Haute École Galilée
ISPG
Pédagogie

L'infographie, un contexte et une motivation pour apprendre la géométrie

Activités pour les élèves du professionnel en section artistique

Travail de fin d'études réalisé par BURON Florence

en vue de l'obtention du baccalauréat d'agrégé de l'enseignement secondaire inférieur orientation Mathématiques

Promoteur : GILBERT Thérèse

Année scolaire 2020 - 2021

Institut Supérieur de Pédagogie Galilée
Rue Royale, 336 – B-1030 Bruxelles
www.galilee.be

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Madame Gilbert, pour sa disponibilité, son encadrement et ses précieux conseils.

Je remercie également toutes les personnes qui, de près ou de loin, m'ont aidée dans la réalisation de ce travail de fin d'études.

Merci à tous les professeurs de l'ISPG qui, par leur expérience et la formation apportée durant ces trois années d'études, m'ont permis d'acquérir les connaissances nécessaires pour réaliser ce travail.

Je tiens à remercier Delphine Vandenheuvel, ma maître de stage, qui m'a laissé expérimenter une de mes activités.

Enfin, mes remerciements vont à ma famille, mes amis qui, par leurs discussions, échanges, conseils, patience et écoute, m'ont fait évoluer et avancer dans ma réflexion.

Table des matières

01

Introduction

"*La fantaisie et la liberté d'imagination ne s'acquièrent pas comme ça, qu'il y faut du temps, de l'obstination, de la sévérité, de la rigueur, des mathématiques, de la raison.*"

Philippe Sollers

Contrairement à ce que la plupart des gens peuvent penser, l'art et les mathématiques sont étroitement liés. Dès l'Antiquité, la réalisation de pavages, de frises et de mosaïques a nécessité le recours aux mathématiques. Explorée dans l'Antiquité, la perspective est devenue une théorie mathématique à la Renaissance. Au XX^{e} siècle, une explosion des courants artistiques dont un certain nombre met à l'honneur les mathématiques, tels que l'Art abstrait, le Cubisme, le Suprématisme, l'Art fractal et l'Art optique.

Depuis mon plus jeune âge, l'art et les mathématiques ont tenu une place importante dans ma vie. C'est pourquoi, pour clôturer ces trois années d'étude en AESI mathématiques, j'ai décidé d'allier mes deux passions - l'infographie et les mathématiques - afin de créer des activités qui utilisent l'infographie pour enseigner les mathématiques.

Ce recueil d'activités mathématiques aborde les transformations du plan et le développement de solides à travers la création de pavages et de packagings. Ces contextes laissent une grande place à l'imagination et à la créativité, des notions qui sont souvent vues, à tort, comme éloignées des cours de mathématiques.

Ce travail vise essentiellement les classes de 5^{e} et 6^{e} professionnel en sections artistiques, telles que graphisme, arts graphiques et publicité. Il existe peu de ressources destinées aux élèves de l'enseignement professionnel, d'où mon envie de réaliser un travail de fin d'étude pour continuer à atténuer ce manque. Bien que le coeur de cible soit restreint, il est possible d'adapter les activités pour un public plus large, ce qui a d'ailleurs été le cas lors de leurs expérimentations en classe.

02

Projet

Qu'est-ce que l'infographie ?

L'infographie désigne le domaine de la création d'images numériques assistée par ordinateur. Les images créées peuvent être en 2D ou en 3D.

L'infographie est un outil, dans le sens où l'élève utilise le programme destiné à l'illustration graphique pour tracer et construire des figures. Mais elle est aussi source de réflexion car l'élève doit mettre en œuvre ses connaissances mathématiques pour réaliser un objet ou une tâche.

Quel projet ?

Ce travail propose différentes activités à réaliser avec des élèves du professionnel en section artistique, les incitant à travailler les mathématiques de manière plus adaptée à leurs envies et leurs besoins.

Le projet consiste à mettre en place un partenariat entre les enseignants en mathématiques et en infographie (ou autre). Le but est que les élèves se rendent compte de l'importance et l'utilité des mathématiques dans leur option artistique. Par ailleurs, le fait de proposer des activités mêlant arts et mathématiques accroît l'intérêt et la motivation des élèves.

Certaines de ces activités sont à réaliser avec GeoGebra et Illustrator. Ce dernier est un logiciel Adobe de création graphique vectorielle. Il est important que les élèves connaissent déjà les bases de l'utilisation de ces programmes avant d'aborder ces activités. Cependant, il est possible de les adapter pour un public plus large en demandant de réaliser les constructions à la main.

Que dit le programme ?

Programme de mathématiques : Professionnel - 5e année[1]

En cinquième année, l'élève se consacre à la construction, à l'interprétation et au décodage des représentations planes des solides.

Une des compétences à développer est la capacité à associer représentations planes et objets de l'espace. La création de packaging est un exercice particulièrement en phase avec cette compétence. Elle permet d'établir des liens entre 2D et 3D.

La cinquième année est celle où les élèves apprennent le développement de solides tels que le cube, le parallélépipède rectangle, le prisme et la pyramide. Ces solides permettent une exploitation très créative des packagings.

Bien que les pavages ne soient pas au programme, ils permettent de réinvestir des connaissances sur les transformations du plan étudiées au 1er degré.

Programme de mathématiques : Professionnel - 6e année[2]

En sixième année, l'élève exploite les représentations planes pour calculer des longueurs, des aires et des volumes.

Le programme est dans la continuité de l'année précédente puisque les élèves vont être confrontés aux mêmes solides (cône, sphère, prisme et pyramide), mais leur étude sera plus poussée. Cela permettra d'introduire des contraintes dans les consignes : par exemple imposer un certain volume forcera l'élève à calculer précisément les dimensions de son packaging.

En quoi l'infographie est une motivation ?

Il est important de différencier deux aspects de la motivation liée à l'infographie. D'une part, le caractère artistique de la tâche à réaliser et, d'autre part, l'utilisation d'outils informatiques.

Tout d'abord, les élèves visés dans ce travail ont fait le choix de s'inscire dans une section artistique. Cela signifie qu'ils ont un intérêt pour l'art et une volonté de s'investir dans des projets artistiques. La motivation des élèves est donc renforcée dans des activités qui mobilisent leurs capacités artistiques. De plus, les élèves peuvent être satisfaits de leur projet final, ce qui a des répercussions favorables sur leur estime de soi (directement en lien avec la motivation).

Enfin, les nouvelles technologies étant au coeur de la nouvelle génération, l'utilisation de l'outil informatique est en adéquation avec les intérêts des élèves. Cet outil permet non seulement d'obtenir un meilleur rendu, mais il ouvre le champ des possibilités. Il a comme avantages de permettre d'être précis dans les tracés, d'économiser le temps de certaines constructions et de pouvoir imprimer le travail autant de fois qu'on le souhaite.

---

1 **FESeC**, *Programme Mathématique - 2 périodes - 2ème et 3ème degrés professionnel. Géométrie – Construction, interprétation et décodage*, Enseignement catholique secondaire, Bruxelles, 2014, pp. 38-39.

2 **FESeC**, *Programme Mathématique - 2 périodes - 2ème et 3ème degrés professionnel. Géométrie – Calcul de longueurs, d'aires et de volumes*, Enseignement catholique secondaire, Bruxelles, 2014, pp. 44-45.

03

Des mathématiques à l’infographie

Préambule

Dans cette partie, je propose une séquence de cours qui permet d’aborder deux grandes thématiques : les pavages et le développement de solides.

Les pavages sont très présents autour de nous. Leur régularité crée un visuel agréable. L’étude des pavages permet, entre autres, d’aborder les transformations du plan et les angles.

Quant au développement de solides, il est particulièrement utilisé dans la création de packaging. Les démarches et les intuitions acquises dans ce domaine, telles la visualisation en 3D et le choix de mesures pertinentes, sont indispensables aux infographistes.

Le but de cette séquence est d’enseigner aux élèves des outils mathématiques directement en lien avec leur formation, plutôt que de leur apprendre des choses dont ils n’auront jamais l’utilité. Ces activités vont donner un sens au cours de mathématiques qui est souvent perçu comme inutile par beaucoup d’élèves en section artistique.

1. À la découverte des pavages

1.1. De quoi s'agit-il ?

Cette activité a pour but de faire découvrir les pavages à travers des photos de la vie quotidienne et des illustrations. Elle est pratiquement extraite de l'ouvrage *Pour une culture mathématique accessible à tous* publié par le CREM[1]. Je me suis permise de reprendre cette activité car la découverte des pavages n'est qu'une étape pour arriver au cœur de mon travail. J'ai repris le déroulement global de l'activité du CREM mais j'y ai ajouté des précisions sur la matière à voir en classe. Le choix d'images est également personnel.

Compétences

- Comprendre et utiliser, dans leur contexte, les termes usuels propres à la géométrie.
- Reconnaître, comparer des figures et les classer.
- Dans un contexte de pavage et de reproduction de dessins, relever la présence de régularités.

Matériel

- Feuilles-élèves avec les différentes photos et illustrations à analyser.
- Affiches reprenant les illustrations des feuilles-élèves.

Prérequis

La connaissance du vocabulaire de géométrie plane (noms des figures, notion d'angle, de côté...).

Points abordés, définis, préssentis

Plan ; pavage ; pavé ; nœud ; polygones isométriques.

1 **CREM** (Centre de recherche sur l'Enseignement des Mathématiques), *Pour une culture mathématique accessible à tous, Des pavages aux polyèdres*, CREM, Nivelles, 2004, pp. 240-242.

1.2. Déroulement

L'enseignant distribue les feuilles-élèves reprenant les images affichées au tableau.

Consigne

Quel est le lien entre toutes ces images ? Quelles en sont les caractéristiques communes ?


Figure 1


Figure 2


Figure 3


Figure 4

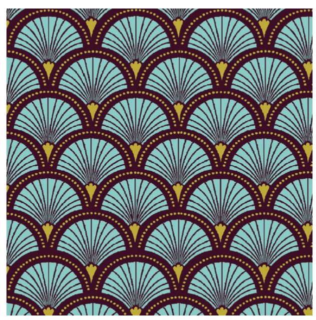
Figure 5

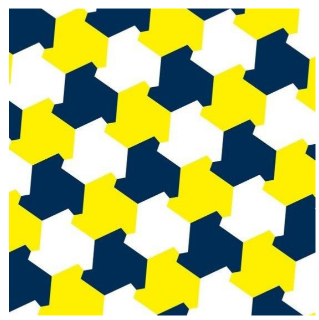
Figure 6


Figure 7


Figure 8


Figure 9

Les élèves observent les images, remarquent des régularités et notent leurs observations. Les images représentent des réalisations artistiques (figures 1, 5 et 6) et des photos liées à la vie quotidienne comme une ruche (figure 7), du carrelage (figures 4 et 9), des briques (figure 3) et des décorations murales (figures 2 et 8).

Les élèves mettent en commun leurs idées et font ressortir les caractéristiques des pavages. Après chaque proposition, ils doivent vérifier si cette caractéristique est valable pour toutes les images. Si les caractéristiques principales ne sont pas évoquées par les élèves, le professeur pose des questions afin de les souligner. Ensuite, les élèves établissent une définition de pavage.

Définition de pavage

Un *pavage* est un assemblage de surfaces bornées (appelées *pavés*) qui couvre le plan entier sans trou ni recouvrement.[2]

Il y a une infinité de façons de paver le plan mais les pavages les plus intéressants sont ceux dans lesquels on détecte des règles de construction et des symétries. C'est pourquoi, cette séquence de cours s'intéresse plus particulièrement aux pavages formés de polygones isométriques à un nombre limité de surfaces (figures 10 à 12). Ajoutons également la condition que chaque côté d'un pavé coïncide avec un côté entier d'un autre (figures 10 et 11). Cela revient à ne considérer que les pavages où les *noeuds* (sommets communs à plusieurs polygones) ne touchent jamais un polygone ailleurs que sur un sommet de celui-ci (la figure 12 ne respecte pas cette condition).

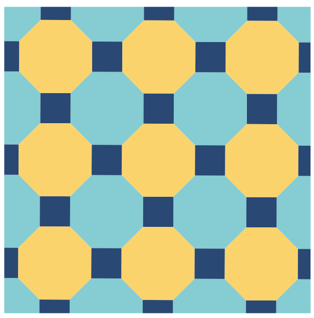
Figure 10

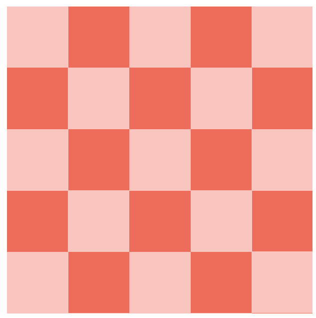
Figure 11

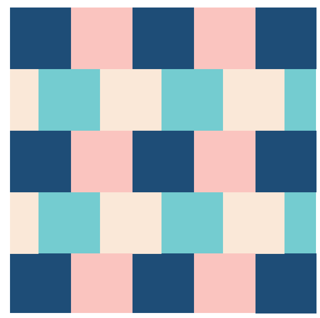
Figure 12

Caractéristiques des pavages

- Le pavage couvre tout le plan. Autrement dit, la partie le représentant (forcément bornée) peut être étendue aussi loin que l'on veut : la règle de construction est claire.
- Les pavés sont parfaitement jointifs.
- Les pavés ne se chevauchent pas.

Conditions ajoutées pour les pavages de polygones que nous considérons

- Les côtés des pavés coïncident.
- Les pavés sont tous isométriques à un nombre limité de surfaces.

2 **HAVAUX M.**, *Cours de géométrie des transformations et polyèdres, Pavages*, ISPG, Bruxelles, 2019.

2. Pavages de polygones réguliers

2.1. De quoi s'agit-il ?

Cette activité consiste à construire des pavages à partir de polygones réguliers découpés. Les élèves sont amenés à classer les pavages en deux catégories : pavages réguliers et pavages semi-réguliers. Ils doivent déterminer les caractéristiques de ces catégories afin de savoir les reconnaître et les définir. Cette activité est pratiquement extraite du CREM[1]. Le déroulement global est resté le même mais les consignes ont été adaptées.

Compétences

- Reconnaître, comparer des figures, les différencier et les classer.
- Connaître les propriétés de côtés et d'angles utiles dans les constructions.

Matériel

- Pour chaque groupe, une affiche et une enveloppe contenant une série de polygones réguliers en papier. Les côtés de ces polygones doivent avoir la même longueur pour que les côtés coïncident lors de l'assemblage. Nombre de polygones : quatre dodécagones, quatre décagones, six octogones, six heptagones, huit hexagones, six pentagones, neuf carrés et 18 triangles équilatéraux.
- Colle.

Prérequis

Les notions de pavage, de polygone, de côté et d'angle.

Points abordés, définis, préssentis

- Pavage régulier ; pavage semi-régulier ; codage d'un pavage semi-régulier ; conditions pour avoir un pavage.
- Somme des amplitudes des angles intérieur d'un polygone régulier ; amplitude d'un angle intérieur d'un polygone régulier ;

1 **CREM** (Centre de recherche sur l'Enseignement des Mathématiques), *Pour une culture mathématique accessible à tous, Des pavages aux polyèdres*, CREM, Nivelles, 2004, pp. 243-257.

2.2. Déroulement

Les élèves travaillent par groupe de trois ou quatre. Le professeur distribue à chaque groupe une enveloppe avec des polygones réguliers et une affiche.

> **Consigne 1**
>
> À l'aide des figures distribuées, construisez un pavage le plus «régulier» possible. Collez-le sur l'affiche.

La consigne est formulée de manière intentionnellement vague pour permettre aux élèves la construction de pavages réguliers et semi-réguliers. Une fois que tous les groupes ont réalisé leur pavage, ils collent leurs figures sur les affiches qui sont ensuite mises au tableau.

Dans un premier temps, chaque groupe explique comment il a réalisé son affiche et explique pourquoi son collage est bien un pavage. Cela permet de mettre en évidence les conditions pour avoir un pavage.

Conditions :

- les côtés des polygones ont même longueur et ils coïncident ;
- la somme des amplitudes des angles en chaque nœud vaut 360° donc il n'y a pas de recouvrement ni d'écart entre deux polygones.

Cette partie permet de revoir les formules de la somme des amplitudes des angles intérieurs d'un polygone à n côtés et de l'amplitude d'un angle intérieur d'un polygone régulier à n côtés.

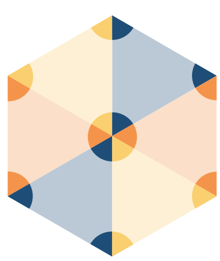

Figure 1

Figure 2

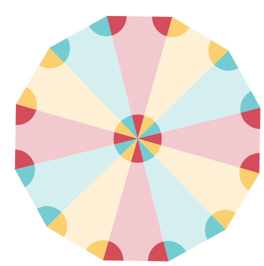

Figure 3

Les figures ci-dessus sont des polygones réguliers à n côtés divisés en n triangles. Ce découpage facilite la découverte des formules suivantes.

Somme des amplitudes des angles intérieurs

Si on additionne tous les angles des triangles qui composent le polygone et qu'on retranche l'angle au centre, on obtient la somme des angles intérieurs de ce polygone. Cette somme vaut donc le produit de 180° par le nombre de triangles, auquel on enlève 360°.

Somme des amplitudes des angles intérieurs = $(n \cdot 180°) - 360° = (n - 2) \cdot 180°$

Amplitude d'un angle intérieur

Lorsqu'un polygone est régulier, tous ses angles ont même amplitude. La valeur d'un angle vaut donc la somme des angles intérieurs du polygone divisée par le nombre de ses côtés.

Amplitude d'un angle intérieur $\alpha = \dfrac{(n-2) \cdot 180°}{n}$

Consigne 2

Les pavages que vous avez réalisés appartiennent à deux familles. Classez-les et donnez les caractéristiques de chaque famille.

Les élèves mettent en évidence le fait que certains pavages contiennent un seul type de polygones réguliers, il s'agit des pavages réguliers. Les autres pavages contiennent plusieurs types de polygones réguliers, on les appelle les pavages semi-réguliers.

Définition pavage régulier

Un pavage *régulier* est un pavage constitué de polygones réguliers tous isométriques (donc d'un seul type). Par exemple, les figures 13 à 15 sont des pavages réguliers tandis que les figures 4 à 12 n'en sont pas.

Définition pavage semi-régulier

Un pavage *semi-régulier* est un pavage constitué de polygones isométriques à trois polygones réguliers au plus, disposés de la même manière en chaque noeud. Autrement dit, chaque nœud peut être envoyé sur chaque autre nœud par une isométrie du plan qui conserve le pavage.

