

Math & Manip
pour le secondaire supérieur
Des cônes



Le volume du cône

- Volume du cône et fonction cubique pour des élèves de quatrième
- Volume du cône et fonctions réciproques pour des élèves de sixième

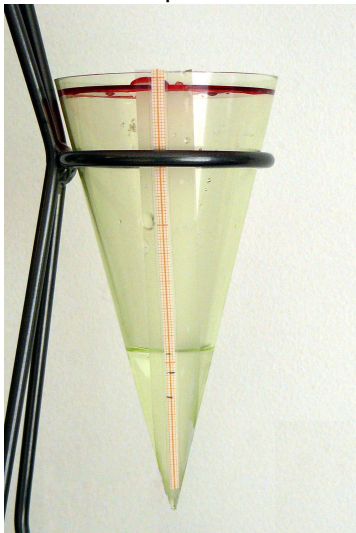


Verres coniques, à moitié vides, à moitié pleins...



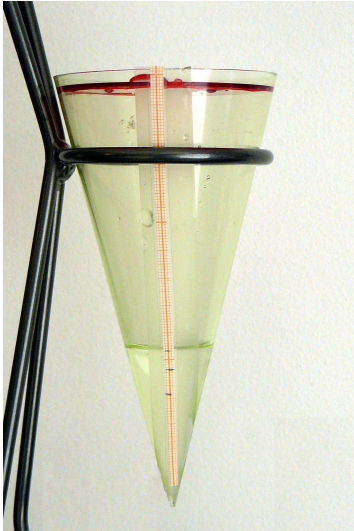
Graduation d'un cône

Phase expérimentale



Graduation d'un cône

Phase expérimentale



Hauteurs

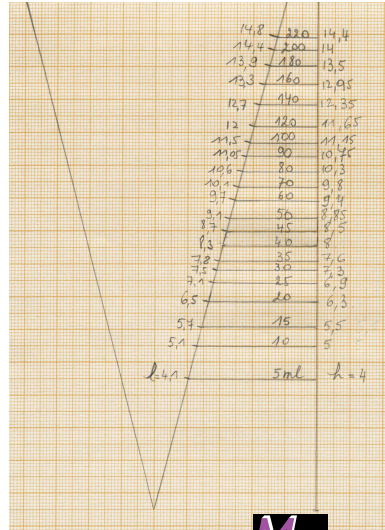


Tableau et graphique (4^e)

longueur sur la génératrice en cm	hauteur mesurée en cm	hauteur calculée en cm	volume versé en ml
0	0	0	0
4,1	4	3,97	5
5,1	5	4,94	10
5,7	5,5	5,52	15
6,5	6,3	6,29	20
7,1	6,9	6,87	25
7,5	7,3	7,26	30
7,8	7,6	7,55	35
8,3	8	8,03	40
8,7	8,5	8,42	45
9,1	8,85	8,8	50
9,7	9,4	9,39	60
10,1	9,8	9,78	70
10,6	10,3	10,26	80
11,05	10,75	10,70	90
11,5	11,15	11,13	100
12	11,65	11,62	120
12,7	12,35	12,29	140
13,3	12,95	12,87	160
13,9	13,5	13,46	180
14,4	14	13,94	200
14,8	14,4	14,32	220



Tableau et graphique (4^e)

longueur sur la génératrice en cm	hauteur mesurée en cm	hauteur calculée en cm	volume versé en ml
0	0	0	0
4,1	4	3,97	5
5,1	5	4,94	10
5,7	5,5	5,52	15
6,5	6,3	6,29	20
7,1	6,9	6,87	25
7,5	7,3	7,26	30
7,8	7,6	7,55	35
8,3	8	8,03	40
8,7	8,5	8,42	45
9,1	8,85	8,8	50
9,7	9,4	9,39	60
10,1	9,8	9,78	70
10,6	10,3	10,26	80
11,05	10,75	10,70	90
11,5	11,15	11,13	100
12	11,65	11,62	120
12,7	12,35	12,29	140
13,3	12,95	12,87	160
13,9	13,5	13,46	180
14,4	14	13,94	200
14,8	14,4	14,32	220

