

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

# La logica come strumento di analisi per la risoluzione di problemi

Vincent Degauquier

Centro di Ricerca sull'Insegnamento della Matematica

27 ottobre 2017

Questo documento è concesso in licenza  
Creative Commons BY-NC-SA



È consentito condividerlo e adattarlo secondo  
i termini di questa licenza: attribuzione, non  
commerciale, stessa licenza;  
dettagliate sul sito web Creative Commons.

Vincent Degauquier

# Sommario

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

- 1 Introduzione
- 2 Le origini del linguaggio della logica
- 3 Il linguaggio della logica contemporanea
- 4 Un'analisi logica delle lingue naturali
- 5 Il Rally Matematico Transalpino
- 6 Conclusione

# Introduzione

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

Due aspetti sembrano comuni a tutti i problemi del RMT.

- L'enunciato del problema è formulato, del tutto o in parte, in lingua naturale.
- La risoluzione del problema richiede di fare ragionamenti a livelli diversi.

# Introduzione

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

## Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

In logica, la correttezza di un ragionamento si basa essenzialmente sulla struttura logica delle espressioni che lo compongono.

Tutti gli uomini sono mortali.

Socrate è un uomo.

---

Socrate è mortale.

Tutti i cavalli sono veloci.

Bucéphale è un cavallo

---

Bucéphale è veloce.

# Introduzione

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

Per questo motivo, la risoluzione di un problema del RMT richiede di identificare la struttura logica delle espressioni della lingua naturale che compaiono nell'enunciato.

# Obiettivo

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

La nostra relazione si pone come obiettivo di stabilire due punti.

- La maggior parte delle frasi in lingua naturale, se non tutte, sono ambigue rispetto alla loro struttura logica.
- Questa ambiguità può influenzare la risoluzione dei problemi matematici.

# Metodo

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

A tal fine, esaminiamo la lingua naturale alla luce del linguaggio della logica contemporanea. Proponiamo inoltre un'analisi logica di frasi in lingua naturale alcune delle quali sono tratte da un problema del RMT.



# Le origini del linguaggio della logica

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

Le motivazioni filosofiche che sono all'origine del linguaggio della logica contemporanea derivano da una duplice osservazione.

- Certe verità non possono essere stabilite con certezza se non assicurandosi della correttezza dei nostri ragionamenti.
- Le lingue naturali sono incapaci di esprimere adeguatamente le strutture logiche sulle quali si basa la correttezza dei ragionamenti.

# Progetto di una lingua simbolica universale

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

L'idea secondo cui l'elaborazione di una lingua simbolica universale costituisce una via privilegiata verso la certezza fu, sembra, enunciata esplicitamente per la prima volta da Leibniz.

# Leibniz (1646–1716)

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

*L'unico modo per rettificare i nostri ragionamenti è quello di renderli precisi come quelli dei matematici, in modo che si possano trovare gli errori a colpo d'occhio e quando ci siano controversie tra le persone, si possa dire soltanto: contiamo, senza altre cerimonie, per vedere chi ha ragione.*

# Leibniz (1646–1716)

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

*Se le parole furono create seguendo un artificio che io vedo possibile, ma di cui coloro che hanno creato linguaggi universali non si sono resi conto, si potrebbe arrivare a questo effetto attraverso le parole stesse, e ciò sarebbe di un'utilità incredibile per la vita umana. Ma nel frattempo c'è un altro cammino meno bello, ma che è già aperto, mentre l'altro dovrebbe essere rifatto. E ciò nell'utilizzare dei caratteri come fanno i matematici, che sono in grado di fissare la nostra Mente, e aggiungendo una prova con i numeri.*

# Leibniz (1646–1716)

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

*Perché avendo ridotto in tal modo un ragionamento della morale, della fisica, della medicina o della Metafisica a questi termini o caratteri, potremmo certamente accompagnarlo con la prova dei numeri, in modo che sarà impossibile sbagliarsi se non lo vogliamo. Cosa che può essere una delle scoperte più importanti di cui si sia avuto notizia da lungo tempo.*

# Elaborazione di una scrittura concettuale

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

Inserendosi nel progetto iniziato da Leibniz, Frege elabora, circa due secoli più tardi, una scrittura concettuale specificamente adeguata allo sviluppo dei ragionamenti. È questo *Begriffsschrift* (Ideografia) che segna veramente la nascita del linguaggio della logica contemporanea.