Un pavage *semi-régulier* est un pavage constitué de polygones isométriques à au moins deux polygones réguliers distincts, disposés de la même manière en chaque noeud, c'est-à-dire de telle façon qu'un sommet soit toujours entouré des mêmes polygones, dans le même ordre. Dans le plan euclidien, il existe huit pavages semi-réguliers (figures 4 à 11).

Codage du pavage semi-régulier :

Si on s'intéresse aux polygones autour d'un même noeud et qu'on remplace leur nom par le nombre de leurs côtés, on peut coder le pavage semi-régulier.

Figure 4 : codage 3.3.3.3.6 (ou, ce qui revient au même, 3.3.3.6.3, 3.3.6.3.3, 3.6.3.3.3 ou 6.3.3.3.3)
Figure 5 : codage 3.3.3.4.4
Figure 6 : codage 3.3.4.3.4
Figure 7 : codage 3.6.3.6
Figure 8 : codage 3.4.6.4
Figure 9 : codage 3.12.12
Figure 10 : codage 4.6.12
Figure 11 : codage 4.8.8

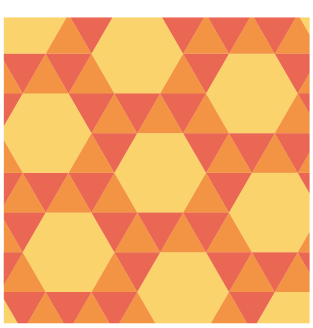

Figure 4

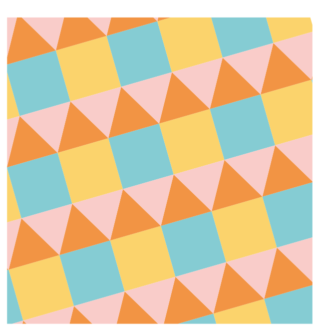

Figure 5

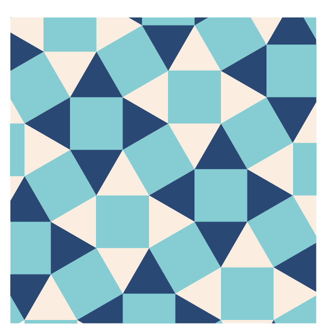

Figure 6

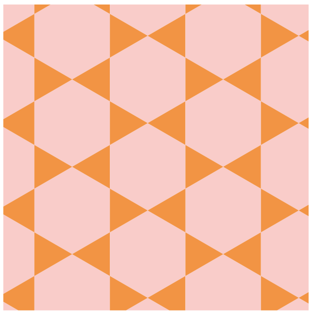
Figure 7

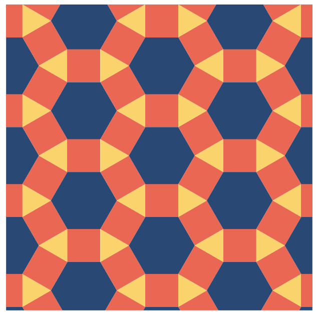
Figure 8


Figure 9

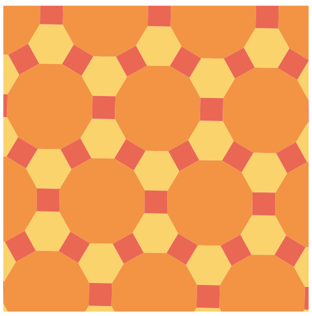
Figure 10

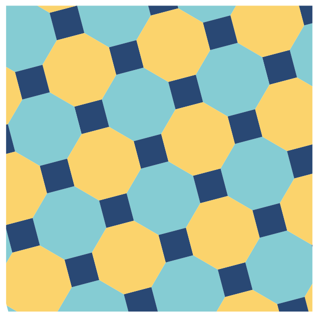
Figure 11

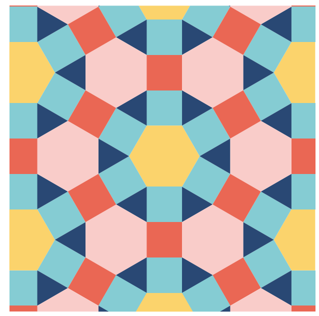
Figure 12

Avec des élèves expérimentés, il est intéressant de faire rechercher un exemple de pavage constitué de plusieurs types de polygones isométriques, mais qui n'est pas semi-régulier parce que l'ordre des polygones autour des nœuds n'est pas toujours identique. Par exemple, dans la figure 12, on retrouve les codages 6.4.3.4 et 6.3.4.4.

Consigne 3

Combien de pavages réguliers différents existe-t-il ? Prouvez que vous les avez tous découverts.

Les élèves découvrent par essais et erreurs qu'il existe trois types de pavages réguliers différents : avec des triangles équilatéraux, des carrés ou des hexagones réguliers (figures 13 à 15).

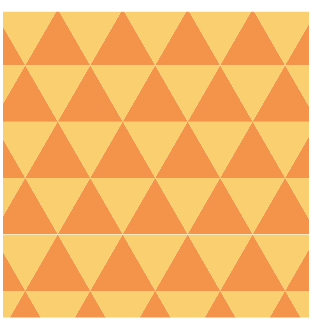
Figure 13

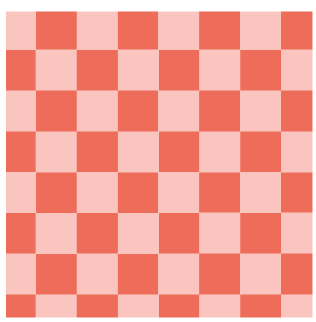
Figure 14


Figure 15

A-t-on ainsi toutes les solutions ?

Vérifions dans un premier temps que ces trois solutions sont bien des pavages. La première condition à remplir est que les côtés coïncident : on a bien respecté cela. La seconde est que la somme des amplitudes des angles en chaque nœud vaut 360°. En calculant cette somme dans chaque pavage, on prouve que cette condition est remplie :

- pour les triangles équilatéraux (figure 13) on a $6 \cdot 60° = 360°$;
- pour les carrés (figure 14) on a $4 \cdot 90° = 360°$;
- pour les hexagones réguliers (figure 15) on a $3 \cdot 120° = 360°$.

Il ne reste plus qu'à prouver que ces solutions sont les seules possibles.

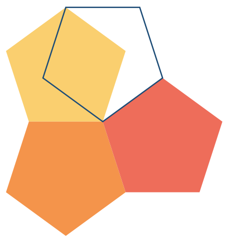
Figure 16


Figure 17

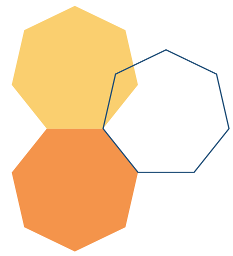
Figure 18

Si on essaie de paver le plan à l'aide de pentagones réguliers (figure 16), on constate que trois pentagones laisse une lacune tandis que quatre pentagones crée une superposition. En effet, trois pentagones seraient insuffisants car $3 \cdot 108° < 360°$ et quatre pentagones seraient excessifs car $4 \cdot 108° > 360°$.

Au-delà de six côtés (figure 18), l'amplitude d'un angle intérieur d'un polygone régulier est strictement supérieur à 120°. Puisqu'il y a minimum trois polygones en chaque noeud, la somme des amplitudes des angles en chaque nœud de tels polygones serait strictement supérieure à 360°. On conclut que ces polygones ne conviennent pas.

Il n'existe donc que trois types de pavages réguliers différents.

3. Construction de pavages à l'aide de GeoGebra

3.1. De quoi s'agit-il ?

Cette activité consiste à créer un pavage (ou plutôt une partie du pavage permettant d'imaginer le prolongement) semi-régulier sur GeoGebra.

Compétences

- Construire des figures à l'aide de l'outil informatique.
- Comparer des figures et reconnaître la transformation qui les associe.
- Construire l'image d'une figure par une transformation du plan.

Matériel

Chaque élève doit avoir accès à un ordinateur avec le logiciel GeoGebra préalablement installé.

Prérequis

La notion de pavage, les transformations du plan et une connaissance de base du logiciel GeoGebra.

Points abordés, définis, préssentis

- Pavage semi-régulier ; pavage invariant pour une transformation du plan.
- Transformations du plan (symétrie axiale, symétrie centrale, rotation, translation).

3.2. Déroulement

Les élèves travaillent individuellement. Le professeur donne la consigne suivante.

> **Consigne 1**
>
> Imaginez un pavage semi-régulier et construisez-le sur GeoGebra.

Les élèves commencent par faire des croquis de leur pavage semi-régulier. Ils doivent vérifier qu'il s'agit bien d'un pavage en calculant la somme des amplitudes des angles en chaque noeud.

Une fois que l'élève a terminé son pavage sur papier, il le réalise sur GeoGebra. Pour cela, il devra repérer les transformations du plan qui envoient une figure sur une autre.

> **Consigne 2**
>
> Repérez des transformations du plan qui laissent votre pavage inchangé et donnez leurs caractéristiques.

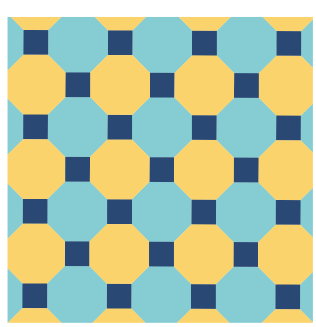

Figure 1

Par exemple, pour la figure 1, on peut identifier :

- quatre symétries axiales d'axes non parallèles (figure 2) et toutes les autres d'axes parallèles à ces axes-là ;
- les symétries centrales dont les centres (figure 3) sont les centres des carrés, les centres des octogones et les milieux des côtés des octogones qui ne sont pas adjacents à des carrés ;
- les rotations de 90° et 270° dont les centres sont les centre des carrés ainsi que les rotations de 90° et 270° autour des centres des octogones ;
- une infinité de translations de vecteurs de directions différentes (dont quelques exemples sont représentés sur la figure 4).
- une infinité de symétries glissées qui sont les composées d'une symétrie orthogonale et d'une translation déjà évoquées précédemment.

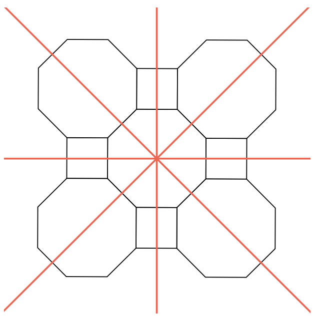
Figure 2

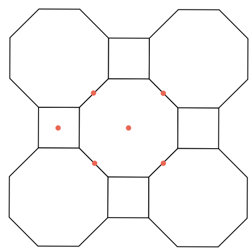
Figure 3

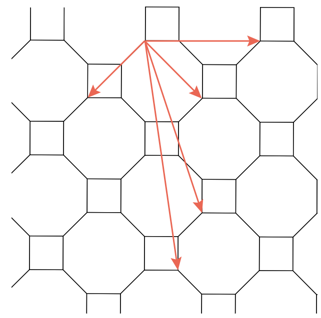
Figure 4

Toutes ces transformations laissent le pavage invariant.

4. À la découverte des autres pavages

4.1. De quoi s'agit-il ?

Il s'agit d'une activité de découverte de différentes méthodes de constructions de pavages. Cette activité s'inspire de certaines fiches de fabrication des pavages de l'ouvrage *Le monde des pavages*[1] et d'un article du magazine *Au fil des maths*[2].

Compétences

- Comprendre et utiliser, dans leur contexte, les termes usuels propres à la géométrie.
- Construire des figures avec du matériel varié.
- Utiliser les transformations du plan pour construire un pavé ou un pavage.
- Identifier les transformations du plan qui gardent le pavage invariant.

Matériel

- Ciseaux, colle, papier collant.
- Pour l'atelier 1, une enveloppe contenant des parallélogrammes isométriques.
- Pour l'atelier 2, une enveloppe contenant des triangles équilatéraux isométriques ainsi qu'un ordinateur avec le logiciel GeoGebra.
- Pour l'atelier 3, une enveloppe contenant des azulejos isométriques.

Prérequis

La notion de pavage et les transformations du plan.

Points abordés, définis, préssentis

- Pavés tous isométriques ; pavage invariant pour une transformation du plan.
- Transformations du plan (symétrie axiale, symétrie centrale, rotation, translation).

4.2. Déroulement

Dans cette séquence, on s'intéresse aux pavages formés de pavés tous isométriques (figures 1 à 3). Ces pavés ne sont pas forcément des polygones (figure 3). Dans ce dernier cas, on ne parlera plus de côté qui coïncide avec un côté entier d'un autre pavé.

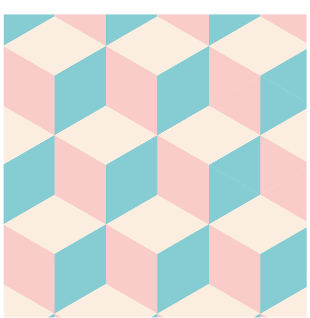

Figure 1

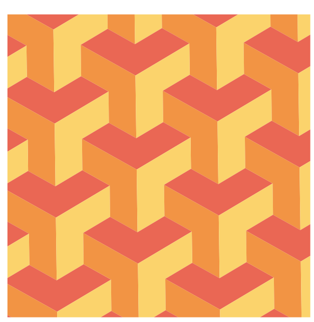

Figure 2

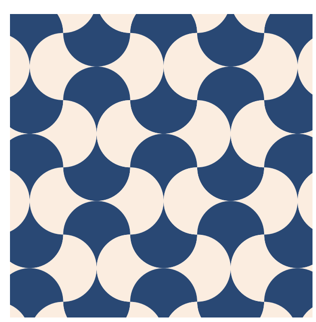

Figure 3

1 **DELDICQ A. et RABA R.**, *Le monde des pavages*, Éditions du Kangourou, Paris, 2009, pp. 6-21.

2 **GARRIGUE O.**, *Mathématiques et arts, La magie des azulejos*, Au fil des maths, n°537, 2020, pp. 20-29.

L'utilisation de non polygones permet d'exploiter les pavages de manière créative et d'en faire de véritables œuvres d'art (figures 4 à 6).

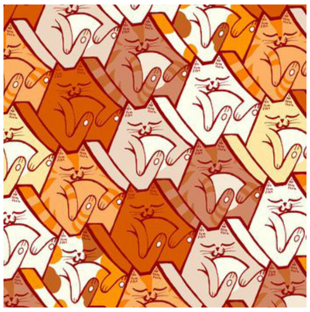
Figure 4


Figure 5

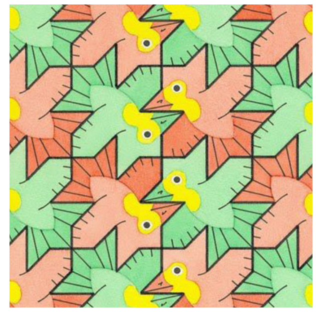
Figure 6

L'activité est divisée en quatre ateliers. Chaque atelier fait découvrir une méthode de construction de pavage. Par groupe de deux ou trois, les élèves passent d'un atelier à l'autre. Idéalement, chaque groupe réalise les quatre ateliers.

Atelier 1

> **Consigne 1**
>
> Vous disposez d'une enveloppe contenant des parallélogrammes isométriques.
>
> a) À partir de ces parallélogrammes, imaginez des pavages et dessinez-les.
>
> b) Pour chaque pavage, quelles sont les transformations du plan qui permettent de passer d'une figure à l'autre ? Et celles qui gardent le pavage invariant ?

a) Les figures 7 à 9 sont des exemples de pavages qu'il est possible de créer à partir de parallélogrammes quelconques (non losanges et non rectangles).

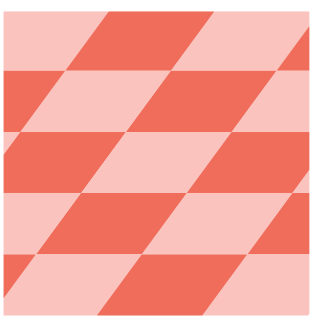
Figure 7


Figure 8


Figure 9

b) On considèrera que deux pavages sont *du même type* s'ils sont invariants par les mêmes transformations du plan. Par conséquent, ces trois pavages peuvent être regroupés en deux types.

Dans la figure 7, on peut passer d'une figure à une autre (adjacente) par des translations ou des symétries centrales dont les centres sont les sommets ou les milieux des côtés des parallélogrammes. De plus, ces transformations du plan, ainsi que d'autres translations et les symétries centrales dont les centres sont les milieux des parallélogrammes, conservent le pavage.

Dans les figures 8 et 9, on retrouve à la fois des translations et des symétries orthogonales dont les axes sont les côtés horizontaux des parallélogrammes. Encore une fois, le pavage est invariant par les mêmes transformations du plan.


Figure 10

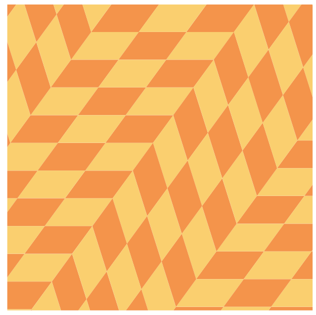
Figure 11

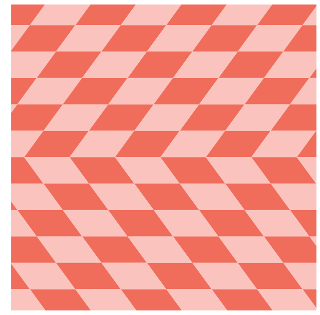
Figure 12

Les figures 10 et 11 font partie du même type de pavage que les figures 8 et 9. En effet, ces pavages sont invariants par symétrie orthogonale et par translation. La différence se situe dans leur construction.

En partant d'une rangée de parallélogrammes (figure 13), on peut construire le pavage de la figure 8 en appliquant des symétries orthogonales pour passer d'une rangée à la suivante (figures 14 et 15).


Figure 13


Figure 14

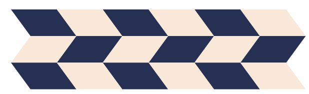
Figure 15

Tandis que pour construire le pavage de la figure 10, on commence par appliquer une translation à la première rangée (figures 16 et 17) et on applique ensuite une symétrie orthogonale au groupe des deux premières rangées (figure 18). Soulignons que la translation qui permet de passer de la première rangée à la seconde ne laisse pas le pavage invariant, contrairement à la symétrie orthogonale qui permet de construire les deux autres rangées.


Figure 16


Figure 17

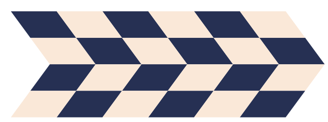
Figure 18

On peut observer cette même similitude entre les pavages des figures 9 et 11. Alors que la figure 9 travaille par rangée, la figure 11 utilise des groupes de trois rangées.

