

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

La logique comme outil d'analyse pour la résolution de problèmes

Vincent Degauquier

Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques

27 octobre 2017

Ce document est placé sous licence
Creative Commons BY-NC-SA



Vous êtes autorisé à le partager et l'adapter selon
les modalités de cette licence : attribution, pas d'utilisation
commerciale, partage dans les mêmes conditions ;
détaillées sur le site des Creative Commons.

Vincent Degauquier

Sommaire

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

- 1 Introduction
- 2 Les origines du langage de la logique
- 3 Le langage de la logique contemporaine
- 4 Une analyse logique des langues naturelles
- 5 Le Rallye Mathématique Transalpin
- 6 Conclusion

Introduction

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Deux traits semblent communs à tous les problèmes du RMT.

- Tout énoncé de problème est formulé, totalement ou partiellement, en langue naturelle.
- Toute résolution de problème nécessite d'effectuer, à des degrés divers, des raisonnements.

Introduction

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

En logique, la correction d'un raisonnement repose essentiellement sur la structure logique des expressions qui le composent.

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Tout homme est mortel.} \\ \text{Socrate est un homme.} \end{array}}{\text{Socrate est mortel.}}$$
$$\frac{\begin{array}{l} \text{Tout cheval est véloce.} \\ \text{Bucéphale est un cheval.} \end{array}}{\text{Bucéphale est véloce.}}$$

Introduction

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

En conséquence, la résolution d'un problème du RMT nécessite d'identifier la structure logique des expressions de la langue naturelle qui figurent dans l'énoncé.

Propos

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Notre exposé a pour objectif d'établir deux points.

- La plupart des phrases en langue naturelle, sinon toutes, sont ambiguës eu égard à leur structure logique.
- Cette ambiguïté peut avoir une incidence sur la résolution de problèmes mathématiques.

Méthode

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Pour ce faire, nous examinons la langue naturelle à la lumière du langage de la logique contemporaine. Aussi, nous proposons une analyse logique de phrases en langue naturelle, dont certaines sont issues d'un problème du RMT.

Les origines du langage de la logique

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Les motivations philosophiques qui sont à l'origine du langage de la logique contemporaine résultent d'un double constat.

- Certaines vérités ne peuvent être établies avec certitude qu'en s'assurant de la correction de nos raisonnements.
- Les langues naturelles sont incapables d'exprimer adéquatement les structures logiques sur lesquelles repose la correction des raisonnements.

Projet d'une langue symbolique universelle

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

L'idée suivant laquelle l'élaboration d'une langue symbolique universelle constitue une voie privilégiée vers la certitude fut semblable-
t-il formulée explicitement pour la première fois par Leibniz.

Leibniz (1646–1716)

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

L'unique moyen de redresser nos raisonnemens est de les rendre aussi sensibles que le sont ceux des Mathematiciens, en sorte qu'on puisse trouver son erreur à vue d'oeil, et quand il y a des disputes entre les gens, on puisse dire seulement : contons, sans autre ceremonie, pour voir lequel a raison.

Leibniz (1646–1716)

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Si les paroles estoient faits suivant un artifice que je voy possible, mais dont ceux qui ont fait des langues universelles ne se sont pas avisés on pourroit arriver à cet effect par les paroles mêmes, ce qui seroit d'une utilité incroyable pour la vie humaine ; Mais en attendant il y a un autre chemin moins beau, mais qui est deja ouvert, au lieu que l'autre deuvroit estre fait tout de nouveau. C'est en se servant de caracteres à l'exemple des mathematiens, qui sont propres de fixer nostre Esprit, et en y adjoutant une preuve des nombres.

Leibniz (1646–1716)

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Car par ce moyen ayant réduit un raisonnement de morale, de physique, de médecine ou de Metaphysique a ces termes ou caracteres, on pourra tellement a tout moment l'accompagner de l'épreuve de nombres, qu'il sera impossible de se tromper si on ne le veut bien. Ce qui est peut estre une des plus importantes decouvertes dont on se soit avisé de long temps.

Élaboration d'une écriture conceptuelle

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

S'inscrivant dans le projet initié par Leibniz, Frege élabore près de deux siècles plus tard une écriture conceptuelle spécifiquement adaptée à la conduite des raisonnements. C'est cette *Begriffsschrift* qui marque véritablement la naissance du langage de la logique contemporaine.

