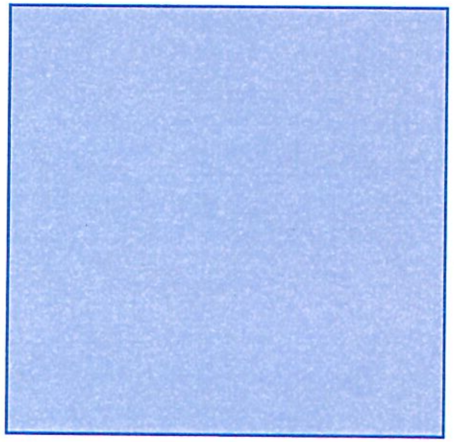
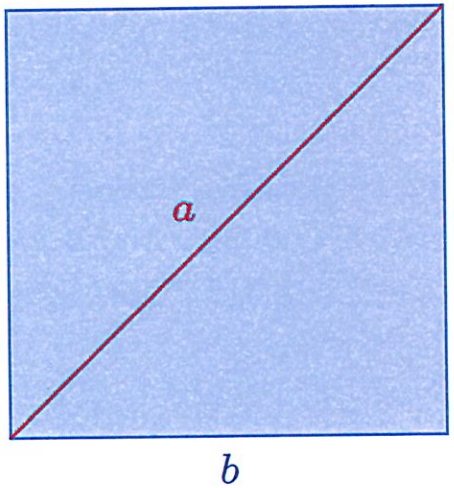
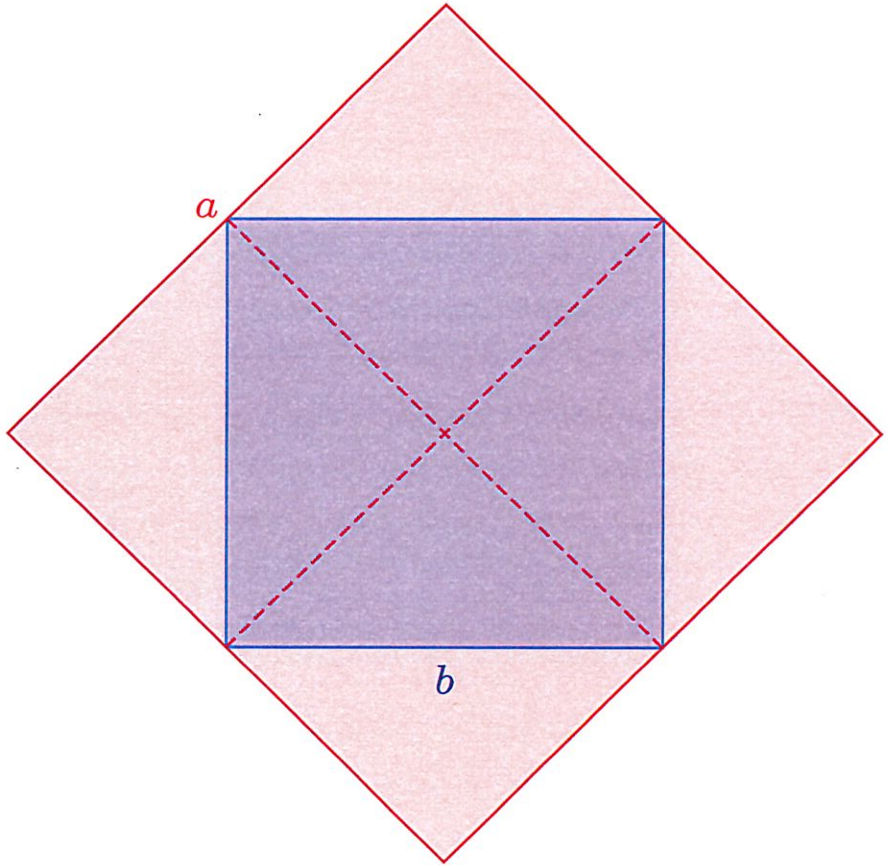
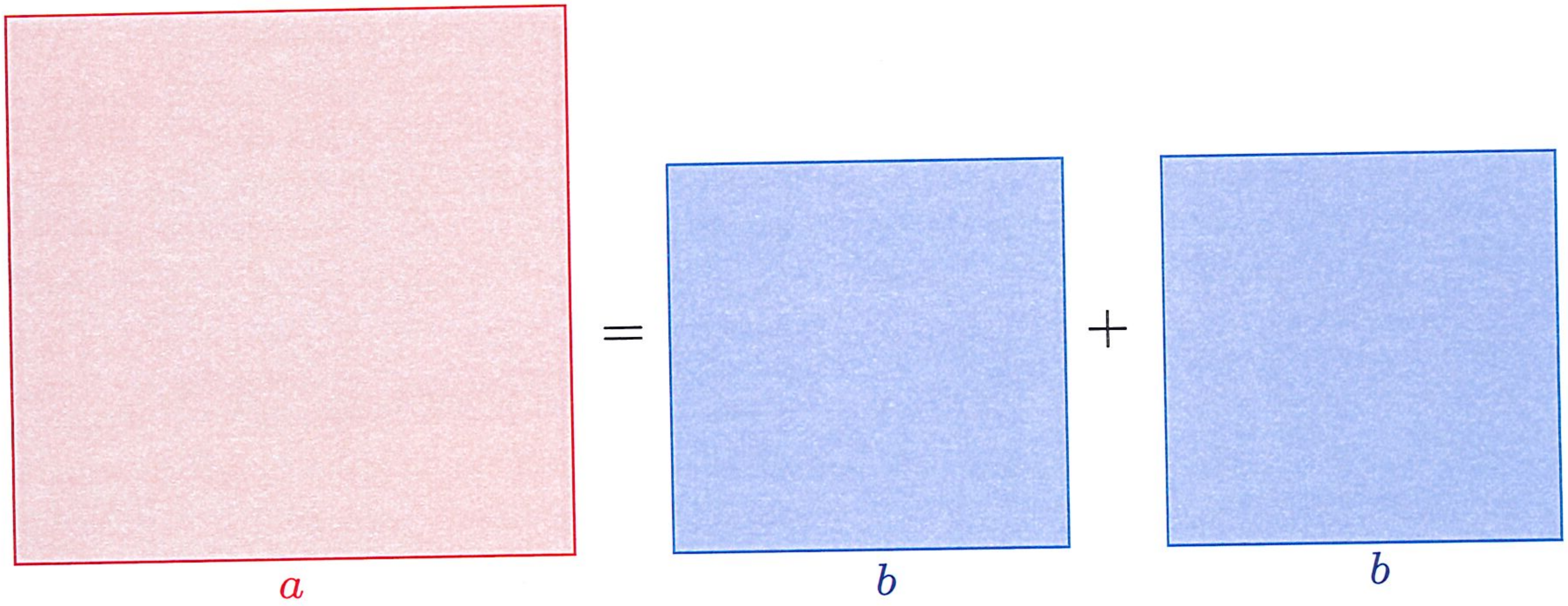
1. Diagonale de Pythagore
2. Définition de l'infini
3. Diagonale de Cantor
4. Diagonale de Gödel