Tous ces pavages (figures 7 à 11) sont dit *périodiques* (conservés par au moins deux translations linéairement indépendantes, c'est-à-dire de vecteurs de directions différentes).

En ce qui concerne la figure 12, si on imagine que la suite du pavage est telle qu'il n'existe qu'un seul axe qui conserve le pavage par symétrie orthogonale, alors ce pavage est dit *non-périodique* (non conservé par au moins deux translations linéairement indépendantes).

Consigne 2

a) En découpant une partie d'un parallélogramme sur un côté et en la replaçant autre part (sans le retourner), créez un motif unique capable de paver le plan. Servez-vous de ce gabarit pour construire le pavage en dessinant les contours de votre motif.

b) Collez le pavage et expliquez votre méthode de construction du pavé.

Les élèves découvrent par essais et erreurs qu'ils peuvent paver le plan en déformant des parallélogrammes (figure 21). La condition de ne pas retourner le morceau découpé est fixée afin de limiter les possibilités.

Tout d’abord, intéressons-nous aux déformations des parallélogrammes de la figure 7.

Figure 19

Figure 20

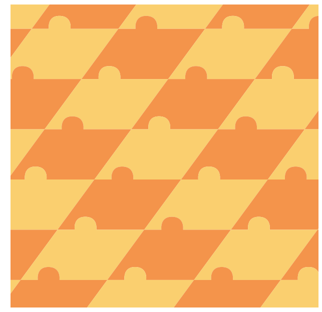

Figure 21

Méthode de construction du pavé

On découpe une partie d’un côté d’un paralléogramme et on le colle sur le côté opposé (figure 20). Le morceau découpé a subi une translation dont le vecteur est parallèle et de même longueur que le côté non découpé du parallélogramme. On peut effectuer le même procédé aux deux autres côtés du parallélogramme (figure 24) à condition de toujours garder une “structure parallèle”.

Figure 22

Figure 23

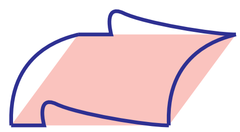

Figure 24

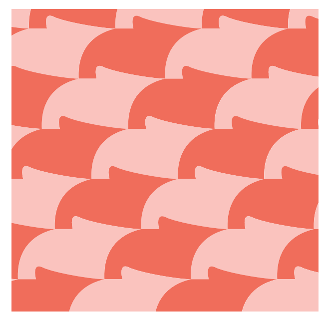

Figure 25

Il est également possible d’effectuer plusieurs découpages sur une même paire de côtés ou de choisir un vecteur de translation différent (figure 27). Cette technique laisse davantage de place à la créativité (figure 29).

Figure 26

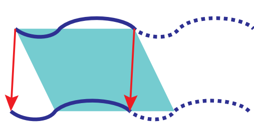

Figure 27

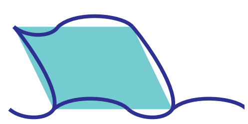

Figure 28

Figure 29

Intéressons-nous maintenant aux déformations des parallélogrammes de la figure 8.

Figure 30

Figure 31

Figure 32

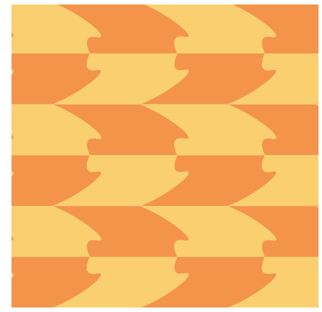

Figure 33

Méthode de construction du pavé

Tout comme précédemment, on déforme "parallèlement" deux côtés opposés du parallélogramme. Cependant, les côtés qui font office d'axes de symétries ne peuvent pas subir de transformation sinon il y aura des trous ou des chevauchements (figures 34 et 35).

Figure 34

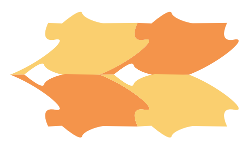

Figure 35

Atelier 2

Consigne 1

Vous disposez d'une enveloppe contenant des triangles équilatéraux tous isométriques.

a) En découpant une partie d'un triangle équilatéral sur un côté et en la replaçant autre part, créez un motif unique capable de paver le plan. Servez-vous de ce gabarit pour construire le pavage en dessinant les contours de votre motif.

b) Collez le pavage et expliquez votre méthode de construction du pavé.

À partir de triangles équilatéraux, il est possible de créer différents types de pavage.

Tout d'abord, intéressons-nous aux pavages dont six pavés forment un hexagone régulier.

Méthode de construction du pavé

Figure 36

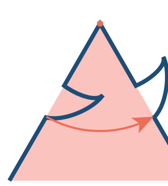

Figure 37

Figure 38

Figure 39

On découpe un morceau d'un côté du triangle équilatéral et on le colle sur un autre côté de sorte que le morceau découpé subisse une rotation de 60° dont le centre est un sommet du triangle (figure 37). On peut effectuer plusieurs découpages et assemblages à condition de toujours à garder les échanges entre une même paire de côtés. En effet, si on applique ce procédé à plusieurs paires de côtés, on ne parvient pas à paver le plan à l'aide du motif obtenu (figures 40 et 41).

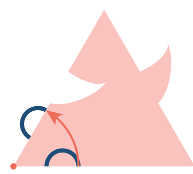

Figure 40

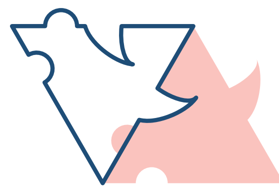

Figure 41

Intéressons-nous maintenant aux pavages dont tous les pavés sont images les uns des autres par des composées de symétries centrales.

Méthode de construction du pavé

On découpe un morceau d'une moitié d'un côté du triangle équilatéral et on le colle sur l'autre moitié de sorte que le morceau découpé subisse une symétrie centrale dont le centre est le milieu de ce côté (figure 42). On peut appliquer le même procédé aux deux autres côtés du triangle équilatéral (figures 43 et 44). On obtient ainsi un motif capable de paver le plan par des symétries centrales.

Figure 42

Figure 43

Figure 44

Figure 45

La seconde consigne est donnée en dépassement.

Consigne 2

Est-il possible de paver le plan à l'aide de triangles quelconques tous isométriques ? Utilisez GeoGebra pour répondre à cette question.

On peut paver le plan de triangles quelconques tous isométriques de deux façons :

- en appliquant à un triangle quelconque trois symétries centrales dont les centres sont les milieux des côtés du triangle et en réitérant ce procédé aux nouveaux triangles (figure 46) ;
- en appliquant à un triangle quelconque deux symétries centrales dont les centres sont les milieux des côtés du triangle, une symétrie orthogonale dont l'axe est le troisième côté de ce triangle et en réitérant ce procédé aux nouveaux triangles (figure 47).

Par contre, on ne peut pas paver le plan en appliquant à un triangle quelconque (non isocèle rectangle) trois symétries orthogonales dont les axes sont les côtés de ce triangle (figure 48).

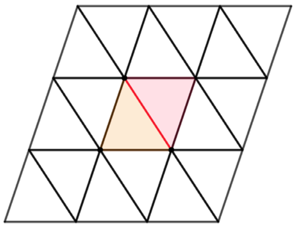
Figure 46

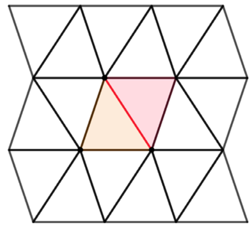
Figure 47

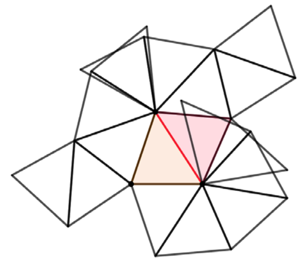
Figure 48

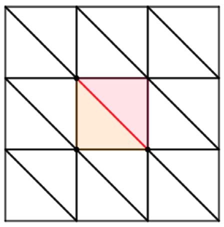
Figure 49

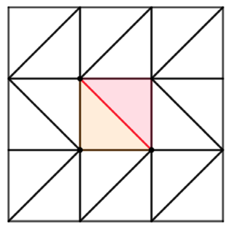
Figure 50

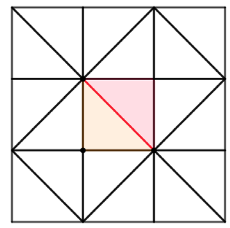
Figure 51

À partir des fichiers GeoGebra des figures 46 à 48, on peut déformer le triangle de départ pour s'intéresser à des triangles particuliers comme les triangles rectangles isocèles. Dans ce cas, on obtient respectivement les figures 49 à 51 et on remarque qu'une méthode de construction qui ne permettait pas de paver le plan avec des triangles quelconques peut cependant le paver avec des triangles rectangles isocèles.

On peut alors se demander si d'autres triangles particuliers peuvent paver le plan à la façon de la figure 48. C'est le cas pour deux autres types de triangles :

- le triangle rectangle moitié d'un triangle équilatéral (figure 52) ;
- le triangle isocèle tiers d'un triangle équilatéral (figure 53).

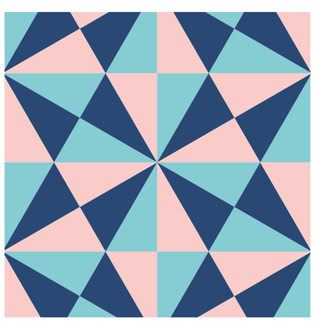
Figure 52

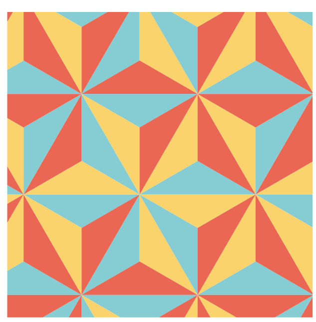
Figure 53


Figure 54

Un pavage assez surprenant est celui de la figure 54. En effet, on y retrouve exactement une combinaison de douze pavés de triangles isocèles qui forment un dodécagone (et qui sont images les uns des autres par des symétries orthogonales). Les autres pavés sont obtenus à la manière suivante :

- on applique aux triangles du dodécagone des symétries centrales dont les centres sont les milieux des côtés des triangles ;
- on applique à ces nouveaux triangles des symétries centrales dont les centres sont les milieux des côtés des triangles ;
- on recommence cette dernière étape un nombre infini de fois.

Ce pavage particulier (figure 54) est non périodique car il n'est pas conservé par translation.

Atelier 3

Consigne

Les carreaux suivants (également contenus dans l'enveloppe) sont appelés des azulejos. Ce sont des petits carreaux de faïence peints et émaillés qui décorent les maisons, les gares et les églises en Espagne et au Portugal. Quelle que soit la façon dont on les assemble, leurs couleurs se prolongent d'un carreau à l'autre.

L'artiste Edouardo Nery les assemble de différentes manières de sorte à créer des motifs symétriques. Voici quelques exemples de ses oeuvres.

a) Expliquez pourquoi les couleurs se prolongent d'un carreau à l'autre dans tous les cas.

b) Dessinez votre propre azulejo et laissez libre cours à votre imagination pour créer votre pavage.

c) Donnez les transformations du plan qui laissent votre pavage invariant.

La consigne est accompagnée d'images illustrant les différentes positions possibles d'un carreau : par exemple, en prenant la figure 55 comme carreau de départ, on peut lui appliquer une rotation de 90° (figure 56), 180° (figure 57) ou 270° (figure 58). Lorsqu'on assemble ces différentes figures, on remarque que les couleurs se prolongent d'un carreau à l'autre (figure 59). Grâce aux azulejos contenus dans l'enveloppe, l'élève peut faire ses propres essais pour se convaincre que les couleurs se prolongent dans tous les cas.

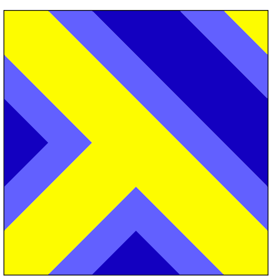
Figure 55

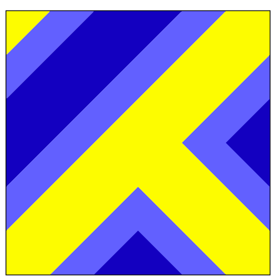
Figure 56

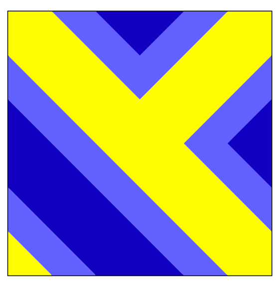
Figure 57

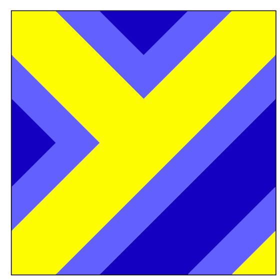
Figure 58

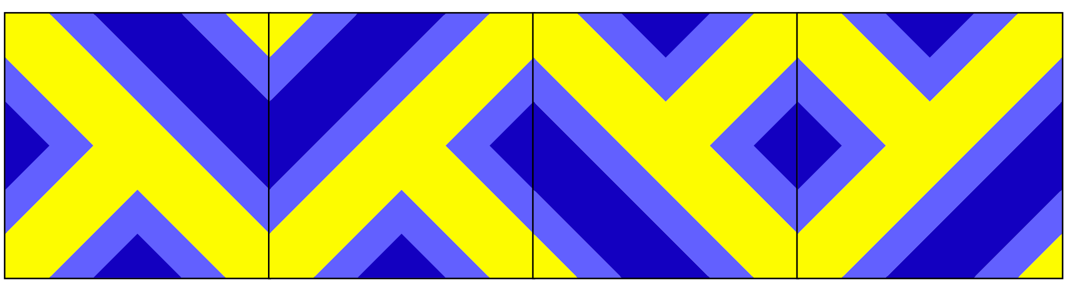
Figure 59

La consigne contient également des exemples d'oeuvres d'Edouardo Nery (figures 60 à 62). Ces oeuvres permettent aux élèves de se rendre compte de la richesse artistique des azulejos. De plus, elles font office d'exemples de ce qui est attendu par l'élève dans la dernière partie de la consigne.

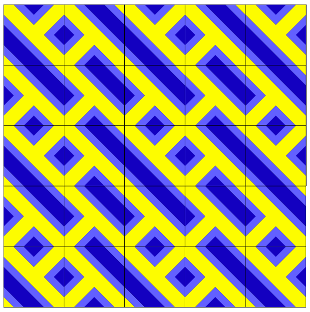
Figure 60

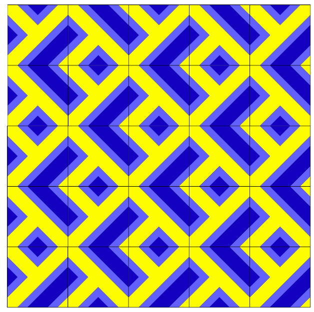
Figure 61

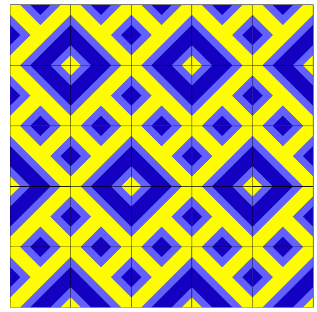
Figure 62

a) Les azulejos répondent à deux contraintes essentielles qui permettent de garder le prolongement des couleurs quelle que soit la façon dont on les assemble :

- les couleurs sont disposées symétriquement sur un même côté, chaque côté est invariant par une symétrie orthogonale dont l'axe est la médiatrice de ce côté (figure 63) ;
- toutes les couleurs sont agencées de la même manière sur chaque côté, c'est-à-dire que tous les côtés sont isométriques (figure 64).

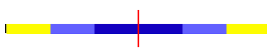
Figure 63

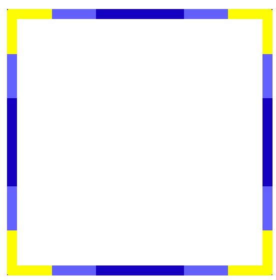
Figure 64

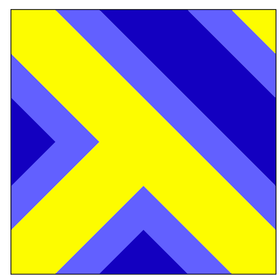
Figure 65

La première condition permet d'assurer le prolongement des couleurs lorsqu'on applique à un carreau une symétrie centrale dont le centre est un milieu d'un côté (figure 66). Lorsque cette condition n'est pas respectée, les couleurs ne se prolongent pas (figure 69).

La seconde condition assure la coïncidence des couleurs lorsqu'on applique à un carreau une rotation de 90° (figure 67) ou une translation (figure 68). Lorsque cette contrainte n'est pas respectée, les couleurs ne se prolongent pas (figures 70 et 71).

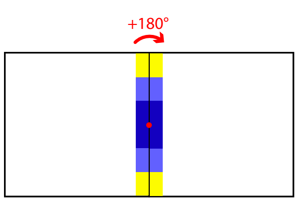

Figure 66

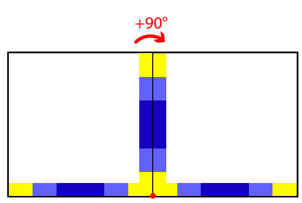

Figure 67

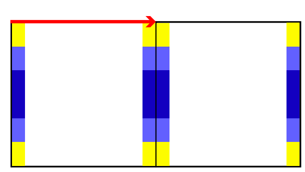
Figure 68

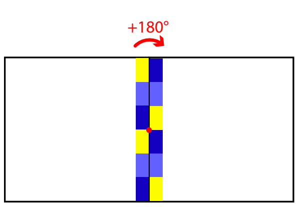

Figure 69

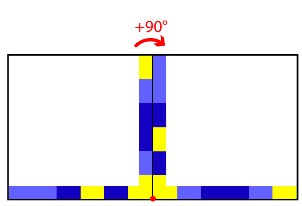

Figure 70

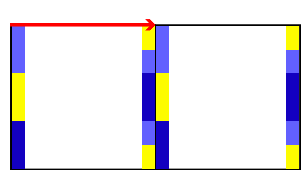
Figure 71

Il n'est pas nécessaire de s'intéresser à la symétrie orthogonale car les azulejos ne peuvent pas être retournés.

b) Voici un exemple d'azulejo (figure 72) et deux des pavages possibles à partir de ce carreau (figures 73 et 74).

