# Les stratégies didactiques d'ostension

**Christophe Dubussy**

CREM 21/03/2025

UNIVERSITÉ DE NAMUR

# Plan de l'exposé

1) L'ostension selon Berthelot et Salin

- La géométrie en primaire.
- Les pratiques ostensives assumées.
- Les pratiques ostensives déguisées.

# Plan de l'exposé

1) L'ostension selon Berthelot et Salin
    - La géométrie en primaire.
    - Les pratiques ostensives assumées.
    - Les pratiques ostensives déguisées.
2) Exemples étudiés au LADIMATH
    - Les exponentielles et les logarithmes.
    - Les nombres complexes.
    - Les limites.
    - Les dérivées.
    - Les statistiques.

# Plan de l'exposé

1) L'ostension selon Berthelot et Salin
   - La géométrie en primaire.
   - Les pratiques ostensives assumées.
   - Les pratiques ostensives déguisées.
2) Exemples étudiés au LADIMATH
   - Les exponentielles et les logarithmes.
   - Les nombres complexes.
   - Les limites.
   - Les dérivées.
   - Les statistiques.
3) Pour aller plus loin
   - La calculatrice : ostension ou non ?
   - Pratiques ostensives maîtrisées ?

# La géométrie en primaire

Dans un de leur article originel, Berthelot et Salin (1992) s'attachent à décrire des dysfonctionnements dans l'enseignement de la géométrie en primaire. Ils s'inquiètent notamment du peu de place accordée aux connaissances "spatiales" de base. Ils rejoignent en ce sens un diagnostic établi par Pêcheux (1990) :

*"Au delà de ces acquisitions, cruciales pour notre culture que sont la lecture et l'écriture, **il nous semble que les performances spatiales sont davantage considérées comme relevant d'aptitudes individuelles**, qui peuvent éventuellement être utiles pour certains métiers, mais dont on peut aisément se passer. Ni l'enseignement élémentaire, ni le collège n'entreprennent d'enseigner l'espace de manière structurée. Au total dans les pratiques scolaires, la systématisation des connaissances spatiales est laissée très largement au hasard".*

Berthelot et Salin expliquent leur motivation initiale de la façon suivante :

*"**Cette faible place accordée aux connaissances proprement spatiales serait justifiée si leur acquisition se faisait quasi-spontanément**, dans les interactions familières de l'enfant avec le milieu spatial. Il est donc important de faire le point sur les compétences des élèves à la fin de l'école primaire."*

Berthelot et Salin expliquent leur motivation initiale de la façon suivante :

*"**Cette faible place accordée aux connaissances proprement spatiales serait justifiée si leur acquisition se faisait quasi-spontanément**, dans les interactions familières de l'enfant avec le milieu spatial. Il est donc important de faire le point sur les compétences des élèves à la fin de l'école primaire."*

Après plusieurs études, les faits suivants sont ressortis :

(1) Trois quarts des élèves de 5ème primaire ne savent pas se servir convenablement d'un plan dans une situation de reconnaissance spatiale, 40% d'entre eux étant très loin d'une compréhension correcte.

(2) Lors d'une série d'épreuves où les problèmes posés consistent à lire sur un dessin deux vues d'un parallélépipède rectangle pour en construire d'autres, 30 à 40% des élèves n'arrivent pas à changer de point de vue d'observation pour repérer la troisième dimension.

Bautier, Boudarel, Colmez, et Parzysz (1987) laissent penser que ces déficits sont beaucoup plus généraux. *"En l'absence d'apprentissage spécifique, les élèves observés développent des représentations mentales de l'espace incohérentes".* Et **ils comparent certaines de leurs productions aux représentations du Moyen-Age ou à celles d'enfants d'école maternelle**.

(3) De nombreux élèves de 5ème primaire ont du mal à tracer un rectangle dont la longueur et la largeur sont prescrites à l'avance. Cela se manifeste pour certains par l'oubli de la prise en compte de la rectitude des angles, pour d'autres par la mise en doute, après une construction correcte de la figure, de sa qualité de rectangle : A la question *"es-tu sûr que c'est un rectangle ?"*, on obtient des réponses comme : *"Je ne suis pas convaincu, il faudrait aller au deuxième étage et regarder"*, ou ***"Mais peut-être qu'il y a des figures avec quatre angles droits qui ne sont pas des rectangles"***.

(3) De nombreux élèves de 5ème primaire ont du mal à tracer un rectangle dont la longueur et la largeur sont prescrites à l'avance. Cela se manifeste pour certains par l'oubli de la prise en compte de la rectitude des angles, pour d'autres par la mise en doute, après une construction correcte de la figure, de sa qualité de rectangle : A la question *"es-tu sûr que c'est un rectangle ?"*, on obtient des réponses comme : *"Je ne suis pas convaincu, il faudrait aller au deuxième étage et regarder"*, ou ***"Mais peut-être qu'il y a des figures avec quatre angles droits qui ne sont pas des rectangles"***.

Berthelot et Salin (1992) concluent de la façon suivante : *"Les difficultés que nous venons de pointer nous renvoient à une interrogation sur la façon dont le système d'enseignement prend en charge le développement des compétences et des connaissances spatiales et spatio-géométriques, nécessaires tant à la vie sociale qu'aux apprentissages mathématiques ou professionnels ultérieurs."*

# Les pratiques ostensives assumées

Afin d'analyser les causes de ces dysfonctionnements, Berthelot et Salin (1992) procèdent à une analyse des manuels et mettent en évidence le concept **d'ostension assumée**.

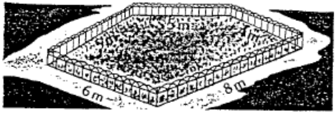
*"L'enseignant présente directement les connaissances en s'appuyant sur l'observation "dirigée" d'une réalité sensible ou d'une de ses représentations, et suppose les élèves capables de se les approprier et d'en étendre l'emploi à d'autres situations."*

Afin d'analyser les causes de ces dysfonctionnements, Berthelot et Salin (1992) procèdent à une analyse des manuels et mettent en évidence le concept **d'ostension assumée**.

*"L'enseignant présente directement les connaissances en s'appuyant sur l'observation "dirigée" d'une réalité sensible ou d'une de ses représentations, et suppose les élèves capables de se les approprier et d'en étendre l'emploi à d'autres situations."*

Le premier exemple étudié est celui du calcul du périmètre d'une figure polygonale.

**Le périmètre d'une figure**




Dans le jardin public il y a une pelouse, le jardinier l'entoure d'une bordure en grillage.

Le jardinier emploie : 8 m + 6 m + 5 m + 5 m + 4 m = 28 m de bordure.

**Le tour, pourtour ou périmètre d'une figure se calcule en additionnant la longueur de tous ses côtés.**

Le professeur utilisant ce manuel invite les élèves à constater directement sur le dessin qu'un périmètre s'obtient en additionnant les longueurs des côtés de la figure.

