations et une compréhension collective. Les noms longueur, largeur, hauteur et base sont précisés et employés à bon escient dans leur contexte.

L'enseignant donne ensuite la consigne suivante.

> À partir des manipulations réalisées et des constats émis, établir la formule de l'aire d'un parallélogramme.
> Expliquer sa démarche.

Ce travail peut être réalisé seul puis en groupe. La mise en commun permet de structurer le raisonnement.

Par exemple :

On sait que la formule de l'aire d'un rectangle est $L \times l$ où L est la longueur et l la largeur.

Par manipulations, on a montré que pour tout rectangle construit à partir d'un parallélogramme, on a $L = B$ et $l = h$, où B est la base et h la hauteur.

Donc, on peut conclure que la formule de l'aire d'un parallélogramme est $B \times h$, où la hauteur h est par définition perpendiculaire à la base B.

Index

Bibliographie

[1] Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique, [1997], *Décret « Missions de l'École »*, Ministère de la Communauté française, Bruxelles.

[2] Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique, [1999], *Socles de compétences (Enseignement fondamental et premier degré de l'enseignement secondaire)*, Ministère de la Communauté française, Bruxelles.

[3] T. Assude et J.-M. Gelis, [2002], La dialectique ancien-nouveau dans l'intégration de Cabri-géomètre à l'école primaire, *Educational Studies in Mathematics*, 50 (3), p. 259–287.

[4] J.-P. Astolfi, [1997], *L'erreur, un outil pour enseigner*, ESF, Paris.

[5] B.-M. Barth, [1987], *L'apprentissage de l'abstraction*, Retz, Paris.

[6] S. Baruk, [1998], *Comptes pour petits et grands*, Magnard, Paris.

[7] F. Boule, [2001], *Questions sur la géométrie et son enseignement*, Nathan, Paris.

[8] L. Buschman, [2002], Becoming a problem solver, *Teaching children Mathematics*, 9 (2), p. 98–103, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, USA.

[9] B. Capponi, C. Laborde, et al., [1994], *Cabri-classe, apprendre la géométrie avec un logiciel*, Archimède, Argenteuil.

[10] J.-P. Cazzaro, G. Noël, F. Pourbaix, et P. Tilleuil, [2001], *Structurer l'enseignement des mathématiques par des problèmes*, De Boeck, Bruxelles. Guide méthodologique et cd-rom.

[11] Centre Informatique Pédagogique, [1996], *Apprivoiser la géométrie avec Cabri-Géomètre*, C.I.P., Genève.

[12] B. Cereza, [2000], *La figure dessinée « à main levée » en classe de 5e : analyse et propositions*, I.U.F.M. de l'Académie de Montpellier, site de Perpignan. Mémoire professionnel de mathématiques.

[13] F. Chamontin, B. Cazier, et M. Picot, [2001], Des aires sans mesure à la mesure des aires, *Repères*, 44, p. 33–62, Topiques Éditions, Metz.

[14] A. Chevalier et M. Sauter, [1992], *Narration de recherche*, IREM, Université de Montpellier II.

[15] D. H. Clements et M. T. Battista, [1990], The effects of Logo on children's conceptualizations of angle and polygons, *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(5), p. 356–371.

[16] Conseil de l'Éducation aux Médias, [2000], *Au-delà de la technologie, l'éducation aux médias et au multimédia*, Ministère de la Communauté française, Bruxelles.

[17] S. Couchoud, [1993], *Mathématiques égyptiennes*, Le Léopard d'Or, Paris.

[18] CREM, [1995], *Les Mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans, Essai d'élaboration d'un cadre global pour l'enseignement des mathématiques*, Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles.

[19] CREM, [2001a], *Formes et Mouvements*, L. Lismont and N. Rouche coordinateurs, Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles.

[20] CREM, [2001b], *Construire et représenter, un aspect de la géométrie de la maternelle jusqu'à dix-huit ans*, L. Lismont et N. Rouche coordinateurs, Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles.

[21] CREM, [2002], *Des grandeurs aux espaces vectoriels. La linéarité comme fil conducteur pour l'enseignement des mathématiques*, Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles. Rapport final juin 2002 (1e partie).

[22] CREM, [2002], *Vers une géométrie naturelle*, Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles. Rapport final juin 2002 (2e partie).

[23] M. Criton, [mars-avril 2003], 3000 ans de découpages géométriques, *Tangente*, 91, p. 22–29.

[24] N. Crowder. Automatic tutoring by means of intrinsic programming. In Galantes [41].

[25] R. Cuppens, [1996], *Faire de la géométrie en jouant avec Cabri-Géomètre*, Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public, Paris. Deux tomes.

[26] W. Dandoy, [novembre-décembre 2002], Recherche de l'aire et du volume, *L'école des années 2000*, p. 15–20.

[27] G. de Vecchi et N. Carmona-Magnaldi, [1996], *Faire construire des savoirs*, Hachette, Paris.

[28] É. Degallaix et B. Meurice, [2002], *Construire des apprentissages au quotidien*, De Boeck, Bruxelles.

[29] F. Denis et S. Courtois, [1995], Découpages, translations, rotations et `Cabri-Géomètre`, *Mathématique et Pédagogie*, 102, p. 29–40.

[30] J. Dhombres, J. Reignier, et N. Rouche, [1997], *Grandeurs physiques et grandeurs mathématiques*, Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles.

[31] C. Docq et N. Rouche, [1996], Couper en deux, c'est bête comme chou !, In *Continuité et compétences*, p. 101–111. Ministère de l'Éducation, Bruxelles.

[32] C. Docq et N. Rouche, [1996], Du simple au double, In *Continuité et compétences*, p. 103–119. Ministère de l'Éducation, Bruxelles.

[33] R. Eiller, R. Brini, M. Martinen, R. Ravenel, et S. Ravenel, [1990], *Math et calcul - CE2*, Hachette, Paris. Livre du maître.

[34] M. Fabre, [1999], *Situations-problèmes et savoir scolaire*, PUF.

[35] C. Faux, J. Hanry, C. Meurisse, et E. Dernoncourt, [1997], *Maths, cycle des approfondissements CM1*, Hachette, Paris.

[36] C. Faux, J. Hanry, C. Meurisse, et L. Valmori, [1996], *Maths, cycle des approfondissements CE2*, Hachette, Paris.

[37] R. Foulon, [1985], *Le maître d'école*, Paul Legrain, Bruxelles.

[38] J.-P. Friedelmeyer, [avril 1998], Les aires : outil heuristique - outil démonstratif, *Repères*, 31, p. 39–62, Topiques Éditions, Metz.

[39] J.-P. Friedelmeyer, [juillet 2001], Grandeurs et nombres : l'histoire édifiante d'un couple fécond, *Repères*, 44, p. 5–31, Topiques Éditions, Metz.

[40] A. Gagnebin, N. Guignard, et F. Jaquet, [1998], *Apprentissage et enseignement des mathématiques, Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire*, Commission Romande des Moyens d'enseignement, Lausanne.

[41] E. Galantes, editor, [1959], *Automatic Teaching : the state of the art*, Wiley, New York.

[42] E. Gallou-Dumiel, [1987], Symétrie orthogonale et micro-ordinateur, *Recherches en didactique des mathématiques*, 8(1–2), p. 5–60.

[43] GEM, [1998], *Rencontres avec les grandeurs*, GEM, Louvain-La-Neuve.

[44] A. Giordan et G. de Vecchi, [1996], *Faire construire des savoirs*, Hachette, Paris.

[45] A. Giordan et G. de Vecchi, [1997], *Les origines du savoir - Des conceptions des apprenants aux concepts scientifiques*, Delachaux et Niestlé, Lausanne.

[46] Groupe de recherche d'Écouen, [1994], *Former des enfants producteurs de textes*, Hachette, Paris. Coordination : Josette Jolibert.

[47] R. Guitare, [1999], *La pulsation mathématique*, L'Harmatan, Paris.

[48] J. Hillel, [1985], Mathematical and programming concepts acquired by children, aged 8–9, in a restricted Logo environment, *Recherches en didactique des mathématiques*, 6(2–3), p. 215–268.

[49] J. Hillel et C. Kieran, [1987], Schemas used by 12-years olds in solving selected turtle geometry tasks, *Recherches en didactique des mathématiques*, 8(1–2), p. 61–102.

[50] P. Hilton, [1983], *Devons-nous encore enseigner les fractions ?*, Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles. Traduit en 1996 par M.-F. Van Troeye.

[51] L. Hogben, [1947], *Les mathématiques pour tous*, Payot, Paris.

[52] G. Kuntz, [2003], De la possible influence de l'environnement informatique sur l'enseignement des mathématiques, *Annales de didactique et des sciences cognitives*, (à paraître).

[53] C. Laborde et B. Capponi, [1994], Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique, *Recherches en didactique des mathématiques*, 14(1–2), p. 165–210.

[54] J.-M. LABORDE et R. STRÄSSER, [1990], Cabri-géomètre, a microworld of geometry for guided discovery learning, *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 90(5), p. 171–190.

[55] H. LEHNING, [2002], Appel d'aire sur le Nil, *Tangente*, 88, p. 40–42, Pole, Paris.

[56] H. LOMBARDI, [octobre 2002], Éloge du papier quadrillé, In *4000 ans d'histoire des mathématiques : Les mathématiques de longue durée*, p. 471–486. IREM de Rennes. Actes du treizième colloque inter-IREM d'Histoire et d'Épistémologie des Mathématiques des 6-7-8 mai 2000.

[57] P. MEIRIEU, [1987], *Apprendre... oui, mais comment*, ESF, Paris.