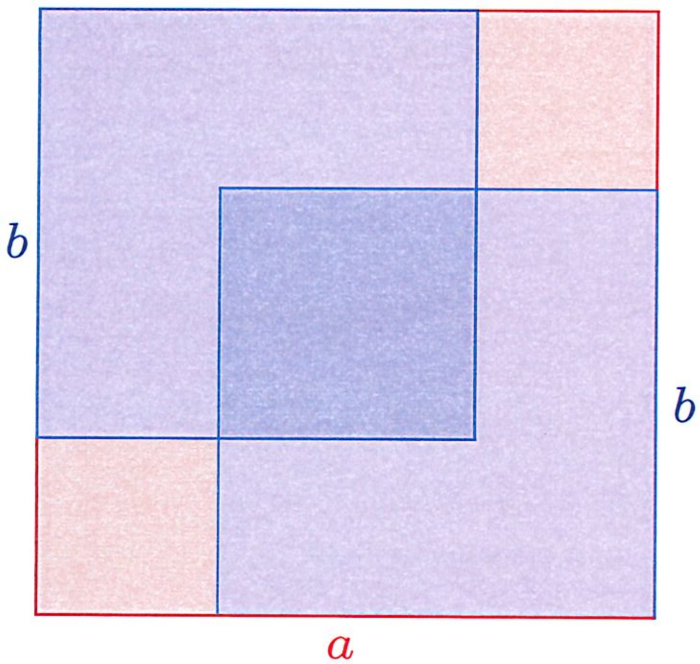
b


a
b

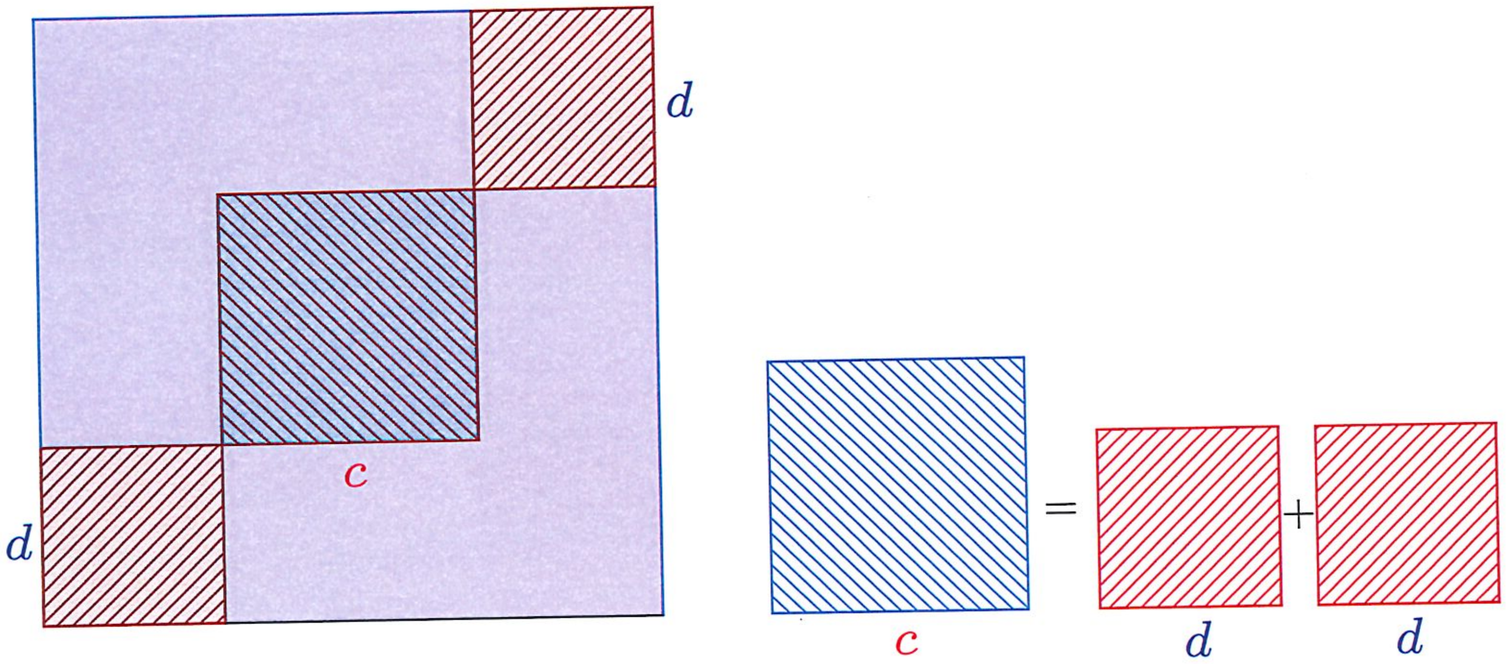

a
b



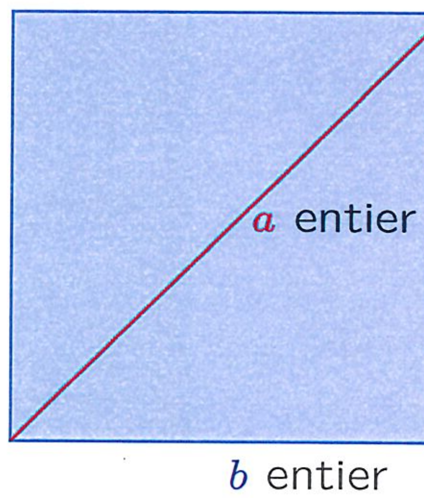
a
=
b
+
b



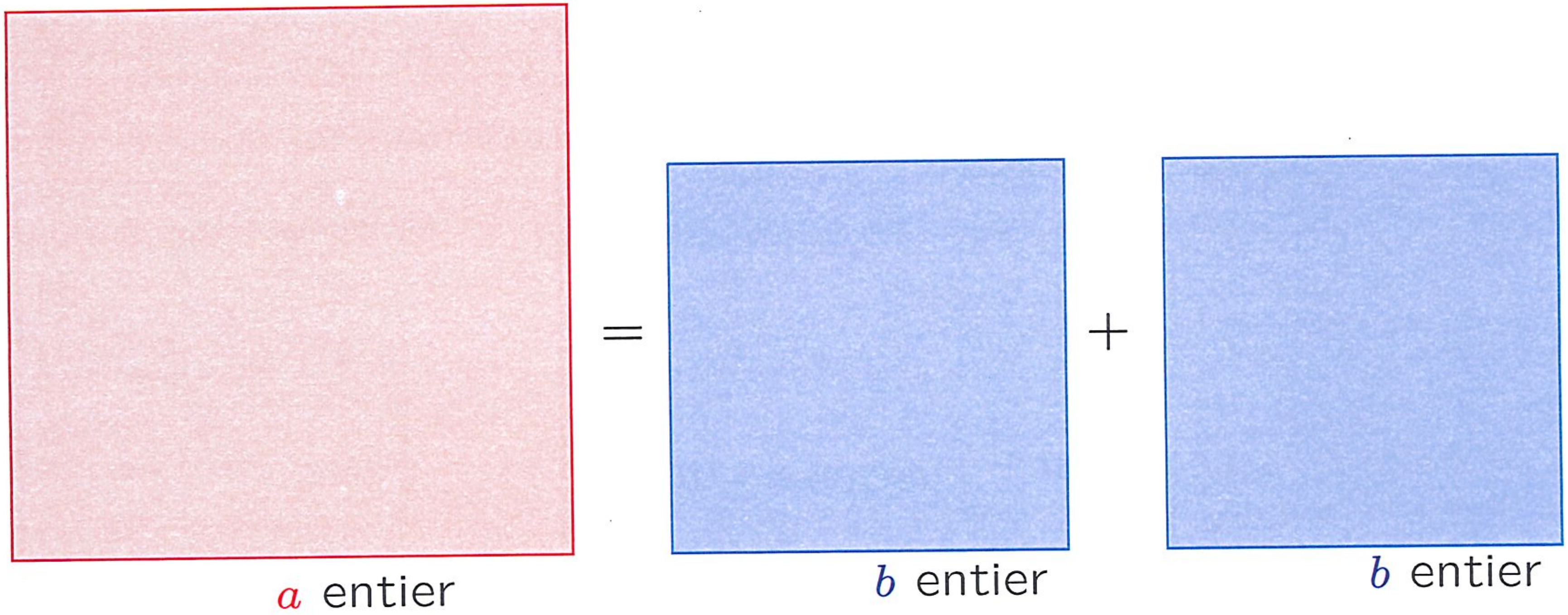
b
b