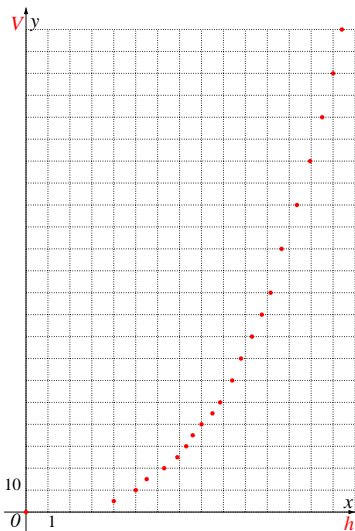


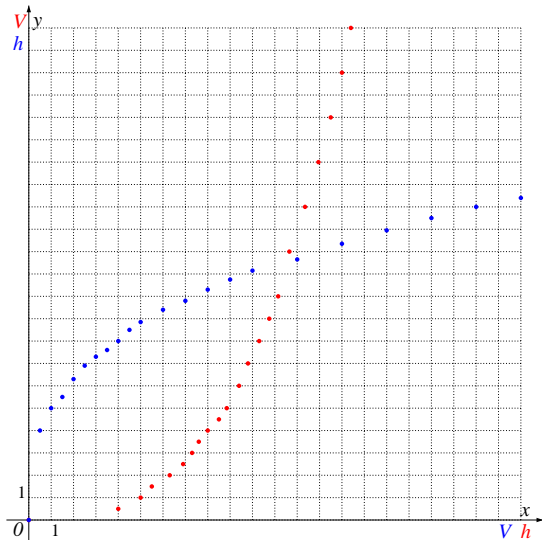
Tableau et graphique (6^e)

volume en ml	hauteur en cm
0	0
5	4
10	5
15	5,5
20	6,3
25	6,9
30	7,3
35	7,6
40	8
45	8,5
50	8,85
60	9,4
70	9,8
80	10,3
90	10,75
100	11,15
120	11,65
140	12,35
160	12,95
180	13,5
200	14
220	14,4

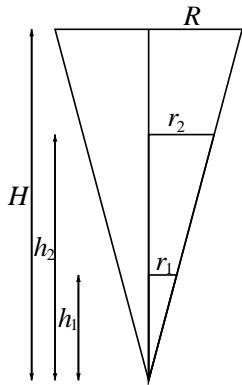


Tableau et graphique (6^e)

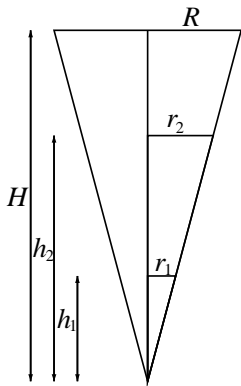
volume en ml	hauteur en cm
0	0
5	4
10	5
15	5,5
20	6,3
25	6,9
30	7,3
35	7,6
40	8
45	8,5
50	8,85
60	9,4
70	9,8
80	10,3
90	10,75
100	11,15
120	11,65
140	12,35
160	12,95
180	13,5
200	14
220	14,4



Modèle théorique (4^e)

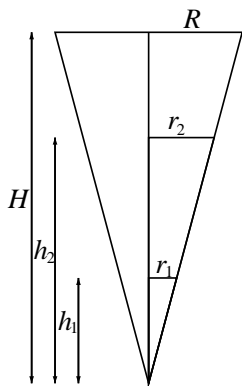


Modèle théorique (4^e)



$$\frac{R}{H} = \frac{r_1}{h_1} = \frac{r_2}{h_2}$$

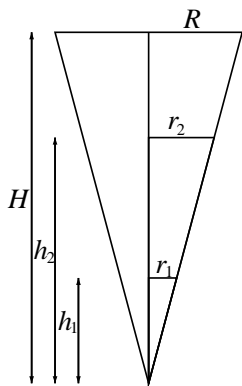
Modèle théorique (4^e)



$$\frac{R}{H} = \frac{r_1}{h_1} = \frac{r_2}{h_2}$$

$$\frac{r}{h} = \frac{4}{15,49}$$

Modèle théorique (4^e)