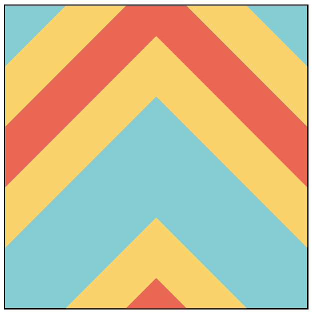

Figure 72

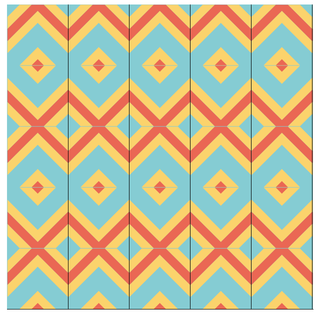

Figure 73

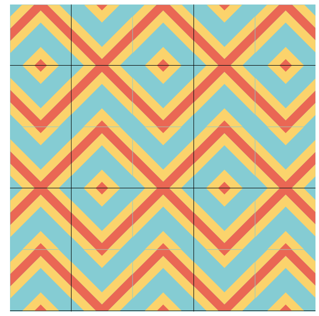

Figure 74

c) Par exemple, pour la figure 73, les transformations du plan qui gardent le pavage invariant sont :

- des symétries orthogonales dont les axes sont les quatre côtés des azulejos et les verticales passant par les milieux des côtés horizontaux des azulejos (figure 75) ;
- des symétries centrales dont les centres sont les intersections de tous les axes de symétries, c'est-à-dire les quatre sommets de tous les azulejos et les milieux des côtés horizontaux des azulejos (figure 76) ;
- une infinité de translations de vecteurs de directions différentes (dont quelques exemples sont représentés sur la figure 77) ;
- une infinité de symétries glissées qui sont les composées d'une symétrie orthogonale et d'une translation déjà évoquées précédemment.

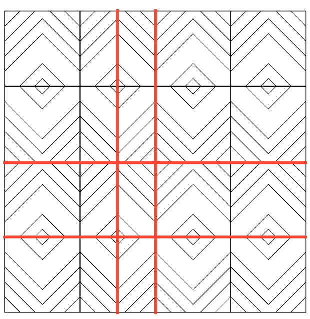

Figure 75

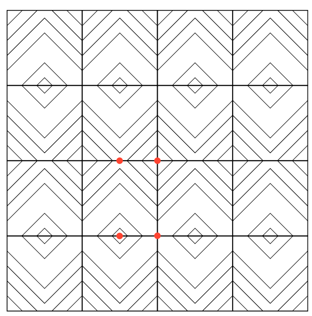

Figure 76

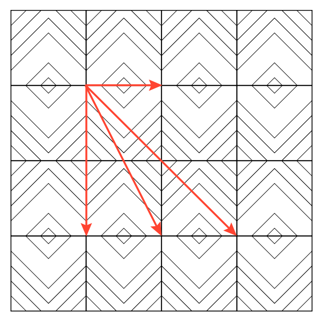

Figure 77

5. Du côté des artistes

5.1. De quoi s'agit-il ?

Il s'agit d'une activité de recherche, d'analyse et de présentation. Les élèves doivent trouver un artiste, un monument ou une culture qui met en avant les pavages. Ils réalisent une brève biographie de l'artiste (ou du monument ou de la culture) et ils analysent trois oeuvres de leur choix. Ils terminent par une présentation d'une seule œuvre devant le reste de la classe.

Cette activité a pour but de développer l'autonomie des élèves à travers un travail de recherche. Tout en découvrant de nouveaux artistes et d'autres cultures, l'élève doit mobiliser des compétences transversales pour préparer sa présentation orale.

Compétences mathémathiques

- Comprendre et utiliser, dans leur contexte, les termes usuels propres à la géométrie.
- Comparer des figures et reconnaître la transformation qui les associe.
- Dans un contexte de pavage, reconnaître et caractériser une rotation, une symétrie orthogonale, une symétrie centrale et une translation.
- Identifier les transformations du plan qui gardent le pavage invariant.

Compétences d'autres domaines

- Écrire ou dire une explication ou une description nourrie par une recherche d'informations.
- Assurer la présentation au niveau graphique (mise en page claire de l'affiche) et au niveau des interactions entre les éléments verbaux et non verbaux (choix d'illustrations).
- Élargir sa curiosité artistique.
- Approcher les arts issus d'autres cultures.

Matériel

- Un ordinateur par élève pour faire leurs recherches.
- Affiches pour la présentation.

Prérequis

La notion de pavage et les transformations du plan.

Points abordés, définis, préssentis

- Transformations du plan (symétrie axiale, symétrie centrale, rotation, translation).
- Motif minimal ; pavage invariant.

5.2. Déroulement

Le professeur donne la consigne suivante.

Consigne

Par groupe de deux, cherchez un artiste, un monument ou une culture qui illustre les pavages. Le travail se déroule en plusieurs étapes.

a) Écrivez une courte biographie de l'artiste, expliquez l'historique du monument ou donnez les grandes lignes de la culture choisie.

b) Sélectionnez trois oeuvres en lien avec votre sujet et analysez ces oeuvres :

- trouvez le plus petit motif qui pave l'oeuvre.
- donnez les transformations du plan qui permettent de créer le pavage à partir de ce motif minimal.
- identifiez les transformations du plan qui gardent le pavage invariant.

c) Présentez brièvement l'artiste, le monument ou la culture et développez l'analyse d'une seule œuvre devant la classe.

Dans l'idéal, choisissez des sujets différents.

Le professeur ne donne pas d'exemple pour ne pas empiéter sur le travail des élèves.

Les élèves commencent par faire des recherches individuellement. Ensuite, les binômes comparent les informations qu'ils ont trouvées et se mettent d'accord sur un sujet à exploiter. Le rôle du professeur est de vérifier que les élèves participent et s'écoutent mutuellement. Il prend connaissance des premières idées et fait en sorte que chaque groupe choisisse un sujet différent.

Ce travail vise l'autonomie des élèves. Il est important que le professeur n'intervienne pas de façon excessive pendant la recherche. Cependant, il reste à l'écoute des différents groupes afin d'agir en cas de problème.

5.3. Exemple 1 - Maurits Cornelis Escher

a) Biographie

Maurits Cornelis Escher (1898 - 1972) est un artiste néerlandais connu pour ses oeuvres souvent inspirées des mathématiques. Selon Wikipedia, ses œuvres représentent des constructions impossibles (figure 1), des explorations de l'infini (figure 3), des pavages (figures 4 à 6) et des combinaisons de motifs qui se transforment graduellement en des formes totalement différentes (figure 2).

Figure 1

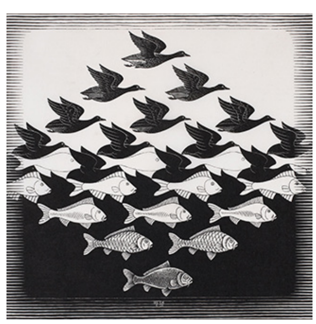

Figure 2

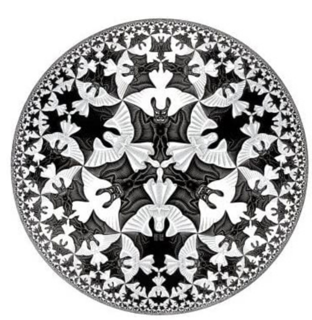

Figure 3

À titre d'information, la figure 3 est un *pavage hyperbolique*, c'est-à-dire un pavage qui recouvre le plan hyperbolique. Les droites de l'espace hyperbolique sont des arcs de cercles perpendiculaires à l'hyperplan. L'*hyperplan* limite le domaine, il correspond à des points de l'espace hyperbolique situés à l'infini. Aussi, plus on s'approche de cet hyperplan et plus les distances ont l'air de se contracter dans le modèle.

b) Trois oeuvres illustrant des parties de pavages


Figure 4

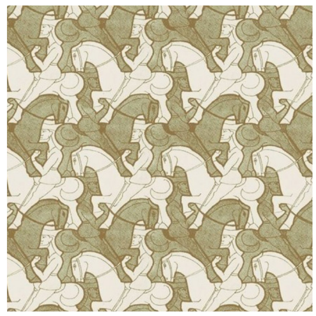
Figure 5


Figure 6

Analysons la figure 4, les deux autres figures sont laissées au lecteur. Le motif minimal capable de paver le plan est un lézard (figure 7). On applique à ce motif des rotations successives de 60°, 120°, 180°, 240° et 300° dont le centre est représenté en rouge sur la figure 8. Finalement, on peut appliquer à ce groupe de six lézards des translations pour paver le plan (figure 9).


Figure 7

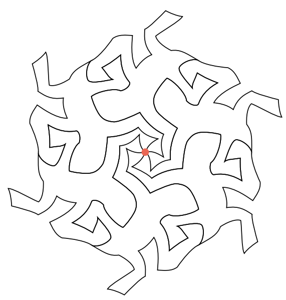
Figure 8

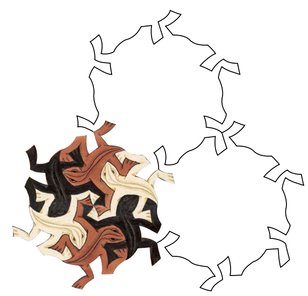
Figure 9

Les transformations du plan qui laissent ce pavage invariant sont :

- des rotations de 60°, 120°, 180°, 240° et 300° dont le centre est représenté en rouge sur la figure 8 ;
- des rotations de 120° et 240° dont le centre est représenté en rouge sur la figure 10 ;
- des symétries centrales dont le centre est représenté en rouge sur la figure 11 ;
- une infinité de translations de vecteurs de directions différentes (dont deux translations sont illustrées à la figure 9).

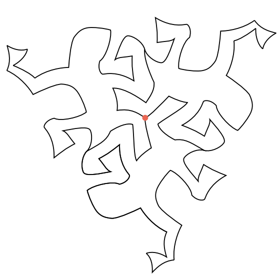
Figure 10

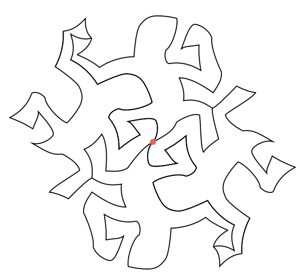
Figure 11

5.4. Exemple 2 - Vasarely

a) Biographie

Victor Vasarely (1906 - 1997) est un artiste franco-hongrois reconnu comme étant le père de l'art optique.

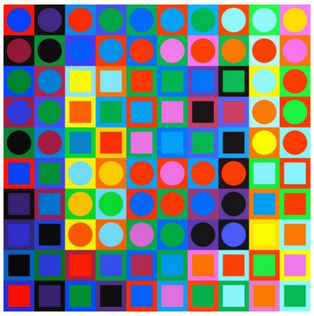
Figure 12


Figure 13

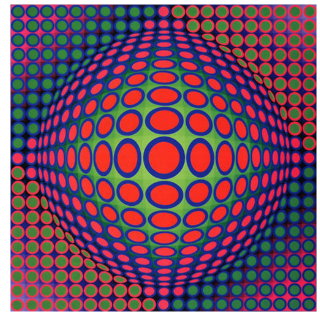
Figure 14

Dans ses peintures et sculptures (figures 12 à 17), il utilise des formes géométriques et des graphismes colorés pour créer des illusions de profondeur spatiale sur des surfaces à deux dimensions.

b) Trois oeuvres illustrant des parties de pavages


Figure 15

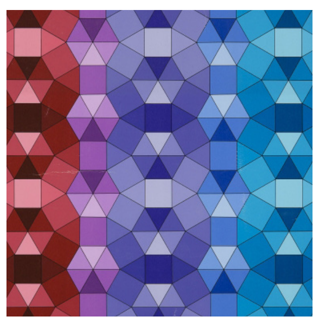
Figure 16

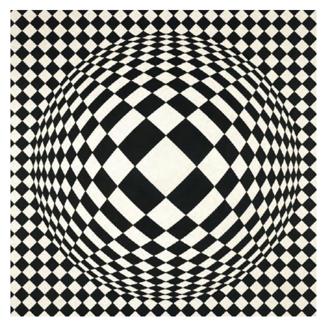
Figure 17

La figure 17 ne représente pas un pavage habituel puisque tous les pavés ne sont pas isométriques à trois ou quatre pavés de base. Par contre, à travers le choix de cette illustration, on peut mettre en évidence une caractéristique importante des oeuvres de Vasarely : la déformation de pavages qui crée une impression de relief. Cette oeuvre illustre donc une utilisation différente des pavages dans l'art.

Analysons la figure 15. Le motif minimal capable de paver le plan est un losange (figure 18). On applique à ce motif des rotations successives de 120° et 240° dont le centre est représenté en rouge sur la figure 19. Finalement, on peut appliquer des translations à ce groupe de trois losanges pour paver le plan (figure 20).

Figure 18

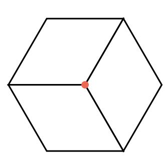
Figure 19

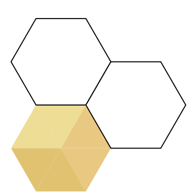
Figure 20

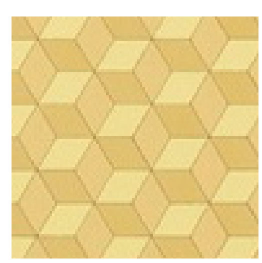
Figure 21

Les transformations du plan qui laissent ce pavage invariant, outre l'identité, sont :

- six symétries orthogonales d'axes non parallèles (figure 22) et des symétries orthogonales d'axes parallèles à ces axes-là ;
- les symétries centrales dont les centres sont les sommets communs à six losanges ou les centres des losanges (figure 23) ;
- des rotations de 60°, 120°, 240° et 300° dont les centres sont les sommets communs à six losanges (figure 23) ;
- des rotations de 120°et 240° dont les centres sont les sommets communs à exactement trois losanges (figure 23) ;
- une infinité de translations de vecteurs de directions différentes (dont quelques exemples sont représentés sur la figure 24) ;
- une infinité de symétries glissées qui sont les composées d'une symétrie orthogonale et d'une translation déjà évoquées précédemment.

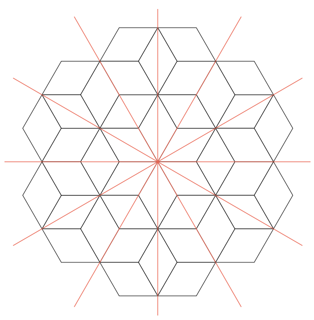
Figure 22

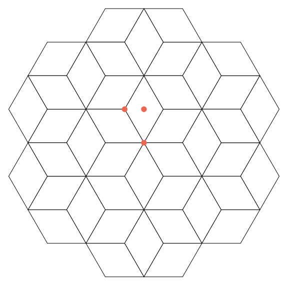
Figure 23

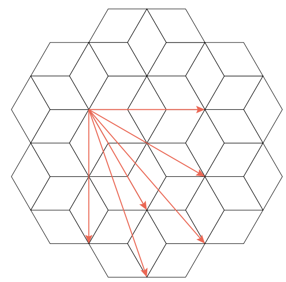
Figure 24

5.5. Autres exemples

1) Le palais de l'Alhambra

L'Alhambra est une citée constituée d'un riche complexe de palais et de forteresses, située à Grenade (sud de l'Espagne). Le palais de l'Alhambra est orné de nombreuses mosaïques murales très colorées et présentant des régularités.


Figure 25

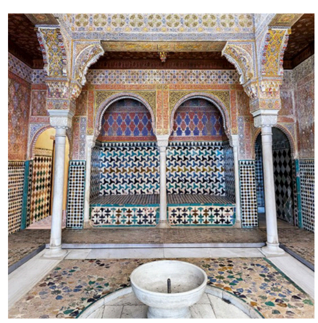
Figure 26

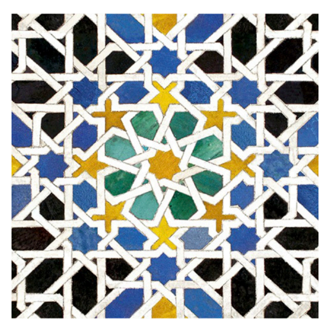
Figure 27


Figure 28


Figure 29


Figure 30

2) Raoul Raba

Raoul Raba (né en 1930) est un sculpteur français, auteur et illustrateur de plusieurs livres des Éditions du Kangourou, dont *Zoo Mathématique* et *Le monde des pavages*.

Figure 31

Figure 32

Figure 33

3) Sébastien Truchet

Sébastien Truchet (1657 - 1729) est un mathématicien, ingénieur et designer français. Les pavages de Truchet utilisent comme pavé de base un carré colorié divisé en deux par une diagonale (figure 34). Muni de ce pavé, Truchet étudie toutes les combinaisons possibles.

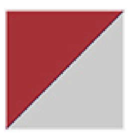

Figure 34

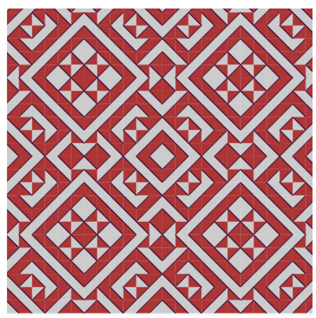

Figure 35

Figure 36

4) Jean-Claude Ferry

Jean-Claude Ferry (né en 1950) est un peintre français qui s'est inspiré des pavages de Truchet pour créer ses oeuvres.

Figure 37

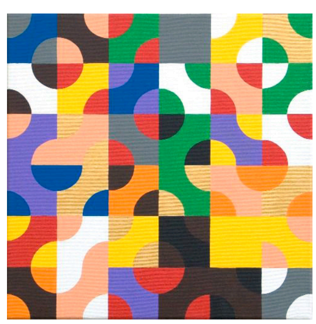

Figure 38

Figure 39

5) Renée van den Kerkhof

Renée van den Kerkhof (née en 1991) est une illustratrice néerlandaise qui s'inspire d'Escher dans certains de ses dessins.

Figure 40

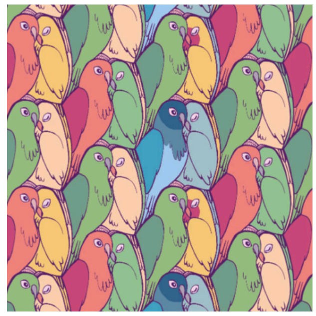

Figure 41

Figure 42

6) Henk Wyniger

Henk Wyniger (né en 1966) est un graphiste et illustrateur allemand qui marche lui-aussi sur les pas d'Escher. Au-delà de ses illustrations de pavages en 2D, il crée le design de tablettes de chocolat en 3D (figures 46 à 48).

Figure 43

Figure 44

Figure 45

Figure 46

Figure 47

Figure 48

6. Pavages de quadrilatères quelconques

6.1. De quoi s'agit-il ?

Cette activité a pour but de découvrir le théorème suivant : « Tous les quadrilatères peuvent paver le plan ».