- Il n'y a pas de situation dans laquelle les élèves se posent le problème de "comment connaître le périmètre dans les conditions fixées ?" et envisagent différentes façons possibilités de le faire (y compris par mesurage effectif).
- La raison pour laquelle une évaluation de la longueur du grillage est nécessaire n'est pas évoquée.
- Aucune place n'est réservée pour une dimensions a-didactique. **Le modèle est directement donné sans travail préalable sur la modélisation**.
- Les élèves n'ont pas la possibilité d'éprouver les représentations dont ils disposent, de les modifier en fonction des rétroactions de la situation, d'expliciter et de justifier leurs démarches.

Berthelot et Salin (1992) concluent de la façon suivante :

*"En conclusion,* ***dans la présentation assumée, l'enseignant prend à sa charge la formulation de la correspondance entre un milieu objectif et le modèle géométrique.*** *L'élève a la charge de "problématiser l'espace", c'est à dire doit faire appel à ses connaissances personnelles pour traduire en questions sur l'espace les questions posées dans le cadre du savoir enseigné, pour faire le lien entre les solutions pratiques et les solutions géométriques, pour reconnaître dans d'autres milieux les mêmes modèles géométriques."*

Cependant le "transfert" de cette connaissance, apprise par ostension, dans d'autres situations n'est pas si évidente. *"Dans l'exemple du périmètre, les résultats des évaluations de fin de 6ème de l'APMEP montrent que si une partie d'entre eux, de part leur expérience personnelle, sont capables d'établir cette relation, ce n'est pas le cas de tous."*

# L'ostension déguisée

Si l'ostension assumée fut la norme jusque dans les années 70, le développement du constructivisme et l'apparition de "la résolution de problèmes" dans les programmes changea la donne.

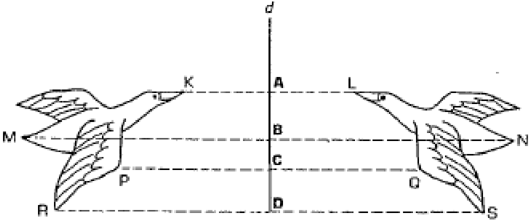
Berthelot et Salin (1992) notent que ce changement institutionnel force les auteurs de manuels ainsi que les professeurs à s'adapter mais ne bouleverse pas leurs pratiques de fond pour la cause. *"L'examen d'un certain nombre de propositions d'enseignement concernant tant les apprentissages spatiaux que les apprentissages spatio-géométriques nous conduit à conclure que, de manière générale,* ***les situations d'enseignement de l'espace et de la géométrie ne comportent guère plus de phase a-didactique, maintenant qu'autrefois, malgré les timides incitations des instructions."***

Auparavant assumée, l'ostension devient à présent *déguisée* comme nous allons le voir au travers d'une activité de 4ème primaire fondée sur la notion de symétrie.

# 34 Symétrie par rapport à une droite

## RECHERCHE

1 Observe les deux dessins suivants. Les deux oiseaux sont symétriques par rapport à la droite *d*.




— Que peux-tu dire de la direction des segments tracés en pointillés?

— Que peux-tu dire de la direction de *chacun* de ces segments par rapport à la droite *d*?

— Quelle est la position du point **A** par rapport au premier segment KL?

— Même question pour les points **B**, **C** et **D** par rapport aux segments MN, PQ et RS.

Bien sûr les élèves sont censés constater tous seuls que les différents segments sont parallèles, qu'ils sont perpendiculaires à l'axe de symétrie et que ce même axe les coupe en leur milieu.

*"Nous avons ici l'exemple type de ce que nous appelons "l'ostension déguisée" : Dans un premier temps, les propriétés visées sont représentées sur la figure, de manière à ce qu'elles soient les plus lisibles possible, l'observation du dessin doit permettre aux enfants de les reconnaître et de les expliciter. Dans un deuxième temps, il est demandé aux élèves de les réutiliser pour différents types d'exercices dont la proximité avec la situation d'introduction n'est pas contrôlée.* ***Nous affirmons que dans ces conditions, la part de l'enseignant, sous-estimée par le manuel, est essentielle.*** *"* (Berthelot et Salin, 1992)

De fait, rien n'autorise à penser que les élèves vont donner la réponse qu'attend le maître !

Afin d'assurer l'arrivée rapide au savoir en jeu, le maître va donc orienter les réponses des élèves via des questions a priori innocentes, en réalité pétries *d'effets de contrat*. L'objectif final est d'arriver à ce que l'élève décode la figure avec un raisonnement du type : **"Je connais la notion de longueur, de perpendicularité et de parallélisme. Les segments en pointillés ne sont manifestement ni de la même longueur, ni perpendiculaires. Ils ne peuvent donc être que parallèles."**

Afin d'assurer l'arrivée rapide au savoir en jeu, le maître va donc orienter les réponses des élèves via des questions a priori innocentes, en réalité pétries *d'effets de contrat*. L'objectif final est d'arriver à ce que l'élève décode la figure avec un raisonnement du type : **"Je connais la notion de longueur, de perpendicularité et de parallélisme. Les segments en pointillés ne sont manifestement ni de la même longueur, ni perpendiculaires. Ils ne peuvent donc être que parallèles."**

Pour Berthelot et Salin, ces effets de contrat sont indirectement encouragés par les manuels : *"Si le "message" n'est pas décodé par au moins un des élèves, "l'exploitation collective" permet à l'enseignant d'avancer, suivant les conseils du manuel pour le maître, qui s'exprime en ces termes : "on dégagera, on fera constater, on mettra en évidence etc ... "* ***Ce "on" est bien commode, il permet au maître de se sentir autorisé à intervenir largement tout en maintenant la fiction que ces interventions ne sont que la reprise de l'expression des enfants.*** *Le rapport avec la situation n'est donc pas producteur de sens, et nous retrouvons les caractéristiques de la présentation ostensive des connaissances."*

*"**Au lieu de montrer à l'élève ce qui est à voir, le maître le dissimule derrière une fiction** : celle que c'est l'élève lui-même qui le découvre sur les objets spatiaux soumis à son observation ou à son action. Comme le savoir à découvrir est un savoir très élaboré, le maître est obligé de "manipuler" le milieu matériel pour rendre la lecture de ses propriétés la plus simple possible ; malgré cela, ses interventions sont indispensables, mais au lieu d'être vécues par l'élève comme un apport d'informations dont il ne dispose pas, elles peuvent l'être comme le signe manifeste de son incapacité à voir et comprendre ce qui est si évident pour l'enseignant et comme une plus grande incitation à décoder les intentions didactiques du maître."*

*"**Au lieu de montrer à l'élève ce qui est à voir, le maître le dissimule derrière une fiction** : celle que c'est l'élève lui-même qui le découvre sur les objets spatiaux soumis à son observation ou à son action. Comme le savoir à découvrir est un savoir très élaboré, le maître est obligé de "manipuler" le milieu matériel pour rendre la lecture de ses propriétés la plus simple possible ; malgré cela, ses interventions sont indispensables, mais au lieu d'être vécues par l'élève comme un apport d'informations dont il ne dispose pas, elles peuvent l'être comme le signe manifeste de son incapacité à voir et comprendre ce qui est si évident pour l'enseignant et comme une plus grande incitation à décoder les intentions didactiques du maître."*

Cette ostension déguisée est vécue par le professeur comme un compromis salvateur :

- Elle évite l'ostension assumée, tacitement "interdite" par les nouveaux programmes.
- Elle permet de donner l'illusion que l'élève est le maître du jeu sans s'embarasser des contraintes (notamment temporelles) d'une situation authentiquement a-didactique.