[58] R. NOSS, [1987], Children's learning of geometrical concepts through Logo, *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), p. 343–362.

[59] B. NOËL, [1997], *La métacognition*, De Boeck, Bruxelles.

[60] S. PAPERT, [1980], *Jaillissement de l'esprit*, Flammarion, Paris.

[61] P. PERRENOUD, [1997], *Construire des compétences dès l'école*, ESF, Paris.

[62] J. PIAGET, B. INHELDER, et A. SZEMINSKA, [1948], *La géométrie spontanée de l'enfant*, Presses Universitaires de France, Paris. Rééd. 1973.

[63] B. REY, [1996], *Les compétences transversales en question*, ESF, Paris.

[64] N. ROUCHE, [1992], *Le sens de la mesure*, Didier-Hatier, Bruxelles.

[65] N. ROUCHE, [1998], *Pourquoi ont-ils inventé les fractions ?*, Ellipses, Paris.

[66] B. F. SKINNER, [1969], *La révolution scientifique de l'enseignement*, Ed. Dessart, Bruxelles.

[67] A. STREBELLE, C. DEPOVER, et B. NOËL, [septembre 2002], Pour une prise en compte didactique des obstacles à la compétence, *Le point sur la recherche en Éducation*, 25, Ministère de la Communauté Française, Bruxelles.

[68] J. TARDIF, [1997], *Pour un enseignement stratégique - L'apport de la psychologie cognitive*, Les Éditions Logiques, Montréal.

[69] F. VAN DIEREN-THOMAS et N. ROUCHE, [1985], *Mesures, pavages et nombres irrationnels*, GEM, Louvain-La-Neuve.

[70] F. VAN DIEREN-THOMAS, N. ROUCHE, J. OTTEVAERE, et M. VILANOY-SCHUL, [1993], *De question en question 1*, Didier Hatier, Bruxelles.

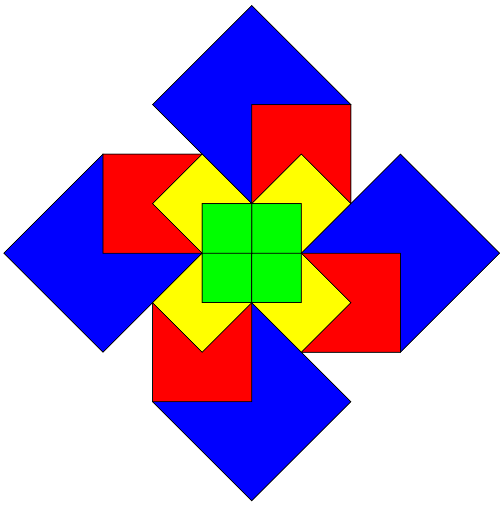
[71] G. VERGNAUD, [1981], Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, 2(2), p. 215–232.

[72] H. WALLON, [1970], *De l'acte à la pensée, essai de psychologie comparée*, Flammarion, Paris.

[73] P. WHITIN et D.J. WHITIN, [2002], Promoting communication in the mathematics classroom, *Teaching children mathematics*, 9 (4), p. 205–211, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, USA.

[74] M.-F. WOEPCKE, [1855], Recherches sur l'histoire des sciences mathématiques chez les orientaux, *Journal asiatique*, cinquième série (tome V), p. 309–359, Paris.

Fiches de travail



2003

Table des matières

Séquence 1

Activités d'initiation

Les fiches qui suivent se rapportent aux activités du chapitre 6 du document d'accompagnement. Elles sont destinées à être photocopiées et distribuées aux élèves.

Le lien entre ces fiches et les activités est réalisé grâce à une référence notée au bas à droite de chaque fiche. Pour cette séquence, la référence commence toujours par « 1. ».

1 Le pavé du kit standard

Consignes

Différentes figures sont dessinées dans le pavé du kit *standard*. Fais apparaître à l'écran un seul exemplaire de chaque figure.

Imprime et, en dessous de chaque figure, écris son nom.

Indices

1) Pour faire apparaître une figure à l'écran, clique sur celle-ci dans le pavé : elle s'encadre en rouge.
Clique ensuite sur l'écran pour la faire apparaître sur celui-ci.

2) Le nom de la figure sur laquelle tu cliques s'inscrit au bas du pavé.

2 Les maisons

Consignes

Fais apparaître un carré et un triangle équilatéral à l'écran. Assemble-les pour construire une maison.

Il est possible de créer des maisons avec des toits différents. Recherche des **triangles** différents et construis au moins quatre nouvelles maisons.

Indices

Pour trouver d'autres triangles, clique sur une figure dans le pavé. Quand elle s'encadre de rouge, clique sur son nom : un menu déroulant apparaît.

Cherche un triangle dans ce menu et clique sur son nom, puis sur l'écran, pour la faire apparaître.

3 Les fleurs

Consignes

Fais apparaître un pentagone et cinq triangles équilatéraux. Assemble ces figures pour obtenir une fleur.

Tu choisis ensuite d'autres triangles pour créer d'autres fleurs.

Indices

Si tu as des difficultés pour assembler les figures, clique sur le menu *Mouvements*.

4 Assemblages de cubes

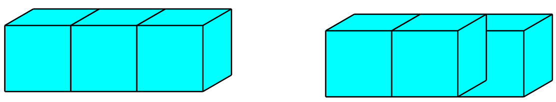
Consignes

Voici des constructions à partir de cubes. Choisis-en une et reproduis-la à l'écran.

Colorie ensuite chaque cube d'une couleur différente.

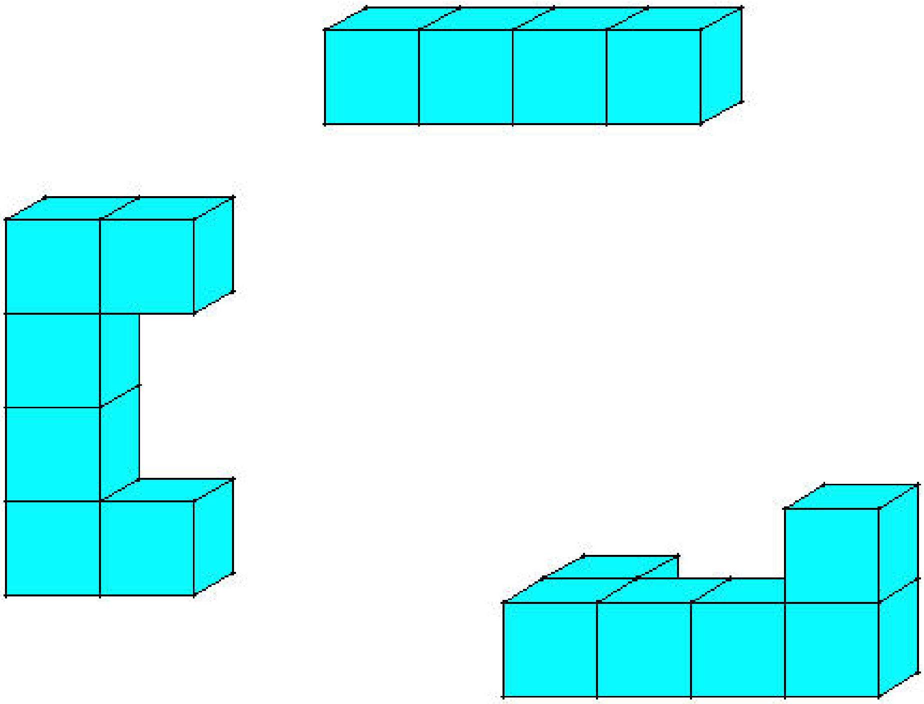
Indices

Si tes cubes sont bien assemblés, mais qu'il te semble que le dessin ne correspond pas au modèle que tu as choisi, comme dans le cas de ces deux trains par exemple,



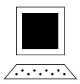
l'emploi de *Avant-plan* ou *Arrière-plan* dans le menu *Outils* peut t'aider.

5 Modèles de constructions



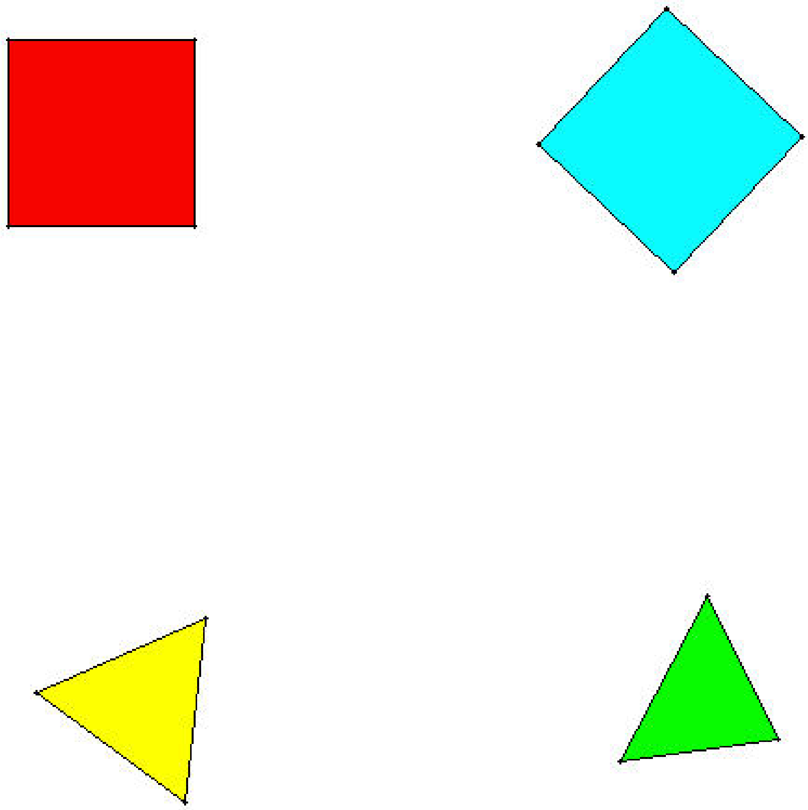
6 Comparer des figures (1)

Dans le kit *standard*, ouvre le dossier *Initiation* et sélectionne le fichier *Comparer1*.