Compétences

- Conjecturer et vérifier ses conjectures.
- Utiliser les transformations du plan pour construire des pavages.
- Construire des figures à l'aide de l'outil informatique.

Matériel

Le professeur a besoin d'un ordinateur avec le logiciel GeoGebra et d'un projecteur pour projeter l'animation.

Prérequis

La notion de pavage et les transformations du plan.

Points abordés, définis, préssentis

- Quadrilatère (quelconque, carré, losange, parallélogramme, rectangle, trapèze) ; somme des amplitudes des angles intérieurs d'un quadrilatère.
- Pavés tous isométriques ; somme des amplitudes des angles en chaque nœud.
- Transformations du plan (symétrie centrale, translation).

6.2. Activité pour élèves du secondaire

L'enseignant pose la question suivante.

Question 1

Avec quels quadrilatères peut-on paver le plan ?

Le professeur précise que, dans cette activité, nous allons nous intéresser uniquement aux pavages formés exclusivement de polygones isométriques.

Afin de répondre à cette question, le professeur donne plusieurs consignes successives. Il fait des mises en commun partielles entre les différentes consignes afin de relancer la recherche et de permettre à tous les élèves de progresser dans la recherche.

Consigne 1

Prenez une feuille de brouillon et dessinez le plus de pavages différents avec des quadrilatères isométriques.

Le professeur récolte les réponses des élèves.

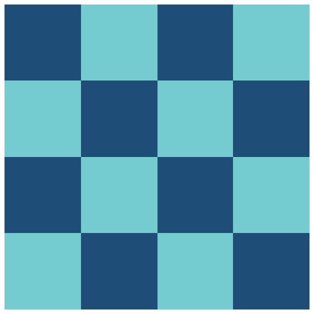

Figure 1

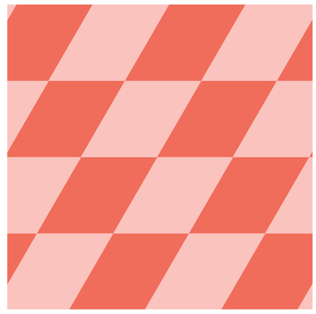

Figure 2

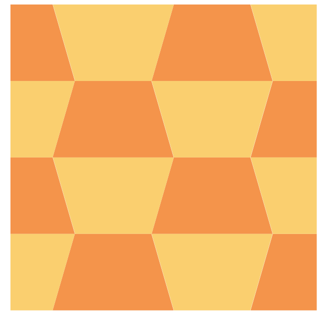

Figure 3

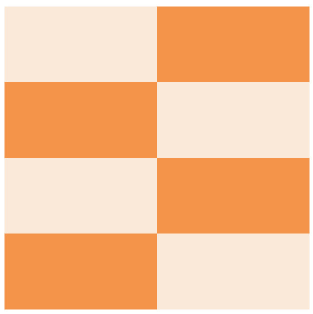

Figure 4

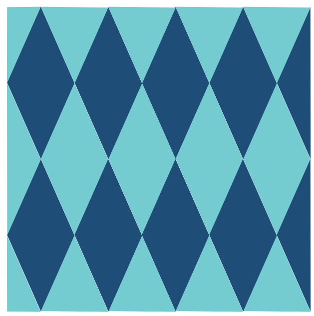

Figure 5

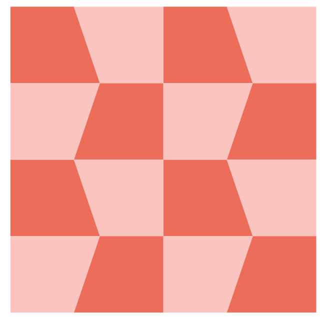

Figure 6

La plupart des élèves pensent directement à paver le plan avec les quadrilatères qu'ils connaissent, c'est-à-dire le carré (figure 1), le rectangle (figure 4), le parallélogramme (figure 2), le losange (figure 5) ou encore le trapèze (figures 3 et 6).

Question 2

Peut-on paver le plan avec des quadrilatères quelconques ?

Cette question permet d'ouvrir la réflexion à tous les quadrilatères et de ne pas rester focalisé sur les quadrilatères particuliers.

Par essais et erreurs, certains élèves arriveront à construire un pavage à partir d'un quadrilatère quelconque. Ils expliquent alors leur méthode de construction au reste de la classe.

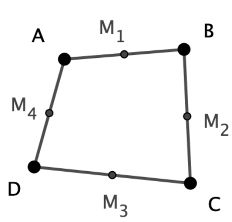

Figure 7

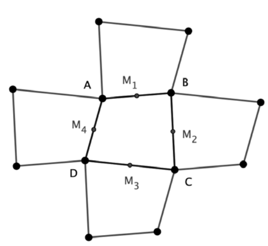

Figure 8

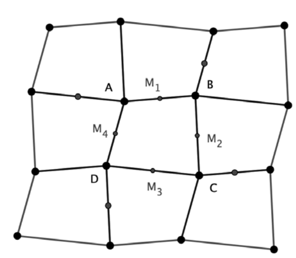

Figure 9

Méthode de construction

Partons d'un quadrilatère quelconque *ABCD*. Nommons M_1, M_2, M_3 et M_4 respectivement les milieux des côtés [*AB*], [*BC*], [*CD*] et [*AD*]. Appliquons au quadrilatère *ABCD* des symétries centrales de centres M_1, M_2, M_3 et M_4 (figure 8). Appliquons ce procédé aux côtés libres des nouveaux quadrilatères (figure 9). En appliquant ce procédé à chaque nouveau quadrilatère formé, on peut paver tout le plan à partir du quadrilatère *ABCD*.

Puisque la construction se fait à partir d'un quadrilatère quelconque, nous pouvons conjecturer qu'elle fonctionne dans tous les cas. Il ne reste plus qu'à le prouver et à comprendre aussi pourquoi cela fonctionne.

Consigne 2

Tous les quadrilatères peuvent paver le plan. Justifiez cette proposition.

Les élèves doivent tout d'abord justifier qu'il s'agit bien d'un pavage, c'est-à-dire prouver qu'il n'y a ni trou ni recouvrement.

Conditions à remplir :

1) Les côtés coïncident.

Grâce aux symétries centrales, on prouve facilement que deux côtés «qui se touchent» ont même longueur (figures 10 à 12). Par exemple, lorsqu'on applique au quadrilatère *ABCD* une symétrie centrale de centre M_2, le segment [*BC*] est envoyé sur lui-même. De plus, $[B_2A_2]$ coïncide avec $[A_3B_3]$ pour trois raisons :
- les segments sont parallèles ;
- les segments sont de même longueur ;
- les segments ont le point C en commun.

Les deux premières raisons se justifient de la manière suivante. Par propriété, l'image d'un segment par une symétrie centrale est un segment qui lui est parallèle et de même longueur. Puisque $[B_2A_2]$ est l'image de [*AB*] par symétrie centrale, et que $[A_3B_3]$ est l'image de $[B_1A_1]$ par symétrie centrale, lui-même image de [*AB*] par symétrie centrale, les segments [*AB*], $[B_1A_1]$, $[B_2A_2]$ et $[A_3B_3]$ sont tous parallèles et de même longueur.

Puisque C = $B_2 = A_3 = D_1$ par les symétries centrales de centres M_2, M_6 et M_5, les segments $[B_2A_2]$ et $[A_3B_3]$ ont le point C en commun.

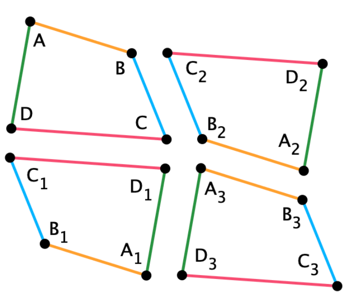

Figure 10

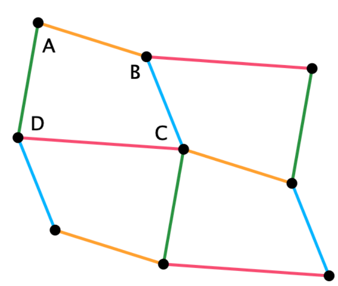

Figure 11

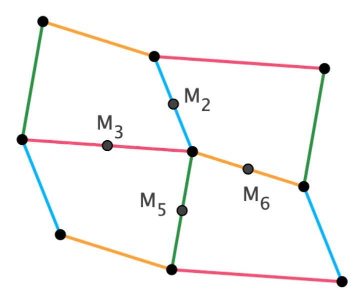

Figure 12

2) La somme des amplitudes des angles en chaque nœud vaut exactement 360°.

En chaque noeud, on retrouve chaque angle du quadrilatère de départ. Or, la somme des amplitudes des angles intérieurs d'un quadrilatère vaut 360°. On conclut donc que la somme des amplitudes des angles en chaque nœud vaut 360°.

Les élèves devront également convaincre la classe qu'on va pouvoir continuer le pavage. En effet, dans un assemblage de quatre quadrilatères (figure 14), les côtés opposés ont la même structure et s'emboîtent parfaitement par translation (figure 15). On conclut que le motif de départ va pouvoir paver le plan.

À la fin de l'activité, le professeur projette un fichier GeoGebra récapitulatif du cours au tableau.

Fichier animé

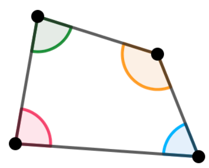

Figure 13

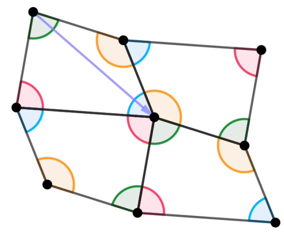

Figure 14

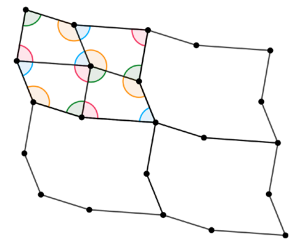

Figure 15

Le fichier débouche sur le théorème suivant : tous les quadrilatères peuvent paver le plan. L'animation commence par appliquer au quadrilatère de départ (figure 13) deux symétries centrales et une translation. Grâce aux transformations du plan, on prouve que les côtés ont même longueur et donc qu'ils coïncident. Grâce aux angles de différentes couleurs, on prouve que la somme des amplitudes des angles en chaque nœud vaut 360°.

On se demande ensuite si on va pouvoir continuer le pavage à l'infini. Le fichier animé permet de s'en convaincre en appliquant des translations à un assemblage de quatre quadrilatères (figure 15).

<u>Avantage du fichier Geogebra</u>

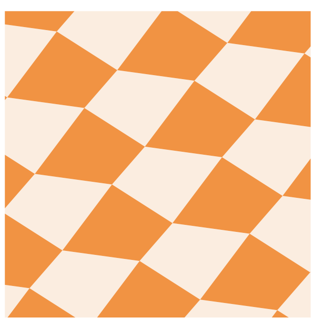

Figure 16

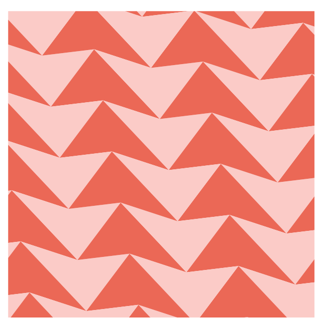

Figure 17

Figure 18

L'avantage de l'utilisation de GeoGebra est qu'une fois que le pavage est créé, on peut le faire varier en manipulant les sommets du quadrilatère de départ. Cette manipulation permet de se convaincre visuellement qu'on va pouvoir paver le plan avec n'importe quel quadrilatère.

6.3. Activité pour étudiants de l'ISPG

Pour des étudiants de l'ISPG, on peut adapter cette activité en leur laissant davantage de liberté et en leur demandant directement de faire des essais sur GeoGebra.

Question 1

Avec quels quadrilatères peut-on paver le plan ?

Consigne 1

Utilisez GeoGebra afin d'essayer de paver le plan avec un quadrilatère quelconque.

Contrairement aux élèves du secondaire, les étudiants de l'ISPG utilisent GeoGebra pendant la phase de recherche et de justification. La raison est la suivante : si les élèves du secondaire voient le pavage sur GeoGebra, ils ne sentiront pas l'intérêt de justifier que les côtés et les angles coïncident car ils en seront convaincus. En revanche, les élèves de l'ISPG sont habitués à ce type de justification. Cela ne pose donc aucun problème de justifier la proposition suivante.

Consigne 2

Tous les quadrilatères peuvent paver le plan. Justifiez cette proposition.

Très souvent, lorsqu'on parle de quadrilatères, on imagine en priorité des quadrilatères convexes non croisés. Or, il est intéressant de se demander si cette proposition est également valable pour des quadrilatères non convexes ou croisés.

Question 2

Peut-on paver le plan avec des quadrilatères non convexes ?

En manipulant le fichier GeoGebra, on peut facilement se convaincre qu'il est toujours possible de paver le plan avec des quadrilatères non convexes (figure 17).

Echos des classes

Cette activité a été présentée dans la classe de Bac 2 AESI Mathématiques. Comme prévu, les élèves ont d'abord pensé à créer des pavages avec des quadrilatères particuliers. Une bonne partie de la classe pensait à priori qu'il n'était pas possible de créer un pavage avec un quadrilatère quelconque.

Lors de leurs tentatives, nombreux sont ceux qui essayaient d'appliquer des translations et des symétries orthogonales au quadrilatère de départ. Les étudiants n'ont pas directement pensé à la symétrie centrale, ce qui leur a fait conclure trop rapidement qu'on ne pouvait pas créer un tel pavage. Cette activité permet donc de mettre en avant la différence entre le « je n'y arrive pas » et le « ce n'est pas possible ».

7. Mise en bouche du projet final

7.1. De quoi s'agit-il ?

Maintenant que les élèves sont capables de créer des pavages, le professeur introduit la seconde partie du cours : le projet final.

Ce projet consiste à créer un packaging (emballage) pour un produit. Ce packaging doit être habillé d'un extrait de pavage.

7.2. Exemples

Les formes géométriques sont très populaires en design. Elles sont esthétiques et permettent d'accentuer l'impression de relief des objets. C'est pourquoi il existe de nombreux produits qui mettent à l'honneur les pavages. Les figures 1 à 11 en sont quelques exemples.

«*Les entreprises et les organisations qui s'adressent à un public jeune se basent beaucoup sur les formes géométriques pour montrer qu'elles sont minimalistes et audacieuses, contrairement aux marques plus anciennes, plutôt tournées vers des designs complexes et classiques.*»[1]

Figure 1

Figure 2

Figure 3

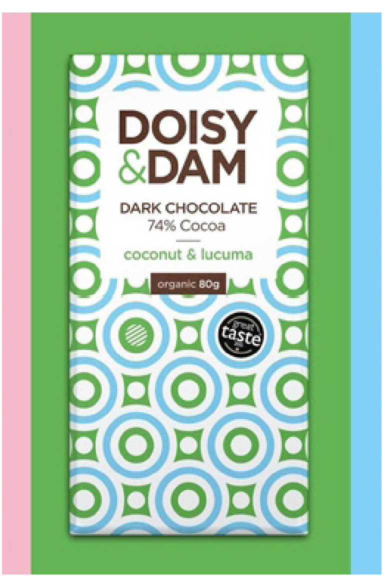

Figure 4

Figure 5

Figure 6

1 **KRAMER L**. *30 (bons) exemples de logos géométriques*, sur 99designers, https://99designs.fr/blog/inspiration-graphique/logos-geometriques/, consulté le 31 décembre 2020.

Plusieurs courants artistiques du XXe siècle partagent un lien étroit avec la géométrie : on retrouve notamment le cubisme, l'art abstrait, l'art optique, le Bauhaus, le futurisme, le minimalisme... Les formes géométriques sont donc synonymes de modernité et de nouveauté.

De plus, la symétrie inspire l'équilibre et la confiance. Les marques voulant mettre en valeur ces aspects ont donc tout intérêt à adopter ce style graphique.

Figure 7

Figure 8

Figure 9

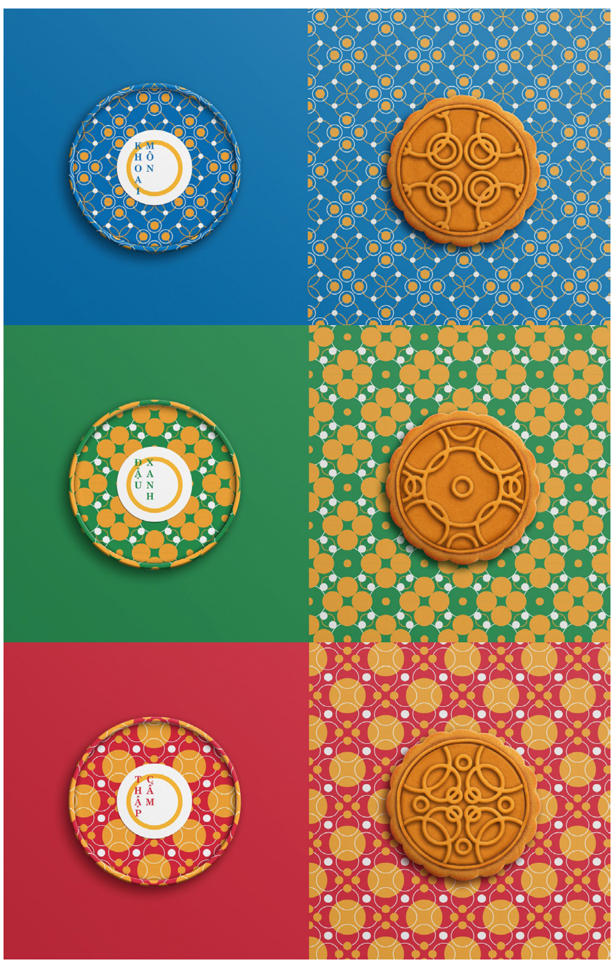

Figure 10

Figure 11

8. Développement de solides

8.1. De quoi s'agit-il ?

Cette activité de recherche vise la découverte du développement de certains solides tels que le cube, le parallélépipède rectangle, la pyramide et le prisme.

Compétences

- Reconnaître, comparer et classer des solides.
- Comprendre et utiliser, dans leur contexte, les termes usuels propres à la géométrie.
- Représenter le développement d'un solide.

Matériel

- Boîte avec des solides : un cube, un parallélépipède rectangle, des prismes droits à bases triangulaires et hexagonales, des pyramides droites à bases triangulaires, carrées et pentagonales, un cylindre, un cône et une sphère.
- Quatres solides par groupe : un cube, un parallélépipède rectangle, un prisme droit régulier et une pyramide droite régulière.

Prérequis

Le vocabulaire lié aux solides.

