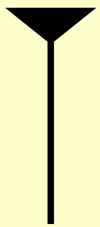
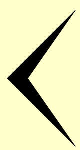
En Mésopotamie

Mer Noire
Mer Caspienne
Mer Egée
Mésopotamie
Euphrate
Tigre
Phénicie
Babylone
Ur
Golfe Persique
Jourdain
Mer Méditerranée
Mer Morte
Memphis
Egypte
Nil
Mer Rouge
Thèbes
N
500 km

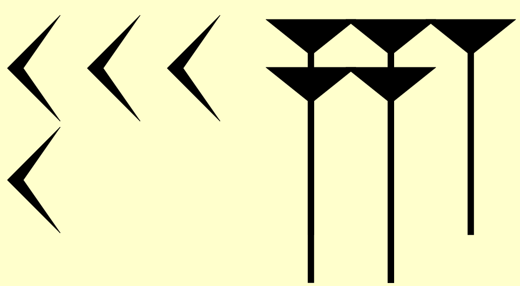
Système de numération positionnel sexagésimal



1 le clou = l’unité



10 le chevron = la dizaine



45

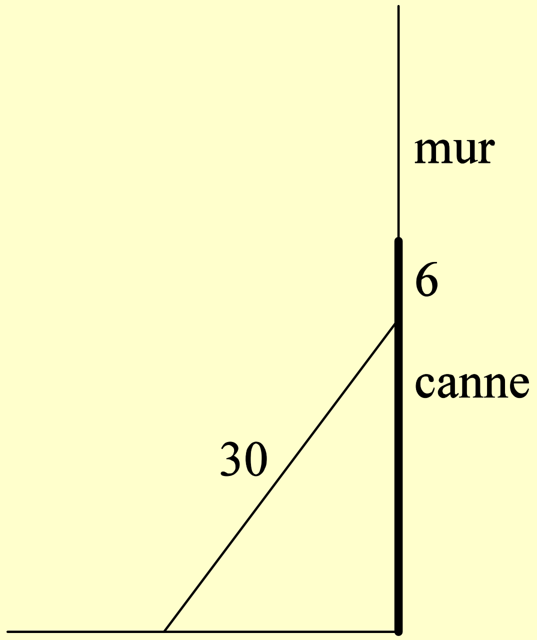
pas de zéro, un espace marque l’absence d’un rang

Le théorème de Pythagore

Problème de la canne contre le mur

(problème 9 de la tablette mésopotamienne BM85196, 18^{e} s. a. J.-C.)

Un palû de longueur 30' <est appuyé contre un mur>. En haut, il est descendu de 6'. En bas, de combien s'est-il éloigné?