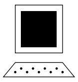
Y a-t-il un carré plus grand que l'autre ?
Utilise les mouvements disponibles pour le vérifier. Explique comment tu as procédé.

Fais de même avec les deux triangles.



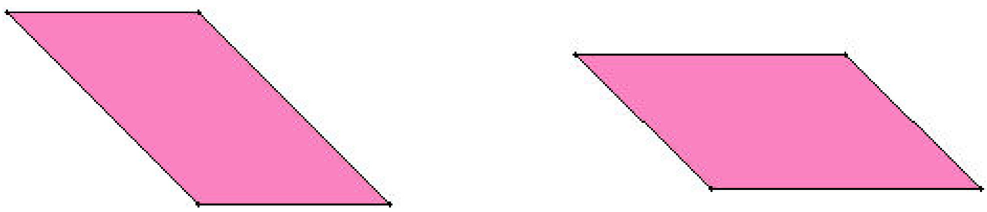
7 Comparer des figures (2)

Dans le kit *standard*, ouvre le dossier *Initiation* et sélectionne le fichier *Comparer2*.



Y a-t-il un parallélogramme plus grand que l'autre ?
Utilise les mouvements disponibles pour le vérifier.

Explique comment tu as procédé.

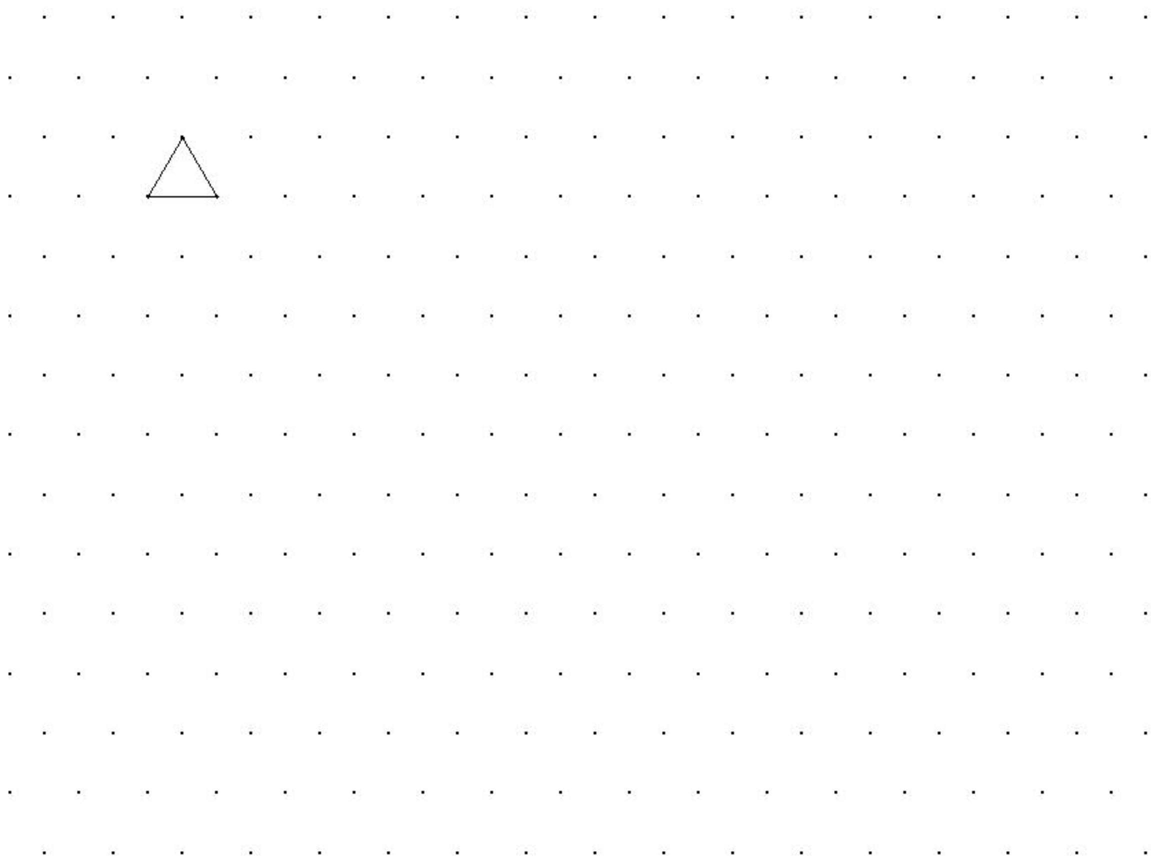


8 Assembler des figures

Ouvre le kit *standard.*

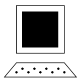
À partir de la famille du triangle équilatéral, fais apparaître deux triangles équilatéraux. Forme toutes les figures possibles en assemblant ces triangles par les côtés.
Par la suite, fais de même avec trois triangles, puis avec quatre triangles.

Sur le papier pointé ci-dessous, reproduis à main levée les figures construites.



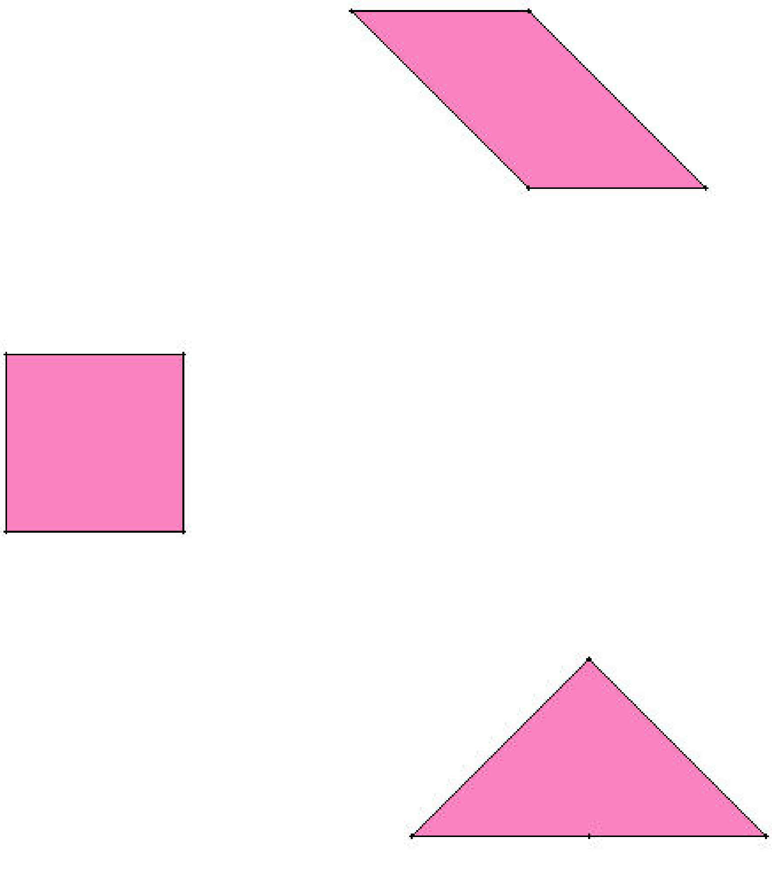
9 Découper et assembler des figures (1)

Dans le kit *standard*, ouvre le dossier *Initiation* et sélectionne le fichier *Decouper1*.



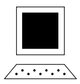
Découpe le carré en deux pour pouvoir recouvrir exactement le parallélogramme avec les deux morceaux.

Fais de même pour recouvrir exactement le triangle.

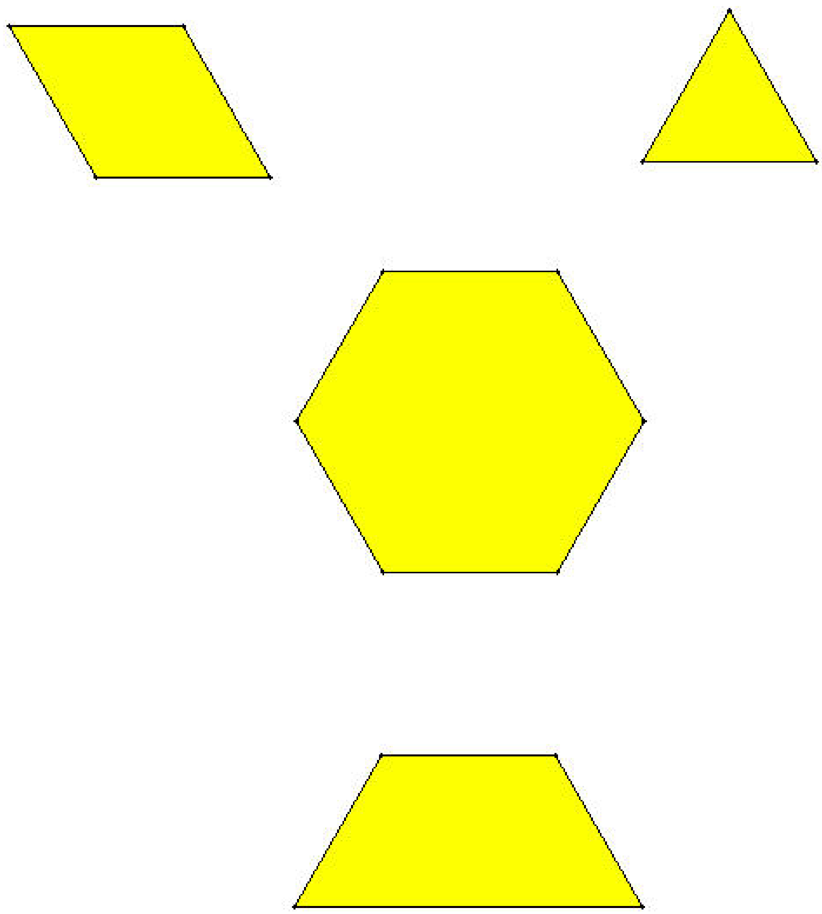


10 Découper et assembler des figures (2)

Dans le kit *standard*, ouvre le dossier *Initiation* et sélectionne le fichier *Decouper2.*



Découpe l'hexagone pour obtenir un trapèze, un losange et un triangle.