# Changement de cadre théorique

Initialement étudiées dans le cadre de la théorie des situations didactiques (TSD) de Guy Brousseau, les pratiques ostensives sont à présent analysées de façon solidaire avec la théorie anthropologique du didactique (TAD) d'Yves Chevallard. **De fait, dès l'article originel de Berthelot et Salin, il apparaissait que ces pratiques résultaient d'un certain cadre institutionnel.**

# Changement de cadre théorique

Initialement étudiées dans le cadre de la théorie des situations didactiques (TSD) de Guy Brousseau, les pratiques ostensives sont à présent analysées de façon solidaire avec la théorie anthropologique du didactique (TAD) d'Yves Chevallard. **De fait, dès l'article originel de Berthelot et Salin, il apparaissait que ces pratiques résultaient d'un certain cadre institutionnel.**

Dans un article de 2002, Matheron et Salin affirment les trois propositions suivantes :

**PROPOSITION 1 :** *Le choix d'un contrat global d'ostension par les professeurs est autant tributaire des contraintes de la relation didactique que de leur épistémologie "spontanée".*

Autrement dit, même si le passage de l'ostension assumée à l'ostension déguisée peut s'expliquer par des contraintes institutionnelles, le recours à l'ostension "tout court" s'explique également par **une position "empiriste-sensualiste" des enseignants.**

**PROPOSITION 2 :** *Les procédés ostensifs sont si "spontanés" qu'ils font obstacle à d'autres formes d'interaction de connaissances entre le professeur et ses élèves.*

**PROPOSITION 2 :** *Les procédés ostensifs sont si "spontanés" qu'ils font obstacle à d'autres formes d'interaction de connaissances entre le professeur et ses élèves.*

Concernant leur spontanéité, Brousseau (1996) écrit que *"Ce procédé fonctionne assez bien dans la vie courante, pour faire identifier une personne, une espèce animale, ou un type d'objet, à l'aide d'un répertoire de reconnaissance "universel". **Il est en tout cas exigé banalement dans les rapports institutionnels élémentaires**."*

Cependant rien n'indique que les procédés relatifs aux apprentissages de la vie courante soient forcément pertinents pour l'apprentissage des mathématiques. Les travaux de Brousseau ont notamment mis en évidence l'intérêt d'exposer les élèves à des situations a-didactiques. Cependant *l'habitus* des professeurs et des élèves peut constituer un obstacle à la mise en place de telles pratiques.

PROPOSITION 3 : *Les procédures ostensives locales sont révélatrices de la complexité de la situation du professeur dans les phases d'interaction collective avec ses élèves, et constituent, le plus souvent, une réponse adaptée aux contraintes de la relation didactique et pédagogique.*

PROPOSITION 3 : *Les procédures ostensives locales sont révélatrices de la complexité de la situation du professeur dans les phases d'interaction collective avec ses élèves, et constituent, le plus souvent, une réponse adaptée aux contraintes de la relation didactique et pédagogique.*

Autrement dit, face au manque de rationalité mathématique disponible à l'instant $t$ et face à "l'obligation immédiate de compréhension", **le professeur est contraint d'avoir recours à l'ostension afin d'obtenir une adhésion au rabais de la part des élèves.**

Nous allons donner de multiples exemples de ce phénomène dans la section suivante.

# Les travaux du LADIMATH

Dans la continuité des travaux de M. Schneider sur l'empirisme, les membres du LADIMATH (K. Balhan, C. Dubussy et P. Job) analysent les pratiques ostensives en formation initiale des enseignants du secondaire supérieur et réaffirment les trois propositions précédentes.

Nous repartons de la définition suivante :

**Définition**

Une pratique ostensive est technique *monstrative* mise en place par le professeur pour combler le manque de rationalité mathématique de son enseignement. Il s'agit pour l'enseignant de montrer un objet de savoir avec plus ou moins d'insistance tout en étant convaincu que l'élève s'y fera un rapport adéquat.

# On ne voit pas tous la même chose

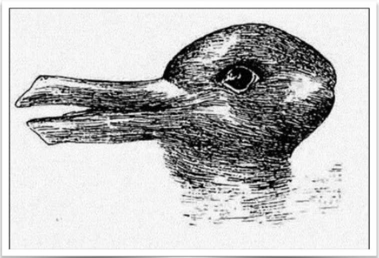
*"Ces pratiques ostensives misent sur une vision directe du savoir qu'on demande à l'élève de dégager dans l'expérience proposée ou dans les pratiques culturelles. On a donc là un rapport à l'expérience commune qui n'est pas questionné.* ***Or, voir n'est pas conceptualiser et rien n'oblige l'élève à voir la même chose que le professeur****."* (Schneider, 2011)

# On ne voit pas tous la même chose

*"Ces pratiques ostensives misent sur une vision directe du savoir qu'on demande à l'élève de dégager dans l'expérience proposée ou dans les pratiques culturelles. On a donc là un rapport à l'expérience commune qui n'est pas questionné.* ***Or, voir n'est pas conceptualiser et rien n'oblige l'élève à voir la même chose que le professeur****."* (Schneider, 2011)

Les psychologues de la forme avaient déjà mis en lumière ce phénomène et montré que l'information visuelle ne pouvait se réduire à l'image qui s'imprime sur une rétine et que celle-ci dépend de la structure mentale qui l'interprète.

Jeune femme ou vieille femme ?



Canard ou lapin ?

Comme Matheron et Salin l'avaient déjà remarqué, cette épistémologie "empiriste-sensualiste" semble être dominante chez les enseignants de mathématiques qui pensent qu'il y a concordance naturelle entre ce qu'ils montrent et ce que les élèves voient.

*"Le professeur montre la lune du doigt et l'élève regarde ... le doigt."* (Mercier, 2001)

Comme Matheron et Salin l'avaient déjà remarqué, cette épistémologie "empiriste-sensualiste" semble être dominante chez les enseignants de mathématiques qui pensent qu'il y a concordance naturelle entre ce qu'ils montrent et ce que les élèves voient.