Frege (1848–1925)

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Pour que, ce faisant, quelque chose d'intuitif ne puisse pas s'introduire de façon inaperçue, tout devait dépendre de l'absence de lacunes dans la chaîne de déductions. Tandis que je visais à satisfaire cette exigence le plus rigoureusement, je trouvai un obstacle dans l'inadéquation de la langue ; malgré toutes les lourdeurs provenant de l'expression, plus les relations devinrent complexes, moins elle laissa atteindre l'exactitude que mon but exigeait. De ce besoin résulta l'idée de l'idéographie dont il est question ici.

Frege (1848–1925)

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Elle doit ainsi d'abord servir à examiner de la manière la plus sûre la force concluante d'une chaîne de déductions et à dénoncer chaque hypothèse qui veut s'insinuer de façon inaperçue, afin que finalement sa provenance puisse en être recherchée. C'est pourquoi j'ai renoncé à exprimer tout ce qui est sans signification pour la déduction.

Le langage de la logique contemporaine

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

**Le langage de
la logique
contemporaine**

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Le langage de la logique est inspiré de celui de l'arithmétique. À cet égard, deux observations préliminaires concernant les symboles du langage de l'arithmétique semblent cruciales.

Première observation

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

$$x + 0 = x$$

Tous les symboles ne représentent pas des concepts de même nature. En effet, ils peuvent aussi bien représenter des nombres que des fonctions ou des relations.

Seconde observation

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

$$x + 0 = x$$

Tous les symboles ne représentent pas un concept spécifique. En effet, alors que certains symboles représentent un concept complètement déterminé, d'autres sont susceptibles de représenter différents concepts.

Le langage de la logique

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Le langage de la logique des prédicats du premier ordre avec égalité est composé d'un alphabet et d'une syntaxe.

Alphabet

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

L'*alphabet* est un ensemble de symboles répartis en différentes catégories suivant l'interprétation qu'ils peuvent recevoir.

- Symboles logiques
- Symboles prédicatifs
- Symboles fonctionnels
- Symboles de variable

Symbole logique

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Le langage de la logique des prédicats du premier ordre avec égalité comprend habituellement les *symboles logiques* suivants.

Négation	\neg	« ne . . . pas »
Conjonction	\wedge	« et »
Disjonction	\vee	« ou »
Implication	\rightarrow	« si . . . alors »
Quantificateur universel	\forall	« tout »
Quantificateur existentiel	\exists	« quelque »
Égalité	$=$	« égal à »

Symbole prédicatif n -aire ($n \in \mathbb{N}$)

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Un *symbole prédicatif n -aire* représente :

- une propriété ou une relation, si $n > 0$.

$$p^n, q^n, r^n, s^n, \dots$$

- une proposition, si $n = 0$.

$$p, q, r, s, \dots$$

Symbole fonctionnel n -aire ($n \in \mathbb{N}$)

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Un *symbole fonctionnel n -aire* représente :

- une fonction, si $n > 0$.

f^n, g^n, h^n, \dots

- un objet, si $n = 0$.

a, b, c, d, \dots

Symbole de variable

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Un *symbole de variable* représente un objet indéterminé.

x, y, z, \dots

Syntaxe

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Une *expression* du langage est une suite finie de symboles de l'alphabet. Certaines expressions du langage sont appelées des termes et d'autres des formules. Ces expressions sont formées au moyen de règles syntaxiques exhaustives. De cette façon, les termes et les formules du langage sont uniquement les expressions construites conformément à ces règles.

Une analyse logique des langues naturelles

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Une *analyse logique* d'une phrase consiste à en identifier les constituants logiques ainsi que les relations qu'ils entretiennent. Autrement dit, analyser logiquement une phrase revient à lui associer une formule du langage de la logique sur base d'un vocabulaire fixé préalablement.

Ambiguïté des langues naturelles

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

**Une analyse
logique des
langues
naturelles**

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Une phrase est *ambiguë* si elle admet plus d'une analyse logique.
Nous distinguons deux formes d'ambiguïté, l'une qui est verticale
et l'autre qui est horizontale.