a

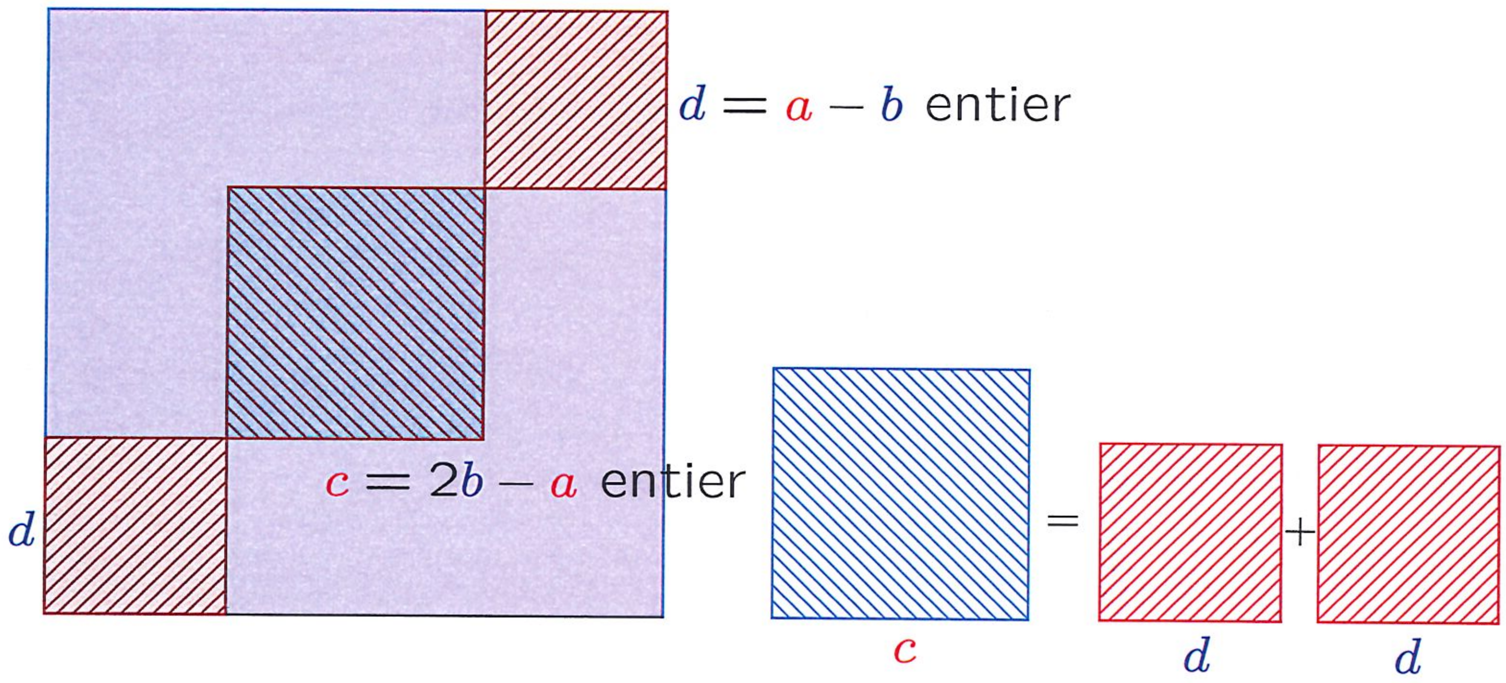


$$a > b > c > d > \cdots$$



a entier
b entier


a entier
=
b entier
+
b entier



$a > b > c > d > \cdots$

entiers

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

$\forall m, n$

$$\begin{aligned} mA < nB &\quad\Rightarrow\quad mC < nD \\ mA = nB &\quad\Rightarrow\quad mC = nD \\ mA > nB &\quad\Rightarrow\quad mC > nD \end{aligned}$$