*"Le professeur montre la lune du doigt et l'élève regarde ... le doigt."* (Mercier, 2001)

Nous conservons la distinction opérée par Berthelot et Salin :

- **L'ostension assumée**, où le professeur montre un objet (matériel ou symbolique tel un graphique ou un tableau numérique) dans lequel l'élève doit identifier un savoir.
- **L'ostension déguisée**, où le professeur dissimule le savoir derrière une fiction et le fait soi-disant découvrir aux élèves par des questions telles que *"Que constate-t-on ?"*, en triant les interventions pour arriver au savoir en jeu sûrement et rapidement.

# Ostension assumée I : Exponentielles et logarithmes

La définition de l'expression $a^x$ avec $x \in \mathbb{R}$ et $a \in ]0, +\infty[$ est particulièrement compliquée en secondaire. Toutes les tentatives rigoureuses mènent à de grandes difficultés du point de vue déductif.

- L'approche $a^x = \exp(x \ln(a))$ implique d'avoir défini a priori exp et ln. Or, définir exp en premier lieu implique au choix d'utiliser une série, une équation différentielle ou encore une limite dont il est très difficile de prouver qu'elle est dérivable. Définir ln en premier lieu, via le calcul intégral, implique d'admettre tout un tas de résultats gravitant autour du théorème fondamental de l'analyse.

# Ostension assumée I : Exponentielles et logarithmes

La définition de l'expression $a^x$ avec $x \in \mathbb{R}$ et $a \in ]0, +\infty[$ est particulièrement compliquée en secondaire. Toutes les tentatives rigoureuses mènent à de grandes difficultés du point de vue déductif.

- L'approche $a^x = \exp(x \ln(a))$ implique d'avoir défini a priori exp et ln. Or, définir exp en premier lieu implique au choix d'utiliser une série, une équation différentielle ou encore une limite dont il est très difficile de prouver qu'elle est dérivable. Définir ln en premier lieu, via le calcul intégral, implique d'admettre tout un tas de résultats gravitant autour du théorème fondamental de l'analyse.
- L'approche $a^x = \lim_{j \to +\infty} a^{q_j}$ où $q_j$ est une suite de rationnels tendant vers $x$ implique de creuser les fondamentaux de l'analyse en revenant à la définition et aux propriétés de base de $\mathbb{R}$.

Face à ces difficultés épistémologiques, certains enseignants (ainsi que certains manuels !) décident de "définir" l'exponentielle réelle de la façon suivante :

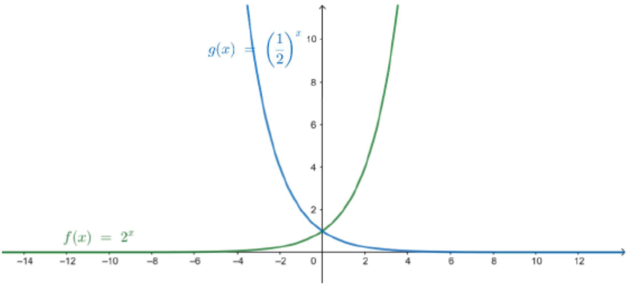
"La fonction exponentielle de base $a$ (avec $a > 0$) est la fonction qui à tout $x$ réel associe $a^x$."

Face à ces difficultés épistémologiques, certains enseignants (ainsi que certains manuels !) décident de "définir" l'exponentielle réelle de la façon suivante :

"La fonction exponentielle de base $a$ (avec $a > 0$) est la fonction qui à tout $x$ réel associe $a^x$."

Cette définition qui n'en est pas une est souvent accompagnée par **un graphique censé attester de l'existence de l'objet en question**.

Soit les fonctions $f(x) = 2^x$ et $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ représentées sur le graphique suivant :



Dans certains cas, le professeur explique que la fonction

$$x \in \mathbb{R} \mapsto a^x$$

n'est que le prolongement "naturel" de la fonction

$$n \in \mathbb{Z} \mapsto a^n$$

qui, elle, est bien connue. **L'unicité ou les propriétés d'un tel prolongement ne sont jamais questionnés**.

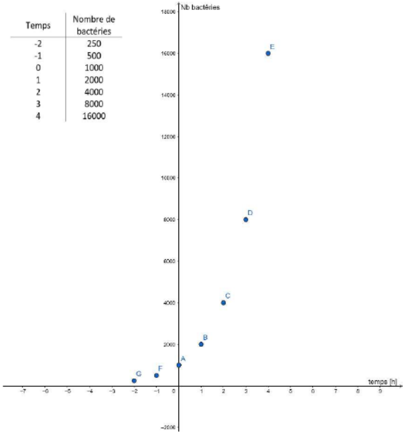
Ceci est caractéristique d'une ostension assumée : *"Je vous montre l'objet, vous le voyez, donc il existe et se comporte comme on pense qu'il se comporte."* Ainsi une propriété telle que

$$a^{x+y} = a^x a^y$$

est admise d'emblée puisqu'elle était déjà vérifiée pour les puissances naturelles.

Voici un exemple en formation initiale :

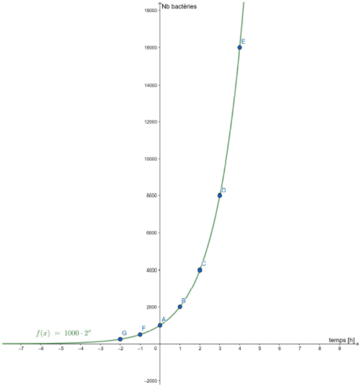
| Temps | Nombre de bactéries |
|---|---|
| -2 | 250 |
| -1 | 500 |
| 0 | 1000 |
| 1 | 2000 |
| 2 | 4000 |
| 3 | 8000 |
| 4 | 16000 |




Il est possible de compléter ce tableau avec des points intermédiaires afin d'obtenir une courbe, constamment croissante, qui augmente d'une manière que l'on dit **exponentielle**. Dans le cas qui nous occupe, la courbe est proportionnelle à la fonction $f(x) = 2^x$ qui est appelée fonction exponentielle de base 2 et qui se note aussi $\boldsymbol{f(x) = exp_{\,2}x}$.

Il est bien entendu possible de construire cette fonction pour différentes bases, c'est ce que nous allons définir dans le point suivant.

Cette activité "introductive" est une belle façon d'amener l'ostension puisque le temps est modélisé de façon continue en physique.




1.2. Définition de La fonction exponentielle de base a

Nous pouvons définir la fonction exponentielle de base $a$ comme la fonction qui a tout réel $x$ associe le réel $a^x$.

Elle est notée

$$f(x) = exp_a x = a^x$$

**Avec $a \in R_0^+/\{1\}$**

Notre hypothèse initiale, dans la lignée de la proposition 1 de Matheron et Salin est que ce choix résulte d'une double contrainte :

- Une contrainte épistémologique liée à l'écologie scolaire : Un cours de secondaire, même très poussé, ne permet pas de mettre en avant un parcours déductif complet et rigoureux autour des fonctions exponentielles et logarithmes. L'ostension est alors privilégiée par rapport à une méthode fastidieuse reposant sur des îlots déductifs.
- Une contrainte didactique : L'approche visuelle et empiriste est la seule, du moins dans la préconception du professeur, capable d'emporter facilement l'adhésion de l'élève.