# Frege (1848–1925)

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

*Per evitare che in questo tentativo si introducesse inavvertitamente alcunché di intuitivo, tutto doveva svolgersi senza la minima lacuna entro la catena deduttiva. Cercando di soddisfare nel modo più rigoroso a questa esigenza, incontrai un ostacolo nell'inadeguatezza della lingua: infatti, malgrado la crescente pesantezza d'espressione, la lingua tanto meno mi permetteva di raggiungere quella precisione che il mio intento esigeva, quanto più complesse divenivano le relazioni. Da questa necessità nacque l'idea dell'ideografia che qui presento.*

# Frege (1848–1925)

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

*Essa deve dunque servire anzitutto a esaminare nel modo più sicuro la connessione di una catena deduttiva e a mettere in evidenza ogni ipotesi che voglia inavvertitamente insinuarvisi, affinché, successivamente, si possa indagare sulla sua origine. Perciò si è rinunciato ad esprimere tutto ciò che è senza importanza per la consequenzialità delle deduzioni. (Trad. di L. Geymonat e C. Mangione)*



# Il linguaggio della logica contemporanea

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

Il linguaggio della logica prende le mosse da quello dell'aritmetica. A questo proposito sembrano fondamentali due osservazioni preliminari sui simboli del linguaggio dell'aritmetica.

# Prima osservazione

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

$$x + 0 = x$$

Tutti i simboli non rappresentano concetti della stessa natura. Difatti possono rappresentare tanto numeri quanto funzioni o relazioni.

# Seconda osservazione

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

$$x + 0 = x$$

Tutti i simboli non rappresentano un concetto specifico. Infatti, mentre certi simboli rappresentano un concetto completamente determinato, altri possono rappresentare concetti differenti.

# Il linguaggio della logica

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

*Il linguaggio della logica dei predicati del primo ordine con l'uguaglianza* si compone di un alfabeto e di una sintassi.

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

L'*alfabeto* è un insieme di simboli suddivisi in diverse categorie in base all'interpretazione che possono assumere.

- Simboli logici
- Simboli predicativi
- Simboli funzionali
- Simboli di variabile

# Simboli logici

Il linguaggio della logica dei predicati del primo ordine con l'uguaglianza comprende abitualmente i seguenti *simboli logici*.

Negazione	$\neg$	« non »
Congiunzione	$\wedge$	« e »
Disgiunzione	$\vee$	« o »
Implicazione	$\rightarrow$	« se . . . allora »
Quantificatore universale	$\forall$	« per ogni »
Quantificatore esistenziale	$\exists$	« esiste almeno un »
Uguaglianza	$=$	« uguale a »

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

# Simbolo predicativo $n$ -ario ( $n \in \mathbb{N}$ )

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

Un *simbolo predicativo  $n$ -ario* rappresenta:

- una proprietà o una relazione, se  $n > 0$ .

$$p^n, q^n, r^n, s^n, \dots$$

- una proposizione, se  $n = 0$ .

$$p, q, r, s, \dots$$

# Simbolo funzionale $n$ -ario ( $n \in \mathbb{N}$ )

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

Un *simbolo funzionale  $n$ -ario* rappresenta:

- una funzione, se  $n > 0$ .

$$f^n, g^n, h^n, \dots$$

- un oggetto, se  $n = 0$ .

$$a, b, c, d, \dots$$



# Simbolo di variabile

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

Un *simbolo di variabile* rappresenta un oggetto indeterminato.

$x, y, z, \dots$

# Sintassi

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

Un'*espressione* del linguaggio è una sequenza finita di simboli dell'alfabeto. Alcune espressioni del linguaggio sono chiamate termini e altre formule. Queste espressioni sono formate mediante regole sintattiche esaustive. Dunque, i termini e le formule del linguaggio sono soltanto le espressioni costruite seguendo queste regole.

# Un'analisi logica delle lingue naturali

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

Un'*analisi logica* di una frase consiste nell'individuare sia i suoi componenti logici che le relazioni che intercorrono fra loro. In altre parole, analizzare logicamente una frase significa associarle una formula del linguaggio della logica sulla base di un vocabolario precedentemente fissato.

# Ambiguità delle lingue naturali

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

Una frase è *ambigua* se ammette più di un'analisi logica. Distinguiamo due forme di ambiguità, verticale e orizzontale.

# Ambiguità verticale e componenti logici

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

Una frase è *ambigua verticalmente* se ammette analisi logiche che differiscono per i loro componenti logici.

# Esempio

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

*Cinque è diverso dalla radice quadrata di dieci.*

# Esempio

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

*Cinque è diverso dalla radice quadrata di dieci.*

$p$

$p$  Cinque è diverso dalla radice quadrata di dieci.