Séquence 2

Activités d'intégration

Les fiches qui suivent se rapportent aux activités du chapitre 7 du document d'accompagnement. Elles sont destinées à être photocopiées et distribuées aux élèves.

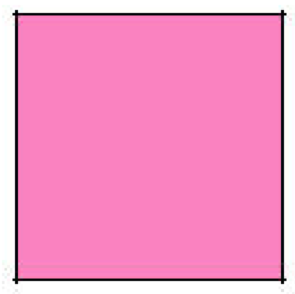
Le lien entre ces fiches et les activités est réalisé grâce à une référence notée au bas à droite de chaque fiche. Pour cette séquence, la référence commence toujours par « 2. ».

1 Couper en deux (1)

Ouvre le kit *standard*.

Fais apparaître un carré à l'écran et découpe-le en deux parties superposables. Vérifie que les deux parties sont bien superposables.

De combien de façons peux-tu couper ainsi le carré ?

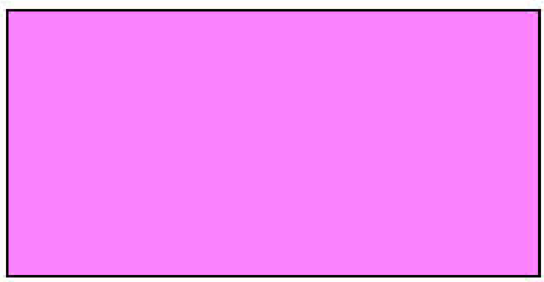


2 Couper en deux (2)

Dans le kit *standard*, ouvre le dossier *Integration* et sélectionne le fichier *Couperrectangle*.

Découpe le rectangle en deux parties superposables. Vérifie en superposant effectivement une partie sur l'autre.

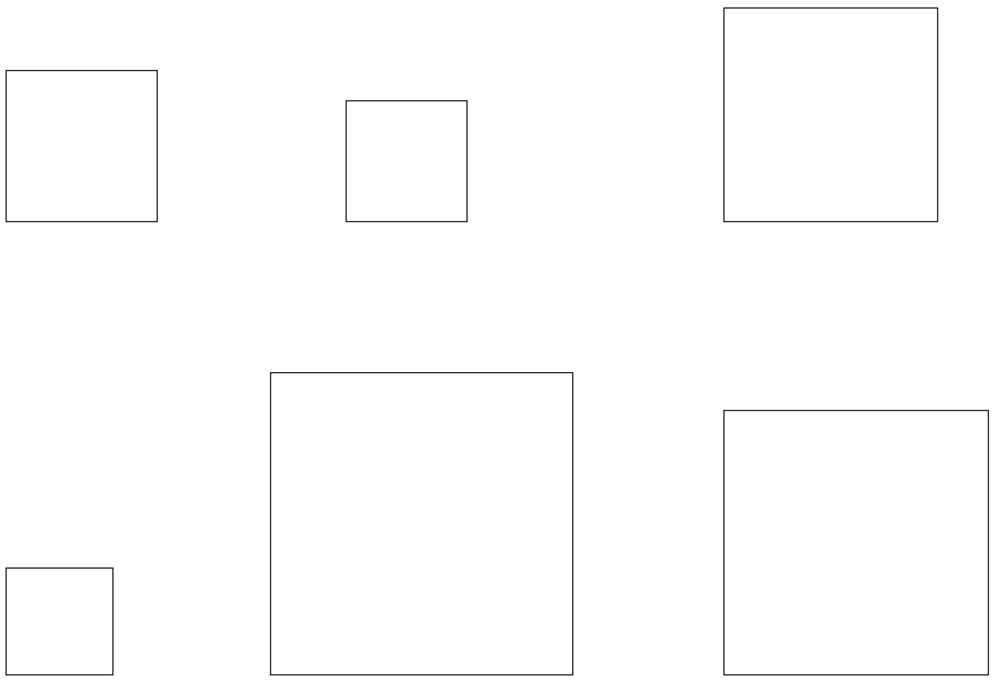
De combien de façons peux-tu couper ainsi le rectangle ?



3 Suite géométrique

Dans le kit *libre*, ouvre le dossier *Integration* et sélectionne le fichier *Sixcarres.*

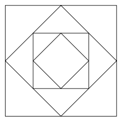
Parmi ces six carrés, retrouve les quatre qui te permettent de réaliser le montage proposé.



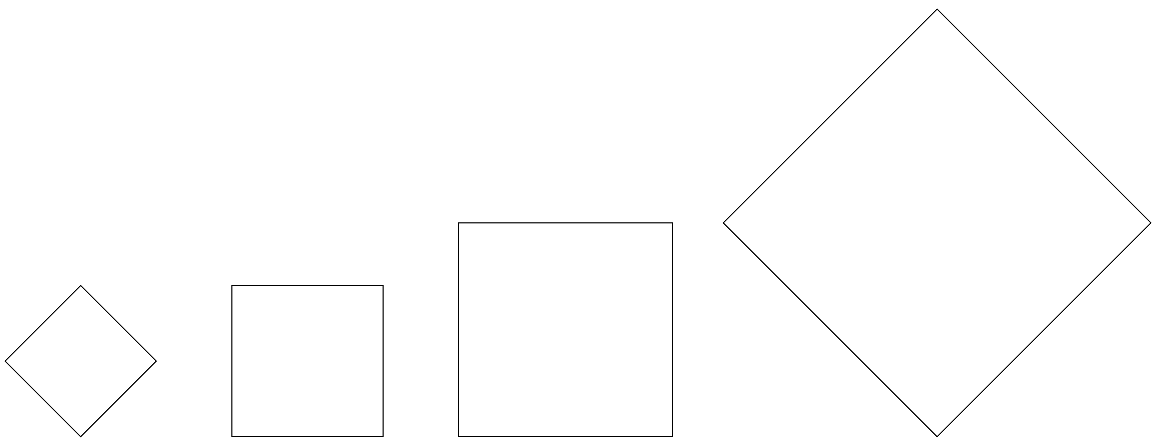
4 Comparer des aires

Dans le kit *libre*, ouvre le dossier *Integration* et sélectionne le fichier *Quatrecarres.*

Voici les quatre carrés qui ont servi à construire la figure ci-dessous. Compare les aires de ces carrés.



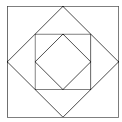
Complète le tableau de la fiche 2.11.



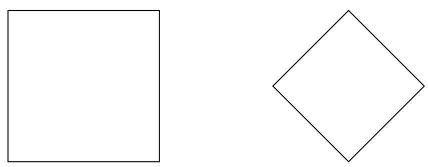
5 Comparer deux carrés

Dans le kit *libre*, ouvre le dossier *Integration* et sélectionne le fichier *Deuxcarres1*.

Voici deux des carrés qui ont servi à construire la figure ci-dessous. Compare leurs aires.



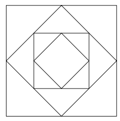
Note le résultat sur la fiche 2.11.



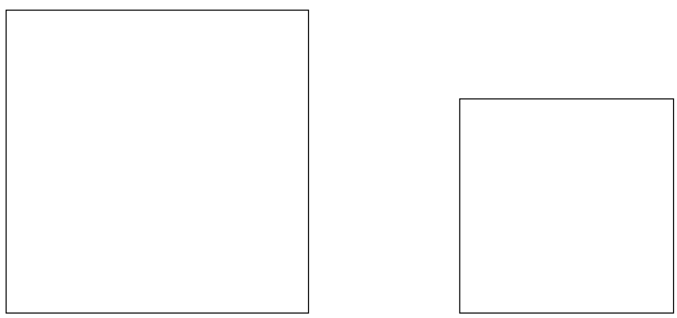
6 Comparer deux carrés

Dans le kit *libre*, ouvre le dossier *Integration* et sélectionne le fichier *Deuxcarres2*.

Voici deux des carrés qui ont servi à construire la figure ci-dessous. Compare leurs aires.



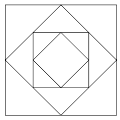
Note le résultat sur la fiche 2.11.



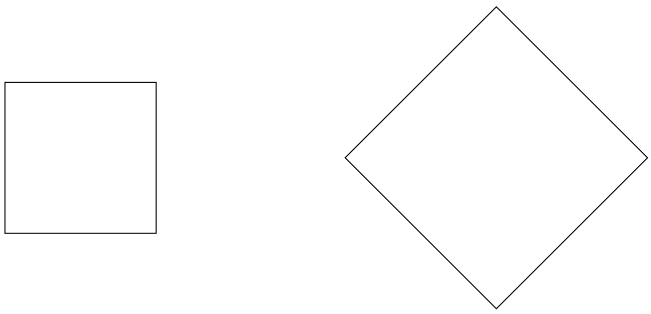
7 Comparer deux carrés

Dans le kit *libre*, ouvre le dossier *Integration* et sélectionne le fichier *Deuxcarres3*.