Notre hypothèse initiale, dans la lignée de la proposition 1 de Matheron et Salin est que ce choix résulte d'une double contrainte :

- Une contrainte épistémologique liée à l'écologie scolaire : Un cours de secondaire, même très poussé, ne permet pas de mettre en avant un parcours déductif complet et rigoureux autour des fonctions exponentielles et logarithmes. L'ostension est alors privilégiée par rapport à une méthode fastidieuse reposant sur des îlots déductifs.
- Une contrainte didactique : L'approche visuelle et empiriste est la seule, du moins dans la préconception du professeur, capable d'emporter facilement l'adhésion de l'élève.

Nous nuançons à présent ces propos. En effet, une expérience menée dans un cours de didactique de bloc 3 avec d'excellents étudiants montre que ceux-ci ne perçoivent pas le problème de la "définition" : "La fonction exponentielle de base $a$ (avec $a > 0$) est la fonction qui à tout $x$ réel associe $a^x$." **et ce même si on leur signifie qu'il y en a un.**

# Ostension assumée II : Nombres complexes

**Une ostension ne se traduit pas toujours nécessairement par une lecture de graphique**. Dans notre étude publiée dans les actes du CORFEM 2023 ; nous montrons que la plupart des futurs agrégés définissent d'emblée l'ensemble des complexes par

$$\mathbb{C} = \{a + ib : a, b \in \mathbb{R}\},$$

où $i$ est "un nouveau nombre" tel que $i^2 = -1$, et précisent que le produit se calcule par distributivité :

$$(a + ib)(c + id) = (ac - bd) + i(ad + bc).$$

Nous analysons cette "définition" comme étant un nouvel exemple d'ostension assumée.

En effet, a priori la somme et le produit de nombres complexes sont *de nouvelles opérations*, distinctes de l'addition réelle ($+$) et du produit réel ($\cdot$). Ces opérations nécessiteraient l'introduction de nouvelles notations, par exemple $\oplus$ et $\otimes$ dont on constaterait a posteriori qu'elles vérifient les mêmes propriétés que les opérations réelles et en sont, en réalité, des extensions. C'est seulement à l'aboutissement d'un tel parcours déductif qu'il serait raisonnable d'utiliser les symboles $+$ et $\cdot$ dans le cadre des complexes.

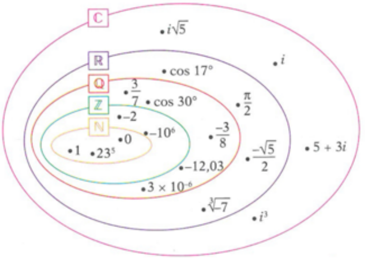
En effet, a priori la somme et le produit de nombres complexes sont *de nouvelles opérations*, distinctes de l'addition réelle $(+)$ et du produit réel $(\cdot)$. Ces opérations nécessiteraient l'introduction de nouvelles notations, par exemple $\oplus$ et $\otimes$ dont on constaterait a posteriori qu'elles vérifient les mêmes propriétés que les opérations réelles et en sont, en réalité, des extensions. C'est seulement à l'aboutissement d'un tel parcours déductif qu'il serait raisonnable d'utiliser les symboles $+$ et $\cdot$ dans le cadre des complexes.

En utilisant directement les symboles habituels $+$ et $\cdot$, le professeur veut faire voir que les complexes vérifient forcément les mêmes propriétés que les réels (dont la fameuse distributivité), ce qui dispense d'une quelconque démonstration. Il utilise donc tacitement l'axiome ostensif suivant :

*"On utilise les symboles habituels donc on peut procéder comme d'habitude."*

*"Cerise sur le gâteau, le recours à la représentation des ensembles de nombres successivement emboîtés prend aujourd'hui la place des discours d'antan sur l'extension de la structure de champ des réels à l'ensemble des complexes.* ***L'extension est réduite à l'inclusion de l'ensemble des réels dans celui des complexes.*** *Dans le discours qui suit la définition, les auteurs ne parlent d'ailleurs pas de $\mathbb{R}$ comme d'un sous-champ de $\mathbb{C}$, mais comme d'un sous-ensemble de $\mathbb{C}$. L'explication tient en une représentation d'ensembles emboîtés et ce dernier geste d'ostension confinera les élèves au sens de l'addition et du produit des réels."* (Balhan, Dubussy, Job, 2023)

L'ensemble ℝ des nombres réels est un sous-ensemble de l'ensemble ℂ des nombres complexes.



# Ostension déguisée I : Limites

Concernant l'introduction des limites, nos étudiants commencent par une "situation introductive" qui prend la forme d'un tableau de valeurs.

| $x$ | $f(x)$ |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 2 | 0,5 |
| 3 | 0,333... |
| 4 | 0,25 |
| ... | ... |
| 100 | 0,01 |
| 1000 | 0,001 |
| 1000000 | 0,000001 |
| ... | ... |
| $\downarrow$ | $\downarrow$ |
| $+\infty$ | 0 |

Avec ce genre de tableau, l'élève est sommé de "constater ce qu'il y a à constater", à savoir que "plus $x$ est grand, plus $f(x)$ se rapproche de 0." Cette approche est fautive pour de multiples raisons :

- Elle ne donne aucune information précise. Il est également vrai que "plus $x$ est grand, plus $f(x)$ se rapproche de $-2$". **Il manque le caractère "arbitrairement proche"**.

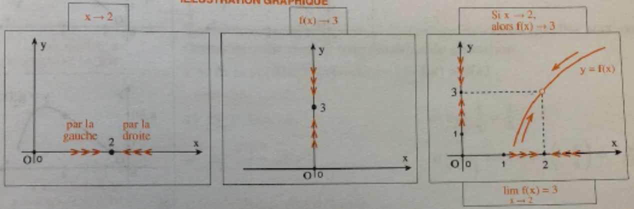
Avec ce genre de tableau, l'élève est sommé de "constater ce qu'il y a à constater", à savoir que "plus $x$ est grand, plus $f(x)$ se rapproche de 0." Cette approche est fautive pour de multiples raisons :

- Elle ne donne aucune information précise. Il est également vrai que "plus $x$ est grand, plus $f(x)$ se rapproche de $-2$". **Il manque le caractère "arbitrairement proche"**.
- Elle ne fait intervenir qu'une suite particulière, en l'occurence $x_n = n$ et demande à l'élève de calculer $f(x_n)$. Or, le critère "par les suites" implique de regarder toutes les suites convergentes simultanément et non pas une seule particulière. On ne peut déduire aucune information sur la limite à partir d'une seule suite.