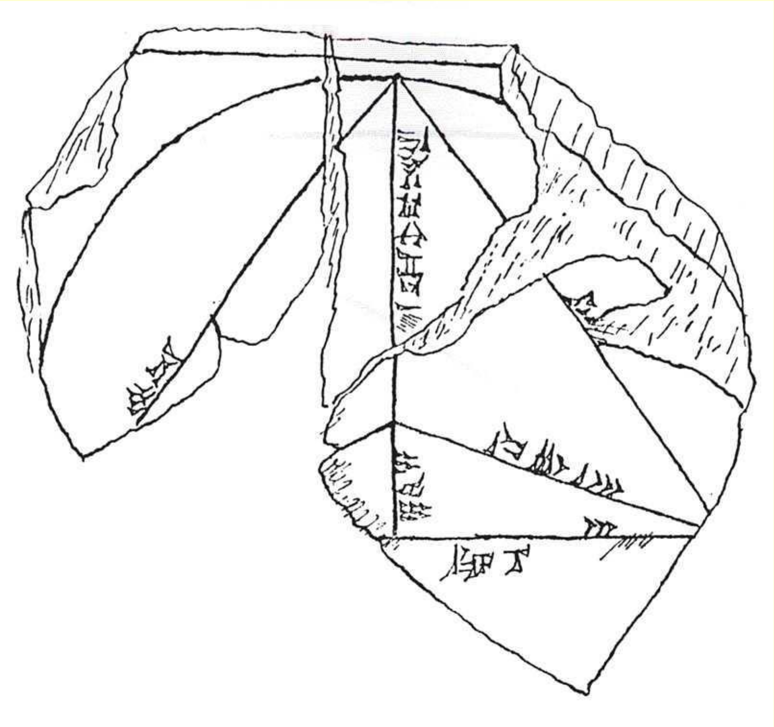
$$d^2 = 30^2 - 24^2$$

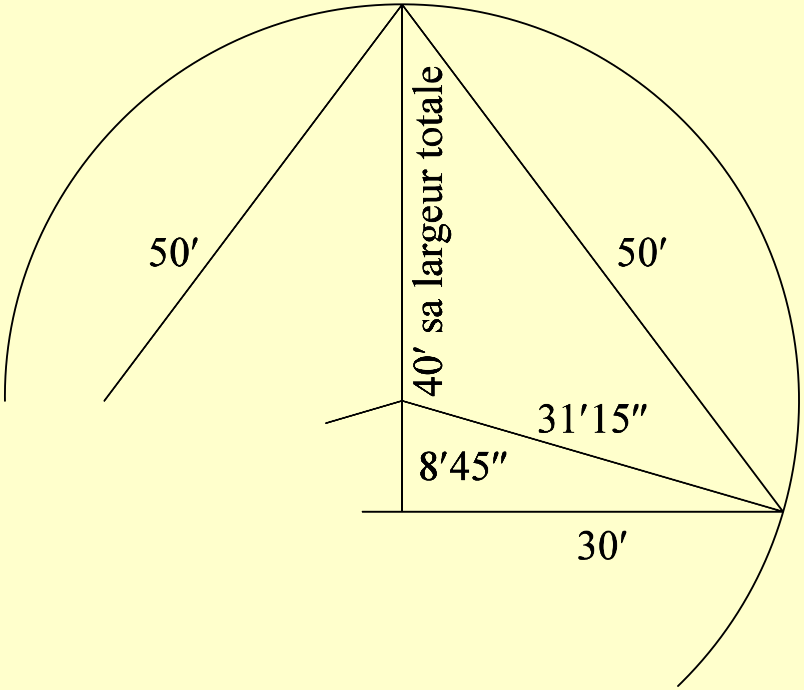
$$= 900 - 576 = 324$$

$$d = 18$$

Le triplet (18, 24, 30) est multiple du triplet (3, 4, 5)