Points abordés, définis, préssentis

- Solide ; polyèdre ; prisme ; prisme droit ; parallélépipède rectangle ; cube ; pyramide ; cône ; cylindre ; sphère.
- Développement de solides ; échelle.

8.2. Déroulement

L'activité commence par un brainstorming (avant la distribution du matériel).

Consigne 1
Quels sont les solides que vous connaissez ? Comment pouvez-vous les différencier ?

Cela permet de revoir le vocabulaire lié aux solides. À chaque fois qu'un solide est évoqué et que les élèves ont pu le décrire, le professeur sort de la boîte le solide en question. Si certains solides ne sont pas cités, il dévoile les solides restants et demande aux élèves de donner leur nom.

Ce brainstorming peut être l'occasion de rappeler le classement (si le professeur le juge utile) et les caractéristiques de chaque solide (annexe 4).

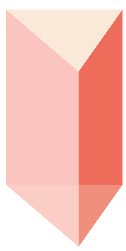

Figure 1

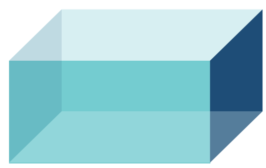

Figure 2

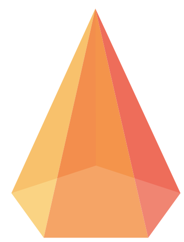

Figure 3

Définitions

Un *polyèdre* est un solide délimité exclusivement par des polygones appelés *faces*.

Un *prisme* est un polyèdre qui possède deux *bases* isométriques, c'est-à-dire deux faces parallèles isométriques ayant une arête commune avec chacune des autres faces appelées *faces latérales*.

Un *prisme droit* (figure 1) est un prisme dont les faces latérales sont des rectangles.

Un *parallélépipède rectangle* (figure 2) est un prisme droit dont les bases sont des rectangles.

Un *cube* est un parallélépipède rectangle dont toutes les faces sont des carrés.

Une *pyramide* (figure 3) est un polyèdre qui possède une *base*, c'est-à-dire une face ayant une arête en commun avec chacune des autres faces appelées *faces latérales*, et dont les faces latérales sont des triangles ayant un sommet commun appelé *sommet de la pyramide*.

Le cône (figure 4), le cylindre (figure 5) et la sphère (figure 6) ne sont pas des polyèdres.

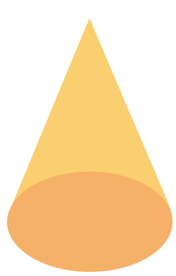

Figure 4

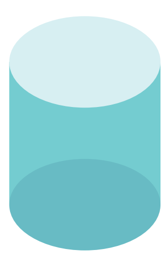

Figure 5

Figure 6

Une fois que les principaux solides ont été abordés, le professeur dispose les élèves en groupes de trois et distribue à chaque groupe quatre solides : un cube, un parallélépipède rectangle, un prisme droit régulier et une pyramide droite régulière.

Consigne 2

Par groupe, réalisez le développement en vraie grandeur de ces quatre solides. Vérifiez que les développements sont corrects en les découpant et en les pliant pour obtenir les solides.

Les élèves sont mis en groupe afin d'encourager la collaboration et l'entraide dans cette recherche. Cela permet aussi aux élèves de confronter différents points de vue.

De plus, grâce au travail collectif, les élèves se rendront compte que chaque solide possède plusieurs développements. En effet, il y a de nombreuses combinaisons possibles pour un même solide. Il est intéressant que le professeur souligne cette caractéristique. On peut alors se demander quels sont les développements qui prennent moins de place sur une feuille. Cette question correspond à un réel enjeu dans le secteur de l'imprimerie.

Les élèves peuvent développer différentes stratégies pour construire leur solide. Certains devront dans un premier temps découper toutes les faces séparément et les assembler petit à petit en s'aidant du solide. D'autres visualiseront mentalement le dépliage du solide. Cette activité permet donc de différencier l'apprentissage puisque chacun adoptera sa propre méthode pour réaliser la tâche.

Voici un exemple de développement pour chaque solide :

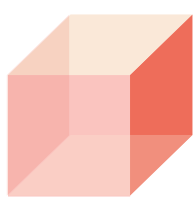

Figure 7

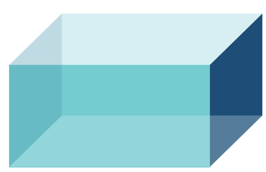

Figure 8

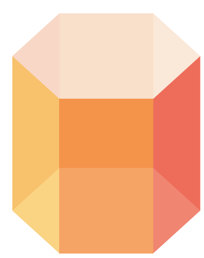

Figure 9

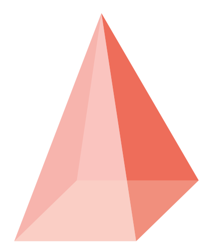

Figure 10

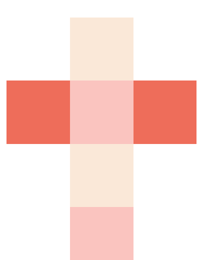

Figure 11

Figure 12

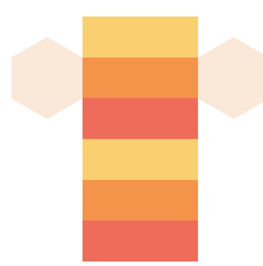

Figure 13

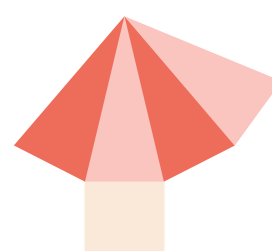

Figure 14

9. Développement sur Illustrator

9.1. De quoi s'agit-il ?

Nous allons maintenant réaliser à l'aide du logiciel Illustrator les développements des quatre solides de l'activité précédente. L'activité permet de faire le lien entre le développement de solides et la création de packaging.

Pour avoir une idée de ce qu'est Illustrator, voici des vidéos promotionnelles réalisées par la société Adobe qui illustrent

- les fonctionnalités d'Illustrator (https://youtu.be/kbs38YGKU4o) ;
- les possibilités d'Illustrator sur ipad (https://www.adobe.com/products/illustrator/ipad.html).

Compétences

- Construire le développement d'un solide en respectant une échelle.
- Construire des figures à l'aide de l'outil informatique.

Matériel

- Quatres solides par groupe : un cube, un parallélépipède rectangle, un prisme droit régulier et une pyramide droite régulière.
- Chaque élève doit avoir accès à un ordinateur avec les logiciels GeoGebra et Illustrator préalablement installés.

Prérequis

Activité précédente (chapitre 7).

Points abordés, définis, préssentis

Développement de solides ; gabarit ; points de colle.

9.2. Déroulement

Le professeur donne la consigne suivante.

> **Consigne**
>
> Les quatre solides de l'activité précédente peuvent être utilisés comme emballage de produit. Pour cela, il vous faut penser à une ouverture et des points de colle.
>
> Réalisez le développement de ces produits sur Illustrator. Utilisez GeoGebra comme intermédiaire si les figures ne peuvent pas directement être réalisées sur Illustrator.

Le professeur montre des exemples de produits répondant à ces caractéristiques (figures 1 à 3).

Figure 1

Figure 2

Figure 3

Une fois encore, il existe différentes ouvertures possibles pour des boîtes représentant le même solide (figures 4 à 6). Les élèves auront donc des réponses différentes en fonction de leur façon d'imaginer le packaging.

Figure 4

Figure 5

Figure 6

Contrairement à l'activité précédente, cette partie est individuelle. Il est important que chaque élève fasse l'exercice pour se préparer au projet final.

Dans un premier temps, les élèves travaillent sur papier : ils adaptent les développements de leurs solides afin qu'ils deviennent des boîtes. Les élèves peuvent s'autocorriger en découpant et en assemblant leurs boîtes. Une fois que cette étape est terminée, la partie informatique commence.

De GeoGebra à Illustrator

Il est possible de créer un fichier GeoGebra et de l'exporter en .eps afin de l'ouvrir sur Illustrator. En d'autres termes, l'élève plus à l'aise avec GeoGebra peut créer le squelette du développement sur ce programme et modifier ensuite son aspect sur Illustrator. Cette astuce s'avère très utile pour certaines constructions plus complexes. Cependant, il est important de finaliser son fichier sur Illustrator car GeoGebra n'est pas adapté pour l'infographie.

9.3. Lien avec l'option artistique

Cette activité convient parfaitement à l'option des élèves puisqu'elle les confronte à une situation de futur graphiste.

En effet, dans le secteur publicitaire, les graphistes sont parfois amenés à créer des packagings de produits. Avant d'en concevoir le design, ils doivent produire un *gabarit* (un patron de mise en page où l'on place les images et le texte). Ce gabarit est un développement de l'objet final. Les graphistes utilisent Illustrator pour réaliser ces gabarits. Les élèves doivent donc utiliser le même programme pour s'habituer à la réalité du terrain.

Cette activité montre l'utilité de l'apprentissage. Les élèves ne réalisent pas le développement de solide sans but. Ils prennent conscience de l'utilité de ce nouveau savoir-faire.

10. En route vers le projet final

10.1. De quoi s’agit-il ?

Cette activité consiste à créer un packaging pour un produit. Les élèves doivent choisir un produit, un nom de produit et un concept de packaging. La réalisation passe par différentes étapes : le croquis en perspective cavalière, le développement du solide, la création du pavage à l’aide de l’outil informatique et l’assemblage final.

Afin d’illustrer l’élaboration de ce projet final, j’ai réalisé des vidéos présentant :

- la création de pavage (https://youtu.be/4LuR1v2T7Zs) ;
- le développement de packaging (https://youtu.be/KV3E7cE8n2c).

Compétences mathématiques

- Représenter un solide en perspective cavalière.
- Construire le développement d’un solide en respectant une échelle.
- Utiliser les transformations du plan pour construire des pavages.
- Construire une figure ou représenter un solide par un usage raisonné d’instruments tels que règle, équerre, compas, rapporteur ou d’un logiciel.
- Construire des solides avec du matériel varié.

Compétences d’autres domaines

- Assurer la présentation au niveau graphique (mise en page claire de l’affiche) et au niveau des interactions entre les éléments verbaux et non verbaux (choix d’illustrations).
- Démontrer dans ses créations personnelles le développement de son intelligence et sa sensibilité artistiques, ainsi que sa progression vers sa maîtrise technique, sa créativité et son autonomie.
- Sélectionner et assumer ses choix dans les travaux réalisés et leur présentation.
- Construire des solides avec du matériel varié.

Matériel

- Exemples de packagings de produits et de solides.
- Feuilles blanches cartonnées et feuilles de couleur (A4 et A3).
- Feutres, crayons de couleur, ciseaux, cutter, colle, papier collant.
- Équerre, compas, calculatrice.
- Chaque élève doit également avoir accès à un ordinateur avec les logiciels GeoGebra et Illustrator préalablement installés.

Prérequis

Les pavages, les transformations du plan, la perspective cavalière, le développement de solides et une connaissance de base des logiciels GeoGebra et Illustrator.

On pourrait également proposer cette activité pour introduire la perspective cavalière et le développement de solides.

Points abordés, définis, préssentis

- Packaging ; développement de solides.
- Perspective cavalière ; échelle.

10.2. Déroulement

L’enseignant donne la consigne suivante.

> **Consigne 1**
>
> Vous êtes des publicitaires et vous recevez une commande d’un client vous demandant de créer un packaging (boîte qui renfermera un produit) pour un nouveau produit qui arrive sur le marché !
>
> Liste de produits : crayons de couleurs, boîte de chocolats, bonbons, thé, chaussettes, savon...
>
> Parmi cette liste, choisissez un produit qui vous inspire et imaginez son packaging.
>
> Voici quelques précisions :
>
> - le packaging doit être réalisé en papier et le développement en un seul morceau (sauf s’il est constitué de plusieurs parties comme la boîte de thé) ;
> - le design doit être esthétique et cohérent avec le choix du produit ;
> - le design doit contenir une partie d’un pavage ;
> - le nom du produit doit être présent sur le packaging.

La liste de produits est non exhaustive. Son but n’est pas de contraindre les élèves mais bien de les inspirer. S’ils ont d’autres idées, ils peuvent créer le packaging d’un autre produit. Par contre, la liste des précisions doit être respectée.

Les élèves réfléchissent d’abord individuellement à des idées de produits. Par groupes de trois, ils partagent leurs idées et se mettent d’accord sur un produit et son design.

Dans un pemier temps, le rôle du professeur est de stimuler la recherche en favorisant les échanges. Il s’assure que chaque groupe trouve une idée qui convient à tous. Tout au long de l’activité, le professeur est le garant du temps. Il vérifie la progression des groupes et encourage la participation de chaque membre.

> **Consigne 2**
>
> Réalisez des représentations à l’échelle en perspective cavalière de votre packaging.

Ces croquis permettent aux élèves d’avoir une vision d’ensemble de leur projet final. Ils devront aussi décider des dimensions de leur produit.

> **Consigne 3**
>
> Réalisez sur GeoGebra le développement complet et à l’échelle de votre produit. Créez ensuite le design sur Illustrator afin d’obtenir un fichier prêt pour l’imprimeur.

Dans le cas où les élèves ne sont pas encore experts en GeoGebra et Illustrator, on peut imaginer une adaptation où le développement est entièrement réalisé à la main. L’outil informatique est un atout du point de vue de la précision et de la qualité de la réalisation. Mais s’il devient un frein, il est possible de s’en passer. Il est également envisageable de réaliser le pavage sur GeoGebra et de le coller ensuite sur le packaging.

Consigne 4

Par groupe, vous devez présenter votre produit :

- donner le nom de votre produit et justifier brièvement son design ;
- montrer le produit final en 3D ;
- présenter une affiche exposant le développement du packaging à l'échelle ;
- énoncer les difficultés par lesquelles vous êtes passés pour réaliser ce projet.

Les présentations préparent les élèves à leur jury de fin d'année. C'est l'occasion de travailler leur expression, leur argumentation et leur écoute des autres.

10.3. Lien avec l'option artistique

Cette activité convient particulièrement à l'option des élèves. L'enjeu est réel et rend la tâche motivante. Les élèves sont plongés dans une situation concrète de la vie d'un graphiste.

La création d'un packaging complet nécessite de nombreuses connaissances, tant au niveau mathématique qu'artistique. C'est pourquoi il est préférable que cette activité soit réalisée en partenariat avec un cours d'infographie.

À travers ce projet, les élèves se rendront compte de la place des mathématiques dans leur option. Trop souvent, ils voient cette matière comme inutile. Il est donc important de leur ouvrir les yeux à ce sujet.

10.4. Adaptation de l'activité

Il est également possible de présenter cette activité en enlevant la contrainte des pavages. Dans ce cas, elle peut être présentée dans une séquence de cours sur le développement de solides.

Consigne 1

Vous êtes des publicitaires et vous recevez une commande d'un client vous demandant de créer un packaging (boîte qui renfermera un produit) pour un nouveau produit qui arrive sur le marché !

Liste de produits : crayons de couleurs, boîte de chocolats, bonbons, thé, chaussettes, savon...

Parmi cette liste, choisissez un produit qui vous inspire et imaginez son packaging.

Voici quelques précisions :

- le packaging doit être réalisé en papier et le développement en un seul morceau (sauf s'il est constitué de plusieurs parties comme la boîte de thé) ;
- le design doit être esthétique et cohérent avec le choix du produit ;
- le nom du produit doit être présent sur le packaging.

Le professeur donne des exemples de packagings créatifs (figures 1 à 9) répondant aux consignes.

Figure 1

Figure 2

Figure 3

Figure 4

Figure 5

Figure 6

Figure 7

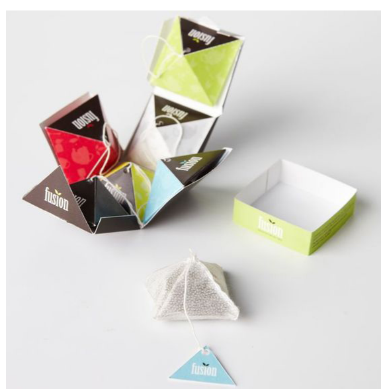

Figure 8

Figure 9

Consigne 2

Par groupe, vous devez présenter votre produit :

- donner le nom de votre produit et justifier brièvement son design ;
- montrer le produit final en 3D ;
- présenter une affiche exposant le développement du packaging à l'échelle ;
- énoncer les difficultés par lesquelles vous êtes passés pour réaliser ce projet.

Echos des classes d'AESI

Cette activité a été présentée dans les classes de Bac 1, 2 et 3 AESI Mathématiques. Les étudiants l'ont beaucoup appréciée car elle faisait appel à leur créativité. La liberté de choix du packaging permet de différencier l'apprentissage. En effet, certains étudiants ont cherché à relever un défi et se sont mis des contraintes à leur mesure. Le rôle du professeur est alors d'encourager l'élève à dépasser ses appréhensions et ses limites.

N'étant pas tous de grands artistes, ceux qui n'avaient aucune idée de concept pour leur packaging ont dû réaliser le développement de solides spécifiques tels qu'une pyramide non droite à base hexagonale (figures 10 et 13), l'antiprisme (figures 11 et 14), le rhomboèdre (figures 12 et 15)...

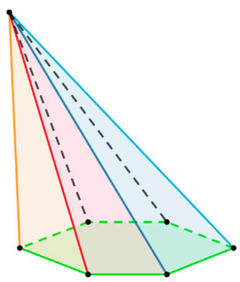

Figure 10

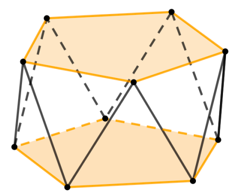

Figure 11

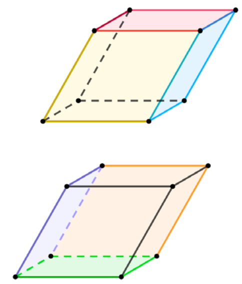

Figure 12

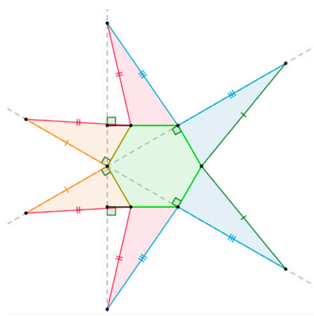

Figure 13

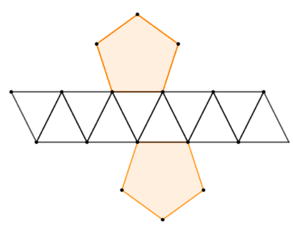

Figure 14

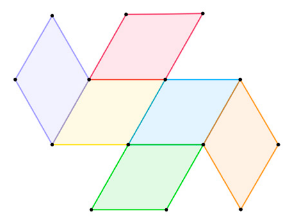

Figure 15

La première expérimentation a duré 2h et la seconde avec un autre groupe 1h30. Ces durées étaient un peu courtes pour trouver le concept, faire les recherches et réaliser la maquette finale. Certains se sont focalisés sur les recherches et n'ont d'ailleurs pas eu de projet final à présenter.