Avec ce genre de tableau, l'élève est sommé de "constater ce qu'il y a à constater", à savoir que "plus $x$ est grand, plus $f(x)$ se rapproche de 0." Cette approche est fautive pour de multiples raisons :

- Elle ne donne aucune information précise. Il est également vrai que "plus $x$ est grand, plus $f(x)$ se rapproche de $-2$". **Il manque le caractère "arbitrairement proche"**.
- Elle ne fait intervenir qu'une suite particulière, en l'occurence $x_n = n$ et demande à l'élève de calculer $f(x_n)$. Or, le critère "par les suites" implique de regarder toutes les suites convergentes simultanément et non pas une seule particulière. On ne peut déduire aucune information sur la limite à partir d'une seule suite.
- Elle induit une formulation ***covariante*** (on parle des $x$ d'abord puis des $f(x)$) alors que la définition de Cauchy/Weierstrass est ***contravariante*** : on quantifie sur l'espace d'arrivée d'abord et puis seulement sur l'espace de départ.

**ILLUSTRATION GRAPHIQUE**



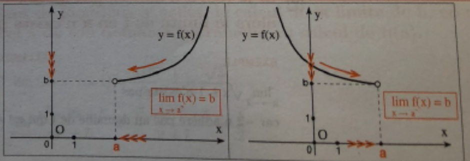

**2.** Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to f(x)$ et a adhère au domaine de f.

- **La limite à droite de f lorsque x tend vers a** est la limite de f obtenue lorsque x prend des valeurs de plus en plus proches du réel a et strictement supérieures à a.

  On note : $\lim\limits_{\substack{x\to a\\ x>a}} f(x)$ ou encore $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$.

- **La limite à gauche de f lorsque x tend vers a** est la limite de f obtenue lorsque x prend des valeurs de plus en plus proches du réel a et strictement inférieures à a.

  On note : $\lim\limits_{\substack{x\to a\\ x<a}} f(x)$ ou encore $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$.



**Cette approche est dynamique par nature**. Le professeur fait bouger son doigt le long de l'axe des $x$, montre l'évolution sur la courbe qui est étudiée et, finalement, en déduit la limite sur l'axe des $y$. **Il s'agit d'une régression par rapport à la définition de Cauchy/Weierstrass qui avait ôté toute idée de mouvement à la notion de limite.**

Ainsi la formulation, correcte, de départ "$f(x)$ peut être rendu arbitrairement proche de 2 en choisissant $x$ suffisamment grand" devient "plus $x$ grandit, plus $f(x)$ se rapproche de 2".

**Cette approche est dynamique par nature**. Le professeur fait bouger son doigt le long de l'axe des $x$, montre l'évolution sur la courbe qui est étudiée et, finalement, en déduit la limite sur l'axe des $y$. **Il s'agit d'une régression par rapport à la définition de Cauchy/Weierstrass qui avait ôté toute idée de mouvement à la notion de limite.**

Ainsi la formulation, correcte, de départ "$f(x)$ peut être rendu arbitrairement proche de 2 en choisissant $x$ suffisamment grand" devient "plus $x$ grandit, plus $f(x)$ se rapproche de 2".

Bien entendu, les professeurs n'ont pas l'occasion de constater les erreurs induites par une telle définition puisque toutes les situations où une telle erreur aurait un impact sont dissimulées.

**Si la définition covariante a été rejetée c'est précisément car elle ne donnait pas prise au raisonnement déductif**. Par exemple il serait impossible de prouver que la limite d'une somme est la somme des limites.

Dans un article en cours, nous étudions le rapport que les futurs agrégés ont vis-à-vis des deux propositions suivantes :

(1) Plus $x$ se rapproche de $a$, plus $f(x)$ se rapproche de $b$.

(2) $f(x)$ est aussi proche de $b$ que l'on veut à condition de prendre $x$ suffisamment proche de $a$.

**Il apparait que la plupart des étudiants pensent que** (1) **implique** (2) **voire que les deux phrases sont synonymes !**

Dans un article en cours, nous étudions le rapport que les futurs agrégés ont vis-à-vis des deux propositions suivantes :

(1) Plus $x$ se rapproche de $a$, plus $f(x)$ se rapproche de $b$.

(2) $f(x)$ est aussi proche de $b$ que l'on veut à condition de prendre $x$ suffisamment proche de $a$.

**Il apparait que la plupart des étudiants pensent que** (1) **implique** (2) **voire que les deux phrases sont synonymes !**

Une analyse plus poussée montre que les étudiants préfèrent la définition (1) jugée plus intuitive, **en ce qu'elle permet d'amener plus rapidement le premier geste d'ostension** mais se sentent obligés de donner la définition (2) pour coller avec la définition institutionnelle en $\varepsilon - \eta$. D'où diverses contorsions ostensives pour essayer de créer un chemin entre (1) et (2). Par exemple, ils affirmeront que *"le tableau de valeurs peut se lire dans les deux sens."*

Cette séparation en deux colonnes dans le tableau de valeurs, traitées séparément, incite certains professeur à adopter une transposition didactique "plus simple" de la définition universitaire en scindant celle-ci en deux :

(a) Ils définissent tout d'abord l'expression "$x$ tend vers $a$" via la formule
$$\exists \eta > 0 : |x - a| < \eta.$$

(b) Ils définissent ensuite l'expression "$f(x)$ tend vers $b$" via la formule
$$\forall \varepsilon > 0 : |f(x) - b| < \varepsilon.$$

Or le premier point est toujours vérifié (donc tout peut tendre vers n'importe quoi) alors que le second point signifie simplement que $f(x) = b$. **La véritable définition est insécable.**

Ultimement nous pensons que les futurs agrégés n'ont jamais perçu que la définition du concept de limite est un *proof-generated concept* au sens de Lakatos, i.e. **une notion forgée pour pouvoir effectuer des démonstrations**. C'est, de fait, avec cette intention que Cauchy a initialement développé le concept.

Dans les productions des étudiants, les propriétés des limites (sommes, produits, composées, etc.) sont perçues comme "allant de soi" alors que la définition formelle est en revanche perçue comme une contrainte institutionnelle ennuyante, **sorte de totem imposé pour donner l'illusion "qu'on fait des vraies mathématiques".**

Ultimement nous pensons que les futurs agrégés n'ont jamais perçu que la définition du concept de limite est un *proof-generated concept* au sens de Lakatos, i.e. **une notion forgée pour pouvoir effectuer des démonstrations**. C'est, de fait, avec cette intention que Cauchy a initialement développé le concept.

Dans les productions des étudiants, les propriétés des limites (sommes, produits, composées, etc.) sont perçues comme "allant de soi" alors que la définition formelle est en revanche perçue comme une contrainte institutionnelle ennuyante, **sorte de totem imposé pour donner l'illusion "qu'on fait des vraies mathématiques".**

Dans sa thèse, Job (2011) montre que la définition du concept de limite est au contraire pensée dans une optique déductive/réfutative et peut être construite pas à pas pour permettre l'obtention de propriétés jugées souhaitables.