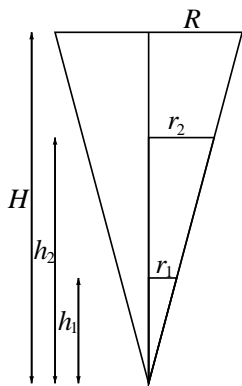


$$\frac{R}{H} = \frac{r_1}{h_1} = \frac{r_2}{h_2}$$

$$\frac{r}{h} = \frac{4}{15,49}$$

$$\frac{4}{15,49} = \operatorname{tg}\alpha \quad \text{coefficient lié à l'angle du cône}$$

Modèle théorique (4^e)



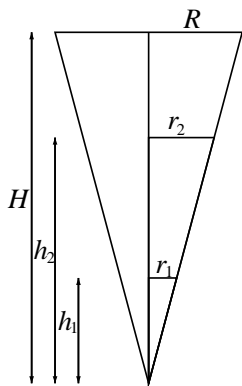
$$\frac{R}{H} = \frac{r_1}{h_1} = \frac{r_2}{h_2}$$

$$\frac{r}{h} = \frac{4}{15,49}$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{4}{15,49}h\right)^2 h$$

$$\frac{4}{15,49} = \operatorname{tg}\alpha \quad \text{coefficient lié à l'angle du cône}$$

Modèle théorique (4^e)



$$\frac{R}{H} = \frac{r_1}{h_1} = \frac{r_2}{h_2}$$

$$\frac{r}{h} = \frac{4}{15,49}$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{4}{15,49}h\right)^2 h$$

$$V \simeq 0,07 h^3$$

$$\frac{4}{15,49} = \operatorname{tg}\alpha \quad \text{coefficient lié à l'angle du cône}$$

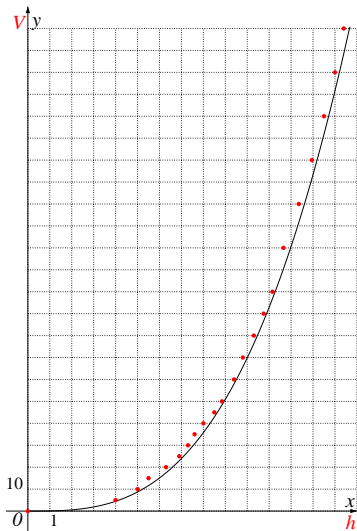
Comparaison (4^e)

hauteur mesurée en cm	volume versé en ml	volume calculé en ml
0	0	0
4	5	4,48
5	10	8,75
5,5	15	11,65
6,3	20	17,50
6,9	25	23
7,3	30	27,23
7,6	35	30,73
8	40	35,84
8,5	45	42,99
8,85	50	48,52
9,4	60	58,14
9,8	70	65,88
10,3	80	76,49
10,75	90	86,96
11,15	100	97,03
11,65	120	110,68
12,35	140	131,86
12,95	160	152,02
13,5	180	172,23
14	200	192,08
14,4	220	209,02



Comparaison (4^e)

hauteur mesurée en cm	volume versé en ml	volume calculé en ml
0	0	0
4	5	4,48
5	10	8,75
5,5	15	11,65
6,3	20	17,50
6,9	25	23
7,3	30	27,23
7,6	35	30,73
8	40	35,84
8,5	45	42,99
8,85	50	48,52
9,4	60	58,14
9,8	70	65,88
10,3	80	76,49
10,75	90	86,96
11,15	100	97,03
11,65	120	110,68
12,35	140	131,86
12,95	160	152,02
13,5	180	172,23
14	200	192,08
14,4	220	209,02



Modèle théorique (6^e)

- Hauteur en cm, volume en cm³ (ml) :

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{4}{15,49}h\right)^2 h \simeq 0,07 h^3.$$



Modèle théorique (6^e)

- Hauteur en cm, volume en cm³ (ml) :

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{4}{15,49}h\right)^2 h \simeq 0,07 h^3.$$

- Hauteur en cm, volume en cl :

$$V = 0,007 h^3.$$



Modèle théorique (6^e)

- Hauteur en cm, volume en cm³ (ml) :

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{4}{15,49}h\right)^2 h \simeq 0,07 h^3.$$

- Hauteur en cm, volume en cl :

$$V = 0,007 h^3.$$

- V en ordonnée, h en abscisse :

$$f_1 \equiv y = 0,007 x^3.$$



Modèle théorique (6^e)