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

# Esempio

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

*Cinque è diverso dalla radice quadrata di dieci.*

$p^1 a$

$a$	cinque
$p^1$	diverso dalla radice quadrata di dieci

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione



# Esempio

*Cinque è diverso dalla radice quadrata di dieci.*

$$r^2 ab$$

$a$	cinque
$b$	la radice quadrata di dieci
$r^2$	diverso da ...

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

# Esempio

*Cinque è diverso dalla radice quadrata di dieci.*

$$\neg a = b$$

*a*      cinque

*b*      la radice quadrata di dieci

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

# Esempio

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

*Cinque è diverso dalla radice quadrata di dieci.*

$$\neg a = f^1 c$$

$a$	cinque
$c$	dieci
$f^1$	la radice quadrata di ...

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

# Esempio

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

*Cinque è diverso dalla radice quadrata di dieci.*

$$\neg a = g^2 dc$$

$a$	cinque
$c$	dieci
$d$	due
$g^2$	la radice ... di ...

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

# Ambiguità verticale

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

L'identificazione dei componenti logici di una frase dipende dal contesto del suo enunciato. Inoltre, sembra illusorio poter identificare in modo univoco i componenti logici di una frase, non importa quanto elementare essa sia. Quindi, qualsiasi frase può essere considerata ambigua verticalmente.

# Ambiguità orizzontale e relazioni logiche

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

Una frase è *ambigua orizzontalmente* se ammette analisi logiche che condividono gli stessi componenti ma differiscono nelle relazioni che fra essi intercorrono.

# Esempio

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

*I multipli di nove e di dodici sono multipli di tre.*

# Esempio

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

*I multipli di nove e di dodici sono multipli di tre.*

$$\forall x ((p_9^1 x \rightarrow p_3^1 x) \wedge (p_{12}^1 x \rightarrow p_3^1 x))$$

$$\forall x ((p_9^1 x \vee p_{12}^1 x) \rightarrow p_3^1 x)$$

$$\forall x ((p_9^1 x \wedge p_{12}^1 x) \rightarrow p_3^1 x)$$

$p_3^1$

naturale multiplo di tre

$p_9^1$

naturale multiplo di nove

$p_{12}^1$

naturale multiplo di dodici



# Esempio

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

*I multipli di tre e di quattro sono multipli di dodici.*

# Esempio

*I multipli di tre e di quattro sono multipli di dodici.*

$$\forall x ((p_3^1 x \wedge p_4^1 x) \rightarrow p_{12}^1 x)$$

$$\forall x ((p_3^1 x \rightarrow p_{12}^1 x) \vee (p_4^1 x \rightarrow p_{12}^1 x))$$

$$\forall x ((p_3^1 x \rightarrow p_{12}^1 x) \wedge (p_4^1 x \rightarrow p_{12}^1 x))$$

$p_3^1$

naturale multiplo di tre

$p_4^1$

naturale multiplo di quattro

$p_{12}^1$

naturale multiplo di dodici

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

# Ambiguità orizzontale

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

Qualunque sia l'analisi logica proposta di una frase, ce n'è un'altra i cui componenti logici sono identici e che è logicamente equivalente alla stessa. Per questo motivo, qualsiasi frase può essere considerata ambigua orizzontalmente.

# Analisi logica e ambiguità

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

L'analisi logica consente quindi di mettere in evidenza che la maggior parte, se non tutte, le frasi in lingua naturale sono ambigue sia verticalmente che orizzontalmente.

# Il Rally Matematico Transalpino

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

Stabilita l'ambiguità logica della lingua naturale, si tratta di mostrare che questa ambiguità può incidere sulla risoluzione dei problemi matematici. A tal fine, la presente sezione è dedicata all'analisi di un problema del Rally Matematico Transalpino.

# Caccia al tesoro (19.II.14)

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

*L'altro giorno, rovistando in soffitta, Marco ha scoperto un vecchio baule che contiene una pergamena e uno scrigno. Leggendo la pergamena, ha capito che lo scrigno conserva un tesoro protetto da un lucchetto a combinazione numerica di 3 cifre (da 1 a 9). Inoltre la pergamena riporta queste informazioni:*

- a) *In  $\langle 3, 4, 5 \rangle$  una sola cifra è corretta, ma non è al posto giusto.*
- b) *In  $\langle 2, 3, 6 \rangle$  nessuna cifra è corretta.*
- c) *In  $\langle 6, 7, 8 \rangle$  una sola cifra è corretta ed è al posto giusto.*
- d) *In  $\langle 4, 7, 2 \rangle$  una sola cifra è corretta ed è al posto giusto.*
- e) *In  $\langle 8, 5, 9 \rangle$  due cifre sono corrette, ma solo una è al posto giusto.*
- f) *In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  una sola cifra è corretta ed è al posto giusto.*