Les figures 16 à 21 montrent quelques créations des étudiants lors de ces activités. Les figures 22 à 24 illustrent la recherche.

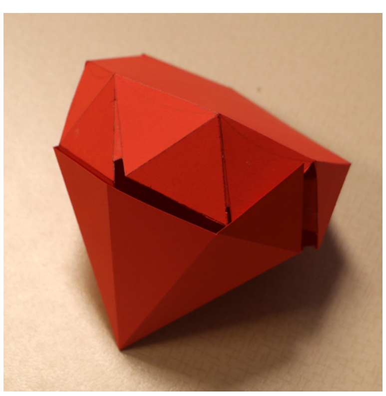

Figure 16

Figure 17

Figure 18

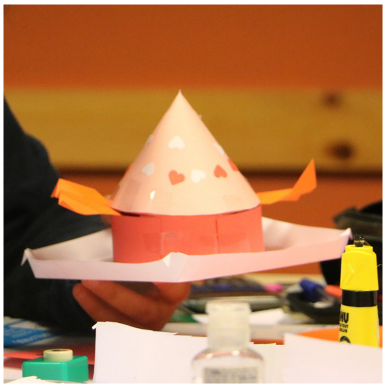
Figure 19


Figure 20


Figure 21

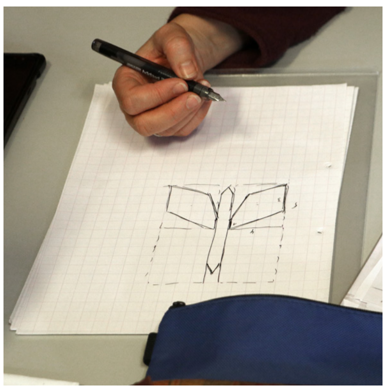
Figure 22

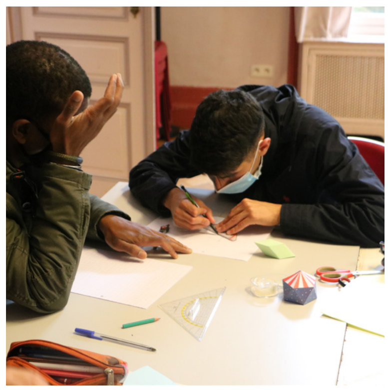
Figure 23

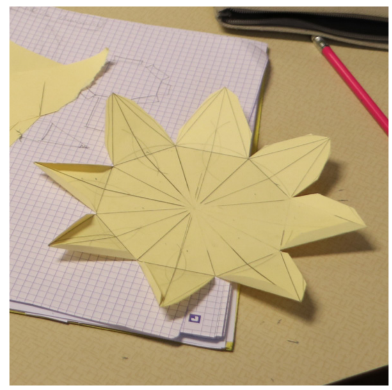
Figure 24

Une difficulté de cette activité est d'arriver à faire le passage de la 3D à la 2D. Les élèves doivent se créer une image mentale de leur packaging et réussir à le déplier mentalement pour imaginer le développement. À la fin de l'activité, les étudiants ont dû réfléchir aux stratégies utilisées pour faire leur développement. Voici quelques exemples de démarches mentales :

- identifier les faces opposées ;
- faire tourner une face pour avoir le lieu des points possibles pour chaque sommet de la pyramide ;
- construire toutes les faces séparément, coller les morceaux et ensuite déplier pour avoir le développement ;
- tracer un croquis en 3D et marquer des particularités (par exemple, mettre en évidence la petite diagonale des losanges pour le rhomboèdre) sur les faces ;
- découper le développement et le plier au fur et à mesure pour tester si chaque nouvelle face est correcte ;
- colorier, numéroter les faces de la représentation 3D et celles du développement.

Echos des classes du secondaire

Cette activité a été présentée dans deux classes de troisième technique de qualification option art à Saint-Luc. Ils l'ont vécue à la fin du chapitre des solides, ce qui leur a permis de réinvestir leurs connaissances dans une situation concrète.

La tâche leur a beaucoup plu pour diverses raisons. Évidemment, son aspect artistique et créatif a joué un rôle important. Les élèves ont apprécié qu'on laisse place à l'imagination de chacun et qu'il n'y ait pas de contrainte au niveau du matériel et du sujet. Une élève pensait que la création de packaging serait trop difficile pour elle. À la fin du projet, elle était fière d'avoir su relever ce défi. Elle a d'ailleurs ajouté que ce travail lui avait fait prendre confiance en elle, qu'elle avait apprécié sa réalisation et qu'elle allait créer d'autres packagings pour offrir des cadeaux à ses amis. Un autre élève, habituellement moins studieux, a dit qu'il n'aurait pas réalisé le travail si la consigne avait été de réaliser uniquement un solide et son développement. Le contexte réel du packaging l'a beaucoup inspiré et motivé.

Contrairement aux étudiants d'AESI, les élèves de Saint-Luc ont travaillé individuellement sur leur projet. De plus, ils pouvaient utiliser une technique au choix pour habiller leur produit. Certains ont utilisé de la peinture (figures 25 et 26), d'autres des marqueurs (figures 27 à 29) ou des papiers de couleur. Plusieurs élèves ont demandé s'ils pouvaient coller du tissu, des strass (figure 28) ou d'autres matériaux pour donner du relief.

Les figures 25 à 29 montrent quelques créations des élèves lors de cette activité. Les figures 30 à 33 présentent les développements.

Figure 25


Figure 26


Figure 27

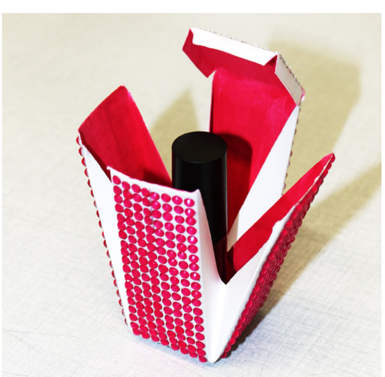
Figure 28


Figure 29

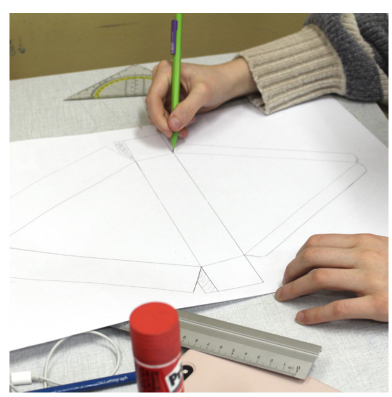
Figure 30

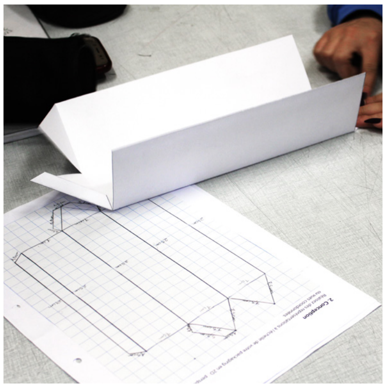

Figure 31

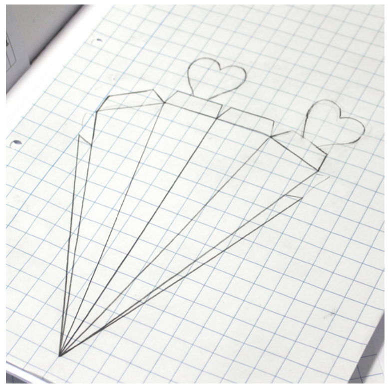

Figure 32

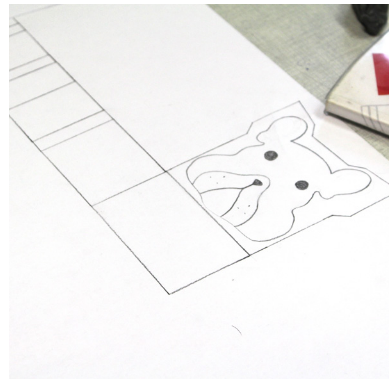

Figure 33

Cette activité s'est déroulée en trois étapes, pendant deux séances d'1h40 et une dernière de 50 minutes. Lors de la première séance, les élèves devaient réfléchir au concept, réaliser les corquis et commencer le développement de leur produit. À la deuxième séance, l'objectif était de terminer le développement et de réaliser le produit final en 3D. Enfin, à la dernière séance, les élèves disposaient de 5 minutes pour présenter leur produit ainsi que son développement.

Malheureusement, à cause de la crise sanitaire, les élèves ont vécu cette activité en partie à distance. C'est pour cette raison que j'ai décidé d'imposer un travail individuel et non en groupe comme il était prévu au départ. Finalement, malgré les avantages évidents du travail en groupe, le travail individuel a permis aux élèves d'être plus libres et créatifs. D'autre part, le travail à domicile les a forcé à agir de manière plus autonome, bien qu'une séance de questions-réponses ait été organisée en ligne.

04

Conclusion

Ce travail donne quelques exemples d'activités qui mêlent art et mathématiques. Il en exite encore bien d'autres. On pourrait permettre aux élèves d'utiliser des miroirs pour créer des illusions de pavages. Les élèves auraient à leur diposition quatre miroirs et trois illustrations de pavages. Pour chaque pavage, ils disposeraient les miroirs autour d'un motif pour que l'on puisse voir un pavage en regardant à l'intérieur du dispositif.

Notamment en raison des circonstances liées à la crise sanitaire, je n'ai pas eu le temps d'essayer l'ensemble des activités que je propose. Mais l'activité principale de ce travail, à savoir le projet de création d'un packaging, a pu être testée avec des étudiants et des professeurs d'AESI, ainsi qu'avec des élèves du secondaire en option artistique. Quel que soit le public, j'ai pu constaté une grande motivation de la part des élèves, des étudiants et des professeurs lors de la création de leur packaging. Le contexte réel et l'aspect créatif de la tâche donnent du sens et de l'intérêt au développement de solides.

À la fin de cette activité de création de packaging, j'ai récolté les avis des élèves et les résultats allaient au-delà de mes espérances. J'étais surprise et heureuse d'apprendre qu'une élève avait pris confiance en elle grâce à ce projet. Cette activité a également permis à un autre élève, qui ne travaille habituellement pas, de s'engager dans un projet motivant et de remettre un travail créatif dont il était fier.

Bien que cette activité ait été créée pour des élèves du troisième degré en section artistique, elle peut être adaptée à un public plus large, comme cela a été le cas lors de mes expérimentations.

05

Bibliographie

Ouvrages principaux

ANNOYE M., *Des polygones pour construire la géométrie*, Éditions CIACO, Bruxelles, 1990.

CREM (Centre de recherche sur l'Enseignement des Mathématiques), *Pour une culture mathématique accessible à tous, Des pavages aux polyèdres*, CREM, Nivelles, 2004.

DELDICQ A. et RABA R., *Le monde des pavages*, Éditions du Kangourou, Paris, 2009.

Ouvrages consultés

BELLINGERI P., FÉAUX E., e.a., *Pavages et symétries: l'expérience du Labosaïque*, 45ème Colloque Copirelem - Blois 2018, France, juin 2018.

DELAHAYE J.P., *Logique & calcul, La quête du pavé apériodique unique*, Pour la Science, n° 433, Novembre 2013, pp. 124-130.

DEMARET-PRANVILLE D., *Art et Mathématiques, Une vision artistique ou scientifique du monde : opposition ou complémentarité ?*, Lycée Saint-Laurent La Paix Notre Dame, Lagny sur Marne, 2014, pp. 3-23.

FESeC, *Programme Mathématique - 2 périodes - 2ème et 3ème degrés professionnel. Géométrie – Construction, interprétation et décodage*, Enseignement catholique secondaire, Bruxelles, 2014, pp. 38-39.

FESeC, *Programme Mathématique - 2 périodes - 2ème et 3ème degrés professionnel. Géométrie – Calcul de longueurs, d'aires et de volumes*, Enseignement catholique secondaire, Bruxelles, 2014, pp. 44-45.

GARRIGUE O., *Mathématiques et arts, La magie des azulejos*, Au fil des maths, n°537, 2020, pp. 20-29.

HAVAUX M., *Cours de géométrie, Les pavages*, ISPG, Bruxelles, 2018.

L'HOMME C., *Motivation des filles et des garçons en arts plastiques au secondaire : analyse des trois projets pédagogiques selon des axes de création*, Université du Québec à Montréal, Montréal, 2017.

ROSS A., *Pavages*, Accromath, vol. 5 hiver - printemps, 2010, pp. 2-3.

SAINT-AUBIN Y., *Pavages hyperboliques*, Accromath, vol. 5 hiver - printemps, 2010, pp. 6-9.

Sitographie

Géométrie hyperbolique, sur Wikipedia, https://fr.wikipedia.org/wiki/Géométrie_hyperbolique#Demi-plan_de_Poincaré, consulté le 31 janvier 2021.

Guide pédagogique : Les solides, sur eduMedia, https://www.edumedia-sciences.com/fr/media/877-fiche-les-solides, consulté le 27 septembre 2020.

Maurits Cornelis Escher, sur Wikipedia, https://fr.wikipedia.org/wiki/Maurits_Cornelis_Escher, consulté le 28 janvier 2021.

AUDIBERT P., *Kaléidoscopes de triangles en géométries euclidienne, sphérique et hyperbolique*, sur Pierre Audibert, http://www.pierreaudibert.fr/pavages/kaleidoscopestriangles.pdf, consulté le 17 janvier 2021.

BOVAERE G., *Autrement Mathématique, L'Alhambra*, sur Collège Guillaume Apollinaire, http://www.clg-apollinaire-plaisir.ac-versailles.fr/spip.php?article649, consulté le 31 janvier 2021.

BREGEON J.L., *Pavages de Truchet*, sur Millemaths, http://jean-luc.bregeon.pagesperso-orange.fr/Page%200-27.htm#truchet6, consulté le 31 janvier 2021.

DABAT-ARACIL J-J., *Deux aspects du programme de mathématiques au cycle 2 : organisation et gestion des données et géométrie, Activités géométriques à propos des solides*, sur Inspection des écoles françaises d'Afrique occidentale, http://www.ipefdakar.org/deux-aspects-du-programme-de-mathematiques-au-cycle-2-organisation-et-gestion.html, consulté le 10 janvier 2021.

DROUIN C., *Généralités sur les pavages*, sur Mathématiques Académie de Bordeaux, http://mathematiques.ac-bordeaux.fr/profplus/docmaths/pavages/pavage_1.htm, consulté le 17 janvier 2021.

FERRY J.C., *Biographie*, sur Le talon de l'architecte et autres créations de Jean-Claude Ferry , https://jcferry.pagesperso-orange.fr/biographie/biographie.html, consulté le 31 janvier 2021.

VAN DEN KERKHOF R., *Portfolio*, sur Renée van den Kerkhof, https://www.neetje.nl, consulté le 31 janvier 2021.

Références des illustrations

1. À la découverte des pavages

1 *Pattern Design*, sur Codesignmag, Pattern Design – Graphic Nothing print on someprints.com, https://codesignmag.com/graphic-design/pattern-design-graphic-nothing-print-on-someprints-com/, consulté le 31 décembre 2020.

2 *Moroccanproud*, sur Tumblr, https://moroccanproud.tumblr.com/post/75910017354, consulté le 31 décembre 2020.

3 *AdobeStock / Ivan Traimak*, sur Linternaute, Construire un mur en briques, https://www.linternaute.fr/bricolage/guide-maison-et-jardin/1411665-construire-un-mur-en-briques/, consulté le 31 décembre 2020.

4 *Modern cement tiles in a restaurant - REF 10 413*, sur MOSAIC factory, https://carreauxmosaic.com, consulté le 31 décembre 2020.

5 *Tissu Doucet ciel - art deco - vendu par 25 cm - ungrandmarche.fr*, sur Pinterest, https://www.pinterest.fr/pin/373446994094342849/, consulté le 31 décembre 2020.

6 *Pattern design: 77 patterns that will make you love pattern art*, sur Pinterest, https://www.pinterest.fr/pin/735212707915688882/, consulté le 31 décembre 2020.

7 *Abeilles : l'énigme de leurs alvéoles hexagonales est résolue*, sur Sciences et avenir, https://www.sciencesetavenir.fr/nature-environnement/abeilles-l-enigme-de-leurs-alveoles-hexagonales-est-resolue_10711, consulté le 31 décembre 2020.

8 Home, sur Pinterest, https://www.pinterest.fr/pin/629659591638278517/, consulté le 31 décembre 2020.

9 *Le carrelage rétro, la classe intemporelle*, sur Espace Aubade, https://www.espace-aubade.fr/blog/carrelage/le-carrelage-retro-la-classe-intemporelle-121214.html, consulté le 31 décembre 2020.

4. À la découverte des autres pavages

4 *Animal tessellation patterns*, sur Behance, https://www.behance.net/gallery/38266529/Animal-tessellation-patterns?epik=dj0yJnU9QVp1LWFDSnMxeFlTVW9UVDVrUzlXUTdDT3M2WkR4Yk4mcD0wJm49bS1ua2hqaEl1NkhscHl6ZUhsZzRVZyZ0PUFBQUFBR0FXcDE0, consulté le 31 janvier 2021.

5 *Mathart*, sur Twitter, https://twitter.com/Regolo54/status/845172625345150976/photo/1, consulté le 31 janvier 2021.

6 *Birds 1 - Geometric, One Motif, of a Square*, sur David Bailey's World of Escher-like Tessellations, http://www.tess-elation.co.uk/birds---an-introduction/birds-1-1?epik=dj0yJnU9RndtUDN0TWFsS2t4bVhUM0VRTm9NMklWc3NJR2pndVUmcD0wJm49UFAyaFJjcEw2NWVJaE9pME9rUGktQSZ0PUFBQUFBR0FXcHFV, consulté le 31 janvier 2021.

52-59 Edouardo Nery 1966, sur Polyedros, http://polyedros.blogspot.com/2012/06/todos-os-estudos-para-um-azulejo-de.html, consulté le 31 janvier 2021.

5. Du côté des artistes

1 *Maurits Cornelis Escher*, sur Le monde étrange de M.C. Escher, https://www.le-monde-etrange-de-escher.fr, consulté le 31 janvier 2021.

2 *L'imaginaire de M.C. Escher*, sur Musée des beaux-arts du Canada, https://www.beaux-arts.ca/magazine/expositions/limaginaire-de-mc-escher, consulté le 31 janvier 2021.