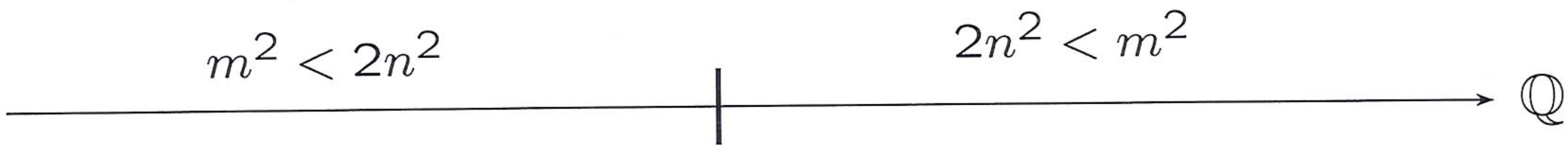
$$\sqrt{2} = 1,414213562373095\ldots$$

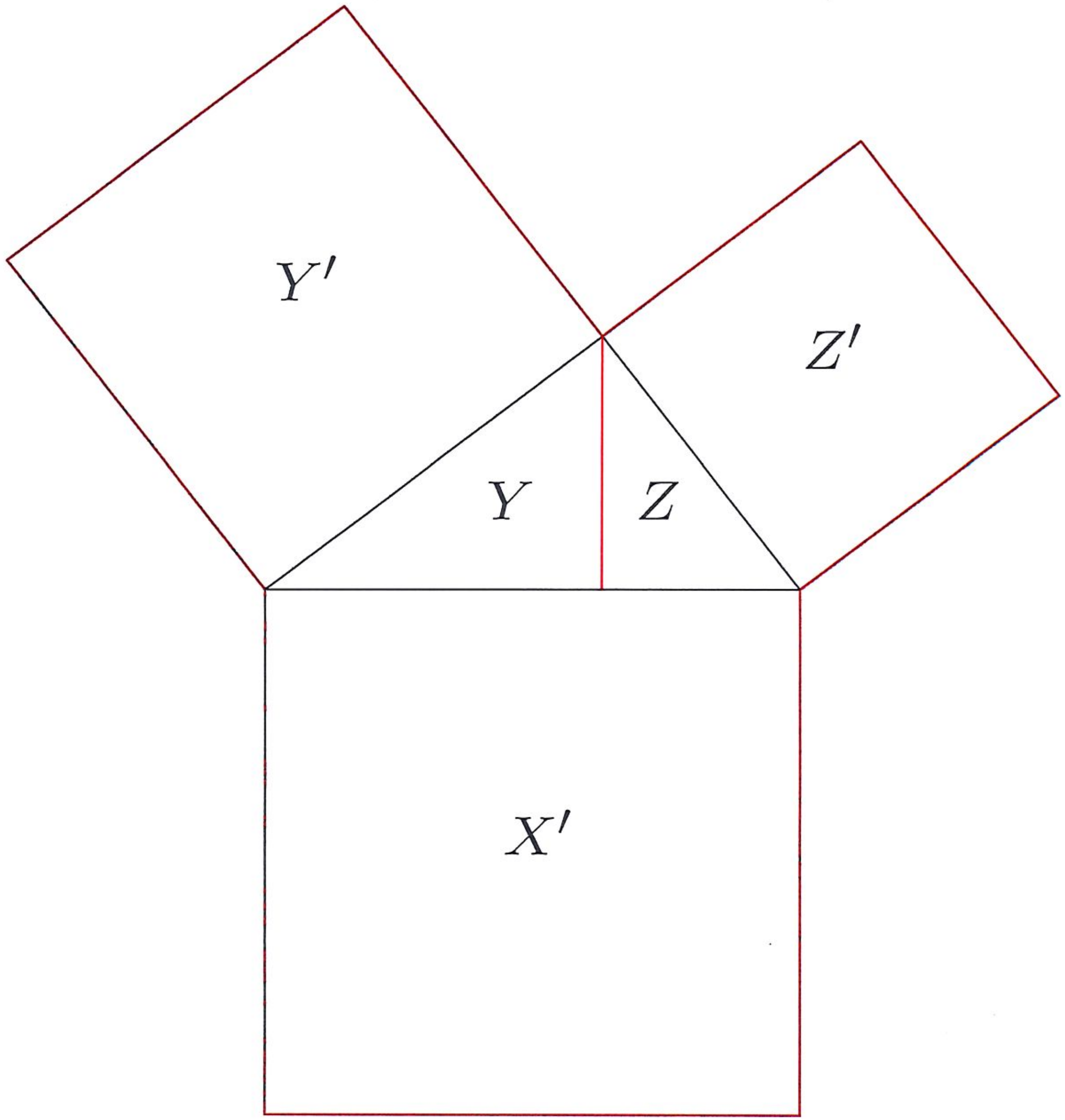