- Hauteur en cm, volume en cm³ (ml) :

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{4}{15,49}h\right)^2 h \simeq 0,07 h^3.$$

- Hauteur en cm, volume en cl :

$$V = 0,007 h^3.$$

- V en ordonnée, h en abscisse :

$$f_1 \equiv y = 0,007 x^3.$$

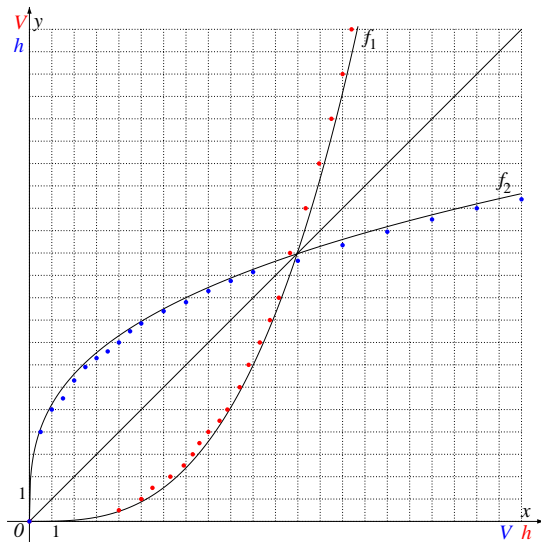
- V en abscisse, h en ordonnée :

$$x = 0,007 y^3, \text{ donc } y^3 = \frac{1}{0,007} x \text{ et finalement}$$

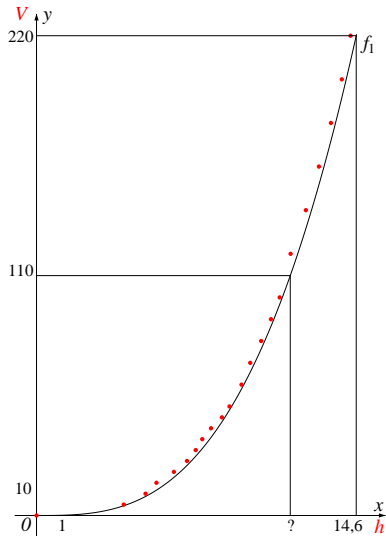
$$f_2 \equiv y = \sqrt[3]{\frac{1}{0,007} x} \simeq 5,23\sqrt[3]{x}.$$



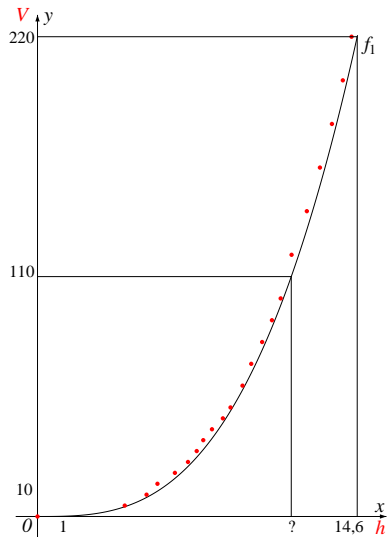
Comparaison (6^e)



Et le cône à moitié rempli ? (cubique)

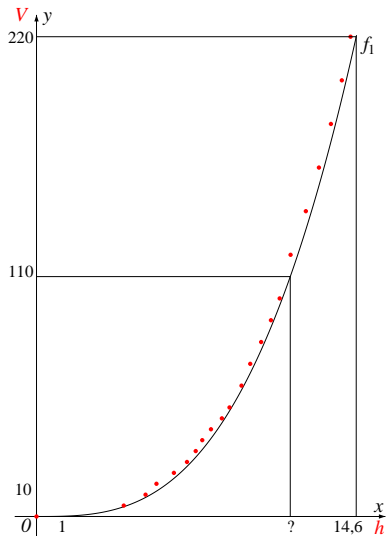


Et le cône à moitié rempli ? (cubique)