3 *Limite du cercle IV by M.C.*, sur Amazon, https://www.amazon.fr/Limite-cercle-IV-Escher-56x67/dp/B00ADSOCJ4, consulté le 31 janvier 2021.

4 *Lizard - M.C. Escher*, sur WikiArt, https://www.wikiart.org/en/m-c-escher/lizard-1, consulté le 31 janvier 2021.

5 *Horseman Wallpaper M.C. Escher*, sur Étoffe, https://www.etoffe.com/inter/wallpapers/20488-horseman-wallpaper-mc-escher.html, consulté le 31 janvier 2021.

6 *Two Birds - M.C. Escher*, sur WikiArt, https://www.wikiart.org/en/m-c-escher/two-birds, consulté le 31 janvier 2021.

12 *Vibrez pour Vasarely*, sur Authenticité, https://www.authenticite.fr/authenticite_fr_actu_view-vibrez_pour_vasarely-480-1.html, consulté le 31 janvier 2021.

13 *Victor Vasarely Kezdi, 1989-90 Wood Sculpture $25,000*, sur Twitter, https://twitter.com/PrivateAirMag/status/960536837113618433/photo/1, consulté le 31 janvier 2021.

14 *Vibrez pour Vasarely*, sur Authenticité, https://www.authenticite.fr/authenticite_fr_actu_view-vibrez_pour_vasarely-480-1.html, consulté le 31 janvier 2021.

15 *Lot 222 VASARELY Victor (1906-1997)*, sur Artprecium, https://www.artprecium.com/catalogue/vente_159_more-than-unique-multiples-estampes/lot_222_vasarely-victor-1906-1997#.YBafey_pPOQ, consulté le 31 janvier 2021.

16 *Verseit 1982*, sur Artnet, http://www.artnet.fr/artistes/victor-vasarely/verseit-gfbisK2mzEGsKCa4OXO2zQ2, consulté le 31 janvier 2021.

17 *Vasarely*, sur Issuu, https://issuu.com/brunocigoi/docs/vasarely_, consulté le 31 janvier 2021.

25 *Vista de la Alhambra*, sur Wikipedia, https://fr.m.wikipedia.org/wiki/Fichier:Vista_de_la_Alhambra.jpg, consulté le 31 janvier 2021.

26 *Les bains de l'Alhambra*, sur Dosde, https://www.dosde.com/discover/fr/azulejos-de-lalhambra/, consulté le 31 janvier 2021.

27 *L'art des azulejos*, sur Dosde, https://www.dosde.com/discover/fr/azulejos-de-lalhambra/, consulté le 31 janvier 2021.

28 *Azulejos du Mexuar*, sur Dosde, https://www.dosde.com/discover/fr/azulejos-de-lalhambra/, consulté le 31 janvier 2021.

29 *Motifs des mosaïques de l'Alhambra à Grenade en Espagne*, sur Colorigami, http://colorigami.fr/motifs-des-mosaiques-de-l-alhambra-a-grenade-en-espagne, consulté le 31 janvier 2021.

30 *Zellige – Alhambra*, sur Pierre Ceriano, https://pierreceriano.wordpress.com/2014/05/24/etude-graphique-et-3d-dun-motif-de-lalhambra/zellige-alhambra/?epik=dj0yJnU9aXhKbGZKQWZmUlE2YlZXWGxTSmF0VjV2WHlFWlBXbXgmcD0wJm49WXRrZ1QyR0wydWh6eGZIVGZLODBiZyZ0PUFBQUFBR0FXb1pn, consulté le 31 janvier 2021.

31 - 33 *Raoul RABA*, sur Le Kangourou des Mathématiques, http://www.mathkang.org/cite/raba.html, consulté le 31 janvier 2021.

34 - 36 *Les pavages de Truchet*, sur Images des Mathématiques, https://images.math.cnrs.fr/Les-pavages-de-Truchet, consulté le 31 janvier 2021.

37 *Le fleuve*, sur Le talon de l'architecte et autres créations de Jean-Claude Ferry, https://jcferry.pagesperso-orange.fr/peinture/peinture/talon_architecte.html, consulté le 31 janvier 2021.

38 *Blancs et noirs*, sur Le talon de l'architecte et autres créations de Jean-Claude Ferry, https://jcferry.pagesperso-orange.fr/peinture/peinture/talon_architecte.html, consulté le 31 janvier 2021.

39 *Identité 3*, sur Le talon de l'architecte et autres créations de Jean-Claude Ferry, https://jcferry.pagesperso-orange.fr/peinture/peinture/talon_architecte.html, consulté le 31 janvier 2021.

40 *Animal tessellation patterns*, sur Behance, https://www.behance.net/gallery/38266529/Animal-tessellation-patterns, consulté le 31 janvier 2021.

41 *Lovebirds in colour*, sur Motiflow, https://www.motiflow.com/pattern/lovebirds-in-colour, consulté le 31 janvier 2021.

42 *Tessellation patterns II*, sur Behance, https://www.behance.net/gallery/40386691/Tessellation-patterns-II, consulté le 31 janvier 2021.

43 *Papageien,* sur Behance, https://www.behance.net/gallery/4501085/Papageien, consulté le 31 janvier 2021.

44 *Fish 2015,* sur Behance, https://www.behance.net/gallery/27817569/Fish-2015, consulté le 31 janvier 2021.

45 *Under the sea,* sur Behance, https://www.behance.net/gallery/3265137/Under-the-sea, consulté le 31 janvier 2021.

46-48 *Mosaik schokolade,* sur Behance, https://www.behance.net/gallery/2079004/MOSAIK-SCHOKOLADE, consulté le 31 janvier 2021.

7. Mise en bouche du projet final

1 *Tablettes de chocolat graphiques Jeff De Bruges*, sur Picslovin, https://picslovin.com/tablettes-chocolat-graphiques-jeff-bruges/, consulté le 3 janvier 2021.

2 *Le rouge bio – IGP Pays d'Oc*, sur Cubiton, http://cubiton.fr/les-vins/, consulté le 3 janvier 2021.

3 *Doisy and dam chocolate | gluten free reviews*, sur Cardboardcities, http://blog.cardboardcities.co.uk/doisy-dam-chocolate-gluten-free-review/, consulté le 3 janvier 2021.

4 *Doisy & Dam chocolate packaging by Naked Ideas*, sur Retail Design Blog, https://retaildesignblog.net/2017/11/21/doisy-dam-chocolate-packaging-by-naked-ideas/, consulté le 3 janvier 2021.

5 *Motif Wine / En Garde*, sur AA13, https://www.aa13.fr/design-graphique/motif-wine-en-garde-25757, consulté le 3 janvier 2021.

6 *Doisy & Dam Packaging (new range & development)*, sur Behance, https://www.behance.net/gallery/30270829/Doisy-Dam-Packaging-(new-range-development), consulté le 3 janvier 2021.

7 *Walking Pez Delivery*, sur Packaging of the world, https://www.packagingoftheworld.com/2019/02/walking-pez-delivery.html?m=1, consulté le 3 janvier 2021.

8 *Ardestani Sohan*, sur Packaging of the world, https://www.packagingoftheworld.com/2019/01/ardestani-sohan.html, consulté le 3 janvier 2021.

9 *Doisy & Dam*, sur The Vurger Co, https://www.thevurgerco.com/doisy-and-dam, consulté le 3 janvier 2021.

10 *Viên - Fullmoon Festival*, sur Packaging of the world, https://www.packagingoftheworld.com/2019/08/vien-fullmoon-festival.html, consulté le 3 janvier 2021.

11 *Setan.mistore.jp*, sur Mitsukoshi Isetan, https://www.mistore.jp/shopping/product/900000000000000001121776.html, consulté le 3 janvier 2021.

9. Développement sur Illustrator

1 *Setan.mistore.jp*, sur Mitsukoshi Isetan, https://www.mistore.jp/shopping/product/900000000000000001170002.html, consulté le 10 janvier 2021.

2 *Nada features geometric patterns in bold colors*, sur Pinterest, https://co.pinterest.com/pin/430445676885994798/, consulté le 10 janvier 2021.

3 *Printable hot tea pyramids*, sur Oh Happy Day, https://ohhappyday.com/2017/01/printable-hot-tea-pyramids/?utm_source=pinterest&utm_medium=social, consulté le 10 janvier 2021.

4 *The Bees Knees*, sur Topito, https://www.topito.com/top-packaging-insolite-original-design, consulté le 10 janvier 2021.

5 *Jewelery packaging design*, sur Pinterest, https://www.pinterest.pt/pin/320248223499304579/, consulté le 10 janvier 2021.

6 *Pearlfisher*, sur Pinterest, https://www.pinterest.com/pin/462393086716206147/, consulté le 10 janvier 2021.

10. En route vers le projet final

1 *Coffret initiation pour 24 macarons*, sur Element, http://www.element-s.fr/projects/id_231/Pierre%20hermé, consulté le 10 janvier 2021.

2 *Printable pizza heart gift boxes for Valentine's Day*, sur Make and tell, http://makeandtell.com/make-give-printable-pizza-heart-gift-boxes-valentines-day/, consulté le 10 janvier 2021.

3 *Pépèrman*, le paquet-dentier, sur Étapes, https://etapes.com/peperman-le-paquet-dentier/, consulté le 10 janvier 2021.

4 *Froot Loops*, sur Behance, https://www.behance.net/gallery/2231002/Froot-Loops, consulté le 10 janvier 2021.

5 *Geode Herbal Tea*, sur Behance, https://www.behance.net/gallery/36619931/Geode-Herbal-Tea, consulté le 10 janvier 2021.

6 *Teapee*, sur Pinterest, https://www.pinterest.fr/pin/527766268560428 67/, consulté le 10 janvier 2021.

7 *Student Spotlight : Yunyeen Yong*, sur Dieline, https://thedieline.com/blog/2010/9/28/student-spotlight-yunyeen-yong.html?, consulté le 10 janvier 2021.

8 *Fusion*, sur Pinterest, https://www.pinterest.ca/pin/82894449380978786/, consulté le 10 janvier 2021.

9 *Giftwrap // Paper Donut !*, sur Mini eco, http://www.minieco.co.uk/giftwrap-paper-donut/, consulté le 10 janvier 2021.

06

Annexes

Annexe 1

Extrait du Programme Mathématique - deux périodes - 2e et 3e degrés professionnel - 5e année.

Géométrie – Construction, interprétation et décodage

COMPÉTENCES À DÉVELOPPER REPRÉSENTER DANS LE PLAN UN OBJET DE L'ESPACE. ASSOCIER REPRÉSENTATIONS PLANES ET OBJETS DE L'ESPACE.

STRATÉGIES TRANSVERSALES • Critiquer la pertinence d'un résultat. • Prévoir l'ordre de grandeur d'un résultat. • Reconnaitre dans des objets de la vie courante, ou propres à l'option, un solide ou un assemblage de solides.

D'OÙ VIENT-ON ?

Au 2e degré, l'élève réalise les représentations en perspective cavalière et les développements de parallélépipède rectangle et de cylindre.

OÙ VA-T-ON ?

En 5e année, l'élève renforce sa maitrise de la construction, de l'interprétation et du décodage des représentations planes de solides. Il découvre de nouveaux solides et une nouvelle technique de représentation : les vues coordonnées.

RESSOURCES

Unités de mesure spécifiques à l'OBG.

Cône, sphère, prisme, pyramide.

Perspective cavalière.

Développement.

Vues coordonnées.
(parallélépipède rectangle, cylindre)

DIRECTIVES ET COMMENTAIRES

L'élève associe de nouveaux solides à ses représentations planes : les développements, les vues coordonnées et la perspective cavalière. L'utilisation et la construction de maquettes aident à mieux visualiser les situations. Il exerce le travail à l'échelle et la proportionnalité en exploitant les propriétés des figures.

L'apport de certains logiciels permet aux élèves de mieux visualiser les différentes représentations planes d'un objet.

Les images mentales développées par ce travail sur les solides servent à lire, interpréter et, plus tard, construire des schémas et des plans.

Les calculs d'aire et de volume ne sont abordés qu'en 6e année.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Identifier les unités de mesure pertinentes.
- Reconnaitre et décrire des caractéristiques de solides en utilisant le vocabulaire propre à la géométrie.
- Associer un solide à sa représentation dans le plan et/ou à son développement.

APPLIQUER

- Représenter un solide en utilisant des instruments ou des logiciels.

TRANSFÉRER

- Choisir et utiliser les unités de mesure pertinentes dans une situation contextualisée.
- Interpréter, décoder une représentation plane d'un solide.
- Associer différentes représentations d'un même objet.
- Exploiter des propriétés élémentaires de solides dans une situation contextualisée.

Annexe 2

Extrait du Programme Mathématique - deux périodes - 2e et 3e degrés professionnel - 6e année.

Géométrie – Calcul de longueurs, d'aires et de volumes

COMPÉTENCES À DÉVELOPPER

REPRÉSENTER DANS LE PLAN UN OBJET DE L'ESPACE.

ASSOCIER REPRÉSENTATIONS PLANES ET OBJETS DE L'ESPACE.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Critiquer la pertinence d'un résultat.
- Prévoir l'ordre de grandeur d'un résultat.
- Reconnaitre dans des objets de la vie courante ou propres à l'option un solide ou un assemblage de solides.

D'OÙ VIENT-ON ?

En 5e année, l'élève se consacre à la construction, à l'interprétation et au décodage des représentations planes des solides.

OÙ VA-T-ON ?

En 6e année, l'élève exploite ces représentations planes pour calculer des longueurs, des aires et des volumes.

RESSOURCES

Unités de mesure spécifiques à l'OBG.

Cône, sphère, prisme, pyramide.

Perspective cavalière.

Développement.

Vues coordonnées.
(parallélépipède rectangle, cylindre)

DIRECTIVES ET COMMENTAIRES

Le but n'est plus la représentation systématique des solides, mais à partir de celle-ci, de calculer des longueurs, des aires et des volumes.

On s'assure que l'élève possède une maitrise suffisante du théorème de Pythagore pour calculer certaines longueurs utiles dans un solide, comme par exemple la hauteur d'une pyramide.

Les méthodes de transformation de formules permettent de simplifier le travail de mémorisation.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Identifier les unités de mesure pertinentes.
- Reconnaitre et décrire des caractéristiques de solides en utilisant le vocabulaire propre à la géométrie.
- Associer un solide à sa représentation dans le plan et/ou à son développement.

APPLIQUER

- Représenter un solide en utilisant des instruments ou des logiciels.
- Calculer une aire et le volume d'un solide.

TRANSFÉRER

- Choisir et utiliser les unités de mesure pertinentes dans une situation contextualisée.
- Interpréter, décoder une représentation plane d'un solide.
- Associer différentes représentations d'un même objet.
- Exploiter des propriétés élémentaires de solides dans une situation contextualisée.

Annexe 3

Extrait du Référentiels de compétence - Enseignement secondaire artistique à horaire réduit - Domaine des Arts plastiques, visuels et de l'espace.

RECHERCHES GRAPHIQUES ET PICTURALES – SPECIALITE PUBLICITE ET COMMUNICATION VISUELLE
Enseignement secondaire artistique à horaire réduit

	FILIERES		
	QUALIFICATION	TRANSITION COURTE	TRANSITION LONGUE
Posséder et mettre en œuvre les moyens plastiques spécifiques aux pratiques du graphisme publicitaire (trait, ligne, tache, trace, signe, lettre,…) – (visibilité et lisibilité,…).	C	C	E
Posséder et mettre en œuvre les moyens techniques spécifiques à la communication graphique (impression, supports, encres, infographie,…).	C	C	E
Maîtriser les moyens indispensables à la création et au traitement de l'image, du texte et de la mise en page.	↗	C	E
Connaître la chaîne graphique et s'y insérer.	↗	↗	↗
Prospecter et mettre en œuvre les différents types d'espaces, dans leur dimension d'expression de la création.	C	C	E
Prospecter et utiliser les diversités expressives de l'art de la lettre.	C	C	E
Prospecter et utiliser les diversités expressives des valeurs (noir – blanc, couleurs).	C	C	E
Prospecter et utiliser les diversités expressives de la couleur, dans son rapport au sens et à la lisibilité du message.	C	C	E
Prospecter et utiliser les diversités expressives des matières / textures.	C	C	E
Prospecter et utiliser les diversités expressives de la mise en page.	C	C	E
Prospecter et utiliser les diversités expressives des relations texte – image.	C	C	E
Développer ses choix personnels de communication par les acquis « espaces, couleurs, traces, lettres,… ».	C	C	E
Confronter en permanence 2 problèmes : celui de sa création artistique et celui de sa maîtrise technique.	C	C	C
Comprendre le vocabulaire propre aux formes d'expression de la communication visuelle.	↗	↗	E

RECHERCHES GRAPHIQUES ET PICTURALES – SPECIALITE PUBLICITE ET COMMUNICATION VISUELLE
Enseignement secondaire artistique à horaire réduit

	FILIERES		
	QUALIFICATION	**TRANSITION COURTE**	**TRANSITION LONGUE**
Poursuivre en les approfondissant les approches théoriques de la spécialité « communication visuelle ».	➚	➚	➚
Poursuivre en les approfondissant les approches techniques de la spécialité « communication visuelle ».	➚	➚	➚
Démontrer son intelligence artistique face aux nouvelles technologies.	➚	➚	➚
Démontrer dans ses travaux personnels sa capacité à poursuivre sa formation en filière de transition longue.		C	
Démontrer dans ses travaux personnels une cohérence plastique lui permettant de développer et poursuivre seul sa pratique de communication visuelle.			C
Démontrer dans ses créations personnelles le développement de son intelligence et de sa sensibilité artistiques, ainsi que sa progression vers sa maîtrise technique, sa créativité et son autonomie.	C	C	C
Développer ses sens critique et autocritique comme vecteurs importants de son autonomie, nourris par sa curiosité et sa formation : générale, culturelle et artistique.	➚	➚	➚
Poser une réflexion sémantique sur les images.	➚	➚	➚
Prendre en compte les aspects socioculturels du monde dans lequel il vit pour nourrir sa création personnelle.	➚	➚	➚
Gérer les contraintes émises par les différents partenaires du circuit de production.			➚
Proposer et assumer ses choix dans la sélection des travaux réalisés.	C	C	
Sélectionner et assumer ses choix dans les travaux réalisés et leur présentation.			C
Gérer la diffusion de ses productions et leurs incidences.	➚	➚	➚
Assurer l'entretien, la conservation et la gestion des matériaux, du matériel et des travaux réalisés.	➚	➚	➚

Annexe 4

Classement des solides.