2.10^{12} chiffres

constante de Rydberg

$1,097373156852$

Coupure

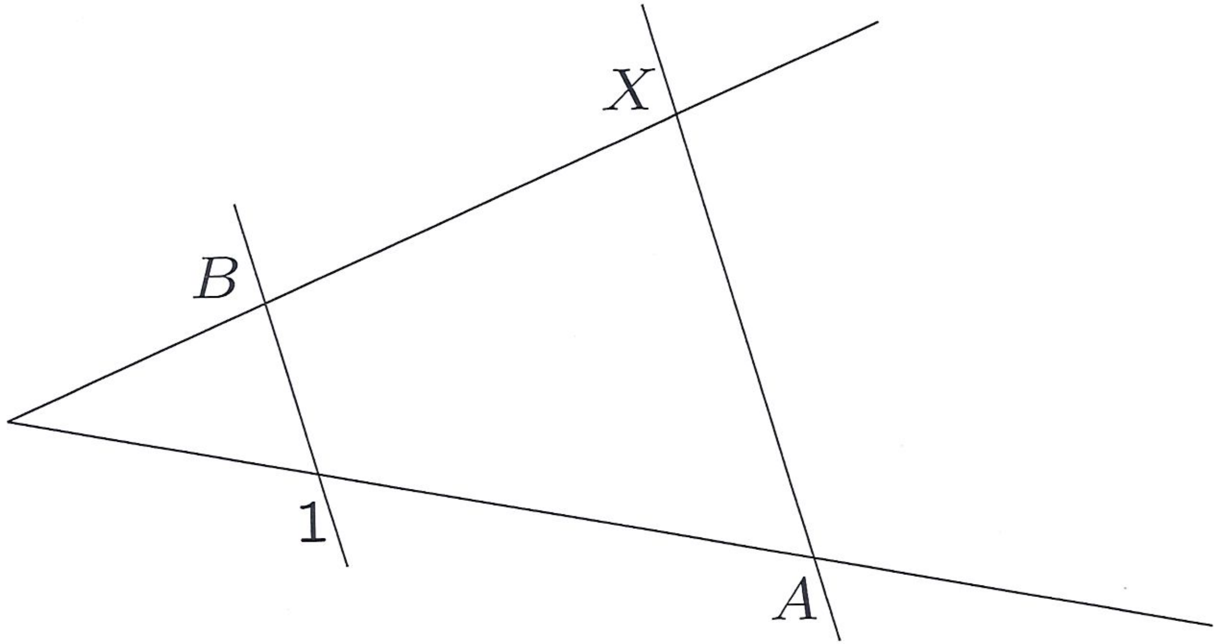




$$X = Y + Z$$