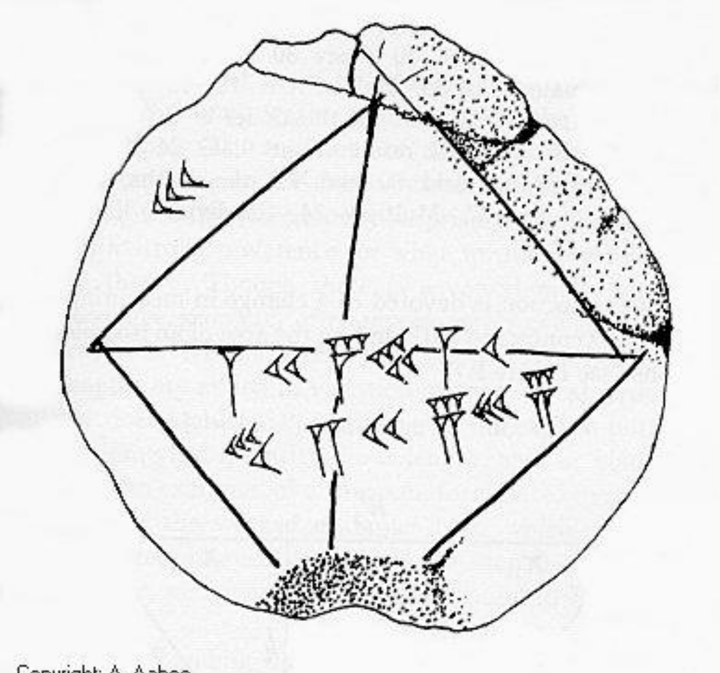
Textes Mathématiques de Suse



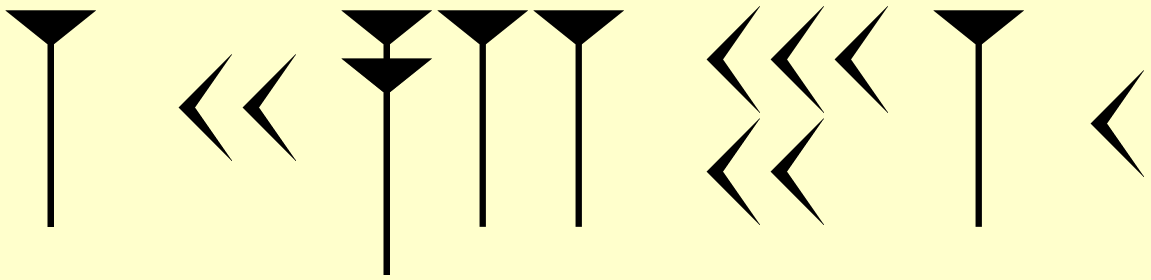


La tablette YBC7289

Copyright: Yale Babylonian Collection


Copyright: A. Aaboe

Le nombre au travers de la diagonale



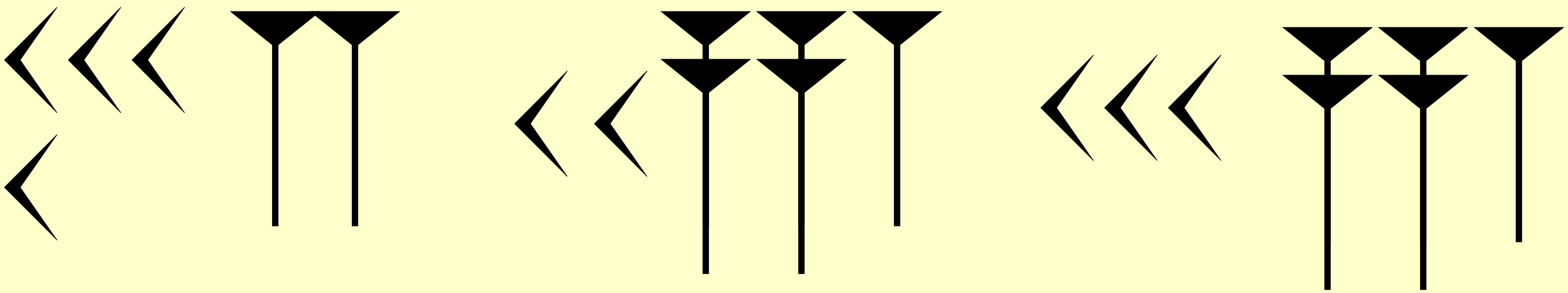
$1 \times 60^3 + 24 \times 60^2 + 51 \times 60^1 + 10 \times 60^0 = 305\ 470$

$1 \times 60^2 + 24 \times 60^1 + 51 \times 60^0 + 10 \times 60^{-1} = 5\ 091{,}166667$

$1 \times 60^1 + 24 \times 60^0 + 51 \times 60^{-1} + 10 \times 60^{-2} = 84{,}852778$

$1 \times 60^0 + 24 \times 60^{-1} + 51 \times 60^{-2} + 10 \times 60^{-3} = 1{,}414212963$

Le nombre sous la diagonale



$30 \times 1 = 30$

$30 \times 24 \times 60^{-1} = 720 / 60 = 12$

$30 \times 51 \times 60^{-2} = 1530 \times 60^{-2} = ((25 \times 60) + 30) / 60^{2} = 25/60 + 30/60^{2}$