$$V_T = 0,07H_T^3$$

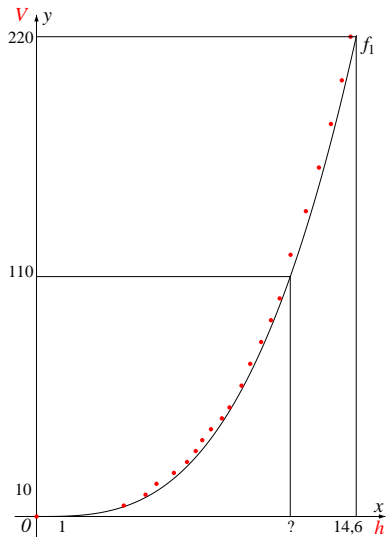
Et le cône à moitié rempli ? (cubique)



$$V_T = 0,07H_T^3$$

$$\frac{V_T}{2} = 0,07H_{\frac{1}{2}}^3$$

Et le cône à moitié rempli ? (cubique)

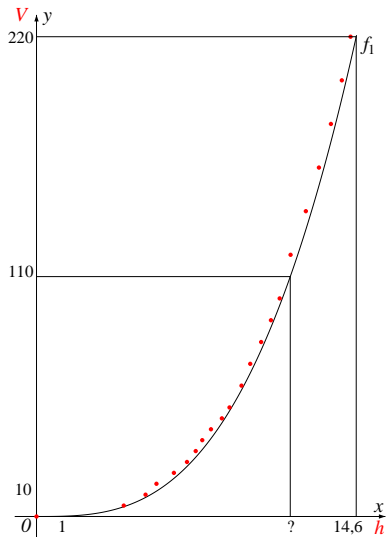


$$V_T = 0,07H_T^3$$

$$\frac{V_T}{2} = 0,07H_{\frac{1}{2}}^3$$

$$\frac{1}{2} 0,07H_T^3 = 0,07H_{\frac{1}{2}}^3$$

Et le cône à moitié rempli ? (cubique)



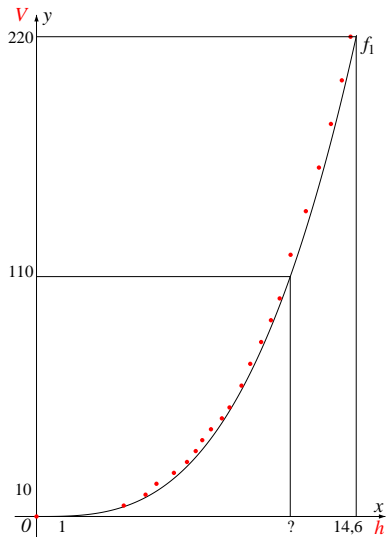
$$V_T = 0,07H_T^3$$

$$\frac{V_T}{2} = 0,07H_{\frac{1}{2}}^3$$

$$\frac{1}{2} 0,07H_T^3 = 0,07H_{\frac{1}{2}}^3$$

$$\frac{1}{2} H_T^3 = H_{\frac{1}{2}}^3$$

Et le cône à moitié rempli ? (cubique)



$$V_T = 0,07H_T^3$$

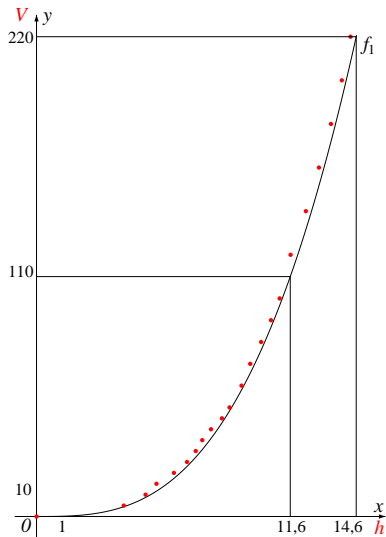
$$\frac{V_T}{2} = 0,07H_{\frac{1}{2}}^3$$

$$\frac{1}{2} 0,07H_T^3 = 0,07H_{\frac{1}{2}}^3$$

$$\frac{1}{2} H_T^3 = H_{\frac{1}{2}}^3$$

$$H_{\frac{1}{2}} = \frac{H_T}{\sqrt[3]{2}} \simeq 0,79 H_T$$

Et le cône à moitié rempli ? (cubique)