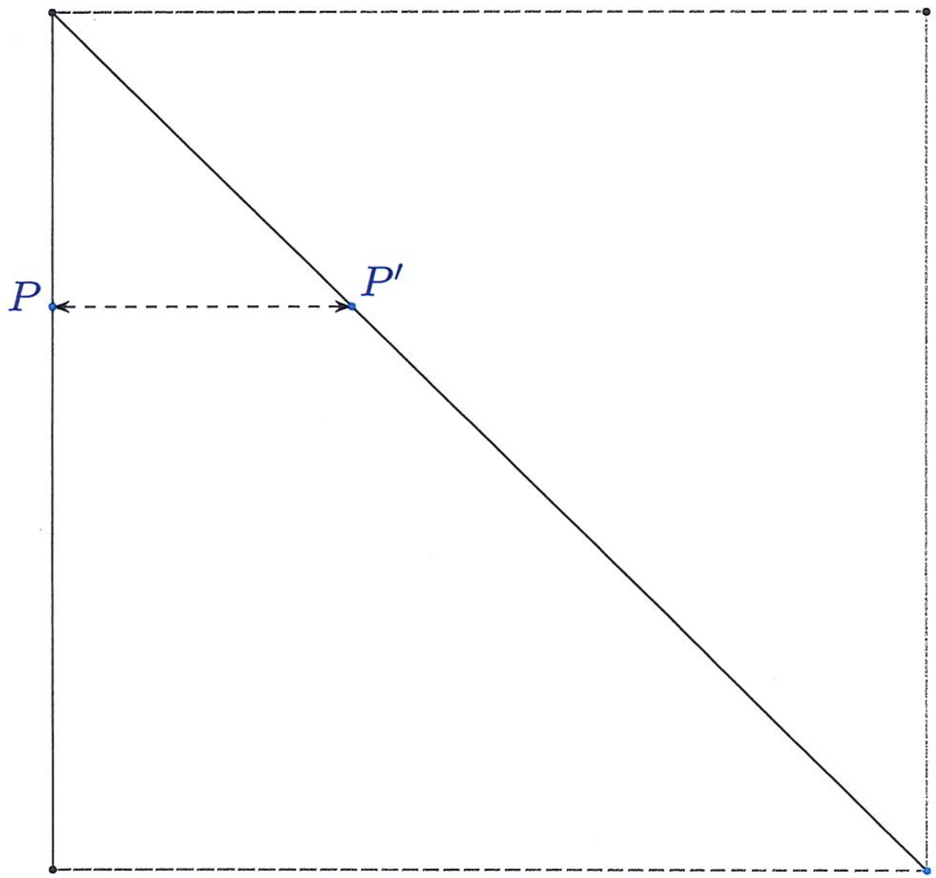
$$X' = Y' + Z'$$

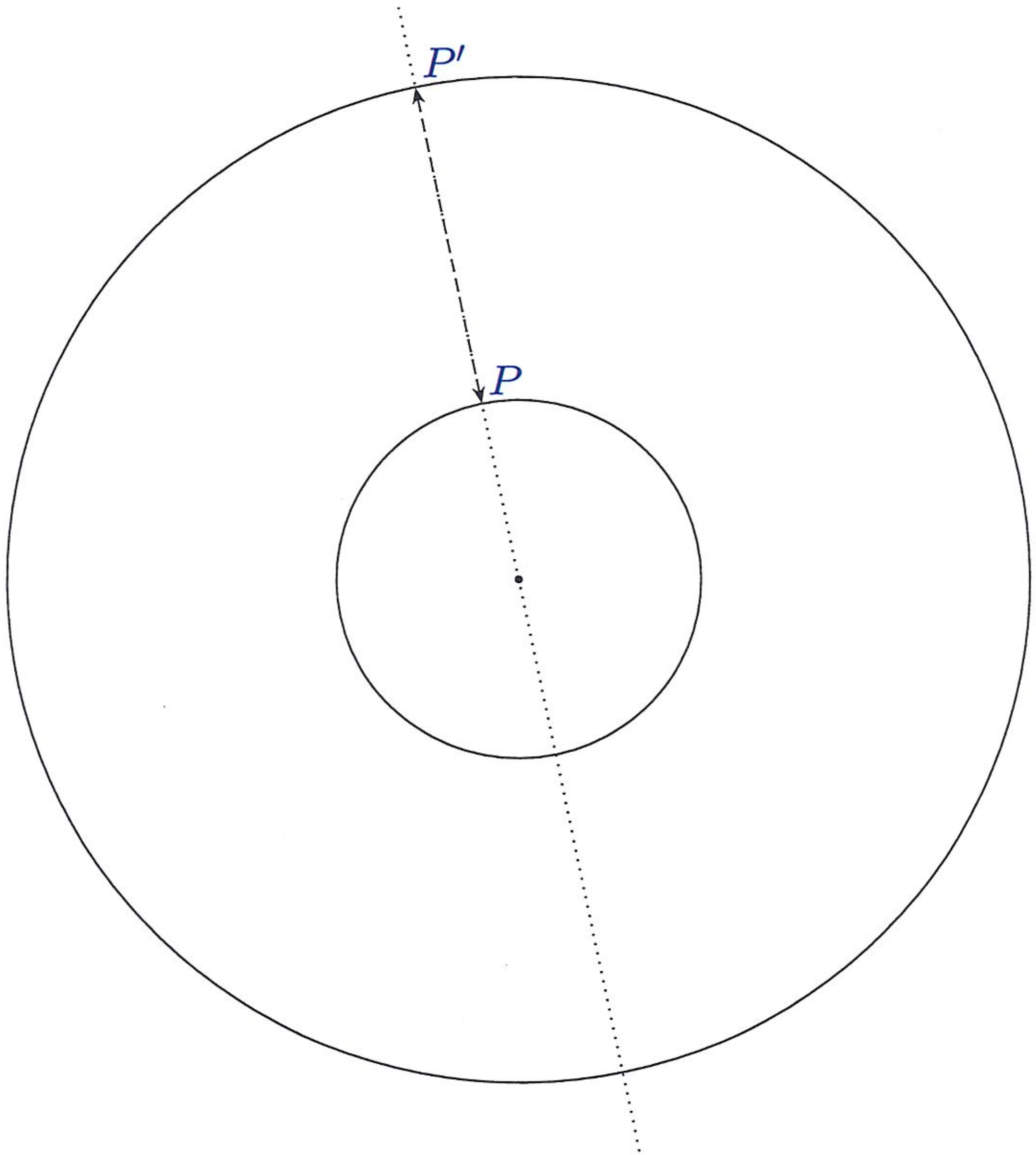
Descartes "La Géometrie"