Ambiguïté verticale et constituant logique

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Une phrase est *ambiguë verticalement* si elle admet des analyses logiques qui diffèrent par leurs constituants logiques.

Exemple

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

**Une analyse
logique des
langues
naturelles**

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Cinq est différent de la racine carrée de dix.

Exemple

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Cinq est différent de la racine carrée de dix.

p

p Cinq est différent de la racine carrée de dix.

Exemple

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Cinq est différent de la racine carrée de dix.

$p^1 a$

a	cinq
p^1	différent de la racine carrée de dix

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Exemple

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Cinq est différent de la racine carrée de dix.

$r^2 ab$

a	cinq
b	la racine carrée de dix
r^2	différent de ...

Exemple

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Cinq est différent de la racine carrée de dix.

$$\neg a = b$$

<i>a</i>	cinq
<i>b</i>	la racine carrée de dix

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Exemple

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Cinq est différent de la racine carrée de dix.

$$\neg a = f^1 c$$

a	cinq
c	dix
f^1	la racine carré de ...

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Exemple

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Cinq est différent de la racine carrée de dix.

$$\neg a = g^2 dc$$

a	cinq
c	dix
d	deux
g^2	la racine ... de ...

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Ambiguïté verticale

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

L'identification des constituants logiques d'une phrase dépend du contexte de son énonciation. Aussi, il semble illusoire de pouvoir identifier de façon univoque les constituants logiques d'une phrase, si élémentaire soit-elle. À ce titre, toute phrase peut être considérée comme ambiguë verticalement.

Ambiguïté horizontale et relation logique

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Une phrase est *ambiguë horizontalement* si elle admet des analyses logiques qui partagent les mêmes constituants mais diffèrent par les relations qu'ils entretiennent.

Exemple

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

**Une analyse
logique des
langues
naturelles**

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Les multiples de neuf et de douze sont des multiples de trois.

Exemple

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Les multiples de neuf et de douze sont des multiples de trois.

$$\forall x ((p_9^1 x \rightarrow p_3^1 x) \wedge (p_{12}^1 x \rightarrow p_3^1 x))$$

$$\forall x ((p_9^1 x \vee p_{12}^1 x) \rightarrow p_3^1 x)$$

$$\forall x ((p_9^1 x \wedge p_{12}^1 x) \rightarrow p_3^1 x)$$

p_3^1	naturel multiple de trois
p_9^1	naturel multiple de neuf
p_{12}^1	naturel multiple de douze

Exemple

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

**Une analyse
logique des
langues
naturelles**

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Les multiples de trois et de quatre sont des multiples de douze.

Exemple

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Les multiples de trois et de quatre sont des multiples de douze.

$$\forall x ((p_3^1 x \wedge p_4^1 x) \rightarrow p_{12}^1 x)$$

$$\forall x ((p_3^1 x \rightarrow p_{12}^1 x) \vee (p_4^1 x \rightarrow p_{12}^1 x))$$

$$\forall x ((p_3^1 x \rightarrow p_{12}^1 x) \wedge (p_4^1 x \rightarrow p_{12}^1 x))$$

p_3^1

naturel multiple de trois

p_4^1

naturel multiple de quatre

p_{12}^1

naturel multiple de douze

Ambiguïté horizontale

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Quelle que soit l'analyse logique qui est proposée d'une phrase, il en existe une autre dont les constituants logiques sont identiques et qui lui est logiquement équivalente. À ce titre, toute phrase peut être considérée comme ambiguë horizontalement.

Analyse logique et ambiguïté

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

L'analyse logique permet donc de mettre en exergue que la plupart des phrases en langue naturelle, sinon toutes, sont ambiguës tant verticalement qu'horizontalement.

Le Rallye Mathématique Transalpin

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

L'ambiguïté logique de la langue naturelle maintenant constatée, il s'agit de montrer que cette ambiguïté peut avoir une incidence sur la résolution de problèmes mathématiques. Pour ce faire, la présente section est consacrée à l'analyse d'un problème issu du Rallye Mathématique Transalpin.