Voici deux des carrés qui ont servi à construire la figure ci-dessous. Compare leurs aires.



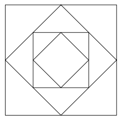
Note le résultat sur la fiche 2.11.



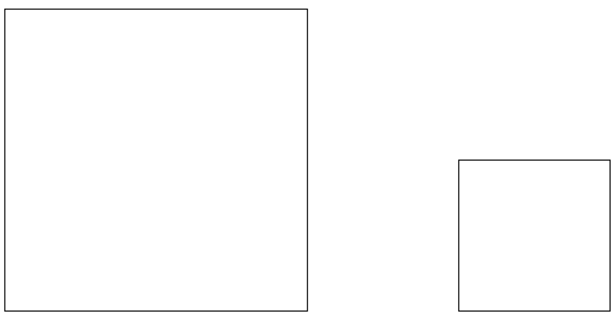
8 Comparer deux carrés

Dans le kit *libre*, ouvre le dossier *Integration* et sélectionne le fichier *Deuxcarres4*.

Voici deux des carrés qui ont servi à construire la figure ci-dessous. Compare leurs aires.



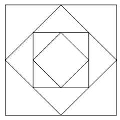
Note le résultat sur la fiche 2.11.



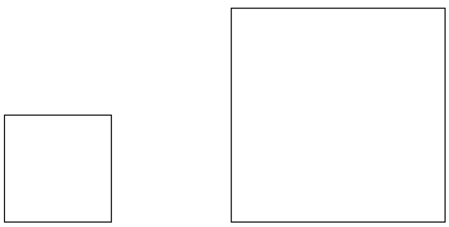
9 Comparer deux carrés

Dans le kit *libre*, ouvre le dossier *Integration* et sélectionne le fichier *Deuxcarres5*.

Voici deux des carrés qui ont servi à construire la figure ci-dessous. Compare leurs aires.



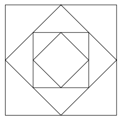
Note le résultat sur la fiche 2.11.



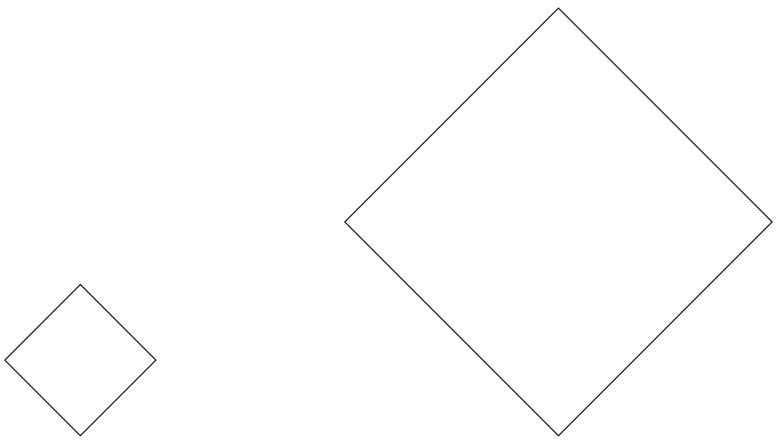
10 Comparer deux carrés

Dans le kit *libre*, ouvre le dossier *Integration* et sélectionne le fichier *Deuxcarres6*.

Voici deux des carrés qui ont servi à construire la figure ci-dessous. Compare leurs aires.

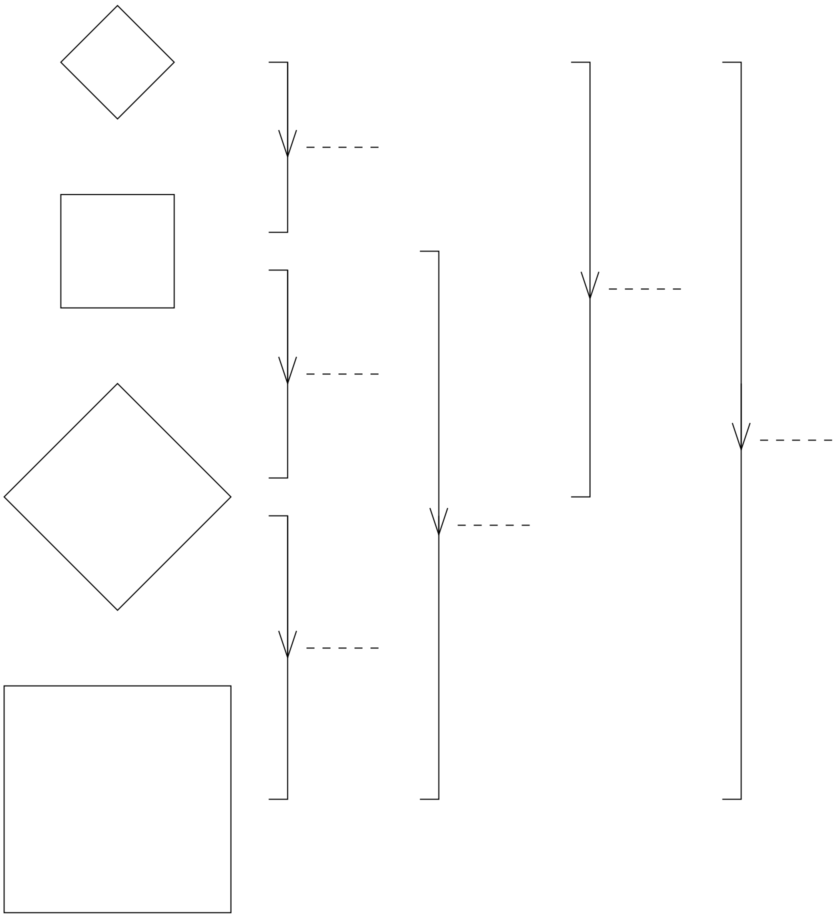


Note le résultat sur la fiche 2.11.



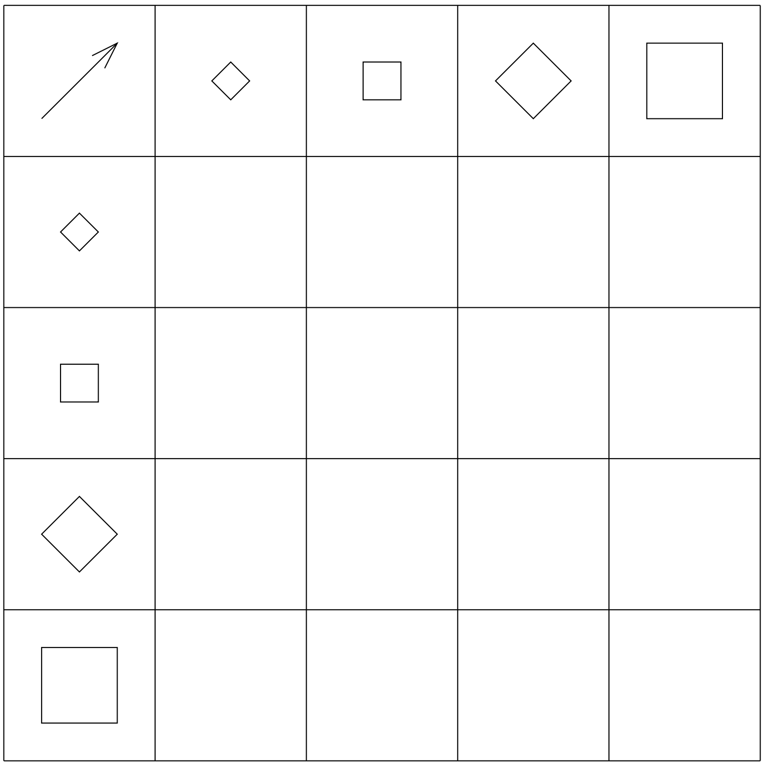
11 Comparer des aires : synthèse

Complète le tableau ci-dessous en notant les rapports entre les aires des différents carrés de la fiche 2.4.



12 Comparer des aires : tableau

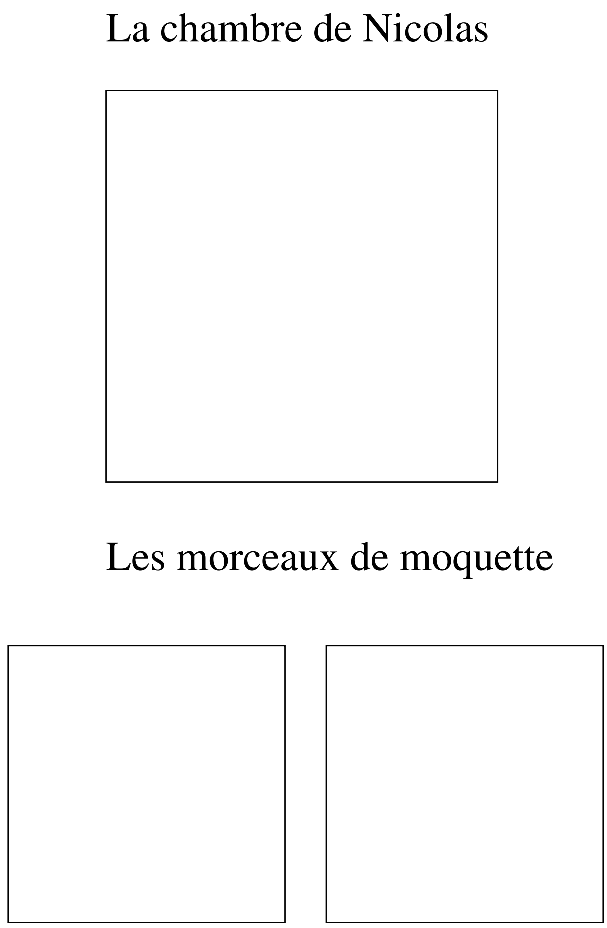
Complète le tableau ci-dessous en y plaçant les rapports obtenus à la fiche 2.11.