De plus, Job (2011) montre que les élèves de secondaire eux-mêmes entretiennent un rapport de nature empiriste-sensualiste au monde sensible et que ce rapport s'érige en obstacle épistémologique à l'acquisition de la notion de limite.

Nous constatons que ce rapport est toujours présent chez les futurs agrégés, y compris chez ceux ayant suivi une cursus mathématique intensif en analyse. Ils considèrent que ce n'est pas de la définition que découlent les propriétés des limites mais que celles-ci préexistent dans un hypothétique espace mental, supposément partagé, et sont validées par l'expérience sensible. **Définir est réduit à mettre en mots ce qui existe déjà dans l'espace mental par le biais d'une description.**

De plus, Job (2011) montre que les élèves de secondaire eux-mêmes entretiennent un rapport de nature empiriste-sensualiste au monde sensible et que ce rapport s'érige en obstacle épistémologique à l'acquisition de la notion de limite.

Nous constatons que ce rapport est toujours présent chez les futurs agrégés, y compris chez ceux ayant suivi une cursus mathématique intensif en analyse. Ils considèrent que ce n'est pas de la définition que découlent les propriétés des limites mais que celles-ci préexistent dans un hypothétique espace mental, supposément partagé, et sont validées par l'expérience sensible. **Définir est réduit à mettre en mots ce qui existe déjà dans l'espace mental par le biais d'une description.**

**Nous faisons donc l'hypothèse de l'existence d'un cercle vicieux entre ostension et empirisme.** Le recours habituel à l'ostension chez les professeurs renforce le rapport empiriste des élèves aux mathématiques et ce même rapport les conduira, quand ils seront à leur tour professeurs, à juger l'ostension comme étant la pratique la plus "intuitive".

# Ostension déguisée II : Dérivées

**Activité 2 – À propos des tangentes...**

Soit la fonction $x \longrightarrow \dfrac{x^2}{4}$

$A$ le point du graphique d'abscisse $a = 2$

$B$ un point du graphique d'abscisse $b = a + h = 2 + h$ où $h$ est un réel

a) Représenter la fonction sur l'intervalle $[0; 4]$

b) Compléter le tableau suivant et représenter chaque droite $AB$

| $h$ | 1,5 | 1 | 0,75 | 0,5 | 0,25 | 0,1 | 0,01 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $b = a + h$ | | | | | | | |
| $f(b) = f(a+h)$ | | | | | | | |
| $f(a+h) - f(a)$ | | | | | | | |
| $\dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$ pente de la droite $AB$ | | | | | | | |

Que constatez-vous quand $h$ tend vers 0, c'est-à-dire quand le point $B$ se rapproche du point $A$?

c) Soit $A$ le point du graphique d'abscisse $a$

$B$ un point du graphique d'abscisse $b = a + h$

Calculer la pente de la droite $AB$ ainsi que la limite de celle-ci pour $h$ tendant vers 0.

Que concluez-vous ?

## Activité 2 – À propos des tangentes...

Soit la fonction $x \longrightarrow \dfrac{x^2}{4}$

$A$ le point du graphique d'abscisse $a = 2$

$B$ un point du graphique d'abscisse $b = a + h = 2 + h$ où $h$ est un réel

a) Représenter la fonction sur l'intervalle $[0; 4]$

b) Compléter le tableau suivant et représenter chaque droite $AB$

| $h$ | 1,5 | 1 | 0,75 | 0,5 | 0,25 | 0,1 | 0,01 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $b = a + h$ | | | | | | | |
| $f(b) = f(a+h)$ | | | | | | | |
| $f(a+h) - f(a)$ | | | | | | | |
| $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ pente de la droite $AB$ | $1,375$ | $1,25$ | $1,1875$ | $1,125$ | $1,0625$ | $1,025$ | $1,0025$ |

$\longrightarrow 1$

Que constatez-vous quand $h$ tend vers 0, c'est-à-dire quand le point $B$ se rapproche du point $A$?

c) Soit $A$ le point du graphique d'abscisse $a$

$B$ un point du graphique d'abscisse $b = a + h$

Calculer la pente de la droite $AB$ ainsi que la limite de celle-ci pour $h$ tendant vers 0.

Que concluez-vous ?

Que répondre à un élève qui constate que tous les nombres se finissent par 5 ? De plus les élèves vont sans doute conclure que la droite AB "se rapproche de la tangente" ... et pour cause ! !

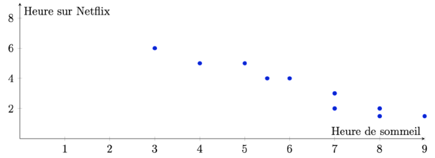
# Ostension déguisée III : Statistiques

Voici une proposition d'une étudiante souhaitant donner une leçon sur la régression linéaire :

| | Élève 1 | Élève 2 | Élève 3 | Élève 4 | Élève 5 | Élève 6 | Élève 7 | Élève 8 | Élève 9 | Élève 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Sommeil | 3 | 6 | 4 | 8 | 5 | 8 | 7 | 9 | 7 | 5.5 |
| Netflix | 6 | 4 | 5 | 1.5 | 5 | 2 | 3 | 1.5 | 2 | 4 |

**Question** : A partir du tableau, peut-on déjà voir une tendance qui ressort ?

[Note de réflexion : Ici, au départ j'avais laissé des pointillés... puis je me suis rendue compte que lorsque j'étais étudiante, les introductions ça ne me parlait pas tant que ça ... que je ne savais jamais trop quoi mettre sur ces pointillés (Ce qui est finalement normal car pour un nouveau chapitre il y a une nouvelle notion dont on n'a jamais parlé). Alors j'ai décidé de mettre des Q à choix multiples, pour les guider vers là où je veux aller et pour ne pas les frustrer avec des pointillés où on ne sait jamais trop quoi mettre pour finalement recopier à moitié ce que la ou le professeur.e dit, sans participer.]




**Question** : A partir du graphique, peut-on être plus précis sur le lien entre les heures passées sur Netflix et les heures de sommeil ? Quelle fonction se rapproche au mieux du nuage de points ?

- ☐ Une droite ;
- ☐ Une parabole ;
- ☐ On ne peut rien dire.

L'étudiante se rend compte qu'elle n'obtiendra pas la réponse attendue en posant simplement la question à partir d'un tableau de valeurs. Elle souhaite donc guider plus fortement les élèves en proposant un QCM.

Si les élèves choisissaient finalement d'y faire passer une parabole, quel argument rationnel, mathématiquement parlant, leur renvoyer pour invalider leur proposition ?

En bout de course, si même le QCM restreint ne permet pas de faire émerger la réponse attendue, on imagine sans mal la jeune professeure avoir recours à des effets Topaze de plus en plus prononcés jusqu'à finalement donner la réponse elle-même, le tout ponctué d'un **"vous le voyez bien que ça forme une droite, non ?"** A cet extrême-là, l'ostension redevient donc assumée.