$$V_T = 0,07H_T^3$$

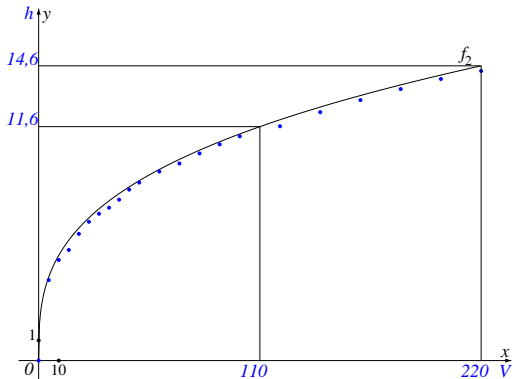
$$\frac{V_T}{2} = 0,07H_{\frac{1}{2}}^3$$

$$\frac{1}{2} 0,07H_T^3 = 0,07H_{\frac{1}{2}}^3$$

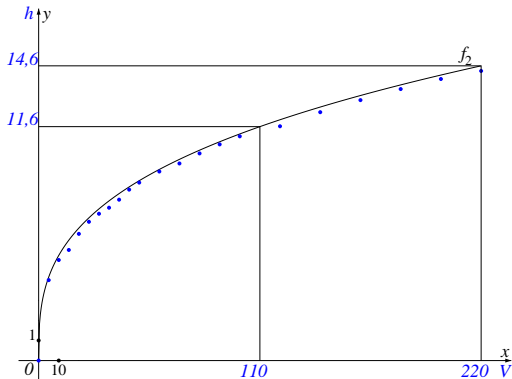
$$\frac{1}{2} H_T^3 = H_{\frac{1}{2}}^3$$

$$H_{\frac{1}{2}} = \frac{H_T}{\sqrt[3]{2}} \simeq 0,79 H_T$$

Et le cône à moitié rempli ? (racine cubique)

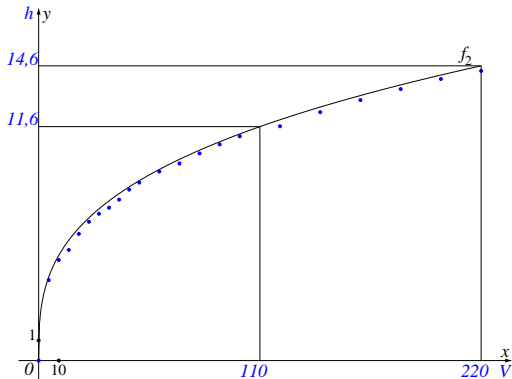


Et le cône à moitié rempli ? (racine cubique)



$$H_T = 5,23 \sqrt[3]{V_T},$$

Et le cône à moitié rempli ? (racine cubique)

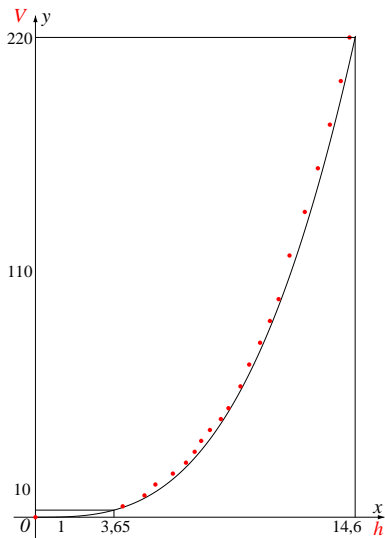


$$H_T = 5,23 \sqrt[3]{V_T},$$

$$H_{\frac{1}{2}} = 5,23 \sqrt[3]{\frac{V_T}{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} 5,23 \sqrt[3]{V_T} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} H_T$$



Et le cône rempli au quart de sa hauteur ?



Compétences transversales

- S'approprier une situation.
- Traduire une information d'un langage dans un autre, du langage graphique au langage algébrique et réciproquement.

Compétences disciplinaires

- Calculer (déterminer, estimer, approximer) une incertitude sur un résultat obtenu à partir de valeurs approchées.
- Modéliser des problèmes de manière à les traiter au moyen des fonctions de références [. . .]
- Esquisser, construire un graphique pour mettre en évidence des caractéristiques du phénomène traité, interpréter un graphique en le reliant au problème qu'il modélise.