13 La moquette

Dans le kit *libre*, ouvre le dossier *Integration* et sélectionne le fichier *Chambre.*

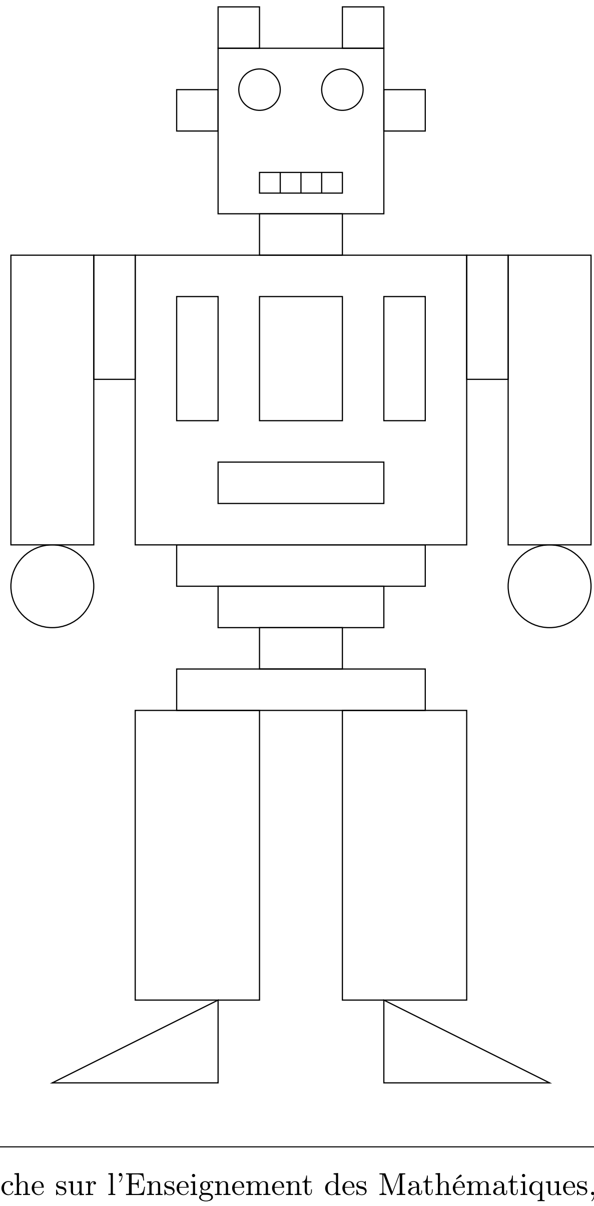
La maman de Nicolas souhaite remplacer la moquette de la chambre de son fils. Au magasin, il ne reste plus que deux morceaux de moquette de forme carrée dont les dimensions sont inférieures à celles de la chambre.
Le vendeur lui affirme néanmoins qu'en découpant ces deux carrés de moquette et en agençant judicieusement les morceaux, elle pourra couvrir exactement la surface de la chambre. Le schéma ci-dessous modélise la situation, peux-tu aider la maman de Nicolas ?



14 Créer un robot

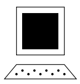
Ouvre le kit *libre*.

Crée, sur papier, un robot et reproduis-le à l'écran.
Ensuite, imprime-le.

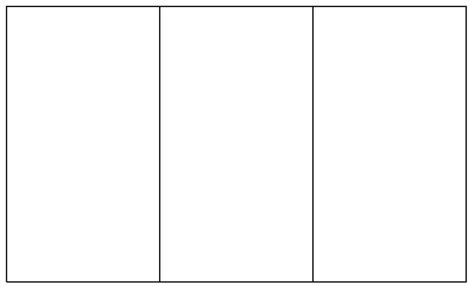


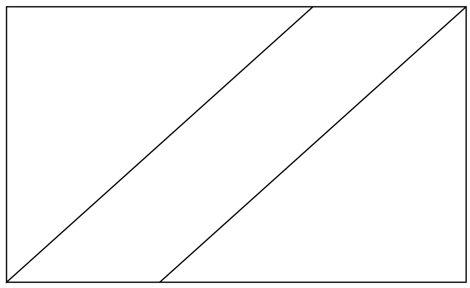
15 Reproduire des drapeaux

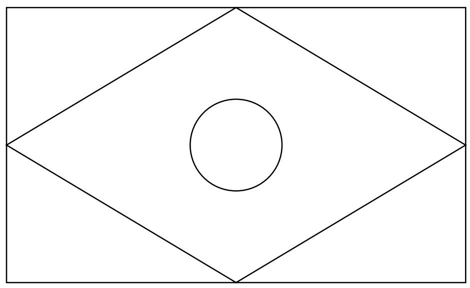
Ouvre le kit *libre*.



Reproduis ces drapeaux à l'écran.







Séquence 3

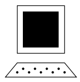
Périmètre et aire

Les fiches qui suivent se rapportent aux activités du chapitre 8 du document d'accompagnement. Elles sont destinées à être photocopiées et distribuées aux élèves.

Le lien entre ces fiches et les activités est réalisé grâce à une référence notée au bas à droite de chaque fiche. Pour cette séquence, la référence commence toujours par « 3. ».

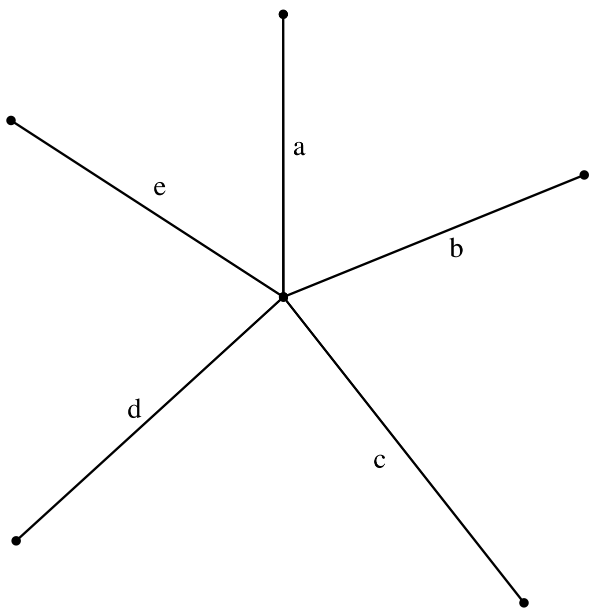
1 Comparer des longueurs

Dans le kit *libre*, ouvre le dossier *Perimaire* et sélectionne le fichier *Etoile.*



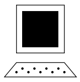
Sans déplacer les segments et en utilisant le moins d'outils possibles, recherche les deux segments qui ont la même longueur.

Reproduis et explique ta démarche ci-dessous.



2 Des polygones de même forme

Ouvre le kit *standard*.

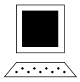


Fais apparaître un carré à l'écran. Assemble des carrés identiques à celui-là pour construire un carré plus grand.

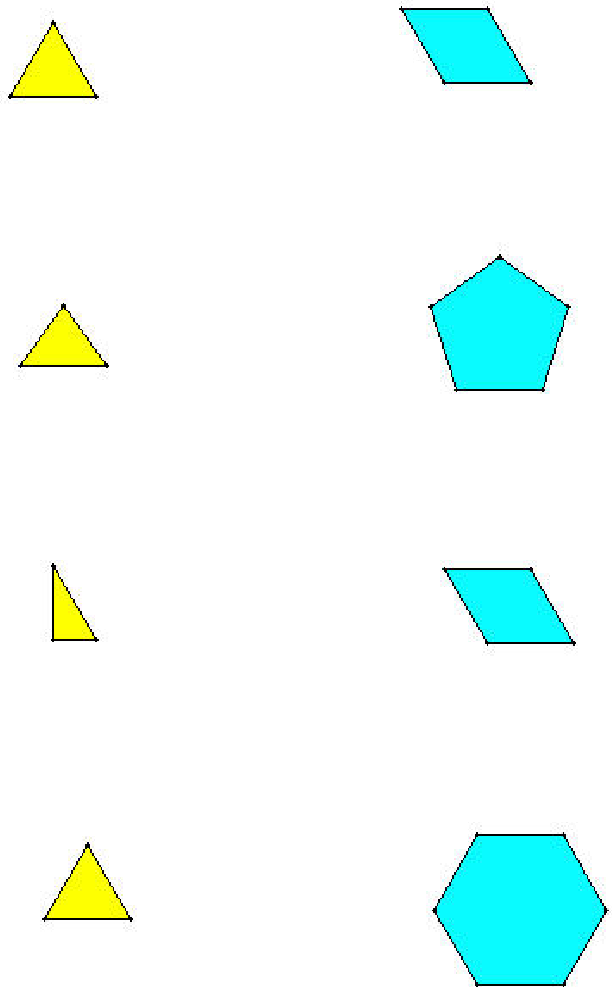
Fais de même avec des triangles équilatéraux.

3 Paver une figure (1)

Dans le kit *standard*, ouvre le dossier *Perimaire* et sélectionne le fichier *Paver1*.