$$\frac{1}{A} = \frac{B}{X} \qquad X = AB$$

$$\mathbb{N} = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots\}$$

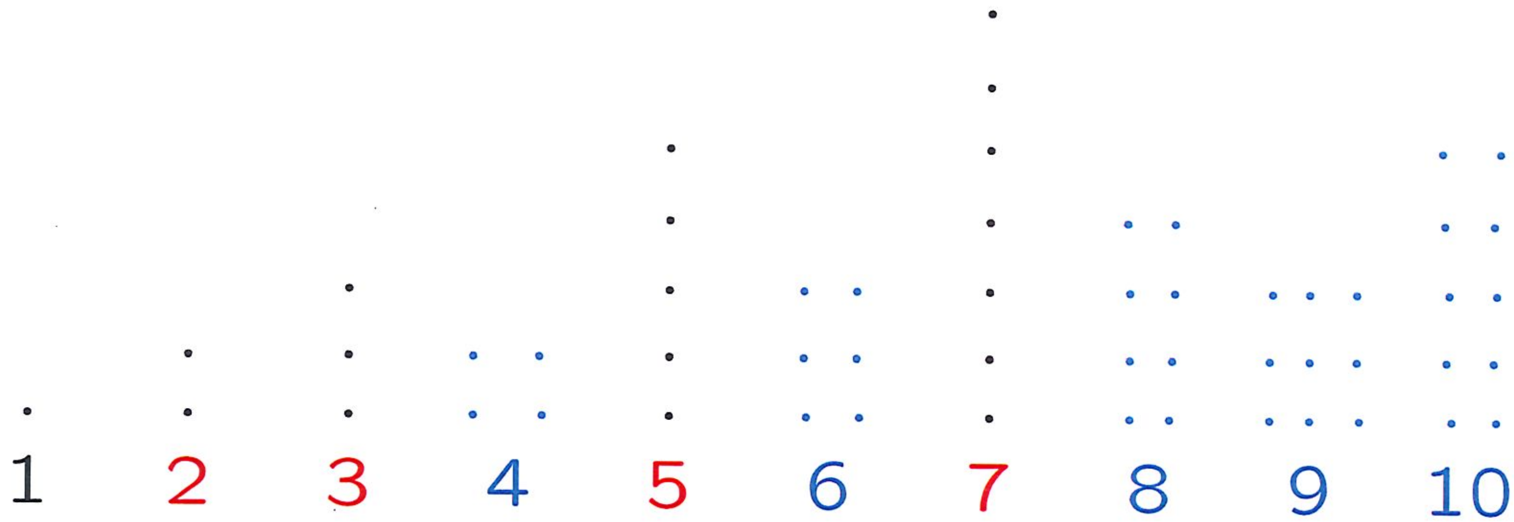

P
P′


P'
P

$$
\begin{array}{ccccccc}
0, & 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & \ldots \\
\updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \ldots \\
0, & 2, & 4, & 6, & 8, & 10, & \ldots \\
\updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \ldots \\
1, & 3, & 5, & 7, & 9, & 11, & \ldots
\end{array}
$$

Donc, puisque l'hypothèse de la suite prolongée à l'infini entraîne des contradictions manifestes, cette hypothèse doit être rejetée : la démonstration que nous venons de rappeler a été donnée pour la première fois par Galilée. De semblables démonstrations, dans lesquelles on renverse une hypothèse en montrant les fausses conséquences qu'on pourrait en déduire, s'emploient souvent en Géométrie, et c'est ce qu'on appelle des démonstrations *ab absurdo*.

A. L. Cauchy


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

$$2 \quad 3 \quad 5 \quad 7 \quad 11 \quad 13 \quad 17 \quad \ldots$$

$$2^{57885161} - 1$$

$(17 \cdot 10^6$ chiffres$)$

$$(3,5) \quad (5,7) \quad (11,13) \quad (17,19) \quad (29,31) \quad \ldots$$

$$4 \pm 1 \quad 6 \pm 1 \quad 12 \pm 1 \quad 18 \pm 1 \quad 30 \pm 1 \quad \ldots$$

$$\ldots 3756801695685 \times 2^{666669} \pm 1$$

(200.700 chiffres)

$$
\begin{array}{lcccccccccccccc}
E_0 & = & m & m & m & m & m & m & m & m & m & m & m & m & \cdots \\
E_1 & = & w & w & w & w & w & w & w & w & w & w & w & w & \cdots \\
E_2 & = & m & w & m & w & m & w & m & w & m & w & m & w & \cdots \\
E_3 & = & w & m & w & m & w & m & w & m & w & m & m & w & \cdots \\
E_4 & = & w & m & m & w & w & m & m & w & m & w & m & w & \cdots \\
E_5 & = & m & w & m & w & w & m & w & m & w & m & w & m & \cdots \\
E_6 & = & m & w & m & w & w & m & w & w & m & w & m & w & \cdots \\
E_7 & = & w & m & m & w & m & w & m & w & m & w & m & w & \cdots \\
E_8 & = & m & m & w & m & w & m & w & m & w & m & w & m & \cdots \\
E_9 & = & w & m & w & m & m & w & w & m & w & w & m & w & \cdots \\
E_{10} & = & w & w & m & w & m & w & m & w & m & m & w & m & \cdots \\
E_{11} & = & m & w & m & w & w & m & w & m & m & w & m & m & \cdots \\
\vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\
 & & & & & & & & & & & & & & \\
E_u & \neq & w & m & w & w & m & w & m & m & m & m & m & w & \cdots
\end{array}
$$

"Ce n'est pas une vérité tout à fait immédiate que deux et deux sont quatre, supposé que quatre signifie trois et un. On peut donc le démontrer et voici comment :

Définitions

1. Deux est un et un.
2. Trois est deux et un.
3. Quatre est trois et un.

Axiome

Mettant des choses égales à la place, l'égalité demeure.

Démonstration

2 et 2 est 2 et 1 et 1 (définition 1)

2 et 1 et 1 est 3 et 1 (définition 2)

3 et 1 est quatre (définition 3)"

G. W. Leibniz

"On pourrait remplacer le géomètre par le piano à raisonner de Stanley Jevons : ou, si l'on aime mieux, on pourrait imaginer une machine où l'on introduit les axiomes par un bout pendant qu'en recueillerait les théorèmes à l'autre bout, comme cette machine légendaire de Chicago où les porcs entrent vivants et d'où ils sortent transformés en jambon et en saucisse."

H. Poincaré

"Si je pouvais vous dire ce que je ne vous dis pas, je ne vous dirais pas ce que je vous dis"

Georges Bidault

"Cette phrase compte cinq mots."

"Cette phrase ne compte pas cinq mots."

"Cette phrase compte sept mots."

"Cette phrase ne compte pas sept mots."

"Ne croyez pas un mathématicien qui vous parle de philosophie."

P :   "P est indémontrable dans $\mathcal{S}$."

"Je suis une proposition indémontrable dans $\mathcal{S}$."

P démontrable dans $\mathcal{S}$ $\Rightarrow$ P vraie $\Rightarrow$ P indémontrable dans $\mathcal{S}$

non-P démontrable dans $\mathcal{S}$ $\Rightarrow$ P faux $\Rightarrow$ P démontrable dans $\mathcal{S}$