Chasse au trésor (19.II.14)

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

L'autre jour, en fouillant dans le grenier, Marc a découvert une vieille malle qui contenait un parchemin et un coffre. En lisant le parchemin, il a compris que le coffre contenait un trésor protégé par une serrure avec une combinaison à 3 chiffres (de 1 à 9). En outre, le parchemin donnait ces informations :

- a) *Dans $\langle 3, 4, 5 \rangle$ un seul des chiffres est correct, mais n'est pas bien placé.*
- b) *Dans $\langle 2, 3, 6 \rangle$ aucun de ces chiffres n'est correct.*
- c) *Dans $\langle 6, 7, 8 \rangle$ un seul chiffre est correct et bien placé.*
- d) *Dans $\langle 4, 7, 2 \rangle$ un seul chiffre est correct et bien placé.*
- e) *Dans $\langle 8, 5, 9 \rangle$ deux chiffres sont corrects, mais un seul est bien placé.*
- f) *Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ un seul chiffre est correct et bien placé.*

Pouvez-vous aider Marc à trouver la bonne combinaison pour ouvrir le coffre ? Expliquez comment vous avez résolu ce problème.

Analyse logique et ambiguïté

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ un seul chiffre est correct et bien placé.

Analyse logique forte

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ un seul chiffre est correct et bien placé.

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ un seul chiffre est correct et il est bien placé.

$$(\exists!x (r^1x \wedge q^1x) \wedge \forall y ((r^1y \wedge q^1y) \rightarrow p^1y))$$

c_i	le chiffre « i » ($1 \leq i \leq 9$)
p^1	chiffre bien placé dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$
q^1	chiffre correct
r^1	chiffre figurant dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$

Analyse logique faible

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ un seul chiffre est correct et bien placé.

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ un seul chiffre est à la fois correct et bien placé.

$$\exists! x ((r^1 x \wedge q^1 x) \wedge p^1 x)$$

c_i	le chiffre « i » ($1 \leq i \leq 9$)
p^1	chiffre bien placé dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$
q^1	chiffre correct
r^1	chiffre figurant dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$

Analyses logiques forte et faible

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Nous constatons que les deux analyses précédemment exposées ne sont pas logiquement équivalentes. Dans le cadre de la logique formelle, il est en effet possible de montrer que l'analyse forte entraîne l'analyse faible alors que l'analyse faible n'entraîne pas l'analyse forte.

Analyse logique et raisonnement

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ le chiffre « 5 » est correct.

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ un seul chiffre est correct et bien placé.

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ le chiffre « 5 » est bien placé et tous les autres sont incorrects.

Analyse logique forte et raisonnement

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ le chiffre « 5 » est correct.

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ un seul chiffre est correct et bien placé.

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ le chiffre « 5 » est bien placé et tous les autres sont incorrects.

c_i	le chiffre « i » ($1 \leq i \leq 9$)
p^1	chiffre bien placé dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$
q^1	chiffre correct
r^1	chiffre figurant dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$

Analyse logique forte et raisonnement

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

$$(r^1 c_5 \wedge q^1 c_5)$$

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ un seul chiffre est correct et bien placé.

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ le chiffre « 5 » est bien placé et tous les autres sont incorrects.

c_i	le chiffre « i » ($1 \leq i \leq 9$)
p^1	chiffre bien placé dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$
q^1	chiffre correct
r^1	chiffre figurant dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$

Analyse logique forte et raisonnement

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

$$(r^1 c_5 \wedge q^1 c_5)$$

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ un seul chiffre est correct et bien placé.

$$(p^1 c_5 \wedge \forall x ((r^1 x \wedge \neg x = c_5) \rightarrow \neg q^1 x))$$

c_i le chiffre « i » ($1 \leq i \leq 9$)
 p^1 chiffre bien placé dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$
 q^1 chiffre correct
 r^1 chiffre figurant dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$

Analyse logique forte et raisonnement

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

$$\frac{(r^1 c_5 \wedge q^1 c_5) \quad (\exists! x (r^1 x \wedge q^1 x) \wedge \forall y ((r^1 y \wedge q^1 y) \rightarrow p^1 y))}{(p^1 c_5 \wedge \forall x ((r^1 x \wedge \neg x = c_5) \rightarrow \neg q^1 x))}$$

c_i le chiffre « i » ($1 \leq i \leq 9$)
 p^1 chiffre bien placé dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$
 q^1 chiffre correct
 r^1 chiffre figurant dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$

Analyse logique forte et raisonnement

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

$$\frac{(r^1 c_5 \wedge q^1 c_5) \quad (\exists! x (r^1 x \wedge q^1 x) \wedge \forall y ((r^1 y \wedge q^1 y) \rightarrow p^1 y))}{(p^1 c_5 \wedge \forall x ((r^1 x \wedge \neg x = c_5) \rightarrow \neg q^1 x))}$$

Le raisonnement ci-dessus est logiquement correct.