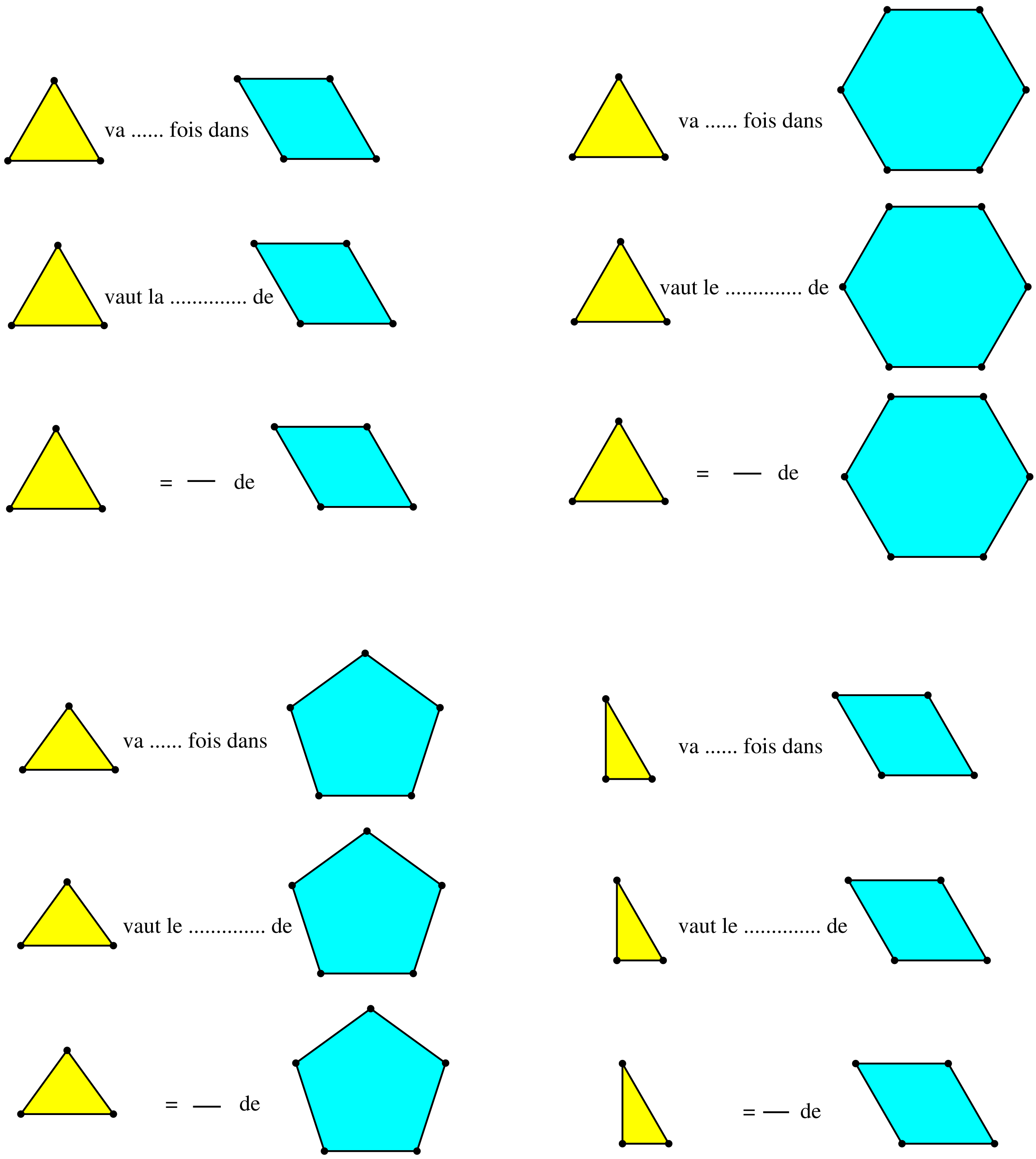


Peux-tu paver les figures de droite à l'aide de plusieurs exemplaires des petits triangles de la colonne de gauche ? Pour chacune des figures, essaie de prévoir le nombre de triangles nécessaires au pavage avant de commencer. Vérifie ensuite ton estimation à l'écran.



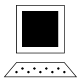
4 Paver une figure (2)

Complète le tableau suivant à partir des résultats obtenus à la fiche 3.3.

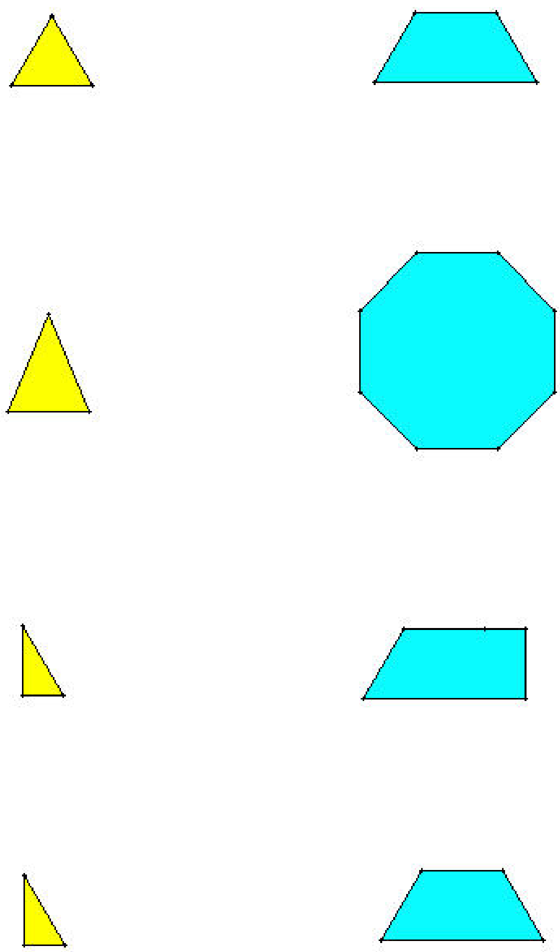


5 Paver une figure (3)

Dans le kit *standard*, ouvre le dossier *Perimaire* et sélectionne le fichier *Paver2*.

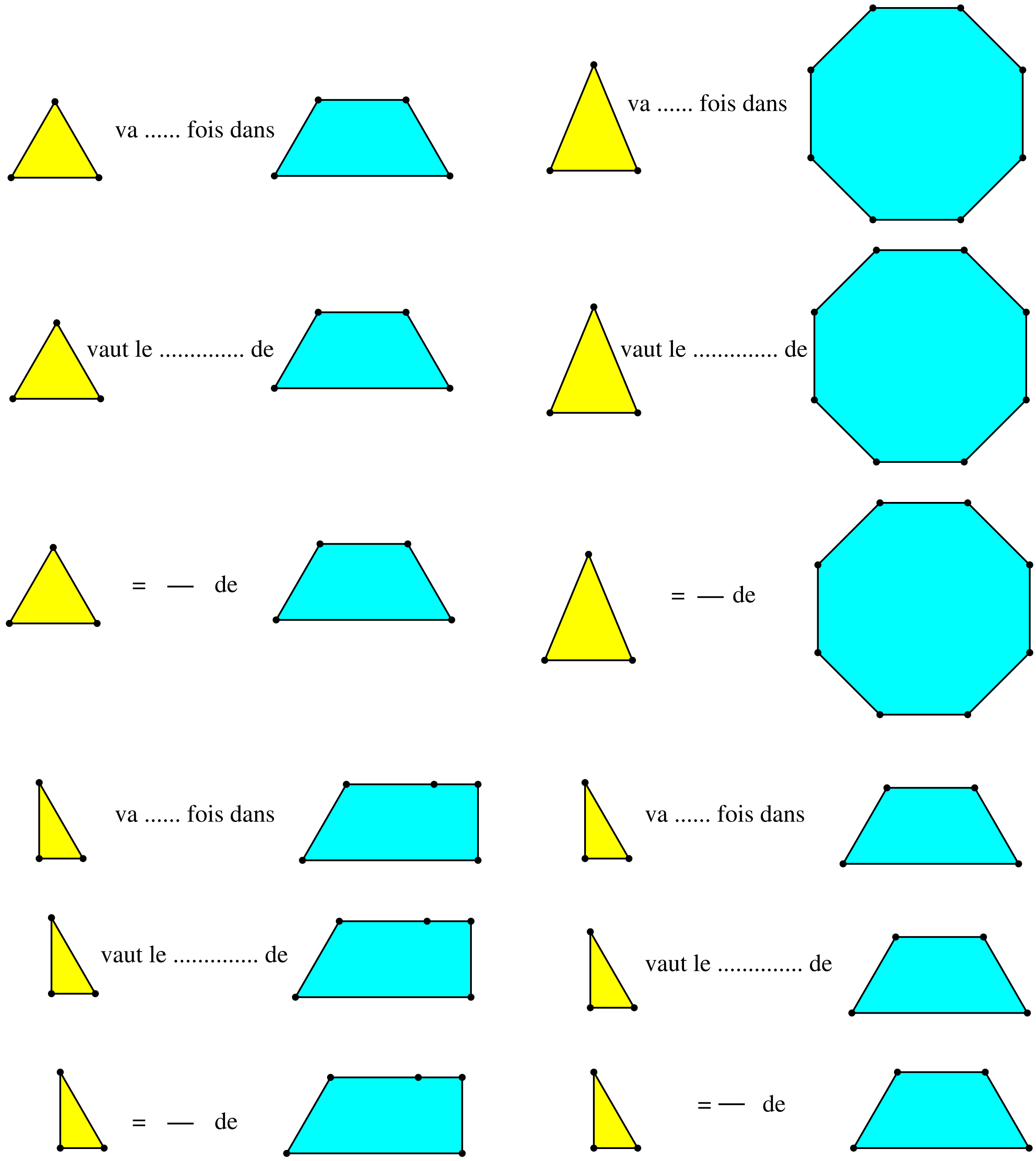


Peux-tu paver les figures de droite à l'aide de plusieurs exemplaires du petit triangle correspondant de la colonne de gauche ? Pour chacune des figures, essaie de prévoir le nombre de triangles nécessaires au pavage avant de commencer. Vérifie ensuite ton estimation à l'écran.