$30 \times 10 \times 60^{-3} = 300/ 60^{3} = 5/60^{2}$

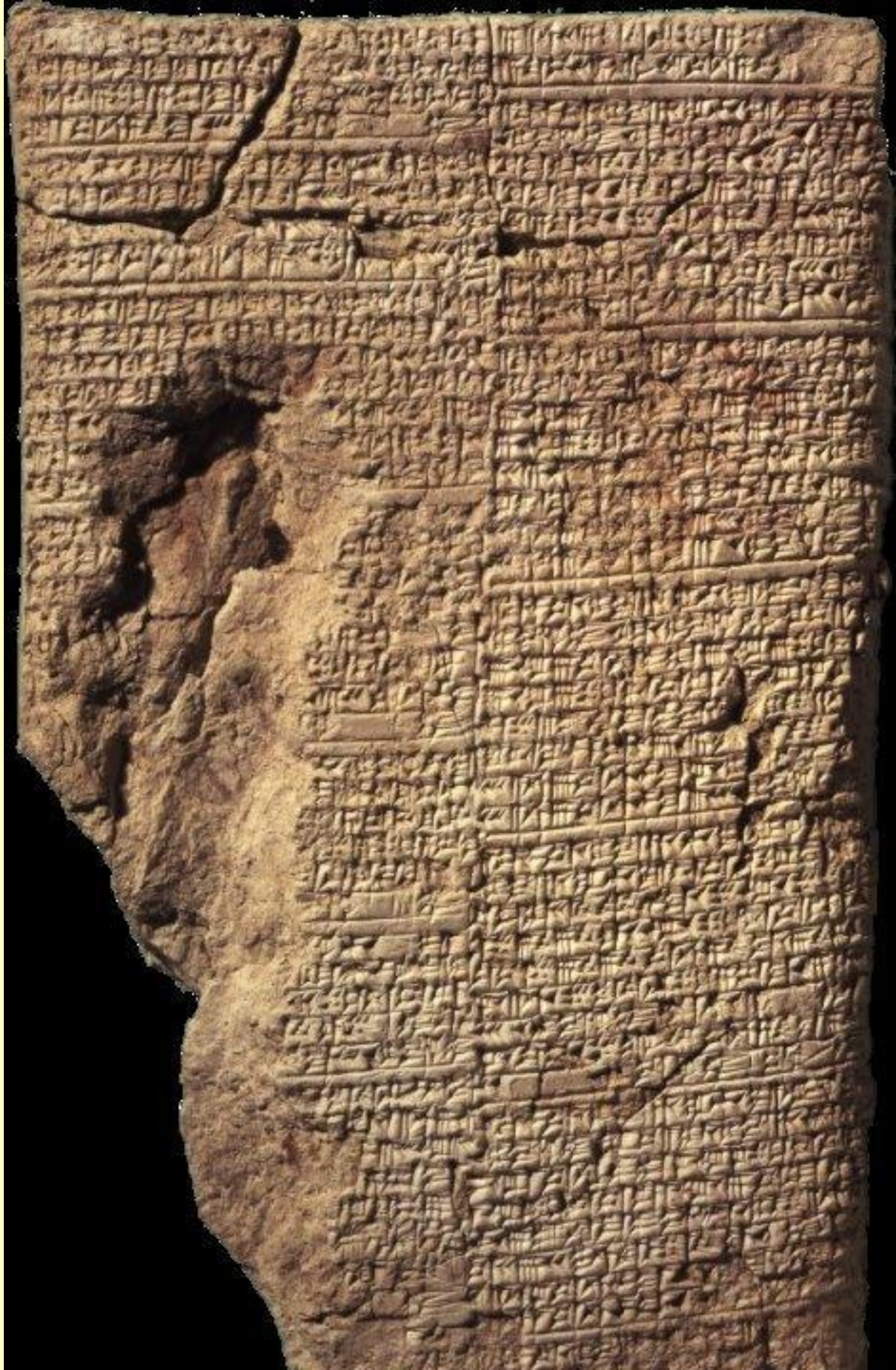
$30 \times (1 + 24 \times 60^{-1} + 51 \times 60^{-2} + 10 \times 60^{-3}) = 42 + 25/60 + 35/60^{2}$

C'est la mesure de la diagonale du carré de côté 30 ou l'inverse de racine de 2.