# L'usage de la calculatrice : pratique ostensive ou non ?

Les considérations suivantes sont tirées d'un article de Chevallard intitulé *"La calculatrice, ce bon objet"*, publié en 2006.

**Lorsqu'un élève, peu doué en calcul veut tester une égalité sur sa calculatrice, est-il entrain de succomber à une forme d'ostension ?** Par exemple s'il constate sur l'interface graphique que

$$\sqrt{45} \approx 6.7082039325 \quad \text{et} \quad 3\sqrt{5} \approx 6.7082039325$$

et qu'il en conclut que les deux nombres sont identiques, que répondrait un professeur soucieux de la rigueur mathématique ?

# L'usage de la calculatrice : pratique ostensive ou non ?

Les considérations suivantes sont tirées d'un article de Chevallard intitulé *"La calculatrice, ce bon objet"*, publié en 2006.

**Lorsqu'un élève, peu doué en calcul veut tester une égalité sur sa calculatrice, est-il entrain de succomber à une forme d'ostension ?** Par exemple s'il constate sur l'interface graphique que

$$\sqrt{45} \approx 6.7082039325 \quad \text{et} \quad 3\sqrt{5} \approx 6.7082039325$$

et qu'il en conclut que les deux nombres sont identiques, que répondrait un professeur soucieux de la rigueur mathématique ?

Il répondrait sans doute : *"Cela signifie simplement que les premières décimales de ces deux nombres réels sont bien identiques, mais l'on ne sait pas s'il en sera de même par exemple avec la 30ème ou la 40ème décimale. On ne peut donc pas en conclure que* $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$*."*

Cette réaction est malheureusement fautive du point de vue strictement mathématique. En effet, soit $a, b, c \in \mathbb{N}_0$ tels que $a\sqrt{b} \neq \sqrt{c}$. On a

$$|a\sqrt{b} - \sqrt{c}| = \frac{|a^2 b - c|}{a\sqrt{b} + \sqrt{c}} \geq \frac{1}{a\sqrt{b} + \sqrt{c}}.$$

On a donc l'implication suivante

$$a\sqrt{b} \neq \sqrt{c} \ \Rightarrow \ |a\sqrt{b} - \sqrt{c}| \geq \frac{1}{a\sqrt{b} + \sqrt{c}}.$$

Or en prenant $a = 3, b = 5$ et $c = 45$ on obtient

$$\frac{1}{a\sqrt{b} + \sqrt{c}} > \frac{1}{3 * 3 + 7} = \frac{1}{16} = 0,0625.$$

Ainsi si $3\sqrt{5}$ et $\sqrt{45}$ étaient différents, leur différence serait strictement supérieure à $0,06$ et cette différence devrait donc se manifester au niveau des deux premières décimales.

En contraposant, on a donc démontré que si les deux premières décimales sont identiques alors les deux nombres en question sont bel et bien égaux. **Par conséquent, l'affichage de la calculatrice est suffisant pour s'assurer de l'égalité voulue !**

Dans son article, Chevallard (2006) explique que ces micro démonstrations d'analyse numérique sont applicables à de très nombreux exemples où la calculatrice serait susceptible d'être utilisée par les élèves. **Accompagné par de telles explications, l'usage de la calculatrice n'est donc pas une pratique ostensive, puisque la rationalité mathématique est conservée**.

Loin d'être une ennemie des mathématiques, la calculatrice peut au contraire être utilisée pour permettre aux élève de rentrer dans une *théorie déductive du numérique*.

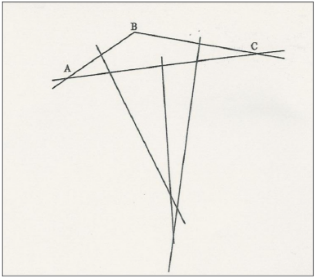
On peut donc envisager d'inclure la calculatrice dans un cercle vertueux de l'activité mathématique.

- D'un côté, la calculatrice peut permettre de faire des hypothèses et des conjectures, comme de nombreux mathématiciens professionnels sont amenés à le faire. **Ces conjectures devront bien entendues être prouvées dans un second temps**.
- De l'autre côté, des théorèmes de maths peuvent à leur tour **légitimer l'usage de la calculatrice** et permettre aux utilisateurs d'en avoir un emploi critique et judicieux.

Malheureusement, les préjugés ont la vie dure : *"Pour un observateur neutre et bienveillant, la place attribuée et la réputation faite à la calculatrice dans la classe de mathématiques sont paradoxales. En dépit d'une évolution sensible, qui lui donne aujourd'hui une place officielle cardinale, le climat reste à la suspicion : la calculatrice est d'abord un mauvais objet, dont les élèves doivent apprendre à se méfier."* (Chevallard, 2006)

# Une ostension maîtrisée ?

*« Le professeur demande « sérieusement » à ses élèves débutants de tracer les trois médiatrices d'un triangle ABC très aplati et prétend donner des noms appropriés A', B', C' aux sommets du petit « co-triangle » qu'ils « doivent » ainsi obtenir.*




*Devant la trop petite taille de ce triangle le professeur prétend avoir choisi un triangle ABC particulier et incommode. Il demande aux élèves de trouver un triangle dont le co-triangle sera le plus grand possible. Les élèves s'acharnent et doivent finalement émettre l'hypothèse que ces trois points pourraient n'en représenter qu'un seul et en apporter la preuve contre « l'évidence » de la figure et non pas avec. Pour cela il faut s'accorder sur la définition de la médiatrice comme lieu. Le professeur explique alors la différence entre « voir » et « démontrer ». La géométrie ne consiste pas à décrire ce qu'on voit mais à établir ce qui « doit » être vu ».* (Brousseau, 2000)

Cette remarque finale sur ce qu'est la géométrie s'inscrit parfaitement dans le paradigme de la théorie anthropologique du didactique. En effet, pour Chevallard, **enseigner revient à rendre le rapport personnel des élèves au savoir conforme au rapport institutionnel, à acculturer les élèves à une institution.**

| Du côté de l'élève... | Du côté de l'institution mathématique et de la géométrie euclidienne... |
| --- | --- |
| • il voit une figure géométrique comme une matérialisation objective et fiable des objets géométriques | • le constat sur une figure géométrique n'est en aucun cas une preuve de véracité. |
| • démontrer une propriété revient pour lui à constater sur la figure qu'elle est satisfaite | • la preuve d'une propriété est réalisée en s'appuyant sur les lois de la logique et des propriétés établies. |

*"On sent bien que l'enjeu majeur est dans l'évolution souhaitée du rapport des élèves à de mêmes objets qui, ayant le statut de simples dessins dans l'institution "secondaire inférieur", deviennent de véritables figures géométriques dont les propriétés donnent prise au raisonnement déductif dans l'institution "secondaire supérieur"."* (Schneider 2011)