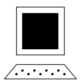
6 Paver une figure (4)

Complète le tableau suivant à partir des résultats obtenus à la fiche 3.5.

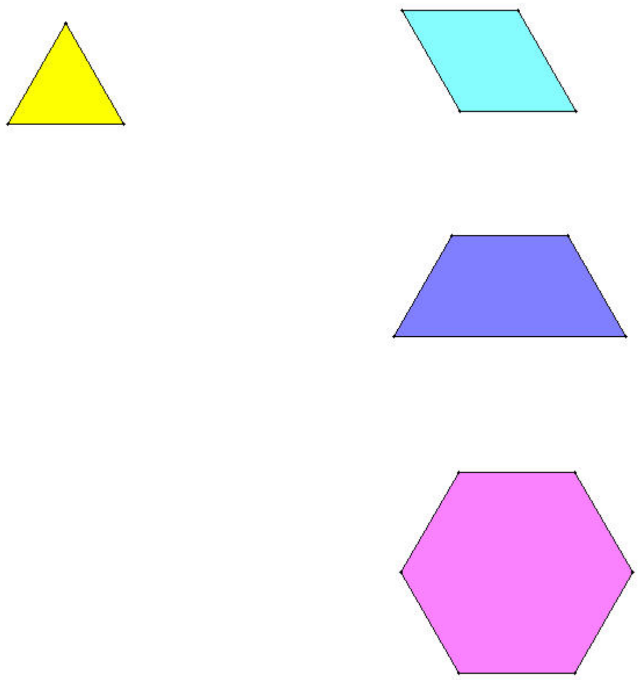


7 Paver une figure (5)

Dans le kit *standard*, ouvre le dossier *Perimaire* et sélectionne le fichier *Paver3*.

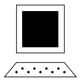


Peux-tu paver les figures de droite à l'aide de plusieurs exemplaires du triangle de gauche ? Pour chacune des figures, essaie de prévoir le nombre de triangles nécessaires au pavage avant de commencer. Vérifie ensuite ton estimation à l'écran.

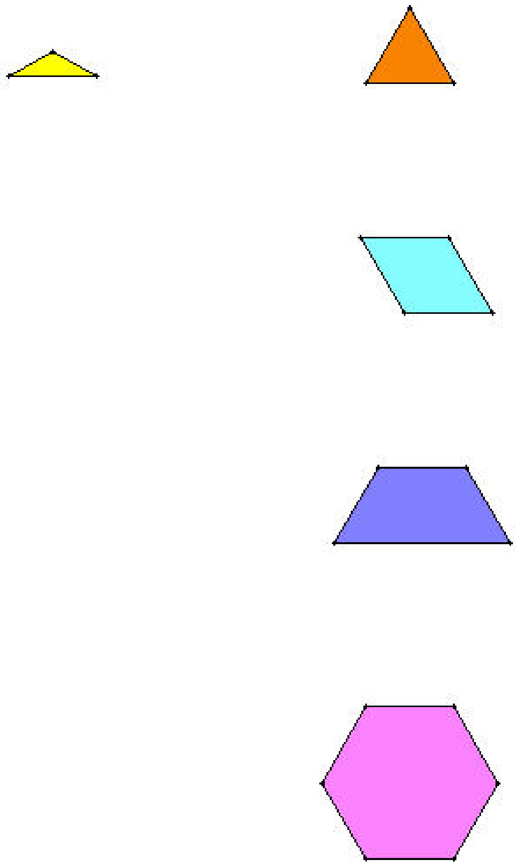


8 Paver une figure (6)

Dans le kit *standard*, ouvre le dossier *Perimaire* et sélectionne le fichier *Paver4*.

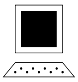


Peux-tu paver les figures de droite à l'aide de plusieurs exemplaires du triangle de gauche ? Pour chacune des figures, essaie de prévoir le nombre de triangles nécessaires au pavage avant de commencer. Vérifie ensuite ton estimation à l'écran.

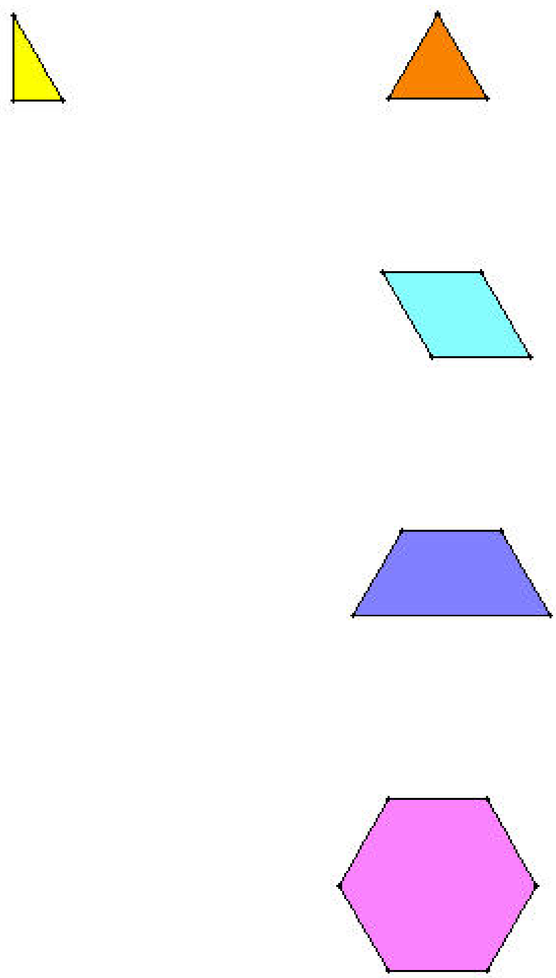


9 Paver une figure (7)

Dans le kit *standard*, ouvre le dossier *Perimaire* et sélectionne le fichier *Paver5*.

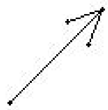
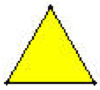
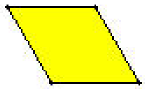
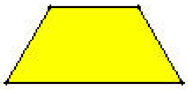
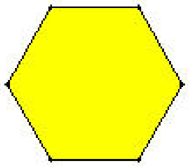
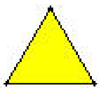
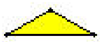
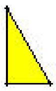


Peux-tu paver les figures de droite à l'aide de plusieurs exemplaires du triangle de gauche ? Pour chacune des figures, essaie de prévoir le nombre de triangles nécessaires au pavage avant de commencer. Vérifie ensuite ton estimation à l'écran.



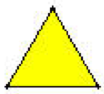
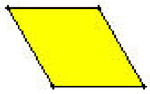
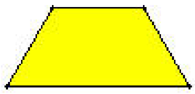
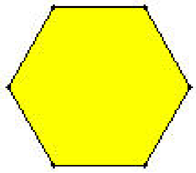
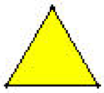
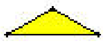
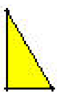
10 Paver une figure (8)

Complète le tableau suivant à partir des résultats obtenus aux fiches 3.7, 3.8 et 3.9.
Dans ce tableau, la flèche signifie « va x fois dans ».

11 Paver une figure (9)

Complète chaque case du tableau par une fraction en te basant sur les résultats obtenus aux fiches 3.7, 3.8 et 3.9.

12 Transformer un rectangle

Dans le kit *libre*, ouvre le dossier *Perimaire* et sélectionne le fichier *Transformer.*

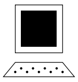
Combien de carrés contient le rectangle ?

Transforme ce rectangle pour qu'il contienne 15 carrés, puis compare ton résultat à celui des autres élèves.

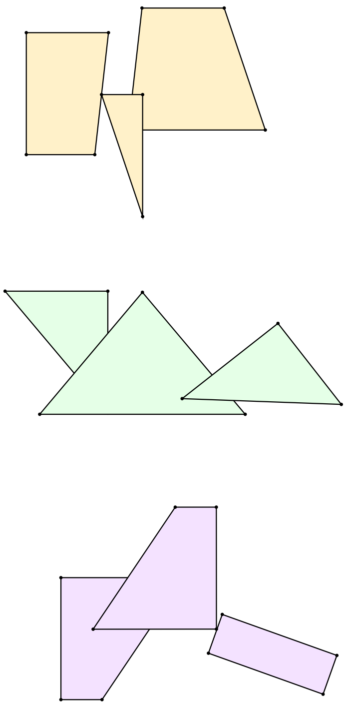
Dessine ces rectangles sur le papier pointé.

13 Puzzles

Dans le kit *libre*, ouvre le dossier *Perimaire* et sélectionne le fichier *Puzzle*.

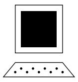


Avec chacun de ces trois puzzles, reconstitue un rectangle et un parallélogramme.



14 Rectangles et parallélogrammes

Dans le kit *libre*, ouvre le dossier *Perimaire* et sélectionne le fichier *Paradynamique*.



Fais varier la longueur de la ligne rouge et de la ligne bleue situées au bord du quadrillage. Observe à l'écran les variations correspondantes des rectangles et des parallélogrammes.
Explique ces variations.