La résolution de l'équation du deuxième degré

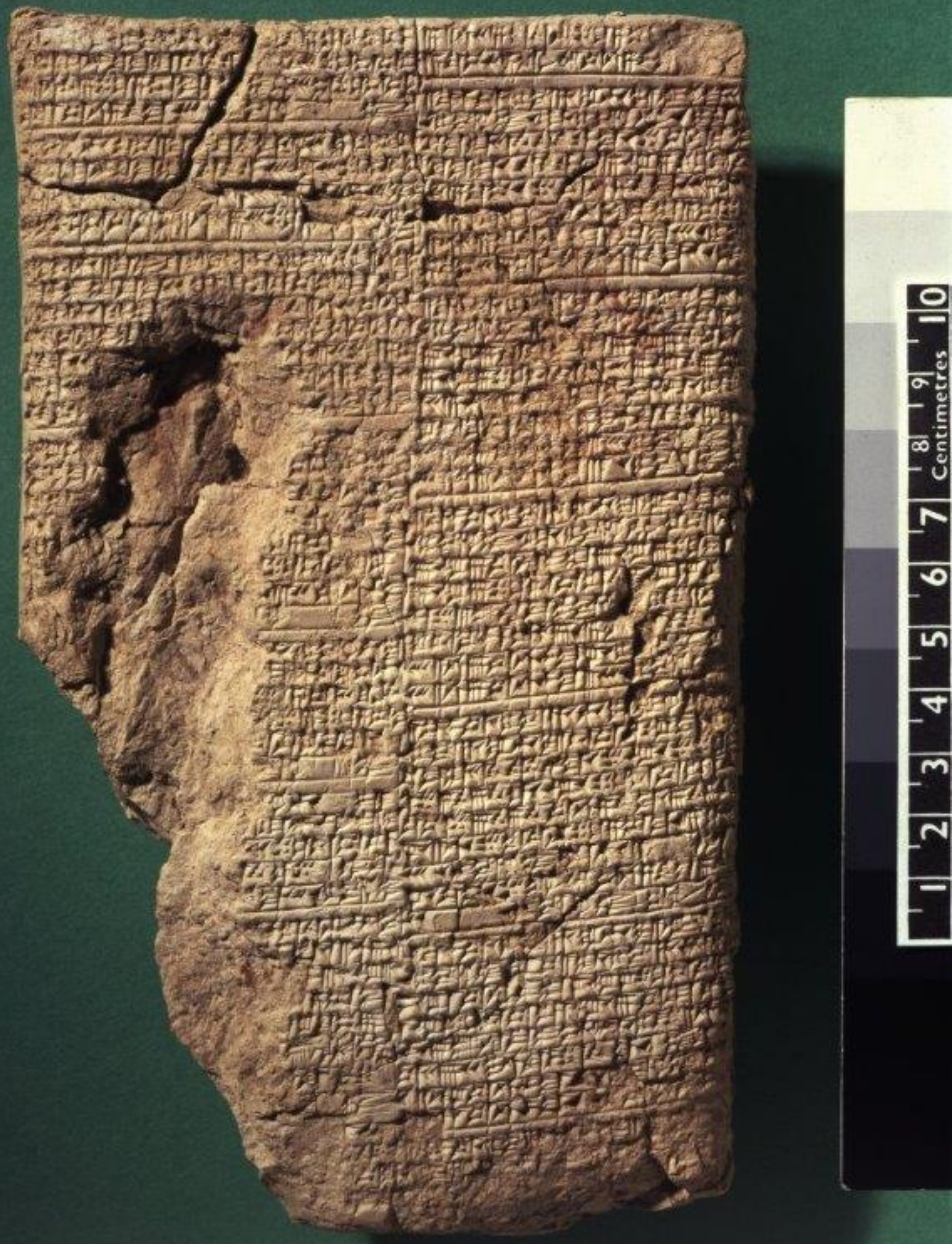
La tablette

BM 13901



La tablette

BM 13901

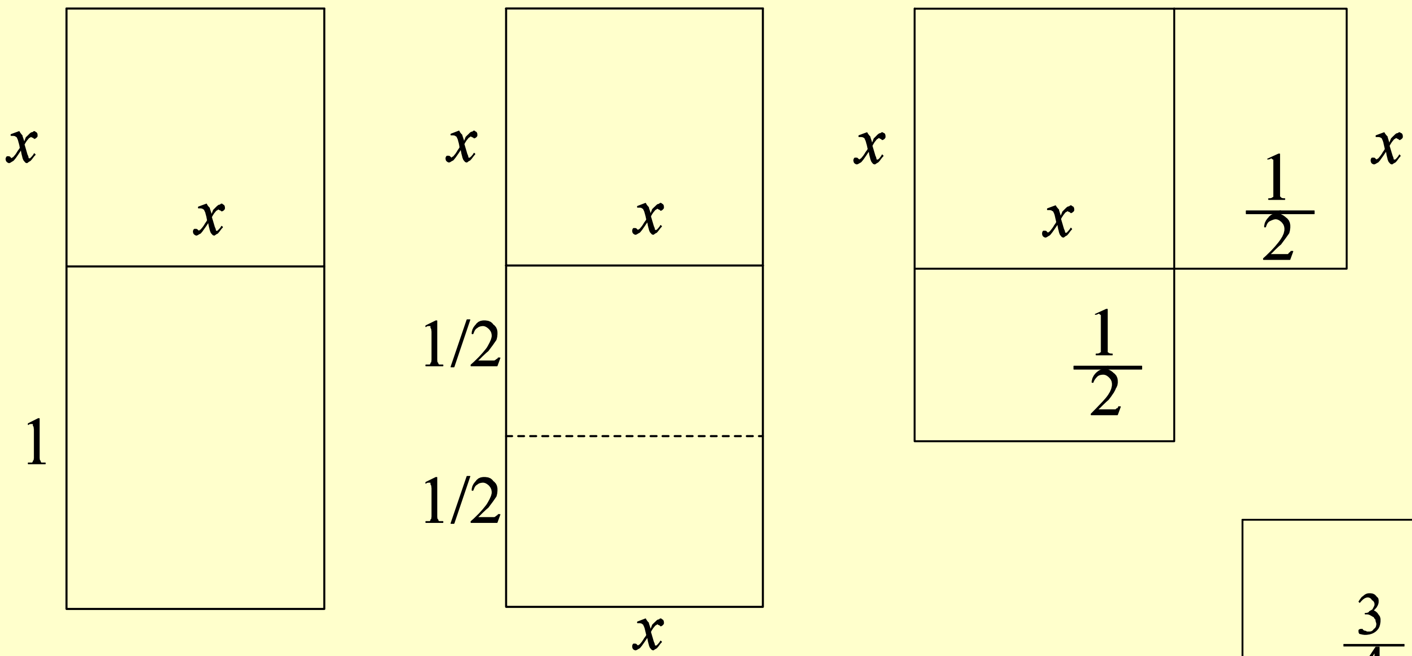


Problème 1 de la tablette BM 13 901

J'ai additionné la surface et le côté de mon carré : 45'	$x^2 + x = 45'$
Tu poseras 1 l'unité.	1
Tu fractionneras en deux 1 : 30'.	30'
Tu croiseras 30' et 30' : 15'.	30' x 30' = 15'
Tu ajouteras 15' à 45' : 1. C'est le carré de 1.	45' + 15' = 1
Tu soustrairas 30', que tu as croisé, de 1 : 30', le côté du carré.	1 - 30' = 30'

Texte	Interprétation		
Énoncé du problème et sa résolution sous forme d'une suite de calculs	sous forme sexagésimale	sous forme de fractions	sous forme littérale
J'ai additionné la surface et le côté de mon carré : $45'$	$x^2 + x = 45'$	$x^2 + x = \frac{3}{4}$	$x^2 + px = q$