*Aiutate Marco a trovare la giusta combinazione per aprire lo scrigno.  
Spiegate la strategia che avete utilizzato.*

# Analisi logica e ambiguità

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

*In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  una sola cifra è corretta ed è al posto giusto.*

# Analisi logica forte

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

*In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  una sola cifra è corretta ed è al posto giusto.*

In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  una sola cifra è corretta ed essa è al posto giusto.

$$(\exists!x (r^1x \wedge q^1x) \wedge \forall y ((r^1y \wedge q^1y) \rightarrow p^1y))$$

$c_i$  la cifra «  $i$  » ( $1 \leq i \leq 9$ )  
 $p^1$  cifra al posto giusto in  $\langle 5, 8, 2 \rangle$   
 $q^1$  cifra corretta  
 $r^1$  cifra che compare in  $\langle 5, 8, 2 \rangle$



# Analisi logica debole

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

*In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  una sola cifra è corretta ed è al posto giusto.*

In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  una sola cifra è sia corretta che al posto giusto.

$$\exists!x ((r^1x \wedge q^1x) \wedge p^1x)$$

$c_i$	la cifra « $i$ » ( $1 \leq i \leq 9$ )
$p^1$	cifra al posto giusto in $\langle 5, 8, 2 \rangle$
$q^1$	cifra corretta
$r^1$	cifra che compare in $\langle 5, 8, 2 \rangle$

# Analisi logiche forti e deboli

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

Constatiamo che le due analisi precedentemente presentate non sono logicamente equivalenti. Nell'ambito della logica formale, è infatti possibile dimostrare che l'analisi forte implica l'analisi debole, mentre l'analisi debole non implica l'analisi forte.

# Analisi logica e ragionamento

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  la cifra « 5 » è corretta.

In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  una sola cifra è corretta ed è al posto giusto.

---

In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  la cifra « 5 » è al posto giusto e tutte le altre sono sbagliate.

# Analisi logica forte e ragionamento

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  la cifra « 5 » è corretta.

In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  una sola cifra è corretta ed è al posto giusto.

---

In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  la cifra « 5 » è al posto giusto e tutte le altre sono sbagliate.

$c_i$	la cifra « $i$ » ( $1 \leq i \leq 9$ )
$p^1$	cifra al posto giusto in $\langle 5, 8, 2 \rangle$
$q^1$	cifra corretta
$r^1$	cifra che compare in $\langle 5, 8, 2 \rangle$

# Analisi logica forte e ragionamento

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

$$(r^1 c_5 \wedge q^1 c_5)$$

In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  una sola cifra è corretta ed è al posto giusto.

---

In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  la cifra « 5 » è al posto giusto e tutte le altre sono sbagliate.

$c_i$	la cifra « $i$ » ( $1 \leq i \leq 9$ )
$p^1$	cifra al posto giusto in $\langle 5, 8, 2 \rangle$
$q^1$	cifra corretta
$r^1$	cifra che compare in $\langle 5, 8, 2 \rangle$

# Analisi logica forte e ragionamento

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

$$(r^1 c_5 \wedge q^1 c_5)$$

In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  una sola cifra è corretta ed è al posto giusto.

---

$$(p^1 c_5 \wedge \forall x ((r^1 x \wedge \neg x = c_5) \rightarrow \neg q^1 x))$$

$c_i$  la cifra «  $i$  » ( $1 \leq i \leq 9$ )  
 $p^1$  cifra al posto giusto in  $\langle 5, 8, 2 \rangle$   
 $q^1$  cifra corretta  
 $r^1$  cifra che compare in  $\langle 5, 8, 2 \rangle$

# Analisi logica forte e ragionamento

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

$$\frac{(r^1 c_5 \wedge q^1 c_5) \quad (\exists! x (r^1 x \wedge q^1 x) \wedge \forall y ((r^1 y \wedge q^1 y) \rightarrow p^1 y))}{(p^1 c_5 \wedge \forall x ((r^1 x \wedge \neg x = c_5) \rightarrow \neg q^1 x))}$$

$c_i$  la cifra «  $i$  » ( $1 \leq i \leq 9$ )  
 $p^1$  cifra al posto giusto in  $\langle 5, 8, 2 \rangle$   
 $q^1$  cifra corretta  
 $r^1$  cifra che compare in  $\langle 5, 8, 2 \rangle$

# Analisi logica forte e ragionamento

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

$$\frac{(r^1 c_5 \wedge q^1 c_5) \quad (\exists! x (r^1 x \wedge q^1 x) \wedge \forall y ((r^1 y \wedge q^1 y) \rightarrow p^1 y))}{(p^1 c_5 \wedge \forall x ((r^1 x \wedge \neg x = c_5) \rightarrow \neg q^1 x))}$$

La deduzione precedente è logicamente corretta.