Analyse logique faible et raisonnement

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ le chiffre « 5 » est correct.

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ un seul chiffre est correct et bien placé.

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ le chiffre « 5 » est bien placé et tous les autres sont incorrects.

c_i	le chiffre « i » ($1 \leq i \leq 9$)
p^1	chiffre bien placé dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$
q^1	chiffre correct
r^1	chiffre figurant dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$

Analyse logique faible et raisonnement

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

$$(r^1 c_5 \wedge q^1 c_5)$$

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ un seul chiffre est correct et bien placé.

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ le chiffre « 5 » est bien placé et tous les autres sont incorrects.

c_i	le chiffre « i » ($1 \leq i \leq 9$)
p^1	chiffre bien placé dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$
q^1	chiffre correct
r^1	chiffre figurant dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$

Analyse logique faible et raisonnement

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

$$(r^1 c_5 \wedge q^1 c_5)$$

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ un seul chiffre est correct et bien placé.

$$(p^1 c_5 \wedge \forall x ((r^1 x \wedge \neg x = c_5) \rightarrow \neg q^1 x))$$

c_i	le chiffre « i » ($1 \leq i \leq 9$)
p^1	chiffre bien placé dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$
q^1	chiffre correct
r^1	chiffre figurant dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$

Analyse logique faible et raisonnement

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

$$\frac{(r^1 c_5 \wedge q^1 c_5) \quad \exists! x ((r^1 x \wedge q^1 x) \wedge p^1 x)}{(p^1 c_5 \wedge \forall x ((r^1 x \wedge \neg x = c_5) \rightarrow \neg q^1 x))}$$

c_i le chiffre « i » ($1 \leq i \leq 9$)
 p^1 chiffre bien placé dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$
 q^1 chiffre correct
 r^1 chiffre figurant dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$

Analyse logique faible et raisonnement

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

$$\frac{(r^1 c_5 \wedge q^1 c_5) \quad \exists! x ((r^1 x \wedge q^1 x) \wedge p^1 x)}{(p^1 c_5 \wedge \forall x ((r^1 x \wedge \neg x = c_5) \rightarrow \neg q^1 x))}$$

Le raisonnement ci-dessus n'est pas logiquement correct.

Analyse logique et raisonnement

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ le chiffre « 5 » est correct.

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ un seul chiffre est correct et bien placé.

Dans $\langle 5, 8, 2 \rangle$ le chiffre « 5 » est bien placé et tous les autres sont incorrects.

Analyse logique et raisonnement

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Bien que l'ambiguïté logique précédemment exposée ne donne pas lieu à des réponses différentes, elle touche à la signification même du problème et sa résolution appelle des cheminements déductifs différents.

Conclusion

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Le langage logique permet de mettre en évidence deux points.

- La plupart des phrases en langue naturelle, sinon toutes, sont ambiguës eu égard à leur structure logique.
- Cette ambiguïté peut avoir une incidence sur la résolution de problèmes mathématiques.

Conclusion

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion

Relativement à la résolution de problèmes, l'ambiguïté logique des langues naturelles nous semble constituer un défi didactique plutôt qu'une déficience à laquelle il conviendrait de remédier.

Dans une telle perspective, il apparaît alors que :

- l'identification de structures logiques adéquates à la résolution d'un problème est un objet d'apprentissage.
- toute résolution de problème comporte une marge interprétative irréductible soumise à la discussion.

La logique
comme outil
d'analyse
pour la
résolution de
problèmes

Vincent
Degauquier

Introduction

Les origines du
langage de la
logique

Le langage de
la logique
contemporaine

Une analyse
logique des
langues
naturelles

Le Rallye
Mathématique
Transalpin

Conclusion