Tu poseras 1 l'unité	1	1	p
Tu fractionneras en 2	$30'$	$\frac{1}{2}$	$\frac{p}{2}$
Tu croiseras $30'$ et $30'$	$30' \times 30' = 15'$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$	$\left(\frac{p}{2}\right)^2$
Tu ajouteras $15'$ à $45'$	$45' + 15' = 1$	$\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$	$q + \left(\frac{p}{2}\right)^2$
C'est le carré de 1	$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{q + \left(\frac{p}{2}\right)^2}$
Tu soustrairas $30'$ que tu as croisé de 1	$1 - 30'$	$1 - \frac{1}{2}$	$\sqrt{q + \left(\frac{p}{2}\right)^2} - \frac{p}{2}$
Le côté du carré	$30'$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{q + \left(\frac{p}{2}\right)^2} - \frac{p}{2}$

Tu poseras 1 l’unité. Tu fractionneras en deux

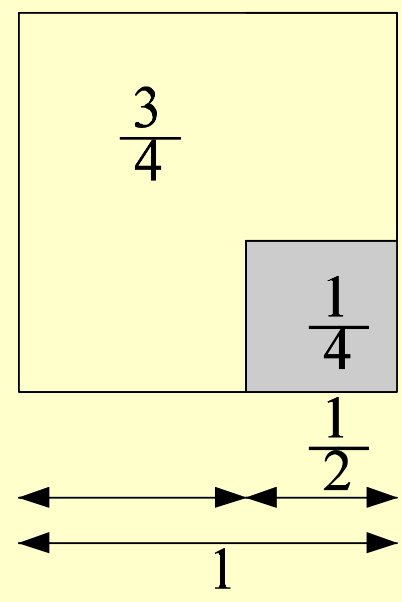


Tu croiseras 30’ et 30’ : 15’.