# Analisi logica debole e ragionamento

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  la cifra « 5 » è corretta.

In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  una sola cifra è corretta ed è al posto giusto.

---

In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  la cifra « 5 » è al posto giusto e tutte le altre sono sbagliate.

$c_i$	la cifra « $i$ » ( $1 \leq i \leq 9$ )
$p^1$	cifra al posto giusto in $\langle 5, 8, 2 \rangle$
$q^1$	cifra corretta
$r^1$	cifra che compare in $\langle 5, 8, 2 \rangle$

# Analisi logica debole e ragionamento

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

$$(r^1 c_5 \wedge q^1 c_5)$$

In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  una sola cifra è corretta ed è al posto giusto.

---

In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  la cifra « 5 » è al posto giusto e tutte le altre sono sbagliate.

$c_i$	la cifra « $i$ » ( $1 \leq i \leq 9$ )
$p^1$	cifra al posto giusto in $\langle 5, 8, 2 \rangle$
$q^1$	cifra corretta
$r^1$	cifra che compare in $\langle 5, 8, 2 \rangle$

# Analisi logica debole e ragionamento

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

$$(r^1 c_5 \wedge q^1 c_5)$$

In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  una sola cifra è corretta ed è al posto giusto.

---

$$(p^1 c_5 \wedge \forall x ((r^1 x \wedge \neg x = c_5) \rightarrow \neg q^1 x))$$

$c_i$	la cifra « $i$ » ( $1 \leq i \leq 9$ )
$p^1$	cifra al posto giusto in $\langle 5, 8, 2 \rangle$
$q^1$	cifra corretta
$r^1$	cifra che compare in $\langle 5, 8, 2 \rangle$

# Analisi logica debole e ragionamento

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

$$\frac{(r^1 c_5 \wedge q^1 c_5) \quad \exists! x ((r^1 x \wedge q^1 x) \wedge p^1 x)}{(p^1 c_5 \wedge \forall x ((r^1 x \wedge \neg x = c_5) \rightarrow \neg q^1 x))}$$

$c_i$  la cifra «  $i$  » ( $1 \leq i \leq 9$ )  
 $p^1$  cifra al posto giusto in  $\langle 5, 8, 2 \rangle$   
 $q^1$  cifra corretta  
 $r^1$  cifra che compare in  $\langle 5, 8, 2 \rangle$

# Analisi logica debole e ragionamento

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

$$\frac{(r^1 c_5 \wedge q^1 c_5) \quad \exists! x ((r^1 x \wedge q^1 x) \wedge p^1 x)}{(p^1 c_5 \wedge \forall x ((r^1 x \wedge \neg x = c_5) \rightarrow \neg q^1 x))}$$

La deduzione precedente non è logicamente corretta.

# Analisi logica e ragionamento

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  la cifra « 5 » è corretta.

In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  una sola cifra è corretta ed è al posto giusto.

---

In  $\langle 5, 8, 2 \rangle$  la cifra « 5 » è al posto giusto e tutte le altre sono sbagliate.

# Analisi logica e ragionamento

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

Anche se l'ambiguità logica precedentemente presentata non conduce a risposte differenti, essa riguarda il senso stesso del problema e la sua risoluzione richiama percorsi deduttivi diversi.

# Conclusione

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

Il linguaggio logico consente di mettere in evidenza due punti.

- La maggior parte delle frasi in lingua naturale, se non tutte, sono ambigue rispetto alla loro struttura logica.
- Questa ambiguità può incidere sulla risoluzione dei problemi matematici.



# Conclusione

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione

Per quanto riguarda la risoluzione dei problemi, l'ambiguità logica delle lingue naturali ci sembra costituire una scommessa didattica piuttosto che una carenza a cui si dovrebbe porre rimedio.

In una tale prospettiva, emerge allora che:

- l'identificazione di strutture logiche adeguate alla risoluzione di un problema è un obiettivo dell'apprendimento.
- qualsiasi risoluzione di un problema implica un margine irriducibile di interpretazione soggetto a discussione.

La logica  
come  
strumento di  
analisi  
per la  
risoluzione di  
problemi

Vincent  
Degauquier

Introduzione

Le origini del  
linguaggio  
della logica

Il linguaggio  
della logica  
contemporanea

Un'analisi  
logica delle  
lingue naturali

Il Rally  
Matematico  
Transalpino

Conclusione