Tu ajouteras 15’ à 45’ : 1. C’est le carré de 1.

Tu soustrairas 30’ que tu as croisé de 1 :

30’ le côté du carré.



Problème 6 de la tablette BM 13 901

J'ai additionné la surface et les deux tiers du côté de mon carré : 35'	$x^2 + 2/3\ x = 35'$
Tu poseras 1 l'unité.	**1**
Les deux tiers de 1, l'unité, sont 40'.	**2/3 x 1 = 40'**
Tu croiseras 20', sa moitié,	**1/2 x 40' = 20'**
et 20' : 6' 40''.	**20' x 20' = 6'40''**
Tu ajouteras 6' 40'' à 35' : 41' 40''.	**35' + 6' 40'' = 41'40''**
C'est le carré de 50' .	**50'**
Tu soustrairas 20', que tu as croisé, de 50' : 30',	**50' - 20' = 30'**
le côté du carré.	

Texte	Interprétation		
Énoncé du problème et sa résolution sous forme d'une suite de calculs	sous forme sexagésimale	sous forme de fractions	sous forme littérale
J'ai additionné la surface et les deux tiers du côté de mon carré : 35′	$x^2 + \frac{2}{3}x = 35'$	$x^2 + \frac{2}{3}x = \frac{7}{12}$	$x^2 + px = q$
Tu poseras 1 l'unité	1	1	1
Les deux tiers de 1, l'unité, sont 40′	$\frac{2}{3} \times 60' = 40'$	$\frac{2}{3}$	p
La moitié est 20′	$\frac{1}{2} \times 40' = 20'$	$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$	$\frac{p}{2}$
Tu croiseras 20′ et 20′	$20' \times 20' = 6'\,40''$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$	$\left(\frac{p}{2}\right)^2$
Tu ajouteras 6′ 40″ à 35′	$6'\,40'' + 35' = 41'\,40''$	$\frac{1}{9} + \frac{7}{12} = \frac{25}{36}$	$q + \left(\frac{p}{2}\right)^2$
C'est le carré de 50′	$\sqrt{41'\,40''} = 50'$	$\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6}$	$\sqrt{q + \left(\frac{p}{2}\right)^2}$
Tu soustrairas 20′, que tu as croisé, de 50′	$50' - 20' = 30'$	$\frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$	$\sqrt{q + \left(\frac{p}{2}\right)^2} - \frac{p}{2}$
Le côté du carré	$30'$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{q + \left(\frac{p}{2}\right)^2} - \frac{p}{2}$

Pourquoi introduire une dimension historique ?

- **une approche historique contribue à faire connaître les apports des différentes cultures à l'évolution des mathématiques.**
- **les obstacles épistémologiques que doit franchir l'élève sont souvent ceux-là mêmes qui ont posé problème dans le passé.**
- **Lorsque l'élève assiste à la naissance d'un concept au travers des circonstances dans lesquelles celui-ci apparaît et se développe, il perçoit mieux le côté profondément humain des mathématiques ainsi que leur utilité.**
- **Il y a un certain réconfort pour l'élève à situer ses propres difficultés dans une continuité historique: d'autres avant lui ont dû faire face à des problèmes, affronter des défis; ils ont obtenu des résultats...**

Pour retrouver les documents sur le site www.crem.be

- **Des grandeurs aux espaces vectoriels**
  La linéarité comme fil conducteur,
  chapitre 7
- **Pour une culture mathématique accessible à tous**
  Élaboration d'outils pédagogiques pour développer des compétences citoyennes
  chapitres 7, 13, 17, 20

Contacts : **mf.guissard@crem.be**